



Universidade de São Paulo

Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas

Admissão na Pós-Graduação do Departamento de Astronomia – IAG/USP

EXAME ESCRITO – 16 de agosto de 2012

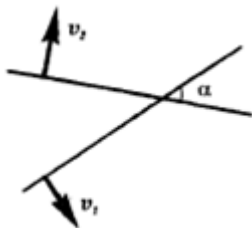
Nome:

.....

Instruções ao candidato:

- A prova é individual, sem qualquer consulta. É permitido o uso de calculadora. A duração da prova é de no máximo 4 horas. Não é permitido o uso de telefone celular.
- A prova **não poderá** ser feita a lápis. Escreva seu nome em cada folha prova e numere-as.
- Se estiver fazendo a prova fora do IAG/USP, use papel A4, mas deixe margens de pelo menos 2 cm nos quatro lados de cada folha. Use somente um lado da folha de respostas e numere-as. Solicitamos que a prova seja enviada ao IAG por fax (+55-11)-3091-2860 ou por email [rossi@astro.iag.usp.br] e as folhas originais de respostas enviadas pelo correio: A/C Sra. Marina Freitas, Departamento de Astronomia, Rua do Matão, 1226 - Cidade Universitária - 05508-090 São Paulo /SP.

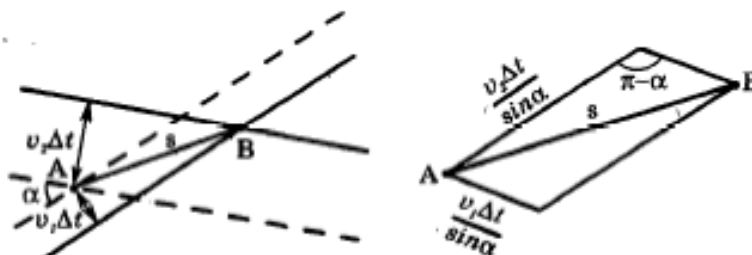
- Duas linhas, que se interceptam formando o ângulo α , se movem cada uma em direção perpendicular a si própria (ver figura), com velocidades v_1 e v_2 . Calcule a velocidade do ponto de intersecção.



Resposta:

Solução é geometria pura, como mostra figura abaixo.

$$s = \frac{\Delta t}{\sin \alpha} \sqrt{v_1^2 + v_2^2 + 2v_1 v_2 \cos \alpha}$$



2. Um astronauta de massa m se aproxima da nave espacial de massa M com ajuda de um cabo de comprimento L . Calcular o caminho percorrido pelo astronauta até a nave.

Resposta:

Precisa conhecer a lei de conservação de momento linear. Conforme essa, o centro de massa do sistema astronauta-nave tem que ficar em repouso, desde que não existe força externa. I.e., o caminho percorrido é a distancia do astronauta até baricentro do sistema,

$$l = L * M / (m+M)$$

3. No departamento de Astronomia trabalham 67 pessoas. Dessas, 47 falam inglês, 35 francês e 23 pessoas falam francês e inglês. Quantas pessoas não falam nem inglês nem francês?

Resposta:

Separamos todos em 4 conjuntos que não se intersectam: 1-quem fala só inglês, 2-quem fala só francês, 3-quem fala ambas, 4-não fala nenhum.

Quem fala só inglês? $47 - 23 = 24$

Quem fala só francês? $35 - 23 = 12$

Quem fala ambas? 23 (dado)

Quem não fala nenhuma? x

Total de pessoas: $67 = 24 + 12 + 23 + x \rightarrow x = 8$

4. Um íon hidrogenóide tem uma diferença em comprimento de onda entre as primeiras linhas da série de Balmer (transições de eletrons para ou a partir de $n=2$) e de Lyman (transições de eletrons para ou a partir de $n=1$) igual a 16,58 nm. Que íon é esse?

Resposta:

Energy difference for the transitions in the two series: $\Delta E_{11} - \Delta E_{32} = \frac{hc}{\lambda} = 1241/16.58 = 74.85 \text{ eV}$

$$13.6Z^2 \left[\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2} \right) - \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right) \right] = 74.85$$

Solving for Z, we get $Z = 3$.

The ion is Li^{++}

5. A cor azul do céu é devida à forma com a luz é espalhada em nossa atmosfera. O processo dominante é o espalhamento Rayleigh, no qual a luz é espalhada por partículas menores que seu comprimento de onda. A quantia de luz espalhada varia com o comprimento de onda segundo $\propto \lambda^{-4}$. No caso de partículas maiores que o comprimento de onda da luz, o espalhamento

Mie será o processo dominante e sua dependência com o comprimento de onda é $\propto \lambda^0$.

- Explique por que o céu é azul.
- Preveja a cor do céu em um planeta onde o espalhamento Mie é o processo dominante na atmosfera.

Resposta:

(a) The Rayleigh scattering has a strong dependency with the wavelength and photons with smaller wavelengths are much more likely to be scattered and those scattered photons are the ones that gives the apparent colour of our sky. Since blue is the dominant colour on the shorter wavelength end of the optical spectra this is the colour of our sky.

(b) In this case all photons will be scattered in the same way, regardless of its wavelength, so the sky will have a predominant white colour, which is how we perceive light from all the optical spectra with not too dissimilar intensities.

6. O carvão do fogo de um antigo acampamento indígena apresenta uma atividade devida ao ^{14}C de 3,83 desintegrações por minuto por grama de carbono da amostra. A atividade do ^{14}C na madeira das árvores vivas independe da espécie vegetal e vale 15,3 desintegrações por minuto por grama de carbono da amostra. Determine a idade do carvão.

Resposta:

$$A = 3,83 \text{ desintegrações}/(\text{min g}) \quad A_0 = 15,3 \text{ desintegrações}/(\text{min g})$$
$$\lambda = 0,693/\tau$$
$$A = A_0 e^{-\lambda t} \Rightarrow A/A_0 = e^{-\lambda t}$$

7. Um gás ideal em um cilindro é comprimido adiabaticamente a 1/3 do seu volume original. Durante o processo, 45 J de trabalho é feito pelo gás sobre o agente compressor.
- De quanto a energia do gás muda no processo?
 - Quanto calor fluiu para o gás?

Resposta :

a.

! In this case, $\Delta Q = 0$, so $\Delta U = -\Delta W = -(-45 \text{ J}) = \underline{45 \text{ J}}$;

b.

! the heat flow in the adiabatic process is zero.

8. Um fio com comprimento de 1 m e raio de 1 mm é aquecido via corrente elétrica para produzir 1 kW de potência radiante. Considerando o fio como um corpo negro perfeito e ignorando qualquer outro efeito, calcule a temperatura do fio.

Resposta:

4.61 Electric power = power radiated

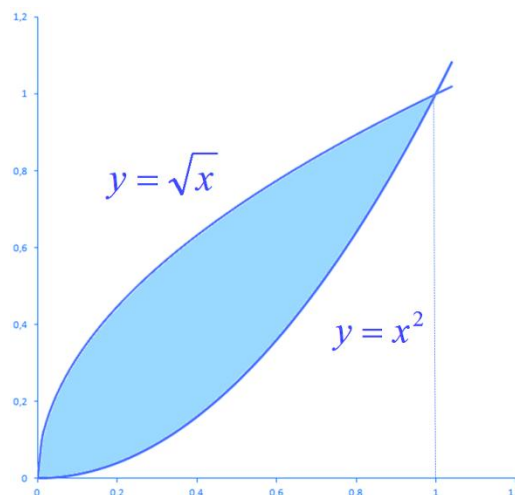
$$W = \sigma T^4 A$$

$$A = 2\pi r l = 2\pi \times 10^{-3} \times 1.0 = 6.283 \times 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$T = \left[\frac{W}{\sigma A} \right]^{1/4} = \left[\frac{1,000}{5.67 \times 10^{-8} \times 6.283 \times 10^{-3}} \right]^{1/4} = 1,294 \text{ K}$$

9. Determinar a área da região delimitada por $y = x^2$ e $y = x^{1/2}$ e pelos pontos onde as funções se interceptam.

Resposta



Limites da região de integração:

$$x^2 = x \rightarrow x = 0 \text{ ou } x = 1$$

A área da região:

$$\begin{aligned} A &= \int_0^1 (x - x^2) dx \\ &= \left[\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}x^3 \right]_0^1 \\ &= \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \\ &= \frac{1}{6} \end{aligned}$$

10. Se for assumido que pode ser encontrada uma trajetória circular em torno da Terra na qual o campo magnético terrestre é horizontal e constante valendo 0,50 G, responda:

- Quão rápido um próton deve ser lançado para que circunde a terra?
Em que direção?
- Porque que esta solução está errada?

Resposta:

a) A força centrípeta $(mv^2)/r$ é balanceada pela força $evBH$. Logo

$$v = eBhrm = 1.6 \times 10^{-19} \times 10^{-56.4} \times 10^{61.69} \times 10^{-27} = 3.1 \times 10^{10} \text{ m/s}$$

O próton deve ser lançado para o oeste, uma vez que o campo aponta para o norte.

b) A velocidade do próton não pode exceder a velocidade da luz. Evidentemente, a equação relativista do movimento deveria ter sido empregada.

Dados Adicionais:

$$c = 2.99792458 \times 10^8 \text{ m/s}$$

$$h = 6.626068 \times 10^{-34} \text{ m}^2 \text{ kg} / \text{s}$$

$$hc = 1240 \text{ eV/nm}$$

$$e = 1.60217646 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$m_p = 1.66 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\text{carga do próton} = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$$

$$\text{massa do próton} = 1.69 \times 10^{-27} \text{ kg}$$

$$\text{raio da Terra} = 6400 \text{ km}$$

$$1 \text{ G} = 10^{-4} \text{ T}$$

$$\text{Para átomo ou íon hidrogenóide, a energia no } n\text{-ésimo nível é: } E_n = 13.6 Z^2 n^{-2} \text{ eV}$$
