



IAG-USP - DEPARTAMENTO DE ASTRONOMIA
ADMISSÃO NA PÓS-GRADUAÇÃO

EXAME ESCRITO - Novembro de 2008

Nome

Instruções ao candidato:

- A prova é individual, sem consulta. É permitido o uso de calculadora.
- A prova **não poderá** ser feita a lápis. Escreva seu nome **em cada folha** da prova.
- Use papel A4, mas deixe margens de pelo menos 2,5cm nos quatro lados de cada folha. Use somente um lado da folha e numere-as.
- O valor de cada uma das **8 questões** abaixo está indicado entre parêntesis. Todas as questões são obrigatórias.

1) As partículas de matéria obedecem às estatísticas de Fermi-Dirac ou de Bose-Einstein. a) Explique qual é a diferença entre essas estatísticas; b) Qual é a propriedade das partículas que define a que estatística elas obedecem; c) Qual é o limite destas estatísticas no caso de altas temperaturas? (1 ponto).

2) A Terra tem um raio médio de 6400km e gira em torno de seu eixo em aproximadamente 24h. Além disso, tem um movimento de translação em torno do Sol a uma distância de 150 milhões de km, com um período de um ano. O Sol por sua vez, gira em torno do centro da Galáxia com uma velocidade de cerca de 200km/s, estando distante do centro de 8kpc. Qual desses movimentos tem maior velocidade angular? (1 ponto).

3) Pode-se mostrar que $C_p - C_v = VT \frac{\alpha^2}{\kappa}$, onde α e κ são respectivamente, o coeficiente de expansão volumétrica e a compressibilidade isotérmica do gás. Mostre que, para um gás ideal, $C_p - C_v = R$ por mole. (1 ponto)

4) Um elétron tem energia total igual a 5 vezes sua energia de repouso. Qual o seu momento (em unidades de MeV/c) e qual sua velocidade (em unidades de c)? (2 pontos).

5) Um carro desloca-se sobre uma estrada plana com uma velocidade de 80km/h. Qual é a distância mínima percorrida por ele, sem derrapar, após ser freado? Considere o coeficiente de atrito entre as rodas e o piso como $\mu = 0,20$. (2 pontos)

6) Dois corpos movem-se um em torno do outro com período T em órbitas circulares, sob ação da força gravitacional. Num dado instante, o movimento é interrompido, as velocidades zeradas e os corpos liberados em seguida, recomeçam imediatamente seus movimentos. Mostrar que eles colidirão num tempo igual a $\frac{T}{4\sqrt{2}}$. (2 pontos)

7) Mostrar que, para uma partícula confinada num certo volume do espaço, vale o teorema do virial quântico: $2\langle T \rangle = n\langle V \rangle$, onde T e V são a energia cinética e potencial da partícula, respectivamente ($V \propto r^n$). (3 pontos)

Sugestão 1: considere o produto escalar $(\mathbf{r} \cdot \mathbf{p}) = \text{constante}$.

Sugestão 2: utilize F^\wedge , o operador de uma quantidade física F qualquer:

$$\langle F \rangle = \int \Psi^* F^\wedge \Psi d\xi, \text{ tal que } F^\wedge \equiv F\left(-i\hbar \frac{\partial}{\partial x}, -i\hbar \frac{\partial}{\partial y}, -i\hbar \frac{\partial}{\partial z}\right);$$

pode-se mostrar que $\frac{dF^\wedge}{dt} = \frac{\partial F^\wedge}{\partial t} + \frac{1}{i\hbar}[F^\wedge, H]$, sendo $[F^\wedge, H] = F^\wedge H - H F^\wedge$.

8) Um tubo de órgão tem freqüência fundamental de 65 Hertz. O primeiro harmônico de um tubo fechado tem a mesma freqüência do primeiro harmônico de outro, aberto.

a) Quais os comprimentos de cada tubo? b) Quais as freqüências dos harmônicos possíveis de serem emitidos pelo tubo aberto? c) E pelo tubo fechado? (3 pontos)

CONSTANTES FÍSICAS E ASTRONÔMICAS E FÓRMULAS

Aceleração da gravidade

$$g = 10 \text{ m/s}^2$$

Velocidade da luz

$$c = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

Velocidade do som

$$v_s = 340 \text{ m/s}$$

Massa do elétron

$$m_e = 9,1095 \times 10^{-31} \text{ kg}$$

Parsec

$$\text{pc} = 3.09 \times 10^{16} \text{ m}$$

$$eV = 1,60 \times 10^{-19} \text{ Joules}$$

$$\alpha \equiv \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_P; \quad \kappa \equiv - \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial P} \right)_T$$