



**IAG-USP - DEPARTAMENTO DE ASTRONOMIA
ADMISSÃO NA PÓS-GRADUAÇÃO**

EXAME ESCRITO – Maio de 2006

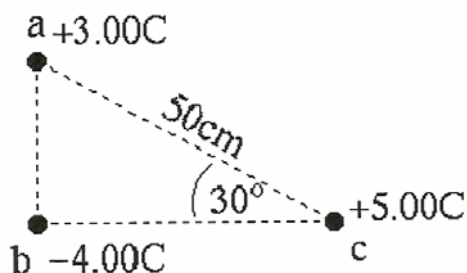
Nome

Instruções ao candidato:

- A prova é individual, sem consulta. É permitido o uso de calculadora.
- A duração da prova é de 4 horas.
- Consulte a tabela ao final deste texto para o valor das constantes físicas e algumas fórmulas eventualmente necessárias.
- O valor de cada uma das **8 questões** abaixo está indicado entre parêntesis.

1. Um cachorro latindo emite cerca de 1mW de potência. Considerando-se que essa potência está uniformemente distribuída sobre uma superfície hemisférica, qual será a intensidade do nível sonoro em dB a uma distância de 5m ? Qual seria essa intensidade se cinco cachorros estivessem latindo ao mesmo tempo, todos com a mesma potência de 1mW ? Considere o limiar de audição para a escala de dB como sendo $I_0 = 10^{-12}\text{ W/m}^2$. **(1 ponto)**

2. Calcule a força exercida sobre a carga puntual 'a' pelas duas outras cargas puntuais, dispostas como na figura. **(1 ponto)**



3. O tempo médio de vida dos múons estacionários é de 2,2 microsegundos, enquanto o tempo médio de vida dos múons de alta velocidade produzidos por raios cósmicos é de 16 microsegundos no referencial da Terra. Determine a velocidade desses múons em relação à Terra. **(1 ponto)**

4. a) de quantas maneiras 8 pessoas podem ser distribuídas em torno de uma mesa com lugares marcados?; b) de quantas maneiras 8 crianças podem ser distribuídas numa roda para dançar?; c) de quantas maneiras 8 pérolas diferentes podem ser colocadas numa pulseira? **(2 pontos)**

5. Considere uma partícula de massa m que se move livremente no eixo x desde $x = -a/2$ até $x = a/2$. É estritamente proibido encontrar a partícula fora dessa região. Portanto, aproxime as paredes como impenetráveis, para qualquer energia da partícula (não ocorre tunelamento). Não há forças atuando sobre a partícula. Considere o problema em uma dimensão e suponha que a função de onda dessa partícula é dada por:

$$\Psi(x,t) = A \cos(\pi x/a) e^{-i2\pi E t/h} \quad -a/2 < x < a/2$$

$$\Psi(x,t) = 0 \quad x \leq -a/2; \quad x \geq a/2;$$

onde A é uma constante real arbitrária e E é a energia da partícula.

Mostre que a função Ψ é solução da equação de Schrödinger na região $-a/2 < x < a/2$ e determine o valor de E para o nível mais baixo de energia considerando a energia potencial $V=0$. **(2 pontos)**

6. Mostrar que num campo de força central, o momento angular é conservado. Sob quais condições o momento linear e o momento angular de uma partícula em movimento são constantes simultaneamente? Obter o potencial do campo gerado por cada uma das seguintes forças:

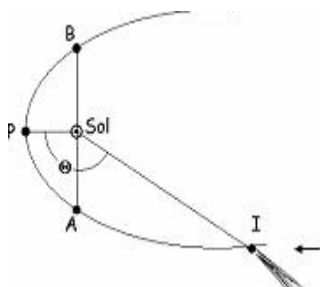
- a) $\mathbf{F} = \mathbf{g}$ (vetor-constante); b) $\mathbf{F} = c\mathbf{r}$ (c constante); c) $F = -\mu r/r^2$;
d) $\mathbf{F} = -\mu r/r^n$ (μ constante). **(2 pontos)**

7. A eficiência de uma máquina térmica M operando entre as temperaturas T_1 e T_2 ($T_1 > T_2$) é η' . Mostre que a relação abaixo para essa máquina viola a segunda lei da termodinâmica:

$$\eta' > (\Delta T) / T_1, \text{ sendo } (\Delta T) = T_1 - T_2 \text{ **(3 pontos)**}$$

8. Um corpo de pequenas dimensões gravita ao redor do Sol nos limites do Sistema Solar. Quando ele passa perto de Júpiter, sua trajetória é perturbada e assume uma forma parabólica. Ao aproximar-se do Sol, transforma-se num cometa. a) calcular a velocidade v_0 do asteróide que descreve no ponto I uma órbita circular, a uma distância de 2 anos luz do Sol; b) calcular a velocidade do cometa em A, a uma distância de 2 unidades astronômicas (UA), e no periélio, a uma distância de 1 UA; c) escrever a equação $r(\theta)$ do movimento parabólico.

(3 pontos)



CONSTANTES FÍSICAS E ASTRONÔMICAS

Ano-luz	a. l. = $9,46 \times 10^{12}$ km
Constante da gravitação universal	$G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$
Massa do Sol	$M = 1,99 \times 10^{33}$ g
Permissividade	$\epsilon_0 = 8,854 \times 10^{-12} \text{ C}^2 / \text{N} \cdot \text{m}^2$
Unidade Astronômica	UA = 1.496×10^8 km
Velocidade da luz	$c = 3 \times 10^8 \text{ m} / \text{s}$