

## 2. ANISOTROPIAS MAGNÉTICAS

Anisotropia é uma tendência direcional de uma propriedade física de um material. Se uma propriedade, por exemplo, a suscetibilidade magnética não varia quando a medimos ao longo de três eixos perpendiculares entre si, dizemos que a amostra é isotrópica em relação a sua suscetibilidade magnética. Caso contrário, dizemos que existe uma anisotropia de suscetibilidade magnética (ASM). O magnetismo nos materiais depende basicamente de três fatores: (i) da intensidade dos momentos magnéticos associados aos átomos ou íons vizinhos, (ii) da distância entre os íons vizinhos e (iii) da simetria da rede cristalina. Assim, as propriedades magnéticas da maioria dos materiais ferromagnéticos são dependentes da direção. Veremos que os comportamentos magnéticos das rochas e minerais são fortemente dependentes do tamanho e da forma dos grãos magnéticos, os quais estão associados a anisotropias magnéticas. Existem três tipos principais de anisotropias: anisotropia magnetocristalina, anisotropia magnetoestrictiva (ou magnetoelástica) e anisotropia magnetostática (ou de forma).

### 2.1. ANISOTROPIA MAGNETOCRISTALINA

A magnetização espontânea em um material ferromagnético não é arbitrária. O forte campo molecular origina uma interação de troca direta entre spins de átomos vizinhos que os orientam paralelamente no grão magnético. A simetria da estrutura da rede cristalina, entretanto, afeta os processos de troca, fazendo com que existam determinados eixos preferenciais de magnetização, originando assim, uma anisotropia magnetocristalina. Esta preferência na orientação dos momentos magnéticos está associada a uma energia de anisotropia magnetocristalina, a qual é mínima quando os momentos magnéticos estão orientados ao longo destes eixos. Estes eixos são denominados de eixos fáceis de magnetização.

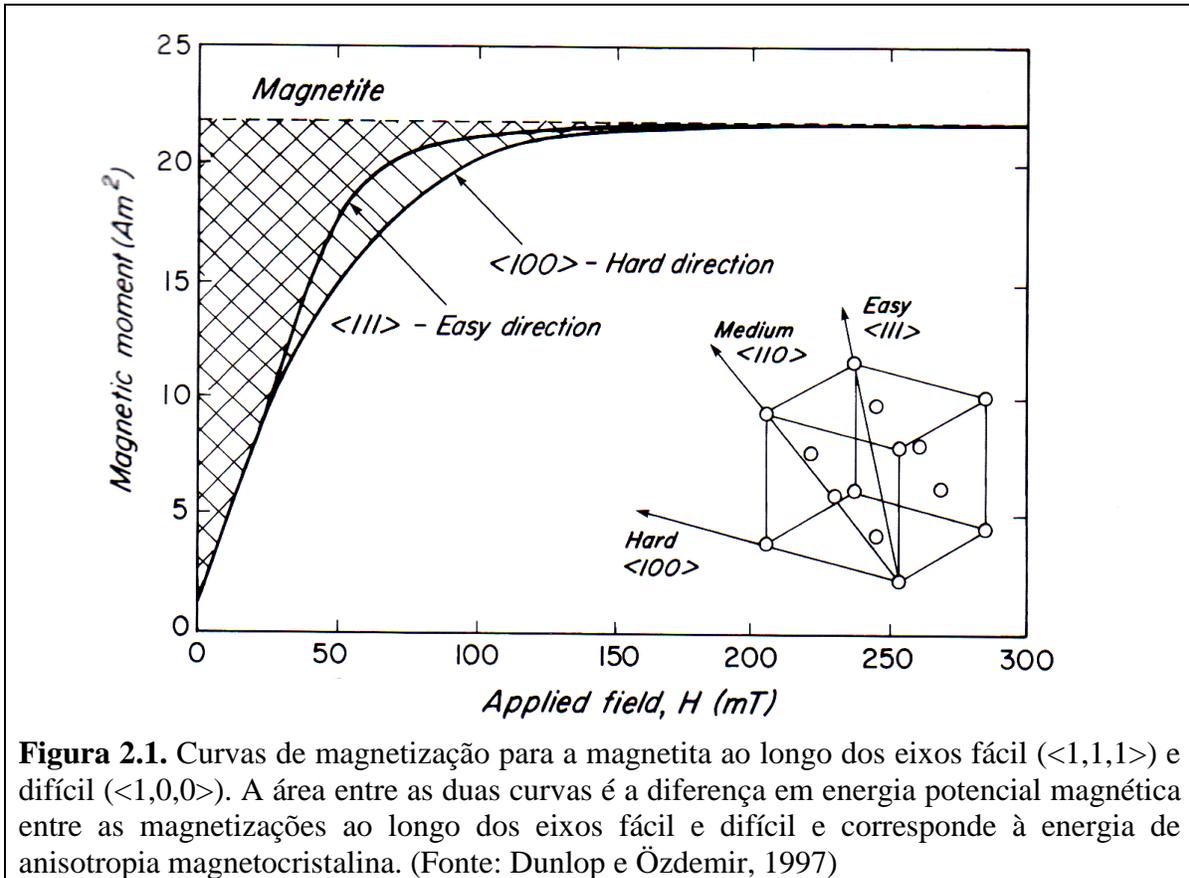
Para ilustrar este efeito, a **Figura 2.1** mostra as curvas de magnetização (momento magnético em função do campo magnético aplicado) ao longo de dois eixos cristalográficos  $\langle 1,1,1 \rangle$  e  $\langle 1,0,0 \rangle$  da estrutura cristalina cúbica da magnetita. Pode-se notar que a magnetização satura mais facilmente ao longo do eixo  $\langle 1,1,1 \rangle$  (diagonal do cubo), o qual representa o eixo fácil (easy axis) de magnetização. O eixo  $\langle 1,0,0 \rangle$  necessita mais energia magnética para saturar a amostra e corresponde ao eixo difícil (hard axis) de magnetização.

A energia potencial magnética relacionada com um campo magnético  $\mathbf{H}$  que induz uma magnetização  $\mathbf{M}$  em um material inicialmente desmagnetizado (assumindo  $\mathbf{M}$  paralelo a  $\mathbf{H}$ ) é descrita pela seguinte equação:

$$\int \mathbf{H} \cdot d\mathbf{B} = \int \mu_0 \mathbf{H} d\mathbf{H} + \int \mu_0 \mathbf{H} \cdot d\mathbf{M} = \frac{1}{2} \mu_0 H^2 + \mu_0 \int \mathbf{H} d\mathbf{M} \quad (2.1)$$

Onde  $d\mathbf{B} = \mu_0 (d\mathbf{H} + d\mathbf{M})$

O primeiro termo da segunda parte da igualdade na equação (2.1) existe em todo o espaço, enquanto o segundo termo é específico do material. Este termo corresponde à área entre a curva de magnetização e o eixo das ordenadas (momento magnético) na **Figura 2.1** (área hachurada). Note que esta energia é claramente maior para a magnetização ao longo do eixo difícil ( $\langle 1,0,0 \rangle$ ) quando comparada com a energia associada a magnetização ao longo do eixo fácil ( $\langle 1,1,1 \rangle$ ). A diferença entre as duas energias (área entre as curvas) é uma medida da anisotropia magnetocristalina ( $E_K$ ).



**Figura 2.1.** Curvas de magnetização para a magnetita ao longo dos eixos fácil ( $\langle 1,1,1 \rangle$ ) e difícil ( $\langle 1,0,0 \rangle$ ). A área entre as duas curvas é a diferença em energia potencial magnética entre as magnetizações ao longo dos eixos fácil e difícil e corresponde à energia de anisotropia magnetocristalina. (Fonte: Dunlop e Özdemir, 1997)

A energia de anisotropia magnetocristalina ( $E_K$ ) é normalmente muito menor do que o seu valor máximo, pois a magnetização espontânea está orientada ao longo de um eixo fácil. Em um cristal cúbico,  $E_K$  pode ser representado pela equação:

$$E_K = K_1 V (\alpha_1^2 \alpha_2^2 + \alpha_2^2 \alpha_3^2 + \alpha_3^2 \alpha_1^2) + K_2 V \alpha_1^2 \alpha_2^2 \alpha_3^2 \quad (2.2)$$

Onde  $K_1$  e  $K_2$  são as constantes de anisotropia,  $V$  é o volume e  $\alpha_{is}$  são os cossenos diretores de  $\mathbf{M}_s$  com respeito ao eixo  $\langle 1,0,0 \rangle$  (vide definição de ângulos e cossenos diretores no apêndice A). A equação (2.2) se aplica em qualquer região de uma magnetização uniforme  $\mathbf{M}$ . Na definição de cossenos diretores (vide apêndice A), vale a seguinte relação:

$$\alpha_1^2 + \alpha_2^2 + \alpha_3^2 = 1 \quad (2.3)$$

Podemos determinar a energia de anisotropia magnetocristalina calculando a diferença entre as energias magnetocristalinas ao longo do eixo difícil e ao longo do eixo fácil. Para a titanomagnetita com alta concentração de titânio ou ferro puro,  $K_1 > 0$ . Neste caso, a energia de anisotropia magnetocristalina é mínima quando a magnetização estiver ao longo do eixo  $\langle 1,0,0 \rangle$ . Com a magnetização ao longo deste eixo, os cossenos diretores terão os seguintes valores:  $\alpha_1 = 1$  e  $\alpha_2 = \alpha_3 = 0$ . Utilizando a equação (1.2), teremos:

$$E_{K_{mínima}} = 0 \quad (1.4)$$

A energia de anisotropia é máxima quando a magnetização estiver ao longo do eixo  $\langle 1,1,1 \rangle$ . Neste caso,  $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha_3 = \frac{1}{\sqrt{3}}$ . Utilizando a equação (1.2), teremos:

$$E_{K_{máxima}} = \frac{K_1 V}{3} + \frac{K_2 V}{27} \quad (1.5)$$

A equação (1.5) representa a energia de anisotropia magnética determinada para titanomagnetitas com alta concentração de titânio (por exemplo, a TM60 encontrada nos basaltos de fundo oceânico) ou no ferro puro.

Vimos acima que a magnetita apresenta energia magnetocristalina mínima quando a magnetização espontânea está ao longo da diagonal do cubo, isto é, ao longo do eixo  $\langle 1,1,1 \rangle$ . O mesmo vale para titanomagnetitas com baixo teor de titânio. Para estes minerais,  $K_1 < 0$  e  $K_2 < 0$  (os valores para a magnetita são, respectivamente,  $K_1 = -1,36 \times 10^4 \text{ Jm}^{-3}$  e  $K_2 = -0,44 \times 10^4 \text{ Jm}^{-3}$ ) e a energia magnetocristalina mínima, utilizando (1.2) será:

$$E_{K_{mínima}} = -\frac{4K}{3} \quad (1.6)$$

A equação (1.6) mostra que a energia magnetocristalina mínima é negativa. A energia máxima ocorre quando a magnetização espontânea está ao longo do eixo  $\langle 1,0,0 \rangle$  e, de acordo com a equação (1.2), será igual a:

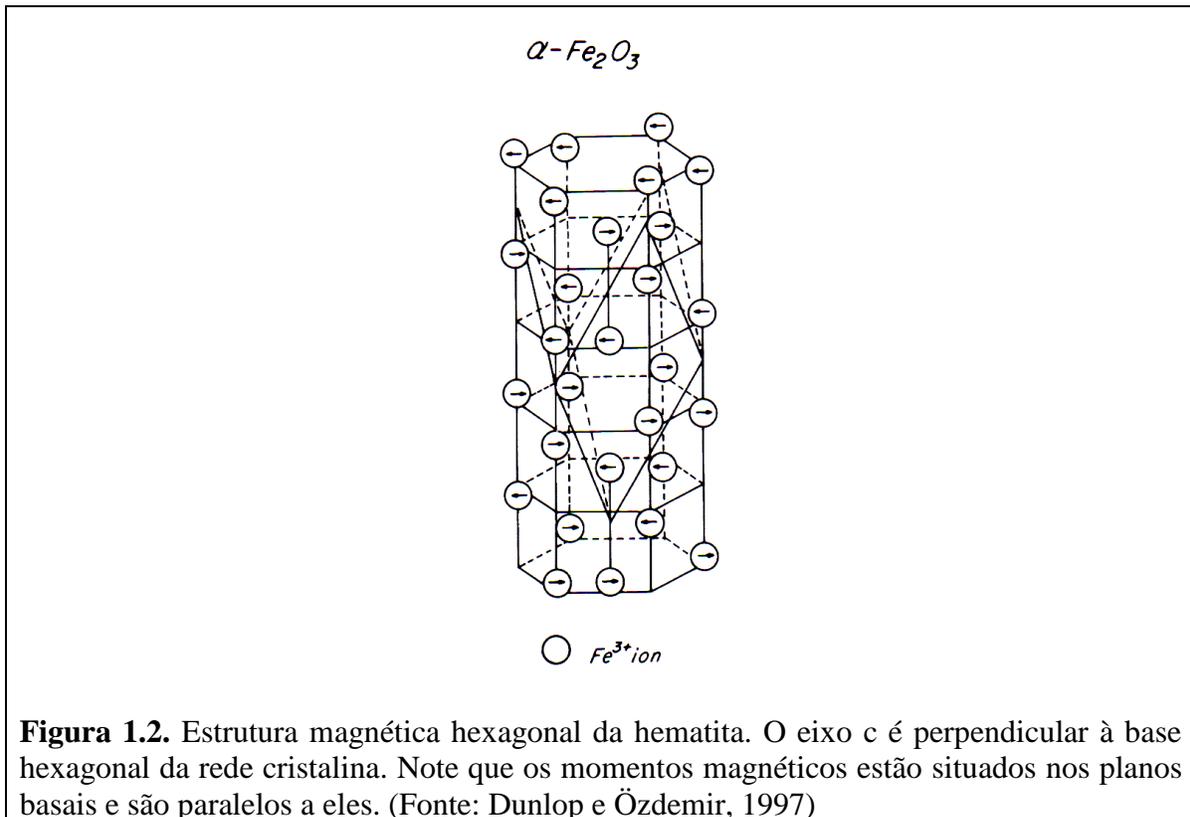
$$E_K = 0 \quad (1.7)$$

Os valores das constantes de anisotropia são determinados através da análise de Fourier levando em conta a dependência angular do torque exercido por um campo forte (H) aplicado na amostra magnetizada ou também, através de ressonância ferromagnética.

Muitos minerais apresentam anisotropia uniaxial. Podemos citar como exemplos: (i) o Cobalto, com estrutura hexagonal, sendo o eixo  $c$  o de fácil magnetização, (ii) o ferro e o níquel que apresentam cela unitária cúbica: a borda do cubo representa o eixo fácil no caso do ferro, e a diagonal do cubo representa o eixo fácil no caso do níquel, (iii) e a hematita, com estrutura romboédrica (hexagonal, **Figura 1.2**), sendo que o eixo  $c$  (perpendicular ao plano basal hexagonal) representa o eixo fácil. Quando a magnetização espontânea ( $M_s$ ) está a um ângulo  $\theta$  do eixo  $c$ , a energia de anisotropia uniaxial pode ser expressa pelo seguinte termo de primeira ordem:

$$E_K = K_u (\sin \theta)^2 \quad (1.8)$$

No caso da hematita,  $K_u = -10^{-3} \text{ Jm}^{-3}$ . O valor negativo da constante de anisotropia indica que  $E_K$  (1.8) será mínima quando  $\theta = 90^\circ$ . Assim, a magnetização espontânea da hematita fica no plano basal, perpendicular ao eixo  $c$  (**Figura 1.2**).



## 1.2. ANISOTROPIA MAGNETOESTRICTIVA OU MAGNETOELÁSTICA

Magnetoestricção é uma mudança espontânea nas dimensões de um cristal ferromagnético quando o mesmo é submetido a um campo magnético. Dentro da rede cristalina, a energia de interação entre os momentos magnéticos atômicos depende da separação entre eles e de suas orientações, isto é, da direção de magnetização. Um campo aplicado no material, muda a orientação dos momentos magnéticos de tal forma que a energia de interação aumenta e as distâncias entre as ligações se ajustam para reduzir a energia total. Isto produz tensões que resultam em mudanças na forma do material ferromagnético. Este fenômeno é chamado de magnetoestricção. A magnetoestricção é positiva se o material se alonga na direção da magnetização e é negativa se ele diminui paralelo à magnetização.

No caso da magnetita, que tem estrutura cúbica, a magnetoestricção será positiva se o material se alongar na direção do eixo  $\langle 1,1,1 \rangle$  e será negativa se o material se alongar na direção  $\langle 1,0,0 \rangle$ . A diferença máxima entre a tensão magnetoestricção que ocorre entre o estado desmagnetizado e o estado de magnetização de saturação é denominada de magnetoestricção de saturação,  $\lambda_s$ . Para um conjunto de grãos orientados ao acaso dentro da rocha, a magnetoestricção de saturação pode ser expressa pela relação:

$$\lambda_s = \frac{2}{5} \lambda_{100} + \frac{3}{5} \lambda_{111} \quad (1.9)$$

Onde  $\lambda_{100}$  e  $\lambda_{111}$  são, respectivamente, a magnetoestricção de saturação medida na direção  $\langle 1,0,0 \rangle$  e a magnetoestricção de saturação medida na direção  $\langle 1,1,1 \rangle$ , com a magnetização  $\mathbf{M}$  na mesma direção em cada caso.

Podemos ter também um processo inverso em que uma tensão é aplicada em uma das faces de um cristal cúbico, por exemplo. Neste caso, ele diminuirá elasticamente ao longo da direção da tensão e expandirá na direção perpendicular a ela. Estas tensões alteram a separação dos momentos atômicos e, com isto, os efeitos que dão origem a anisotropia magnetocristalina. Portanto, a aplicação de tensões em um material origina mudanças na sua magnetização. Este efeito é chamado de **piezomagnetismo**.

A densidade de energia anisotrópica  $E_a$  para um material magnético uniaxial será:

$$E_a = \frac{3}{2} \lambda_s \sigma (\cos \theta)^2 \quad (1.10)$$

Onde  $\theta$  é o ângulo entre a magnetização de saturação e a tensão ( $\sigma$ ) e  $\lambda_s$  é a magnetoestricção de saturação como definida em (1.9).

Para a magnetita, que apresenta estrutura cúbica, as magnetoestricções de saturação ao longo dos eixos  $\langle 1,1,1 \rangle$  e  $\langle 1,0,0 \rangle$  são, respectivamente:

$$\lambda_{111} = 72,6 \times 10^{-6} \text{ e } \lambda_{100} = -19,5 \times 10^{-6}$$

Com estes valores podemos determinar a magnetoestricção de saturação para um conjunto de grãos de magnetita ao acaso através da equação (1.9), o que resulta em um valor de  $\lambda_s = 35,8 \times 10^{-6}$ . O campo coercivo ( $B_c = \mu_0 H_c$ ) associado aos grãos de magnetita sob tensão interna  $\sigma = 10$  MPa pode ser determinado através da expressão:

$$B_c = \mu_0 H_c = \frac{3 \lambda_s \sigma}{M_s} = \frac{3 \cdot 35,8 \times 10^{-6} \cdot 10 \times 10^6}{480 \times 10^3} = 2,2 \times 10^{-3} \text{ T} = 2,2 \text{ mT} \quad (1.11)$$

Este valor é baixo quando comparado à coercividade associada à anisotropia magnetocristalina. Neste caso, a constante de anisotropia  $K_1 = -1,36 \times 10^4 \text{ Jm}^{-3}$  e a coercividade é dada pela expressão:

$$B_c = \mu_0 H_c = \frac{0,5 |K_1|}{M_s} = \frac{0,5 \cdot 1,36 \times 10^4}{480 \times 10^3} = 14,2 \times 10^{-3} \text{ T} = 14,2 \text{ mT} \quad (1.12)$$

O mesmo não ocorre para grãos de titanomagnetita com alta concentração de titânio. Por exemplo, a TM60 (titanomagnetita com  $x=0,6$ ) apresenta magnetoestricções de saturação ao longo dos eixos  $\langle 1,1,1 \rangle$  e  $\langle 1,0,0 \rangle$ , respectivamente:

$$\lambda_{111} = 95,4 \times 10^{-6} \text{ e } \lambda_{100} = 142,5 \times 10^{-6}$$

Estes dados fornecem um valor de  $\lambda_s = 114 \times 10^{-6}$  (equação 1.9). Sendo a magnetização espontânea  $M_s$  associada aos grãos de TM60 igual a 125 kA/m, a sua coercividade pode ser calculada para uma tensão  $\sigma = 10$  MPa como sendo:

$$B_c = \mu_0 H_c = \frac{3 \lambda_s \sigma}{M_s} = \frac{3 \cdot 114 \times 10^{-6} \cdot 10 \times 10^6}{125 \times 10^3} = 27,4 \times 10^{-3} \text{ T} = 27,4 \text{ mT} \quad (1.13)$$

Sabendo que a constante de anisotropia magnetocristalina ( $K_1$ ) associada aos grãos de TM60 é igual a  $2,02 \times 10^3 \text{ J/m}^3$ , podemos determinar a sua coercividade associada à anisotropia magnetocristalina:

$$B_c = \mu_0 H_c = \frac{0,5 |K_1|}{M_s} = \frac{0,5 \cdot 2,02 \times 10^3}{125 \times 10^3} = 8 \times 10^{-3} \text{ T} = 8 \text{ mT} \quad (2.14)$$

Os valores de coercividades calculados em (1.13) e (1.14) mostram que tensões internas nos cristais de TM60 têm uma contribuição maior para a estabilidade da magnetização neste mineral do que a decorrente da anisotropia magnetocristalina.

Já para a hematita, em decorrência da presença de tensões internas e de sua baixa magnetização espontânea ( $M_s = 2,5 \times 10^3$  A/m), a coercividade é dominada pela anisotropia magnetoestrictiva. Sabendo-se que a magnetoestrictão de saturação da hematita é igual a  $8 \times 10^{-6}$ , a coercividade da hematita para uma tensão de 100 MPa será:

$$B_c = \mu_0 H_c = \frac{3 \lambda_s \sigma}{M_s} = \frac{3 \cdot 8 \times 10^{-6} \cdot 100 \times 10^6}{2,5 \times 10^3} = 960 \times 10^{-3} \text{ T} = 960 \text{ mT} \quad (1.15)$$

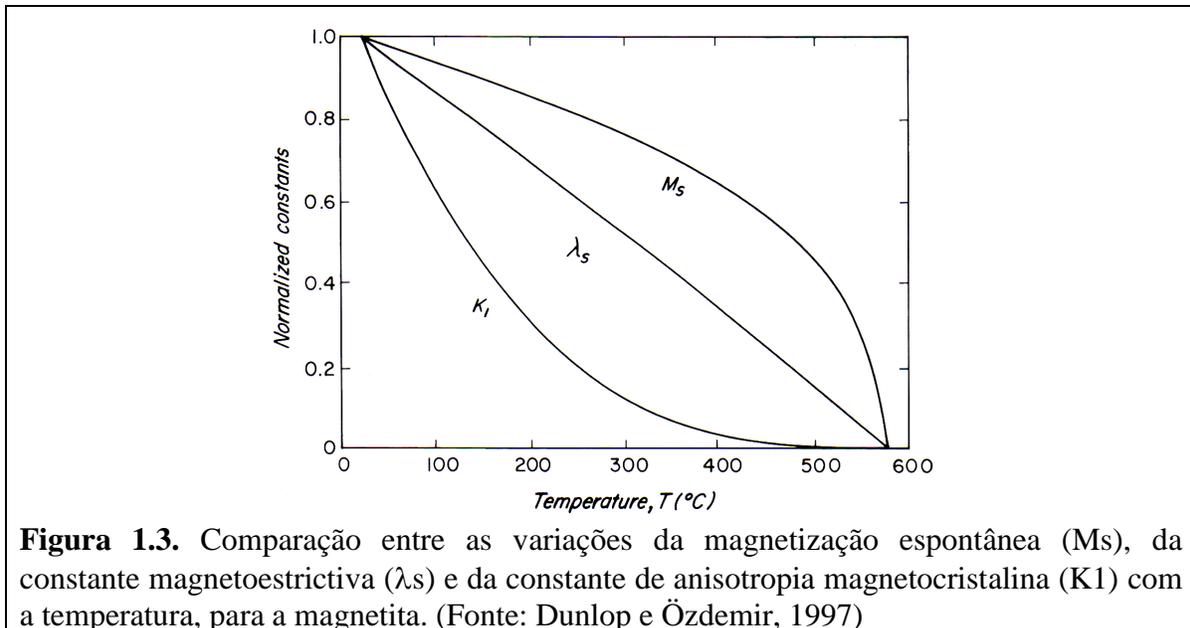
Para efeito de comparação, sabendo-se que a constante de anisotropia magnetocristalina no plano basal é de 10 a 100 J/m<sup>3</sup>, a coercividade máxima associada será:

$$B_c = \mu_0 H_c = \frac{0,5 |K_1|}{M_s} = \frac{0,5 \cdot 100}{2,5 \times 10^3} = 20 \times 10^{-3} \text{ T} = 20 \text{ mT} \quad (1.16)$$

Os valores de coercividades calculados em (1.15) e (1.16) mostram que tensões internas nos cristais de hematita têm uma contribuição muito maior do que a decorrente da anisotropia magnetocristalina para a estabilidade da magnetização neste mineral.

Tanto a anisotropia magnetocristalina quanto a anisotropia magnetoestrictiva variam com a temperatura (**Figura 1.3**). A anisotropia magnetocristalina varia com a potência de 10 da variação da magnetização:

$$\frac{K_1(T)}{K_1(0)} = \left[ \frac{M_s(T)}{M_s(0)} \right]^{10} \quad (1.17)$$



### 1.3. ENERGIA MAGNETOSTÁTICA

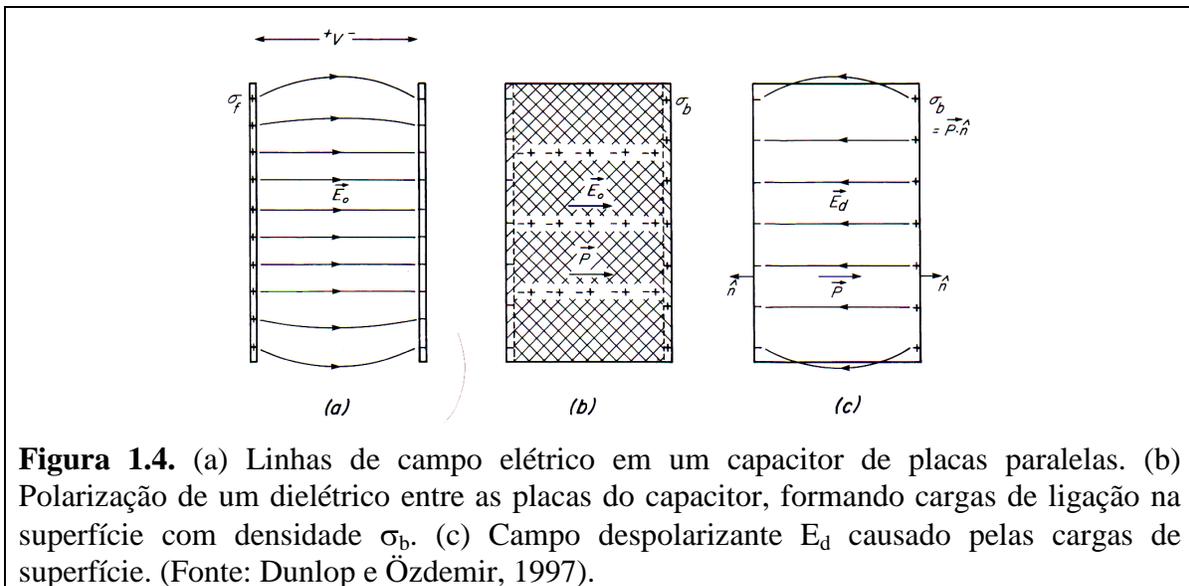
Não fossem outros fatores a ser considerado, o acoplamento de troca faria com que os materiais ferromagnéticos se magnetizassem até a saturação ao longo dos eixos fáceis magnetocristalinos ou magnetoelásticos, dificultado somente pela agitação térmica. Tais grãos de domínio simples (SD) de fato existem, mas na maioria dos materiais eles são bem pequenos, frequentemente, menores do que  $1 \mu\text{m}$ , no caso de grãos de magnetita.

O que ocorre realmente, é que grãos maiores se subdividem espontaneamente em dois ou mais domínios com magnetização uniforme ( $M_s$ ) em cada um deles, porém com direções diferentes. Isto ocorre devido a um efeito de interação dipolo-dipolo, de longo alcance, entre momentos magnéticos, que produz uma energia magnetostática ou desmagnetizante a qual eventualmente supera a energia magnetocristalina.

#### 1.3.1. CAMPO DESMAGNETIZANTE

##### 1.3.1.1. CAPACITOR DE PLACAS PARALELAS: O ANÁLOGO ELETROSTÁTICO

Para entendermos a origem da energia desmagnetizante, vamos recordar o efeito que ocorre em um dielétrico colocado no interior de um capacitor com densidade de cargas  $\pm\sigma_f$  produzida pela diferença de potencial  $V$  entre as placas do capacitor (**Figura 1.4a**). Dielétrico é um material isolante que pode ser um plástico ou óleo mineral. A diferença de potencial produzirá um campo elétrico  $\vec{E}_o$  entre as placas do capacitor com sentido na direção da placa com cargas negativas (**Figura 1.4a**). Uma carga de prova positiva colocada no interior do capacitor se deslocará no sentido do campo elétrico.



**Figura 1.4.** (a) Linhas de campo elétrico em um capacitor de placas paralelas. (b) Polarização de um dielétrico entre as placas do capacitor, formando cargas de ligação na superfície com densidade  $\sigma_b$ . (c) Campo despolarizante  $E_d$  causado pelas cargas de superfície. (Fonte: Dunlop e Özdemir, 1997).

Como os elétrons estão presos à rede cristalina do dielétrico, o efeito do campo elétrico  $\mathbf{E}_0$  será o de deslocar as cargas positivas nos átomos para a direita e as cargas negativas nos átomos para a esquerda. Embora este deslocamento seja pequeno, ele cria momentos de dipolo na escala atômica, todos alinhados com o campo elétrico  $\mathbf{E}_0$ . Este efeito é conhecido como polarização elétrica, a qual é definida como momento de dipolo por unidade de volume. A polarização elétrica é representada pela letra  $\mathbf{P}$  e tem o mesmo sentido de  $\mathbf{E}_0$ . No total, o dielétrico é neutro, mas há duas faixas com espessura na escala atômica nas superfícies da esquerda e da direita do dielétrico que são carregadas eletricamente com cargas negativas e positivas, respectivamente (**Figura 1.4b**). Elas são denominadas de cargas de ligação por não estarem livres, como é o caso dos elétrons de condução. Defini-se uma densidade de cargas ( $\sigma_b$ ) em cada superfície do dielétrico como sendo:

$$\sigma_b = \mathbf{P} \cdot \hat{\mathbf{n}} \quad (1.18)$$

Onde  $\hat{\mathbf{n}}$  é o vetor unitário normal à superfície (**Figura 1.4c**).

As cargas de superfície vão gerar um campo elétrico  $\mathbf{E}_d$ , sendo que cada linha de campo começa na superfície de cargas positivas e termina na superfície de cargas negativas (**Figura 1.4c**). Como o campo elétrico  $\mathbf{E}_d$  é oposto à polarização  $\mathbf{P}$ , ele atua no sentido de reduzir a polarização produzida pelo campo elétrico  $\mathbf{E}_0$ , isto é, ele cancela parcialmente o campo  $\mathbf{E}_0$  que criou a polarização  $\mathbf{P}$ . Neste sentido,  $\mathbf{E}_d$  é chamado de **campo despolarizante**.

### 1.3.1.2. MATERIAL FERROMAGNÉTICO

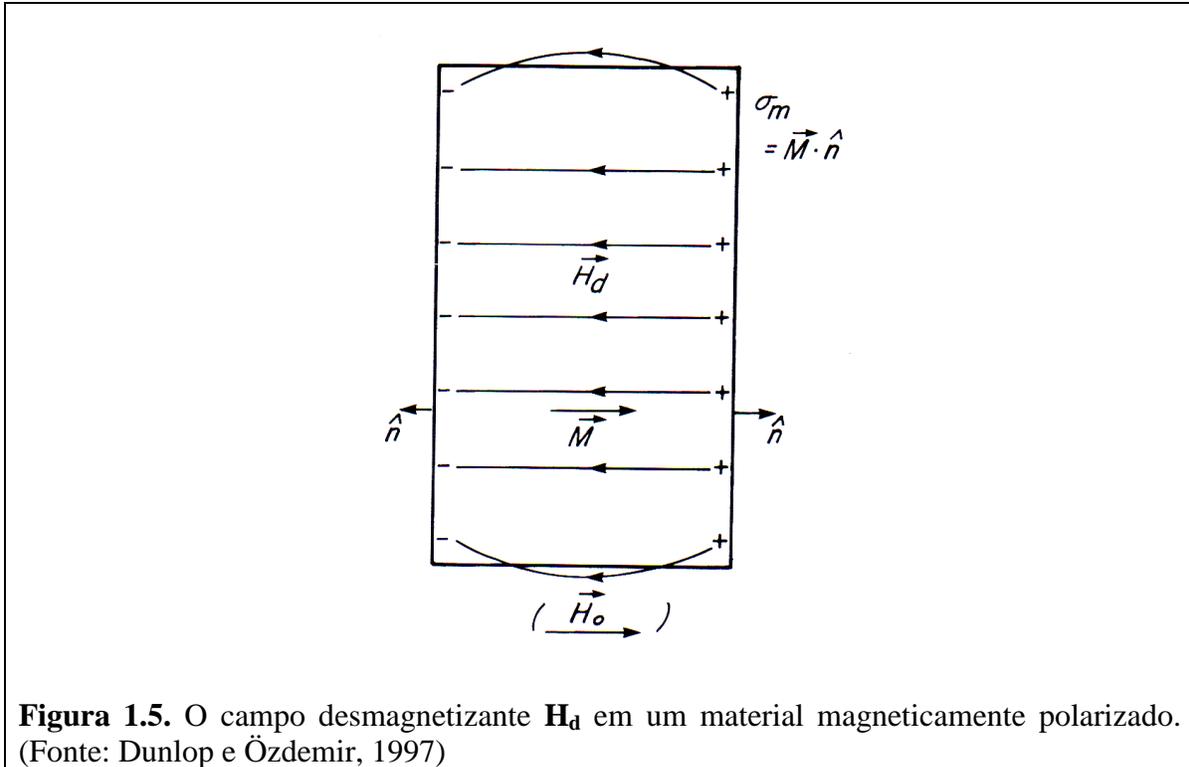
Vamos ver agora o que ocorre em um material ferromagnético, como o mostrado na **Figura 1.5**, no qual é aplicado um campo magnético  $\mathbf{H}_0$  e uma magnetização  $\mathbf{M}$  está associada ao material. Do mesmo modo que para o dielétrico, no caso do material magnetizado, ocorre uma polarização magnética, a qual gera um campo desmagnetizante  $\mathbf{H}_d$ . Entretanto, por causa do forte acoplamento de troca, este efeito é muito maior no material ferromagnético. Outra diferença é que para a maioria dos dielétricos um campo elétrico é necessário para induzir a polarização  $\mathbf{P}$ , enquanto que no material ferromagnético podemos ter uma magnetização sem campo magnético aplicado. No caso da aplicação de um campo  $\mathbf{H}_0$ , a magnetização total ( $\mathbf{M}$ ) é composta pela magnetização induzida pelo campo  $\mathbf{H}_0$  e a magnetização remanente ( $\mathbf{M}_r$ ). Note que, macroscopicamente, estas magnetizações podem estar associadas a grãos magnéticos diferentes se o campo  $\mathbf{H}_0$  não for muito intenso (como o campo da Terra, por exemplo). Podemos escrever:

$$\mathbf{M} = \chi \mathbf{H}_0 + \mathbf{M}_r \quad (1.19)$$

Onde  $\chi$  é a suscetibilidade magnética. A polarização magnética produzirá cargas (pólos) magnéticas positivas e negativas nas faces direita e esquerda do material, respectivamente (**Figura 1.5**). Estas cargas podem ser identificadas por uma densidade de cargas  $\sigma_m$ , definida por:

$$\sigma_m = \mathbf{M} \cdot \hat{\mathbf{n}} \quad (1.20)$$

Onde  $\hat{\mathbf{n}}$  é o vetor unitário normal à superfície (**Figura 1.5**).



**Figura 1.5.** O campo desmagnetizante  $\mathbf{H}_d$  em um material magneticamente polarizado. (Fonte: Dunlop e Özdemir, 1997)

As cargas magnéticas vão produzir um campo desmagnetizante  $\mathbf{H}_d$ , cujas linhas começam nas cargas positivas e terminam nas cargas negativas. Note que o campo desmagnetizante é antiparalelo à magnetização  $\mathbf{M}$ , isto é, o campo desmagnetizante age no sentido de desmagnetizar o material. Em decorrência deste campo, um pólo magnético positivo fictício, dentro do material, se deslocará ao longo da direção do campo  $\mathbf{H}_d$ . Um dipolo magnético com momento  $\mathbf{m}$  sofrerá uma rotação até ficar paralelo ao campo  $\mathbf{H}_d$  sendo que, o pólo positivo do dipolo fica mais perto do lado esquerdo (cargas negativas) e o pólo negativo do dipolo fica mais perto do lado direito do material (cargas positivas). O momento  $\mathbf{m}$  do dipolo se orientará com  $\mathbf{H}_d$  tal como um ímã. Podemos associar ao dipolo um torque ( $\tau$ ) e uma energia potencial magnética ( $E_m$ ):

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{m} \times \mathbf{B} \quad (1.21)$$

$$E_m = -\mathbf{m} \cdot \mathbf{B} \quad (1.22)$$

O campo interno ( $\mathbf{H}_i$ ) total será igual a:

$$\mathbf{H}_i = \mathbf{H}_0 + \mathbf{H}_d = \mathbf{H}_0 - N \cdot \mathbf{M} \quad (1.23)$$

Onde  $\mathbf{H}_d = -N \cdot \mathbf{M}$ ;  $N$  é denominado de fator desmagnetizante e pode ser representado por um tensor. No interior do prisma representado na **Figura 1.5**, em que as linhas do campo  $\mathbf{H}_d$  não se espalham,  $\mathbf{H}_d$  é constante e exatamente antiparalelo a  $\mathbf{M}$ . Neste caso,  $N$  passa a ser uma constante. Sendo  $\mathbf{m}$  o momento magnético do material,  $V$  o seu volume e  $\mathbf{M}$  a sua magnetização, então  $\mathbf{m} = V \cdot \mathbf{M}$ . Assim, a energia potencial magnética ( $E_m$ ) associada pode ser expressa utilizando-se as equações (1.22) e (1.23), como sendo:

$$E_m = -\mu_0 V M H_0 + \frac{1}{2} \mu_0 V M N M \quad \text{ou}$$

$$E_m = -\mu_0 V M H_0 + \frac{1}{2} \mu_0 V N M^2 \quad (1.24)$$

O primeiro termo do lado direito da equação (1.24) é denominado de **Energia de Zeeman** ou **Energia de campo magnético** ( $E_H$ ). O segundo termo é denominado de **Energia magnetostática** ou **Energia desmagnetizante** ( $E_d$ ). O fator  $\frac{1}{2}$  na determinação de  $E_d$  decorre do fato que esta energia está relacionada a uma interação dipolo-dipolo e nesta interação, cada dipolo interage com o dipolo anterior e também com o posterior. Assim, ele é contado duas vezes.

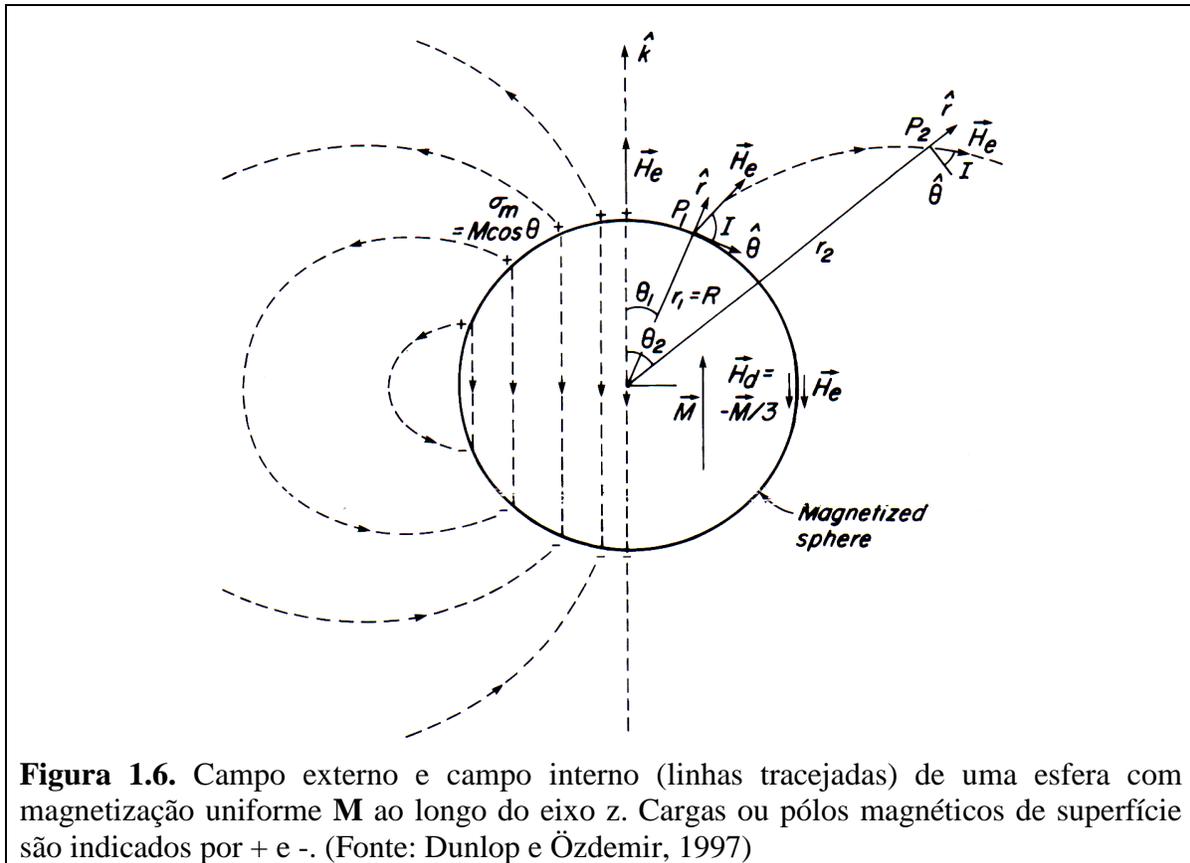
### 1.3.1.3. ESFERA UNIFORMEMENTE MAGNETIZADA

A **Figura 1.6** mostra uma esfera de raio  $R$  e magnetização  $\mathbf{M}$  ao longo do eixo  $z$ . A densidade de cargas em sua superfície é  $\sigma_m = \mathbf{M} \cdot \hat{\mathbf{n}}$ , isto é,

$$\sigma_m = M \cos(\theta) \quad (1.25)$$

Os pólos magnéticos estão concentrados nas superfícies de cima e de baixo da esfera. Não há pólos magnéticos ao longo do equador da esfera, onde  $\mathbf{M}$  é tangencial a superfície ( $\theta = 90^\circ$  na equação (1.25)). Para calcular o campo desmagnetizante ( $\mathbf{H}_d$ ) usamos um princípio da teoria de potencial elementar. Quando calculamos o campo gravitacional externo a uma esfera de densidade uniforme, admitimos que toda a sua massa está concentrada em seu centro. Do mesmo modo, podemos supor que o campo magnético externo ( $\mathbf{H}_e$ ) a uma esfera uniformemente polarizada é o mesmo de um dipolo situado no

centro da esfera e com momento de dipolo  $\mathbf{m} = V \mathbf{M}$ . Admitindo que o campo magnético apresente continuidade através de qualquer ponto da superfície da esfera, podemos igualar o campo  $\mathbf{H}_d$  e  $\mathbf{H}_e$  na sua superfície (Figura 1.6).



**Figura 1.6.** Campo externo e campo interno (linhas tracejadas) de uma esfera com magnetização uniforme  $\mathbf{M}$  ao longo do eixo  $z$ . Cargas ou pólos magnéticos de superfície são indicados por + e -. (Fonte: Dunlop e Özdemir, 1997)

O campo ( $\mathbf{H}$ ) de um dipolo com seu eixo ao longo do eixo  $z$  é representado pela expressão:

$$\mathbf{H} = \frac{\mathbf{B}}{\mu_0} = \frac{m}{4\pi r^3} (2 \cos(\theta)\hat{\mathbf{r}} + \sin(\theta)\tilde{\boldsymbol{\theta}}) \quad (1.26)$$

$\hat{\mathbf{r}}$  e  $\tilde{\boldsymbol{\theta}}$  são os vetores unitários radial e tangencial, respectivamente.

No equador da esfera:

$$H_d = - N M \quad (1.27)$$

e o campo externo para  $r = R$  será:

$$H_e = \frac{V M}{4\pi R^3} (2 \cos(90^\circ)\hat{\mathbf{r}} + \sin(90^\circ)\tilde{\boldsymbol{\theta}}) = \frac{4\pi}{3} \frac{R^3 M}{4\pi R^3} \tilde{\boldsymbol{\theta}}$$

$$H_e = -\frac{M}{3} \quad (1.28)$$

O sinal negativo vem do fato de  $\mathbf{H}_e$  estar orientado no sentido contrário ao eixo z. Igualando (1.27) e (1.28), teremos:

$$H_d = H_e \rightarrow -NM = -\frac{M}{3} \rightarrow N = \frac{1}{3} \quad (1.29)$$

O valor de  $N = 1/3$  foi calculado para o sistema SI. No c.g.s.,  $N = \frac{4\pi}{3}$ .

No pólo da esfera, ao longo do eixo z,  $r = R$  e  $\theta = 0$ . O campo magnético interno ( $B_i$ ) pode ser expresso por:

$$B_i = \mu_0 (H_d + M) = \mu_0 (-NM + M)$$

$$B_i = \mu_0 (1 - N) M \quad (1.30)$$

O campo externo  $B_e$  pode ser determinado pela equação (1.26):

$$B_e = \frac{\mu_0 V M}{4\pi R^3} (2 \cos(0^\circ) \hat{\mathbf{r}} + \sin(0^\circ) \tilde{\boldsymbol{\theta}}) = 2 \mu_0 \frac{\frac{4\pi}{3} R^3 M}{4\pi R^3} \hat{\mathbf{r}}$$

$$B_e = \frac{2}{3} \mu_0 M \quad (1.31)$$

Igualando as equações (1.30) e (1.31), teremos:

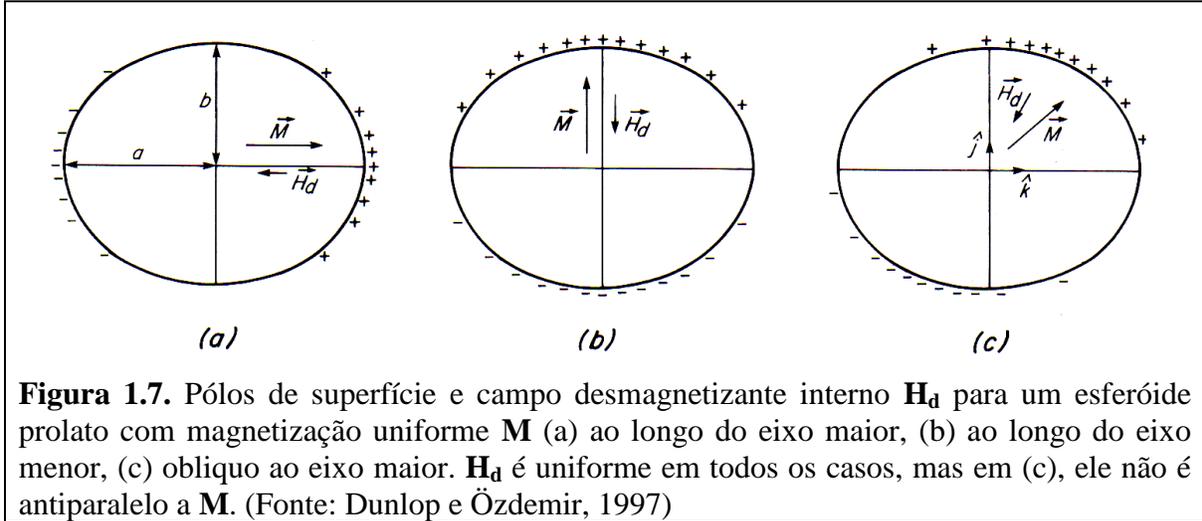
$$B_i = B_e \rightarrow \mu_0 (1 - N) M = \frac{2}{3} \mu_0 M \rightarrow N = \frac{1}{3} \quad (1.32)$$

Pode-se mostrar que  $H_d = -\frac{1}{3} M$  (SI) em qualquer ponto da superfície e do interior de uma esfera de domínio simples. Logo,  $N = \frac{1}{3}$  (SI) em qualquer ponto. No c.g.s. basta multiplicar 1/3 pelo fator  $4\pi$ .

#### 1.3.1.4. ESFERÓIDE UNIFORMEMENTE MAGNETIZADO E ANISOTROPIA DE FORMA

A **Figura 1.7** ilustra os pólos de superfície e os campos desmagnetizantes para esferóides prolatos (elipsóide de revolução) uniformemente magnetizados. Em (a) o esferóide é magnetizado ao longo do semi-eixo maior a. Os pólos de superfície estão mais

afastados quando comparados aos da esfera de volume correspondente. Por analogia com a eletrostática, campos decrescem com a distância, isto é, com  $1/r^2$ , portanto, o campo  $\mathbf{H}_d$  que surge destes pólos é menor do que no caso da esfera. Assim,  $N_a < 1/3$ . Por outro lado, em (b) onde o esferóide é magnetizado paralelo ao semi-eixo menor  $b$ , os pólos de superfície estão mais próximos e, neste caso,  $N_b > 1/3$ . O campo  $\mathbf{H}_d$  também é maior quando comparado com o da esfera.



**Figura 1.7.** Pólos de superfície e campo desmagnetizante interno  $\mathbf{H}_d$  para um esferóide prolato com magnetização uniforme  $\mathbf{M}$  (a) ao longo do eixo maior, (b) ao longo do eixo menor, (c) oblíquo ao eixo maior.  $\mathbf{H}_d$  é uniforme em todos os casos, mas em (c), ele não é antiparalelo a  $\mathbf{M}$ . (Fonte: Dunlop e Özdemir, 1997)

Na **Figura 1.7c**,  $\mathbf{M}$  está a um ângulo  $\theta$  em relação ao eixo  $z$  ( $\hat{\mathbf{k}}$ ).  $\mathbf{H}_d$  é ainda uniforme, entretanto, não é mais antiparalelo a  $\mathbf{M}$ . Podemos escrever:

$$\mathbf{M} = M \sin(\theta) \hat{\mathbf{j}} + M \cos(\theta) \hat{\mathbf{k}} \quad (1.33)$$

Do mesmo modo, podemos escrever o campo  $\mathbf{H}_d$  como:

$$\mathbf{H}_d = -N_b M \sin(\theta) \hat{\mathbf{j}} - N_a M \cos(\theta) \hat{\mathbf{k}} \quad (1.34)$$

Podemos calcular a energia desmagnetizante ( $E_d$ ):

$$E_d = \frac{1}{2} \mu_0 V \mathbf{M} \cdot \mathbf{H}_d \quad (1.35)$$

Deste modo:

$$E_d(\theta) = \frac{1}{2} \mu_0 V (M \sin(\theta) \hat{\mathbf{j}} + M \cos(\theta) \hat{\mathbf{k}}) \cdot (-N_b M \sin(\theta) \hat{\mathbf{j}} - N_a M \cos(\theta) \hat{\mathbf{k}})$$

$$E_d(\theta) = \frac{1}{2} \mu_0 V M^2 (N_b \sin^2 \theta + N_a \cos^2 \theta)$$

$$E_d(\theta) = \frac{1}{2} \mu_0 V M^2 [N_a + (N_b - N_a) \sin^2 \theta] \quad (1.36)$$

Para um elipsóide com fatores desmagnetizantes  $N_x$ ,  $N_y$  e  $N_z$ , é válida a seguinte relação:

$$N_x + N_y + N_z = 1 \text{ (SI)} \quad (1.37)$$

A equação (1.36) mostra que a energia desmagnetizante é anisotrópica, não com relação aos eixos cristalográficos, mas com relação à forma externa do cristal, a qual determina a separação dos pólos de superfície para diferentes orientações de  $\mathbf{M}$ . A anisotropia é uniaxial para um esferóide prolato, com o eixo fácil de magnetização sendo paralelo ao eixo maior, isto é, para  $\theta = 0^\circ$  ou  $\theta = 180^\circ$ . Este efeito é chamado de **anisotropia de forma**. Ela normalmente mascara as anisotropias magnetocristalina e magnetoelástica nos grãos de domínio simples de minerais fortemente magnéticos, como é o caso da magnetita, maghemita e ferro puro. Para a magnetita, se  $N_a$  difere de  $N_b$  em 10%, já há um predomínio da anisotropia de forma. Os esferóides oblatos também apresentam anisotropia de forma. Entretanto, neste caso, a magnetização  $\mathbf{M}$  pode girar livremente no plano do eixo maior. Uma esfera não apresenta anisotropia de forma, pois  $N = 1/3$  para qualquer direção de  $\mathbf{M}$ .

A **Figura 1.8** mostra a variação de  $N_a$  para esferóides prolatos e a variação de  $N_b$  para esferóides oblatos em função da razão  $b/a$ . Para um esferóide prolato, teremos:

$$N_a + 2 N_b = 1 \quad (1.38)$$

Quando  $b/a$  tende a zero, isto é, o grão tem a forma de agulha,  $N_a \rightarrow 0$  e (1.38) fica:

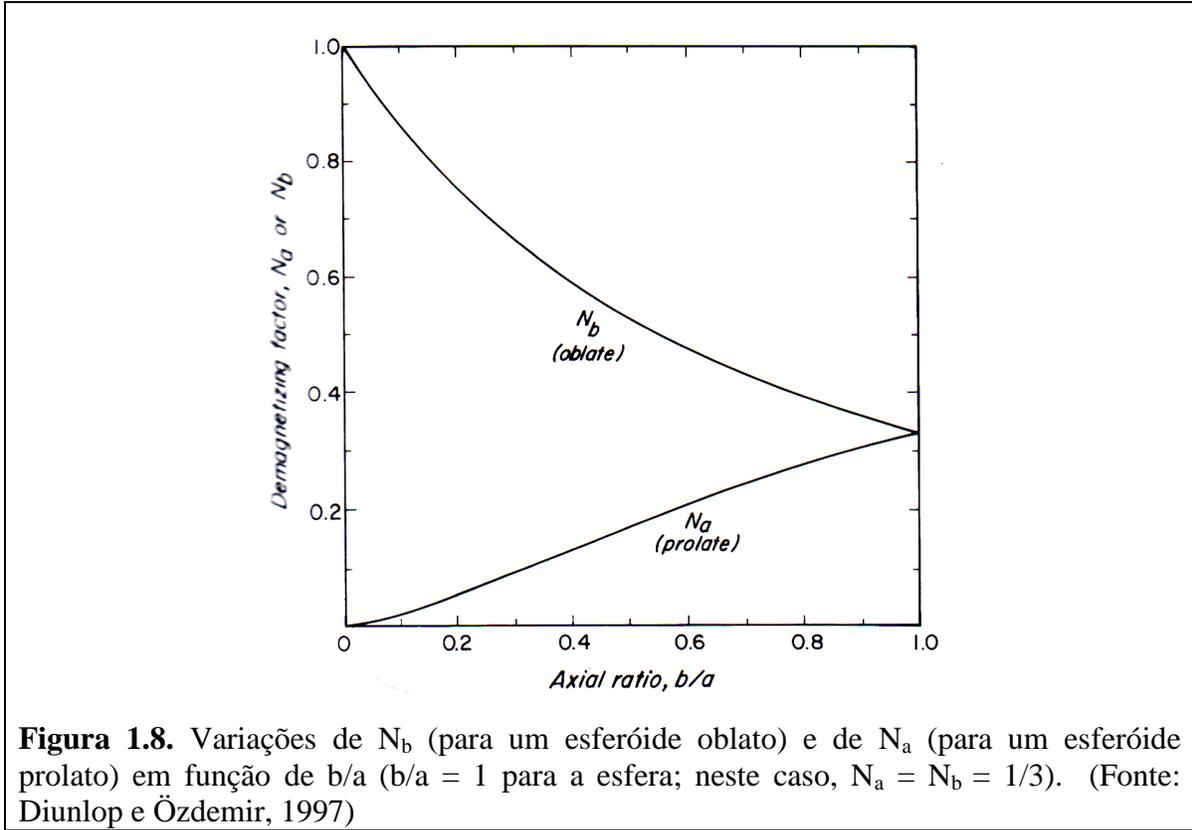
$$2N_b = 1 \rightarrow N_b = \frac{1}{2} \quad (1.39)$$

Grãos de magnetita SD na forma de agulha, em minerais silicáticos ou em titanomagnetitas oxidadas em altas temperaturas, subdivididas por lamelas de ilmenita, apresentam anisotropias de forma muito acentuadas e alta estabilidade magnética. Podemos determinar a coercividade para o caso de  $N_a = 0$ , que é representada pelo campo magnético necessário para inverter a magnetização  $\mathbf{M}$  ao longo do eixo maior para a direção oposta (a  $180^\circ$ ).

$$H_c = H_d(90^\circ) - H_d(0^\circ) = (N_b - N_a)M_s = \frac{1}{2} \times 480 \times 10^3 = 240 \frac{\text{kA}}{\text{m}} \cong 3000 \text{ Oe} \quad (1.40)$$

Para grãos oblatos em forma de disco, podemos escrever:

$$2 N_a + N_b = 1 \quad (1.41)$$



Considerando o caso limite do grão oblato, que poderia ser representado por uma placa infinita de pequena espessura,  $N_a \rightarrow 0$  e (1.41) fica sendo:

$$N_b = 1 \quad (1.42)$$

Neste caso, a magnetização  $M$  fica paralela ao plano da placa, embora não tenha preferência direcional. Também, o campo desmagnetizante ( $H_d$ ) ao longo do eixo  $b$  é ainda maior quando comparada ao do grão prolato. Outro fato se refere ao campo magnético interno ( $B_i$ ):

$$B_i = \mu_0 (H_d + M) \rightarrow B_i = \mu_0 (-N M + M) \quad (1.43)$$

Como  $N = N_b = 1$ , teremos  $B_i = 0$ , isto é, o campo se anula dentro da placa. Deste modo, o campo externo ( $H_e$ ) ao grão também é zero.

Na natureza, os grãos magnéticos não apresentam, em geral, formas esferoidais perfeitas. Entretanto, mesmo para os cristais reais,  $M$ ,  $H_d$  e  $N$  tendem a ser uniformes no seu interior. Somente nas bordas, as direções e magnitudes de  $H_d$  variam muito. Todavia, estas variações tendem na média a se anular quando o cristal é visto como um todo.

Tanto grãos microscópicos quanto corpos macroscópicos apresentam anisotropia de forma. No caso do paleomagnetismo, para evitar deflexão do vetor magnetização remanente por campos desmagnetizantes internos, ou mesmo nas medidas de anisotropia de suscetibilidade magnética (ASM), precisamos eliminar as possíveis anisotropias de forma da amostra fazendo com que ela se aproxime ao máximo de uma esfera. Para uma amostra cilíndrica (usada normalmente para as medidas paleomagnéticas) em que  $R$  representa o raio da base do cilindro e  $L$ , a sua altura, temos a seguinte relação:

$$\frac{L}{2R} = 0,9 \quad (1.44)$$

Assim, para uma amostra cilíndrica de uma polegada de diâmetro, a melhor altura  $L$  será igual:

$$L = 2 \frac{2,54}{2} \times 0,9 = 2,29 \text{ cm} \quad (1.45)$$

Texto escrito por Manoel Souza D'Agrella Filho

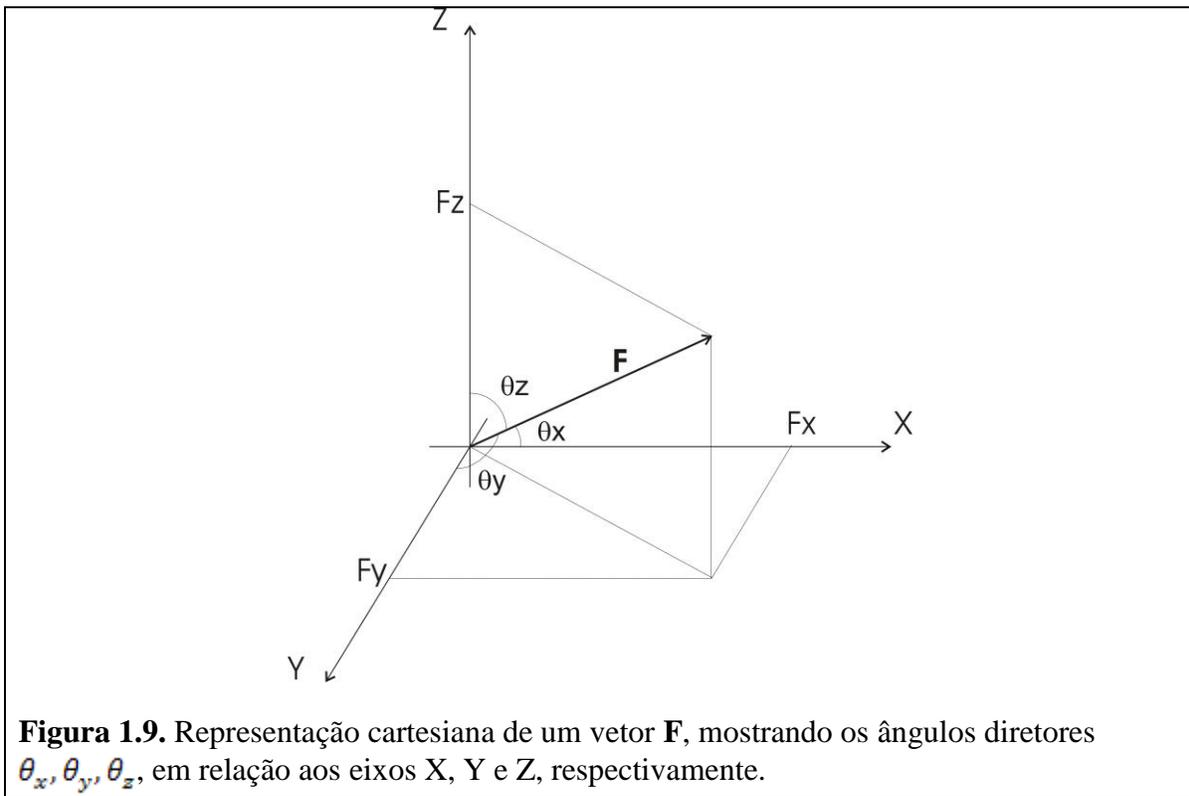
Fonte bibliográfica

1. David J. Dunlop, Özden Özdemir – Rock Magnetism, Fundamentals and Frontiers, Cambridge University Press, 1997;
2. William Lowrie – Fundamentals of Geophysics, Cambridge University Press, 1997;
3. R. B. Butler, Paleomagnetism: Magnetic Domains to Geologic Terranes., 1992.  
[http://geography.lancs.ac.uk/cemp/resources/Butler\\_book/contents.htm](http://geography.lancs.ac.uk/cemp/resources/Butler_book/contents.htm);
4. Lisa Tauxe, Lectures in Paleomagnetism, 2005.  
<http://earthref.org/MAGIC/books/Tauxe/2005/>

## APÊNDICE A

### COSENOS DIRETORES

Um vetor  $\mathbf{F}$  pode ser representado pelos cossenos dos ângulos que ele faz com os três eixos cartesianos X, Y e Z, descritos por  $\theta_x$ ,  $\theta_y$  e  $\theta_z$ , respectivamente (**Figura 1.9**). Estes ângulos são conhecidos como ângulos diretores do vetor  $\mathbf{F}$  e seus respectivos cossenos são denominados de cossenos diretores.



Assim, as componentes do vetor  $\mathbf{F}$  podem ser descritas como:

$$F_x = F \cos \theta_x$$

$$F_y = F \cos \theta_y$$

$$F_z = F \cos \theta_z$$

Os cossenos diretores podem ser calculados pelas seguintes expressões:

$$\cos \theta_x = \frac{x}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}}; \quad (1.46)$$

$$\cos \theta_y = \frac{y}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}}; \quad (1.47)$$

$$\cos \theta_z = \frac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{\frac{1}{2}}}; \quad (1.48)$$

De modo que:

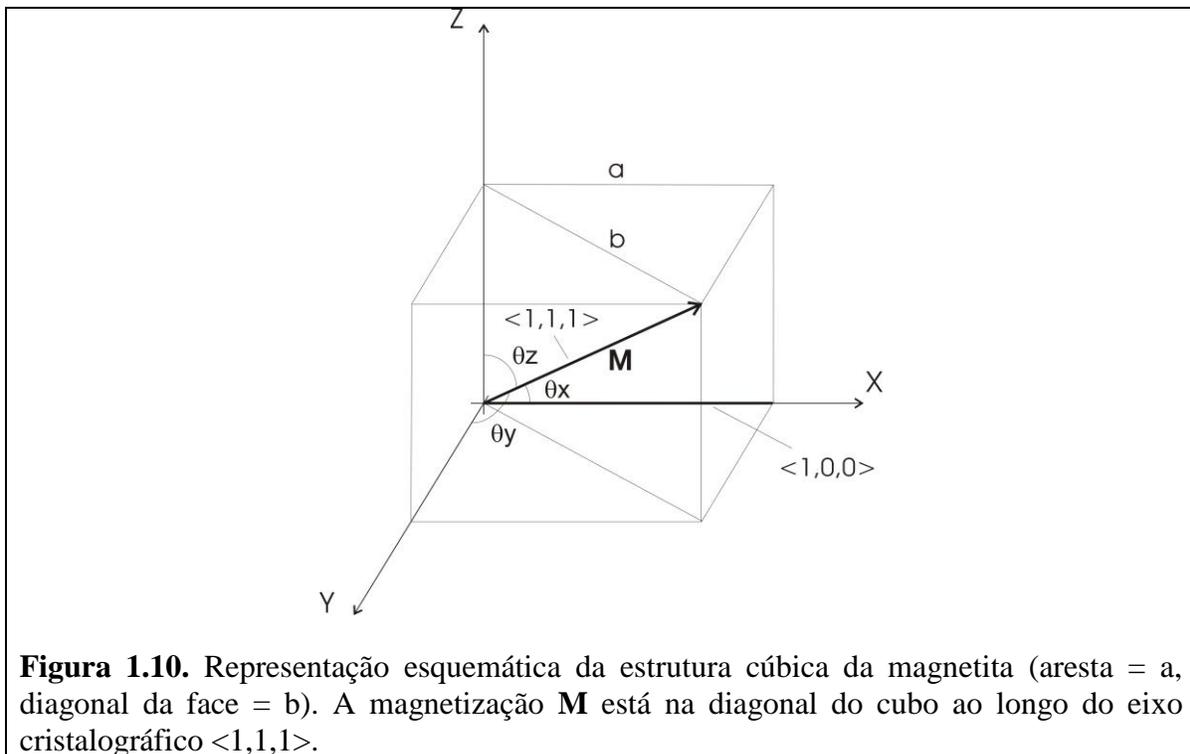
$$\cos^2(\theta_x) + \cos^2(\theta_y) + \cos^2(\theta_z) = 1 \quad (1.49)$$

Se o vetor  $\mathbf{F}$  estiver, por exemplo, ao longo do eixo X, então:

$$\cos \theta_x = 1 \quad e \quad \cos \theta_y = \cos \theta_z = 0 \quad (1.50)$$

Isto é o que ocorre se a magnetização  $\mathbf{M}$  na estrutura cúbica da magnetita estiver ao longo do eixo cristalográfico  $\langle 1,0,0 \rangle$ , isto é, ao longo do eixo difícil (**Figura 1.10**). Note, entretanto, que se a magnetização  $\mathbf{M}$  estiver ao longo da diagonal do cubo (eixo cristalográfico  $\langle 1,1,1 \rangle$ ), isto é, ao longo do eixo fácil, teremos:

$$\cos \theta_x = \cos \theta_y = \cos \theta_z = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (1.51)$$



**Figura 1.10.** Representação esquemática da estrutura cúbica da magnetita (aresta = a, diagonal da face = b). A magnetização  $\mathbf{M}$  está na diagonal do cubo ao longo do eixo cristalográfico  $\langle 1,1,1 \rangle$ .

Podemos deduzir (1.51) facilmente. Se  $a$  é o lado do cubo, então a diagonal da face (b) será:

$$b = a\sqrt{2} \quad (1.52)$$

Da **Figura 1.10**, podemos escrever a magnitude da magnetização  $\mathbf{M}$  como:

$$M = (b^2 + a^2)^{\frac{1}{2}} \quad (1.53)$$

Usando (1.52), a equação (1.53) fica:

$$M = (2a^2 + a^2)^{\frac{1}{2}} = (3a^2)^{\frac{1}{2}} = a\sqrt{3} \quad (1.54)$$

Para  $\mathbf{M}$  ao longo da diagonal do cubo,  $\cos\theta_x = \cos\theta_y = \cos\theta_z$  e:

$$\cos\theta_x = \frac{a}{M} = \frac{a}{a\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} \quad (1.55)$$

Logo,

$$\cos\theta_x = \cos\theta_y = \cos\theta_z = \frac{1}{\sqrt{3}}$$

c.q.d.