

AGG0110

ELEMENTOS DE GEOFÍSICA

Prof. Manoel S. D'Agrella Filho

Site da matéria:

<http://www.iag.usp.br/~agg110/>

Campo de uma força

Faraday introduziu o conceito de campo de uma força

Campo de uma força

- **Na física, o campo de uma força é, frequentemente, mais importante que a magnitude absoluta da força.**

Campo de uma força

- **O campo de uma força é definido como sendo a força que age em uma unidade do ‘material’**

Campo elétrico

- $E = (1/4\pi\epsilon_0)(q_0/r^2)$
- Onde, q_0 é a carga que produz o campo elétrico e
- r é a distância até o ponto em que se mede o campo elétrico.
- ϵ_0 é a constante de permissividade elétrica
- $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12}$ farad/m

Campo elétrico

- Uma carga elétrica cria um campo elétrico em sua volta a qual age produzindo uma força em uma segunda carga (q).

- $F = q \cdot E$

Campo gravitacional

- É a força que age em uma unidade de massa.
 - Lei de Newton
 - $F = m \cdot a$
- (se a massa é unitária, então, a aceleração corresponde ao campo gravitacional)

Campo gravitacional

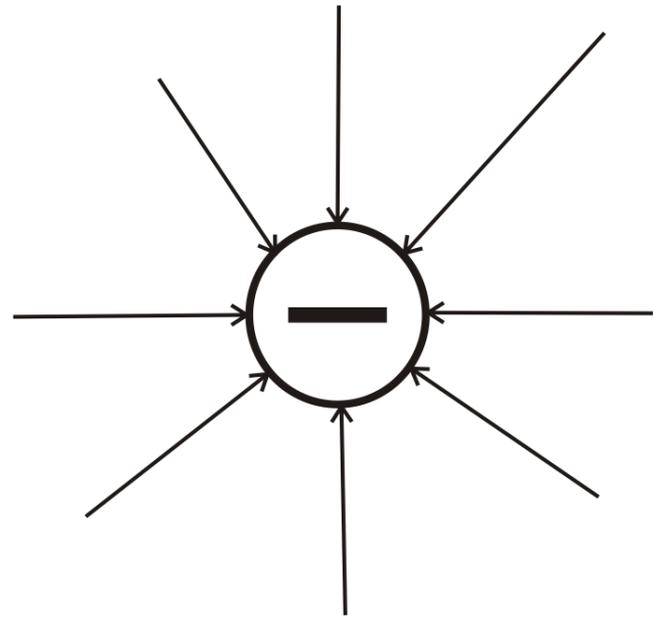
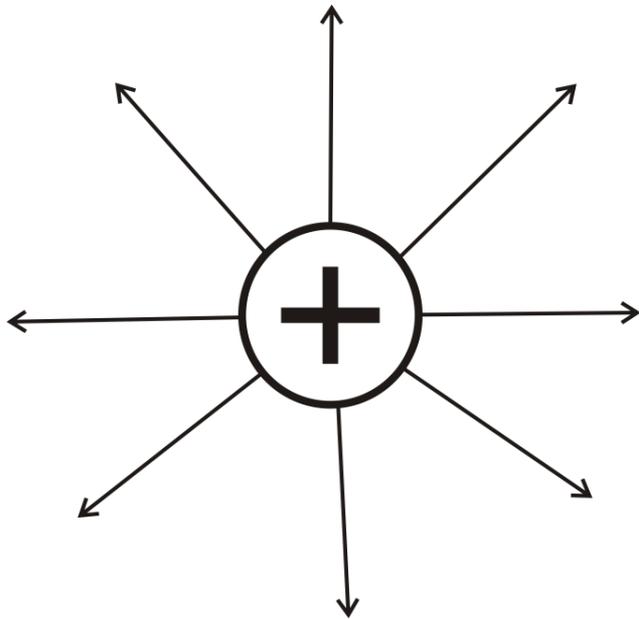
$$F = m a$$

- $F = -G m M / r^2$
- G é a constante universal da gravidade e M é a massa que gera o campo.
- $a_g = - G M / r^2$

Campo de uma força

- Faraday idealizou o campo de uma força como sendo representado por linhas de campo.
 - Em qualquer ponto do espaço, a força é tangencial à linha de campo e a intensidade da força é representada pelo número de linhas de campo por unidade de área da seção transversal

Os campos gravitacional e elétricos são radiais



Campo magnético

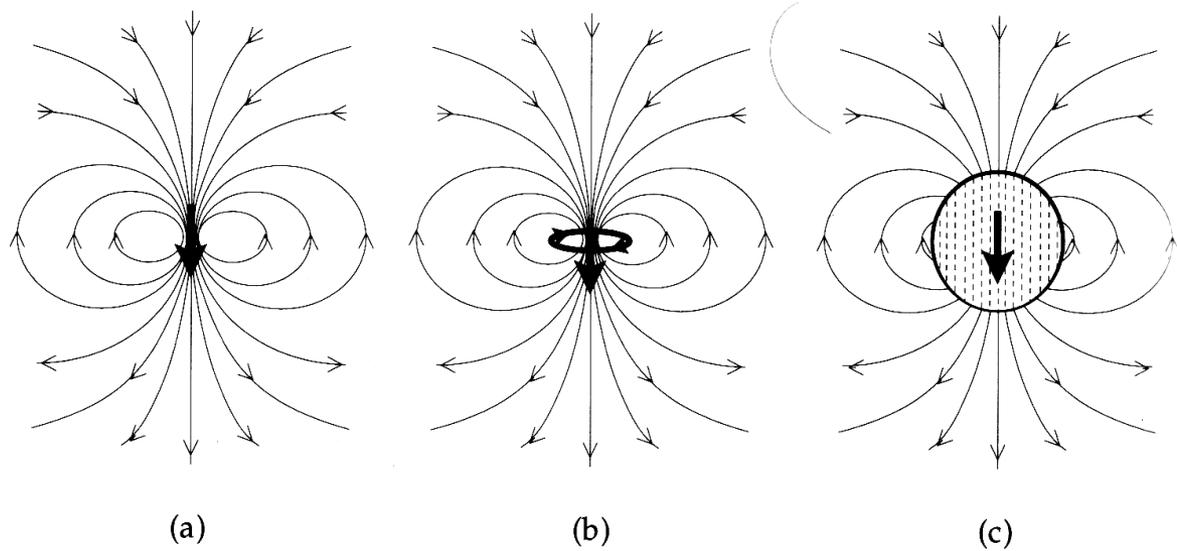
- O campo magnético apresenta uma configuração mais complicada:
 - Sua variação é azimutal
- Não existem monopolos
- Não existem pólos magnéticos livres

Campo magnético

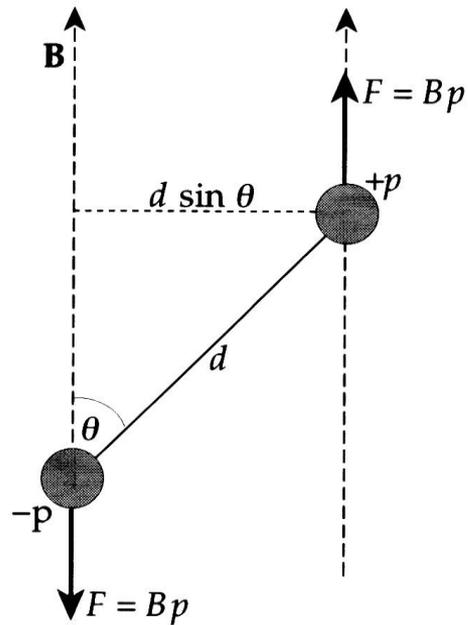
- A configuração mais simples é de um dipolo:
- Um pólo magnético positivo formando par com um pólo negativo:
- O menor dipolo existente é formado por duas cargas de sinais opostos infinitamente próximas uma da outra.

Sistemas físicos que apresentam campo dipolar

Fig. 5.1 The characteristic field lines of a magnetic dipole are found around (a) a short bar magnet, (b) a small loop carrying an electric current, and (c) a uniformly magnetized sphere.



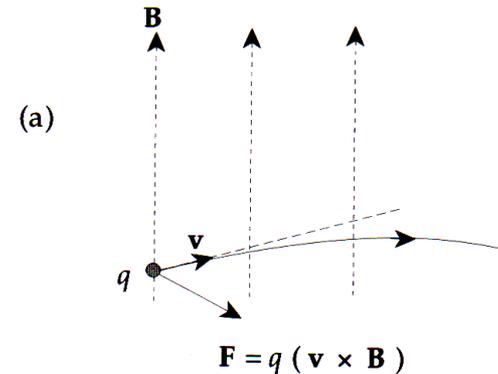
Como se define campo magnético?



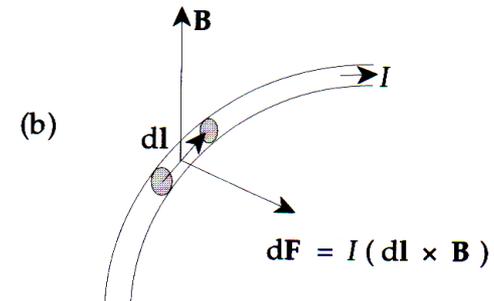
$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$$

$$\mathbf{m} = p \mathbf{d}$$

\mathbf{m} – momento de dipolo



Lei de Lorentz



Lei de Biot-Savart

Unidade de campo – $\text{N}/\text{Am} = \text{T} =$
 Webber/m^2

Campo magnético

- Sabemos que pólos de mesmo sinal se repelem e pólos de sinais opostos se atraem:
 - $F_r = K p_1 p_2 / r^2$
- Força entre os pólos p_1 e p_2 separados pela distância r .
- No SI, $K = \mu_0 / 4\pi$
- μ_0 é a constante de permeabilidade no vácuo e vale:
 - $4 \pi \times 10^{-7} \text{ NA}^{-2}$

Campo magnético de um pólo magnético

- A idéia de campo gravitacional e elétrico não pode ser transferida diretamente para o magnetismo, pois pólos magnéticos isolados não existem.
- Entretanto, podemos considerar pólos fictícios para resolver um determinado problema.

Campo magnético de um pólo magnético

- Assim, por analogia com o campo elétrico

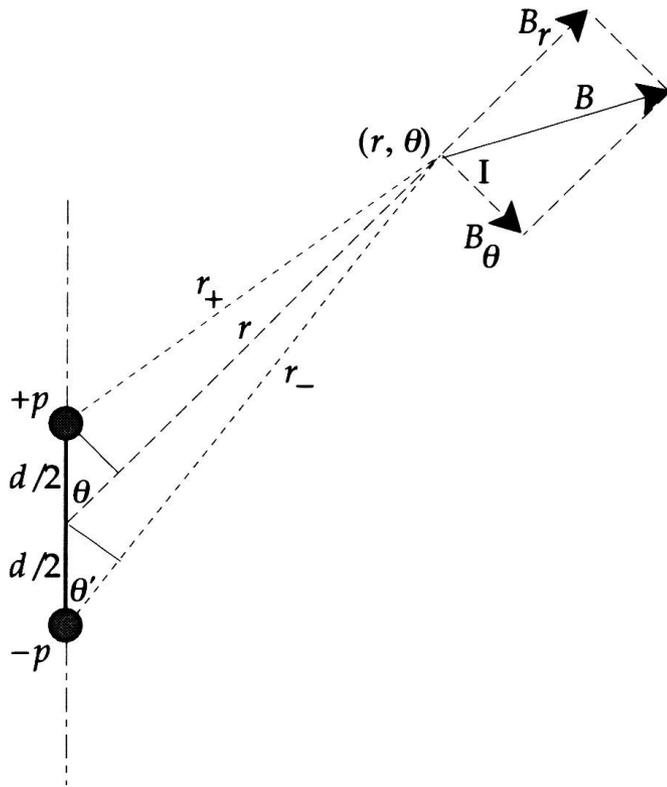
$$[E = (1/4\pi\epsilon_0)(q_0/r^2)],$$

podemos considerar que o campo magnético produzido por um pólo magnético é:

- $B(r) = K P / r^2,$

- Onde $K = \mu_0/4\pi$

Dipolo magnético



Como se calcula o campo de um dipolo?

Fig. 5.2 Geometry for the calculation of the potential of a pair of magnetic poles.

Potencial gravitacional - U_G

- É a **energia potencial** de uma unidade de massa em um campo gravitacional.
- **Energia potencial** é a energia que um objeto tem em virtude de sua posição em relação a origem de uma força.

Potencial gravitacional - U_G

- Calcula-se o potencial gravitacional a uma distância r do centro do corpo que produz a atração gravitacional, determinando-se o trabalho que seria gasto para levar a massa unitária de r até o infinito.

Potencial gravitacional

- $dU = -F dr$
- A força para uma massa unitária é igual a aceleração da gravidade:
 - $F = a_g = -GM/r^2$
 - $dU = GM/r^2 dr$

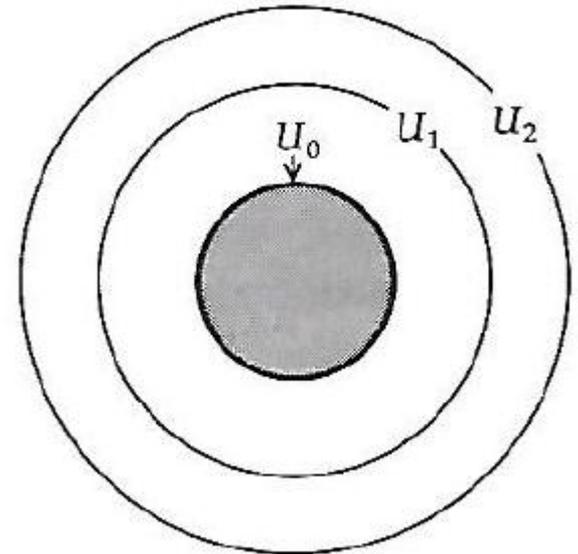
Potencial gravitacional

$$\int_r^\infty dU = \int_r^\infty GM/r^2 dr$$

$$U(r) = -GM/r$$

Superfície equipotencial – superfície com o mesmo potencial gravitacional.

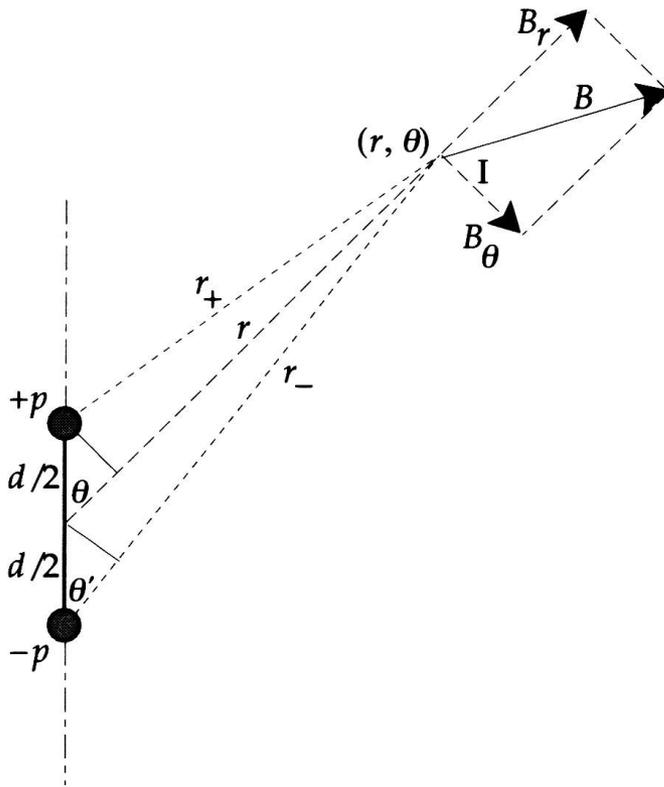
Superfícies equipotenciais de uma esfera de massa uniforme formam um conjunto de esferas concêntricas.



Potencial magnético de um dipolo.

- Podemos definir o potencial magnético W à uma distância r de um polo de intensidade P , da mesma maneira:
- $W = - \int_r^\infty B \, dr$,
- onde $B(r) = K P / r^2$
- $W = - \int_r^\infty (\mu_0/4\pi) (P / r^2) \, dr$
 - $W = (\mu_0/4\pi) P / r$

Potencial magnético de um dipolo.



$$W = (\mu_0/4\pi) P / r$$

Fig. 5.2 Geometry for the calculation of the potential of a pair of magnetic poles.

Potencial de um dipolo magnético

- O potencial W a uma distância r em relação ao ponto médio do par de pólos (θ) é a soma dos potenciais dos pólos P_+ e P_- nas distâncias r_+ e r_- .
- $W = (\mu_0/4\pi) P (1/ r_+ - 1/ r_-)$
- $W = (\mu_0/4\pi) P (r_- - r_+) / (r_+ \cdot r_-)$
- $(r_- - r_+) \approx d \cos (\theta)$
- $(r_+ \cdot r_-) \approx r^2 - d^2 \cos^2 (\theta) / 4 \approx r^2$

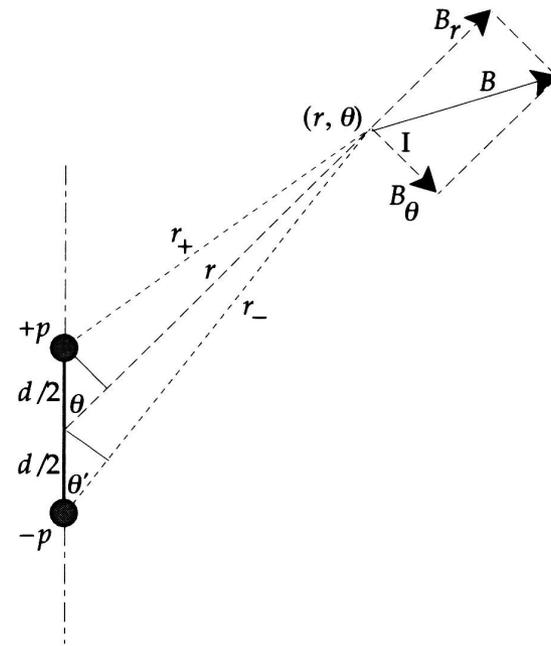


Fig. 5.2 Geometry for the calculation of the potential of a pair of magnetic poles.

Potencial de um dipolo magnético

- Chegamos na seguinte expressão para W :
- $W = (\mu_0/4\pi) P \cdot d \cos(\theta) / r^2$
- $m = P \cdot d$
- m é chamado de momento magnético do dipolo
 - $W = \mu_0 m \cos(\theta) / 4\pi r^2$

Campo magnético do dipolo

- Derivando o potencial, nós podemos calcular as componentes radial e tangencial do campo produzido pelo dipolo no ponto cuja distância é r :
- $B_r = -\partial W / \partial r = -\partial (\mu_0 m \cos(\theta) / 4\pi r^2) / \partial r$
- $B_r = 2 \mu_0 m \cos(\theta) / 4\pi r^3$
- $B_\theta = -(1/r) \partial W / \partial \theta = -(\mu_0 m / 4\pi r^3) \partial \cos(\theta) / \partial \theta$
- $B_\theta = \mu_0 m \sin(\theta) / 4\pi r^3$

Campo de dipolo magnético

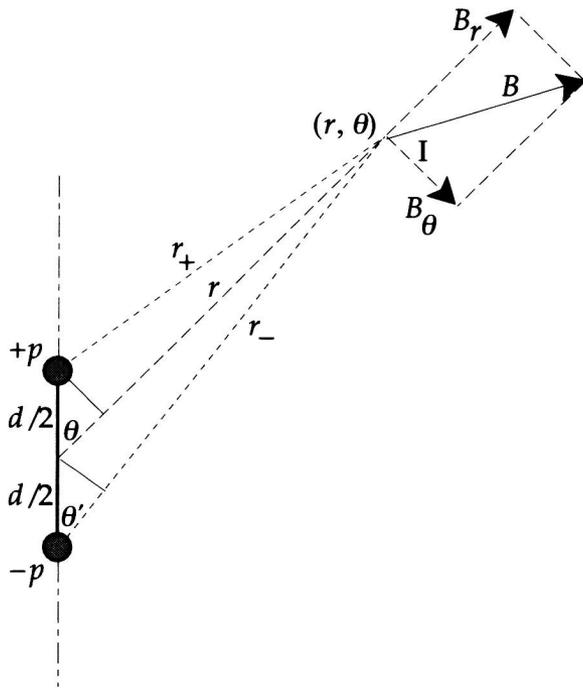


Fig. 5.2 Geometry for the calculation of the potential of a pair of magnetic poles.

$$B_r = 2 \mu_0 m \cos(\theta) / 4\pi r^3$$

Nos pólos, $\theta = 0$ e só temos componente radial:

$$B_r = 2 \mu_0 m / 4\pi r^3$$

$$B_\theta = \mu_0 m \sin(\theta) / 4\pi r^3$$

No equador, $\theta = \pi/2$ e só temos a componente tangencial:

$$B_\theta = \mu_0 m / 4\pi r^3$$

O campo magnético nos pólos é duas vezes maior do que no equador.

Campo de dipolo magnético

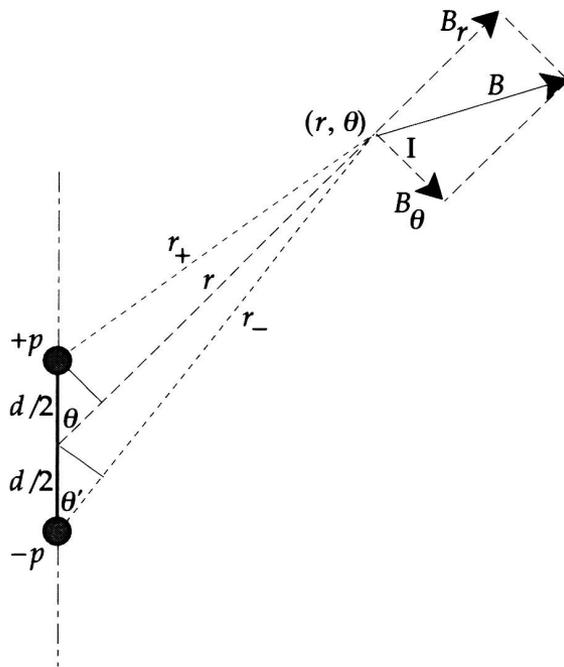


Fig. 5.2 Geometry for the calculation of the potential of a pair of magnetic poles.

$$B_r = 2 \mu_0 m \cos (\theta) / 4\pi r^3$$

$$B_\theta = \mu_0 m \operatorname{sen} (\theta) / 4\pi r^3$$

$$\operatorname{tg} (I) = B_r / B_\theta = 2 \cos (\theta) / \operatorname{sen} (\theta)$$

$$\operatorname{tg} (I) = 2 \operatorname{cotg} (\theta)$$

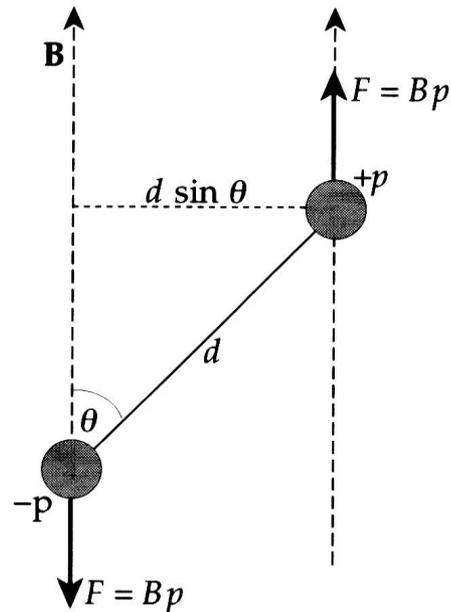
$$\text{A latitude } \lambda = 90 - \theta$$

$$\operatorname{tg} (I) = 2 \operatorname{cotg} (\theta) = 2 \operatorname{cotg} (90 - \lambda)$$

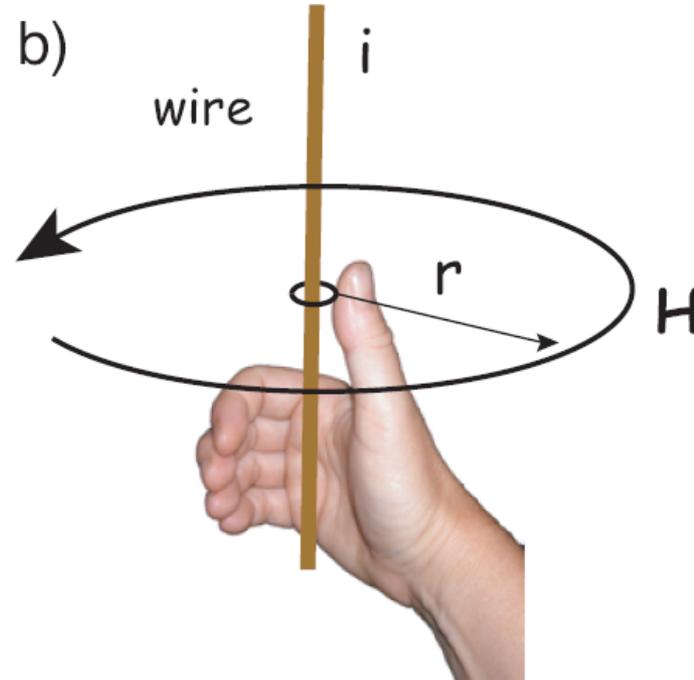
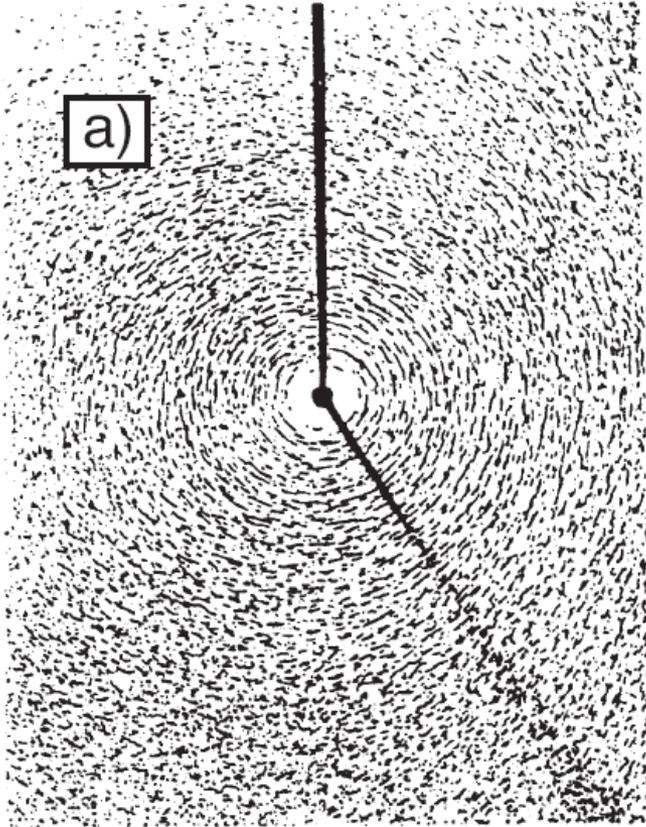
$$\operatorname{tg} (I) = 2 \operatorname{cotg} (\theta) = 2 \operatorname{tg} (\lambda)$$

Torque

- O torque produzido por um campo magnético em um ímã é proporcional ao seu momento de dipolo.
- $\tau = F d \sin(\theta)$
- $\tau = B(p d) \sin(\theta)$
- $\tau = mB \sin(\theta)$
- $\tau = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$



Magnetismo: conceitos básicos



Campo Magnético

$$H = \frac{i}{2\pi r}$$

$\mathbf{dF} = I (\mathbf{dl} \times \mathbf{B})$
Lei de Biot-Savart

Unidade: A/m

Momento magnético (m) de uma espira

Lei de Biot-Savart

$$d\mathbf{F} = I (d\mathbf{l} \times \mathbf{B})$$

$$\tau = F b \sin(\theta)$$

$$\tau = IaB b \sin(\theta)$$

$$\tau = Iab B \sin(\theta)$$

$$\tau = \mathbf{m} \times \mathbf{B}$$

Onde $m = Iab = IA$

m é normal ao plano da espira

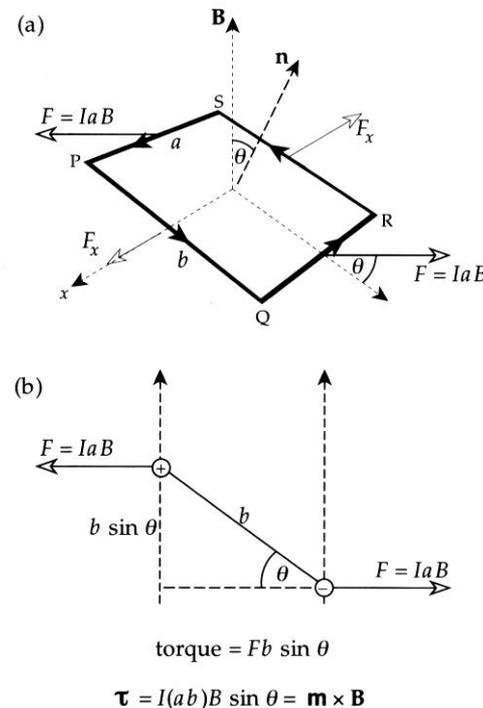
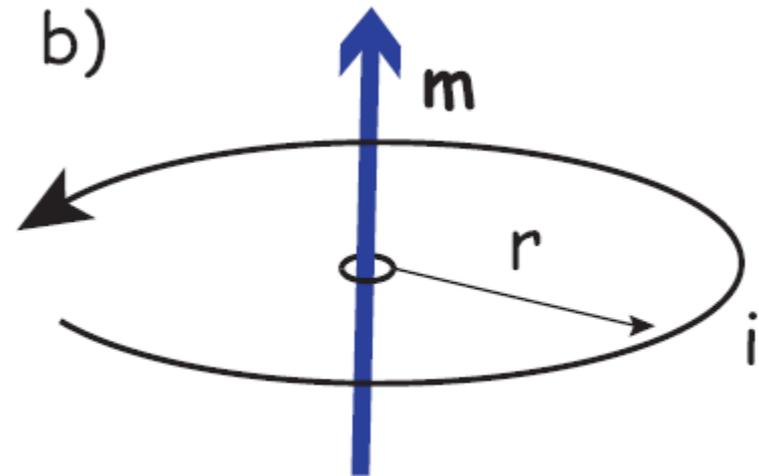
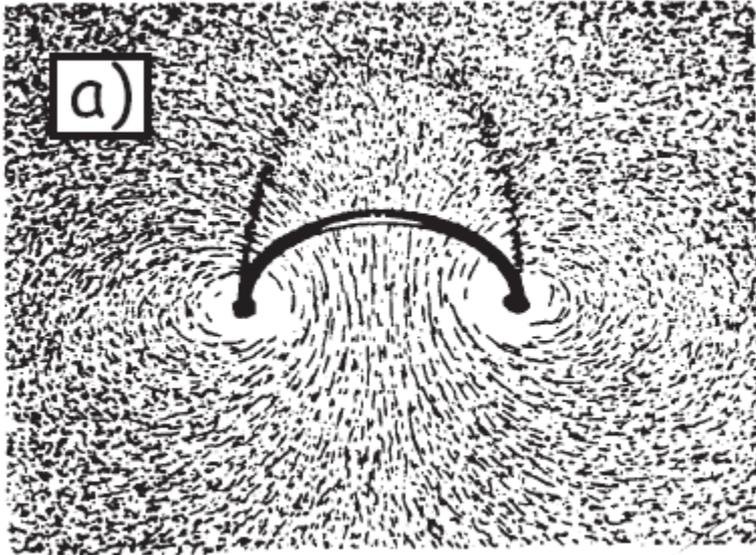


Fig. 5.6 (a) Rectangular loop carrying a current I in a uniform magnetic field B ; (b) derivation of the torque τ experienced by the loop.

Momento Magnético

$$\mathbf{m} = i\pi r^2$$

Unidade: Am²



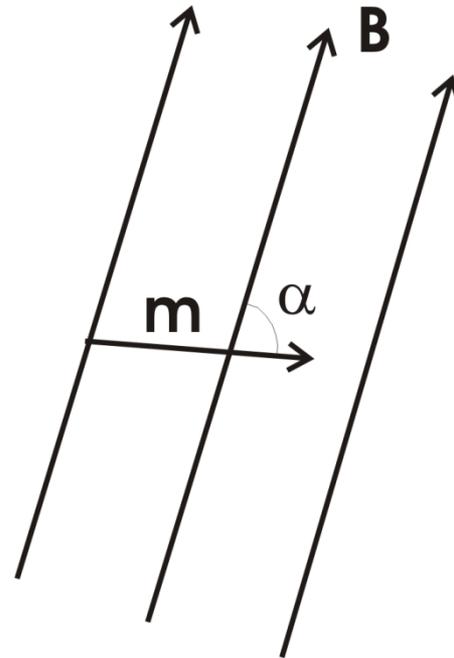
Energia potencial (U)

A energia potencial (U) de um momento magnético (\mathbf{m}) em um campo magnético \mathbf{B} é definido pela expressão:

$$U = -mB \cos(\alpha) = -\mathbf{m} \cdot \mathbf{B}$$

U é mínimo quando \mathbf{m} é paralelo a \mathbf{B}

U é máximo quando \mathbf{m} é anti-paralelo a \mathbf{B}



Sistemas físicos

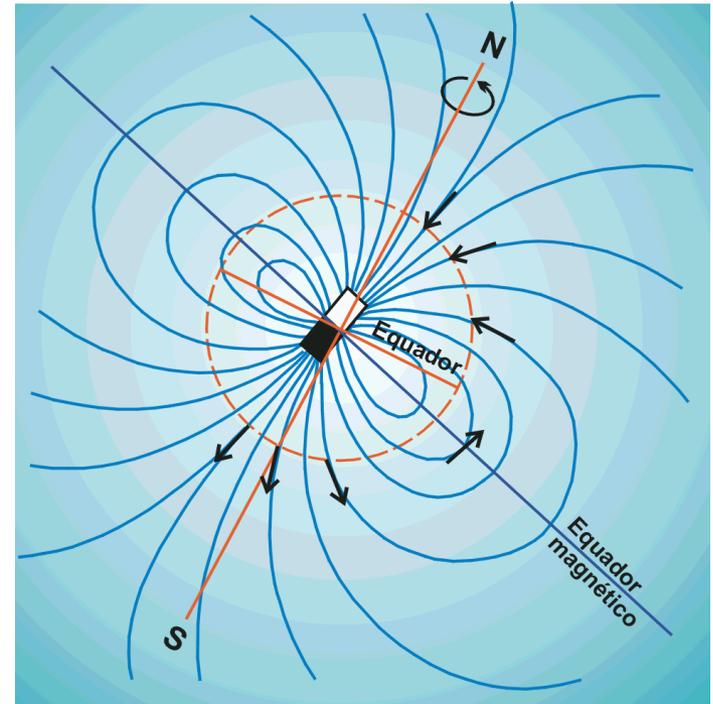
- Um grande número de sistemas físicos tem momento magnético:
- Os ímãs;
- As espiras de corrente;
- Os átomos;
- Os núcleos;
- As partículas elementares;
- A Terra.

Campo magnético da Terra

- Gilbert supôs que o campo geomagnético era predominantemente dipolar.
- Entretanto, verifica-se que o dipolo que melhor se ajusta ao campo dipolar da Terra não é axial.
- Ele depende do modelo utilizado, e da época considerada.

Campo magnético da Terra

- Mais de 90% do campo pode ser representado pelo campo de um dipolo. O melhor dipolo que representa o campo dipolar está inclinado de $10,7^\circ$ em relação ao eixo de rotação da Terra.
- Pólos geomagnéticos para o ano de 1995
 - $79,3^\circ\text{N}$; $288,6^\circ\text{E}$
 - $79,3^\circ\text{S}$; $108,6^\circ\text{E}$
- O dipolo intercepta a superfície da Terra em posições antípodas.



Magnetização

- Ernest Rutherford apresentou um modelo de átomo: o movimento de um elétron em torno do núcleo atômico é tratado como o movimento orbital de um planeta em torno do Sol.
- O elétron em órbita representa uma corrente elétrica para a qual um momento magnético orbital está associado.

Magnetização

- Um planeta gira em torno de seu eixo. Do mesmo modo cada elétron apresenta um movimento de rotação em torno de um eixo
- chamado spin
- Este movimento de rotação gera um momento magnético de spin
 - Momento Magnético Intrínseco

Momento magnético

- Em uma visão simplificada, o momento magnético total de um material é a soma vetorial de todos os momentos magnéticos associados ao volume do material

Magnetização

O momento magnético total m_t será igual a soma de todos os momentos magnéticos m_i :

$$m_t = \sum m_i$$

A magnetização M é definida como sendo o momento magnético por unidade de volume:

$$M = \sum m_i / V$$

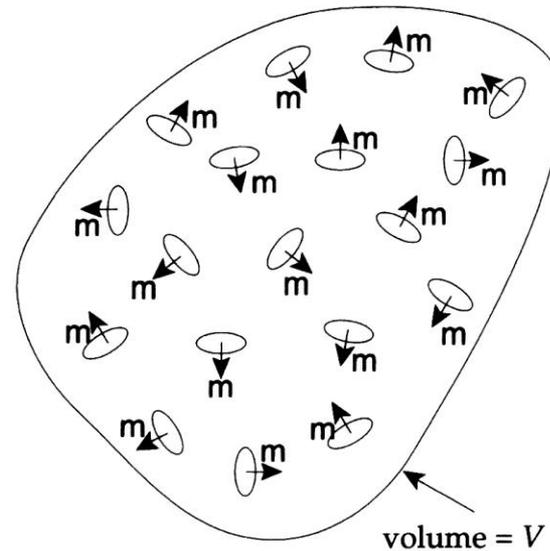


Fig. 5.7 Schematic representation of the magnetic moments inside a material; each magnetic moment m is associated with a current loop on an atomic scale.

Unidade de magnetização

- Magnetização é momento magnético dividido por volume:
 - $M = m / V$
 - $M = A \cdot m^2 / m^3$
 - $M = A / m$

Suscetibilidade magnética

- Quando aplicamos um campo magnético H em um material, induzimos uma magnetização (M) na direção do campo aplicado.
- Verifica-se que M é proporcional ao campo aplicado H e a constante de proporcionalidade é chamada de suscetibilidade magnética:

- $$M = \chi \cdot H$$

- onde χ é a suscetibilidade magnética do material.
- Ela é uma medida da facilidade com que um material é magnetizado.

B versus H

- H – campo magnetizante
- B – campo de indução
- Densidade de fluxo magnético - número de linhas de campo por unidade de área da seção transversal.

B versus H

$$\frac{\mathbf{B}}{\mu_0} = \frac{N/A \cdot m}{N/A^2} = \frac{A}{m}$$

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} - \mathbf{M}$$

$$\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M})$$

c.g.s. - $\mu_0 = 1$

S.I. $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \text{ N/A}^2$

B versus H

Solenóide passando uma corrente I , dentro do qual o material está inserido.

Em qualquer ponto do espaço, o campo magnético será a soma do campo aplicado (B_o , originado pelo solenóide) e o campo originado pelo material magnetizado (B_M):

$$\mathbf{B} = \mathbf{B}_o + \mathbf{B}_M$$

Pode-se mostrar que:

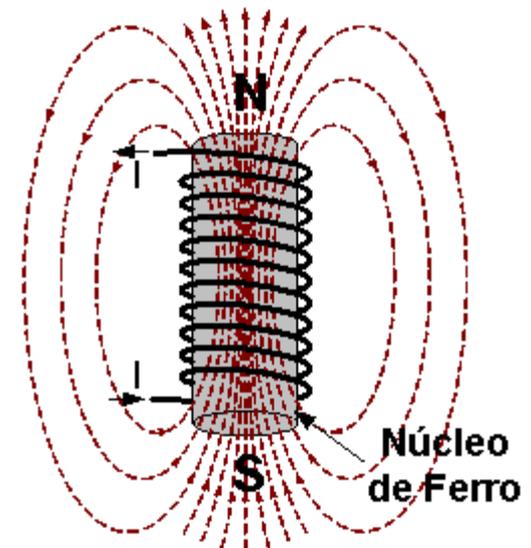
$$\mathbf{B}_M = \mu_o \mathbf{M}$$

Se o campo magnetizante é:

$$\mathbf{B}_o = \mu_o \mathbf{H},$$

$$\mathbf{B} = \mu_o \mathbf{H} + \mu_o \mathbf{M}$$

$$\mathbf{B} = \mu_o (\mathbf{H} + \mathbf{M})$$



Permeabilidade magnética (μ)

- $\mathbf{B} = \mu_0 (\mathbf{H} + \mathbf{M}) = \mu_0 (\mathbf{H} + \chi \mathbf{H}) = \mu_0 (1 + \chi) \mathbf{H}$

- $\mathbf{B} = \mu_0 \mu \mathbf{H}$

- $\mu = 1 + \chi$

- **(permeabilidade magnética do material)**
- A permeabilidade magnética é uma medida da habilidade que um material tem de transportar as linhas de campo magnético.

Materiais de alta permeabilidade magnética

- Certas ligas de alta permeabilidade são produzidas industrialmente para concentrar as linhas de campo em seu meio.
- Este é o caso do material Permalloy, uma liga composta por 78,5% de níquel e 21,5% de ferro, e do material μ metal (mumetal), uma liga composta por 77% de níquel, 16% de ferro, 5% de cobre e 2% de cromo.
- Cilindros concêntricos constituídos de chapas de μ metal são utilizados para eliminar o campo geomagnético em seu interior formando escudos magnéticos.

-

FIM