Universidade de São Paulo

Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas

Departamento de Astronomia

Estudo dos Núcleos Ativos de Galáxias em escalas de parsecs utilizando técnicas de Interferometria de Longa Linha de Base

Juliana Cristina Motter

Orientadora: Prof^a. Dr^a. Zulema Abraham

São Paulo

2012

Estudo dos Núcleos Ativos de Galáxias em escalas de parsecs utilizando técnicas de Interferometria de Longa Linha de Base

Dissertação apresentada ao Departamento de Astronomia do Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas da Universidade de São Paulo como requisito parcial para obtenção do título de Mestre em Ciências.

Área de Concentração: Astronomia

Orientador(a): Prof(a). Dr(a). Zulema Abraham

São Paulo

2012

Agradecimentos

À Deus.

À Prof. Zulema Abraham.

Aos meus pais Agostinho Motter e Sônia Motter.

À minha irmã Francine Aline Motter.

Ao meu gordinho Tiago Ricci.

Ao meu sogrinho Douglas Ricci e sogrinha Nadir Ricci.

Aos amigos.

À FAPESP (processo n. 2010/14681-1) e Capes pelo apoio financeiro.

Índice

Lista	de Símbolos	6		
Resu	mo	9		
Abstr	act	10		
1. I	ntrodução - Núcleos Ativos de galáxias	11		
1.1.	AGNs	11		
1.2.	QSOs	12		
1.3.	Jatos extragaláticos	13		
1.3.1.	Movimentos superluminais	14		
1.3.2.	Aberração relativística	19		
1.3.3.	Trajetórias curvas e velocidades variáveis das componentes			
1.3.4.	Modelo de precessão de Jatos Relativísticos			
1.3.5.	Modelos alternativos à precessão			
1.3.5.	1. Modelos Helicoidais			
1.4.	Linhas gerais deste trabalho			
2. I	nterferometria de Longa Linha de Base (VLBI)			
2.1.	Aspectos históricos			
2.2.	Interferometria de Longa Linha de Base			
2.3.	Princípios de interferometria			
2.3.1.	Mapeamento de fontes extensas e construção das imagens			
3. E	Base de Dados e Metodologia			
3.1.	Base de dados	43		
3.2.	Observações			
3.3.	Redução de Dados e Construção das Imagens (MOJAVE V – Lister et al. (2009)) 45			
3.4. Parân	Métodos de Identificação das Componentes dos Jatos e de Determinação netros	o de seus 45		
3.4.1.	Método tradicional	46		
3.4.2.	Método Cross-entropy (CE)	47		
3.4.2.	1. Como o método funciona	48		
3.4.2.	2. A função de desempenho	51		
3.4.2.	3. Estimativa dos parâmetros do modelo e de suas incertezas	52		

4.	Quasar 3C 279	53		
5.	Resultados e Discussões			
5.1.	Ajuste dos parâmetros e do número de componentes do jato			
5.2.	Cálculo das distâncias e fluxos das componentes			
5.3.	Ajustes cinemáticos	80		
5.4.	Comparação com os dados de Lister et al. (2009)			
5.5.	Comparação com dados de 10.7, 22 e 43 GHz			
Conclusões				
Referências Bibliográficas				
APÊNDICE A 115				
APÊNDICE B 123				
APÍ	APÊNDICE C 149			

Lista de Símbolos

Símbolo	Significado
S_{ν}	Densidade de fluxo medida no referencial do observador
S' _{v'}	Densidade de fluxo medida no referencial comóvel da fonte
α	Índice spectral
ν	Frequência da radiação no referencial do observador
u'	Frequência da radiação no referencial comóvel da fonte
μ	Movimento próprio
$\beta_{app} = \beta_{obs}$	Velocidade aparente das componentes do jato em unidades de c
С	Velocidade da luz no vácuo
Ζ	Redshift
D_L	Distância de luminosidade
H_0	Constant de Hubble
h	$H_0/100$
Ω_M	Parâmetro de densidade da matéria
Ω_{Λ}	Parâmetro de densidade da constant cosmológica
Ω_k	Parâmetro de densidade da curvatura do universo
Ω_γ	Parâmetro de densidade da radiação
ϕ	Ângulo entre o jato e a linha de visada
γ	Fator de Lorentz
$\delta(\gamma,\phi)$	Fator Doppler
I_{ν}	Intensidade específica no referencial do observador
Ι'ν,	Intensidade específica no referencial comóvel da fonte
j_{ν}	Coeficiente de emissão no referencial do observador
j' _{v'}	Coeficiente de emissão no referencial comóvel da fonte
Ξ	Razão entre a densidade de fluxo do jato e contra-jato
r	Distância component-núcleo
Ω	Ângulo de abertura do cone de precessão
ω	Velocidade angular
η	Ângulo de posição no plano do céu das componentes do jato
ϕ_0	Ângulo entre o eixo de precessão e a linha de visada

Símbolo	Significado
	Ângulo entre a projeção do eixo do cone de precessão e a direção
${\eta}_0$	norte
t	Tempo medido no referencial do observador
t'	Tempo medido no referencial comóvel da fonte
Pobs	Período de precessão no referencial do observador
P_s	Período de precessão no referencial comóvel da fonte
Θ	Resolução angular
$ec{b}$	Vetor linha de base
b	Comprimento da linha de base
ŝ	Direção de apontamento dos radiotelescópios
θ	Ângulo entre \hat{s} e \vec{b}
$ au_g$	Atraso geometric
$ au_0$	Atraso instrumental
τ	Atraso total
$R(\tau)$	Saída do correlacionador em função do atraso
$R(\nu)$	Saída do correlacionador em função da frequência do sinal
V	Sinais recebidos pelos radiotelescópios
Т	Tempo de integração
$\Delta \nu$	Largura de banda
$ u_0$	Frequência central de observação
θ	Função de visibilidade complexa
ξ'	Fase observada
ξ	Fase real do sinal
$I(\hat{s})$	Distribuição de brilho da fonte
$G(\hat{s})$	Ganho dos radiotelescópios
I(1 m)	Distribuição de brilho da fonte em função das coordenadas
1(1,111)	espaciais
$ heta_{ij}, heta_{jk}, heta_{ik}$	Perturbações sofridas pelas fases em cada linha de base
arphi	Perturbação em cada radiotelescópio
C_{ijk}	Relação de fechamento de fases
S(u,v)	Função de amostragem da visibilidade

Símbolo	Significado
I'_D	Mapa sujo
В	Feixe ou point spread function do experimento interferométrico
N_x , N_y	Número de pixeis na imagem nos eixos x e y
N_p	Número de parâmetros do modelo
$p_1 \dots p_N$	Parâmetros do modelo
σ	Desvio padrão dos parâmetros
X *	Conjunto de parâmetros
X	Conjunto de modelos
$S(\mathbf{x})$	Função de desempenho
k	Número da iteração
G_{ij}	Matriz de números aleatórios
N _{elite}	Conjunto de melhores modelos
Е	Parâmetro de suavização
\mathcal{E}_d	Parâmetro de suavização dinâmico
R_m	Imagem residual quadrática
I_m	Imagem real
M_m	Imagem modelo
t_0	Época de ejeção das componentes
а	Semi-eixo maior de uma elipse
е	excentricidade
$ heta_0$	Ângulo de posição (inclinação) da gaussiana
I_0	Intensidade no centro da gaussiana em Jy/beam
F	Fluxo em Jy
N _s	Número de componentes
σ_{feixe}	Semi-eixo maior do feixe

Resumo

O objetivo deste trabalho é o estudo da estrutura e evolução dos Núcleos Ativos de Galáxias (AGN's) em escalas de parsecs. Neste trabalho será analisada a emissão do quasar 3C 279 em ondas de rádio, obtida através de observações de Interferometria de Longa Linha de Base (VLBI) de domínio público. O avanço das técnicas de VLBI proporcionou a descoberta de jatos emitidos pelas regiões centrais dos AGN's constituídos por componentes discretas e que se afastam do núcleo com velocidades aparentemente superluminais. A existência destas velocidades superluminais é facilmente explicada se as estruturas se propagam num jato relativístico que forma um ângulo pequeno com a linha de visada. A curvatura dos jatos e as diferentes velocidades para as distintas componentes levantou a hipótese de que os jatos poderiam estar precessionando (Abraham & Carrara, 1998). Cada componente seria ejetada numa direção diferente e seguiria uma trajetória balística. A existência de trajetórias balísticas foi contestada por vários autores que encontram acelerações e mudanças na direção do movimento das componentes individuais dos jatos. No entanto, essas medidas dependem da identificação correta das componentes ao longo de sucessivas épocas de observação. Existem vários procedimentos para identificar as componentes, geralmente aproximadas por gaussianas bidimensionais. Estes procedimentos podem ser subjetivos, dependendo das condições iniciais e muitas vezes só permitem o ajuste de um número limitado de componentes. Recentemente, Caproni, Monteiro & Abraham (2009) utilizaram o método Cross-entropy (CE) para ajustar os parâmetros destas componentes. Esse método permite o ajuste de um número ilimitado de componentes e a determinação de seus parâmetros não depende de condições iniciais. Neste trabalho analisamos as imagens do quasar 3C 279 obtidas em 15 GHz pelo VLBA (Very Long Baseline Array) entre 28/07/1995 e 16/05/1999. Usamos o método CE para identificar e caracterizar as distintas componentes ao longo das épocas de observação. Identificamos seis componentes (J1, J2, J3, J4, J5 e J6) além do núcleo estacionário. As componentes se distanciam do núcleo com velocidades entre $0.150 < \mu < 0.249$ msa/ano. A componente J4 deixa de ser encontrada em nossos ajustes a partir de março de 1998, e a componente J6 aparece misturada à componente nuclear até 1997.3. Encontramos razoável concordância entre nossos resultados e os apresentados por Lister et al. (2009), exceto para algumas medidas de fluxo. As velocidades e épocas de ejeção encontradas para as componentes são bem explicadas pelas previsões do modelo de precessão de Abraham & Carrara (1998). Identificamos, também, três de nossas componentes (J3, J4 e J6) nos dados em 22 e 43 GHz de Wehrle et al. (2000).

Abstract

The purpose of this work is to study the structure and evolution of Active Galactic Nuclei (AGN's) in scales of parsecs. In this work we will analyze the radio emission of the quasar 3C 279 obtained through Very Long Baseline Interferometry (VLBI) observations of public domain. The progress of VLBI techniques allowed the discovery of jets emitted by the central regions of AGN's that are composed by discrete components that move with apparently superluminal velocities. These superluminal velocities are easily explained if the structures move in a relativistic jet that makes a small angle to the line of sight. The jets curvatures and the different velocities for the distinct components raised the hypothesis that the jets might be precessing (Abraham & Carrara, 1998). Each component would be ejected in a different direction and would follow a ballistic trajectory. The existence of such trajectories has been contested by many authors that found accelerations and changes in the trajectories directions of the different components. However, these measurements depend on how faithful the components identification is done along successive epochs of observation. There are many procedures to identify the components that are, in general, taken as two-dimensional gaussians. These procedures may be subjective according to the initial conditions and sometimes they permit the fitting of a limited number of components. Recently, Caproni, Monteiro & Abraham (2009) adopted the method Cross-entropy (CE) to fit the components parameters. This method allows to fit an unlimited number of components and the determination of their parameters doesn't depend on initial conditions. In this work we analyze the images of the quasar 3C 279 obtained in 15 GHz by the VLBA (Very Long Baseline Array) between 1995/07/28 and 1999/05/16. We applied the method CE to identify and characterize the different components along the epochs of observation. We identified six components (J1, J2, J3, J4, J5 and J6) in addition to the stationary core. The components move from the core with velocities between $0.150 < \mu < 0.249$ mas/yr. The component J4 is no longer found in our fittings from March 1998 on, and the component J6 appears mixed to the core until 1997.3. We found reasonable agreement between our results and those presented by Lister et al. (2009), except for some flux measurements. The velocities and the ejection times of the components are well explained by what is expected from the precession model of Abraham & Carrara (1998). We also identified three components of ours (J3, J4 and J6) in the 22 and 43 GHz data from Wehrle et al. (2000).

1. Introdução - Núcleos Ativos de galáxias

Neste capítulo faremos uma introdução das características gerais dos AGNs, em especial os quasares e jatos que fazem parte de sua estrutura. Apresentaremos a explicação dos efeitos observacionais relacionados com movimentos superluminais e aberração relativística. Mostraremos também exemplos de jatos curvos projetados no plano do céu, e velocidades variáveis em suas componentes superluminais. Nesse contexto alguns modelos que tentam explicar esses fenômenos serão apresentados.

1.1. AGNs

Os núcleos ativos de galáxias caracterizam-se pela presença de fortes linhas de emissão (largas e/ou estreitas) em seus espectros excitadas por mecanismos que não têm relação direta com a população estelar de suas galáxias hospedeiras. Esses núcleos podem apresentar alta luminosidade, se comparada com os núcleos das galáxias ditas 'normais', e o forte brilho do núcleo ativo pode em alguns casos dificultar a observação da galáxia hospedeira. Desde as primeiras observações desses tipos de objetos uma vasta fauna de AGNs foi identificada e classificada de acordo com propriedades observacionais (que dependem da orientação da galáxia com relação à linha de visada) e intrínsicas (características espectrais, luminosidade). Os AGNs podem ser divididos em duas subclasses principais: as galáxias do tipo Seyfert (AGN de baixa luminosidade encontrado em galáxias espirais e cujo brilho nuclear é comparável ao brilho devido às estrelas) e os *quasi-stellar objects* (QSOs) (em que a fonte nuclear é mais brilhante que as estrelas e que são comumente encontrados em galáxias elípticas). Para mais detalhes, ver, por exemplo, Peterson (1997).

As propriedades dos núcleos ativos são explicadas pela presença de um 'motor central' que é responsável pelos fenômenos energéticos observados. O paradigma atual é que esse 'motor central' é constituído por um disco de acresção quente em torno de um buraco negro supermassivo. Energia é gerada pela queda gravitacional de matéria, que é aquecida a altas temperaturas no disco. Este cenário foi primeiramente sugerido por Salpeter (1964). Blandford and Znajek (1977) defendem a presença de três ingredientes principais para a eficiência na transformação de energia gravitacional conforme esse cenário: momento angular, campo magnético e um buraco negro massivo.

Estruturalmente, o modelo atual para descrever os AGNs consiste além da

presença do sistema buraco negro – disco de acresção, de regiões de linhas largas e estreitas (*broad line region* (BLR) e *narrow line region* (NLR)). A BLR é rodeada por um toróide constituído por gás e poeira que pode ocultar sua presença dependendo do ângulo de inclinação do toróide com relação a linha de visada, nessa região são encontradas linhas permitidas e semi-proibidas; a NLR é externa ao toróide e nela, além das linhas permitidas e semi-proibidas, são encontradas linhas proibidas. Em ambas as regiões são observadas as linhas da série de Balmer para o hidrogênio. Em alguns AGNs é observada ainda a presença de componentes extensas formadas por jatos e lóbulos de emissão em rádio e também em raios-X localizados de forma aproximadamente simétrica em ambos os lados do AGN. Os jatos parecem se originar na região próxima ao buraco negro através de algum processo que envolveria a extração de energia a partir da rotação do buraco negro (Blandford & Znajek, 1977) ou do disco de acresção (Blandford & Payne, 1982).

1.2. QSOs

Os QSOs (*quasi – stellar objects*) constituem a subclasse mais luminosa dos AGNs; são chamados de *quasi-estelares* porque quando foram descobertos no primeiro levantamento em rádio do céu, na década de 50, pensava-se que eles eram objetos galáticos. Esses objetos apresentavam linhas largas de emissão que até então não tinham sido identificadas. Porém Schmidt (1963), estudando o quasar 3C 273, descobriu que essas linhas espectrais eram da série de Balmer deslocadas para o vermelho. O *redshift* de 0.158 encontrado para 3C 273 indicava que esses objetos eram extragaláticos e que a aparência estelar devia-se simplesmente ao fato de que eram muito luminosos e estavam muito distantes.

Os QSOs apresentam ampla distribuição espectral de energia (desde rádio até raios-gama), excesso de emissão no ultravioleta e fluxo variável em diversas bandas (tanto no contínuo quanto nas linhas largas). Essa variabilidade ocorre na escala de meses ou dias.

A distribuição espectral de energia desses objetos é claramente não-térmica e em baixas frequências tem a forma de lei de potência ($S_{\nu} \propto \nu^{-\alpha}$), que é característica da radiação síncrotron, produzida por elétrons relativísticos espiralando em torno de linhas de campo magnético. Esse mecanismo domina a geração de energia na faixa de rádio e se estende provavelmente até o ultravioleta. Nem todos os QSOs são fortes emissores em rádio, de acordo com sua emissão nessa faixa do espectro eles são divididos em dois tipos de objetos: os *radio-loud* ou quasares (*quasi-stellar radio sources*) (com intensa emissão em rádio) e os *radio-quiet* que possuem emissão em rádio bem menor do que em outras bandas do espectro e são muito mais comuns do que os *radio-loud*. Quasares são também fortes emissores de raios-X e raios gama. A origem da emissão em altas frequências é devida ao processo de espalhamento Compton inverso (CI), no qual elétrons relativísticos interagem com fótons de baixas energias, esses fótons após a interação são transformados em raios-X ou raios gama. Quando os fótons que participam do mecanismo CI são resultado da emissão síncrotron temos o processo chamado de *Synchrotron Self Compton* (SSC), do contrário o processo é chamado de CE (Compton externo).

Estruturalmente os quasares são descritos em termos de duas componentes chamadas de 'extensa' e 'compacta'. A componente extensa é geralmente dupla, se prolonga em escalas de megaparsecs e é composta por lóbulos de emissão em rádio localizados de forma aproximadamente simétrica em ambos os lados do centro da galáxia. A posição do quasar óptico é frequentemente coincidente com a fonte rádio compacta não resolvida espacialmente na escala de segundos de arco. A região compacta é composta também por um jato em escalas de parsecs e kiloparsecs. Os jatos além de emitirem na faixa do rádio e raios-X, podem também ser observados no óptico, como é o caso da rádio galáxia M87 e também do quasar 3C 273. Nos casos em que o jato aponta numa direção muito próxima a da linha de visada, o núcleo ativo é chamado de *blazar*.

1.3. Jatos extragaláticos

Um jato é um fluxo colimado de fluido, gás ou plasma (Meier et. al. 2001). O primeiro jato foi descoberto em 1918 na galáxia elíptica M87, no aglomerado de Virgo. Porém, a natureza dessas estruturas só passou a ser compreendida a partir da década de 60 com o avanço das técnicas de interferometria em radioastronomia. Tipicamente o jato transporta energia e momento linear e se estiver rotacionando na direção de seu movimento, também pode transportar momento angular.

No nosso contexto, os jatos de quasares aparentam transportar energia e partículas da fonte compacta para as regiões extensas (lóbulos). A estrutura básica observada de um jato extragalático consiste de um núcleo estacionário brilhante e

opticamente espesso na faixa de rádio em uma extremidade e uma série de 'nós' (componentes discretas em escalas de parsecs) que se estendem em direção à fonte extensa. As componentes tendem a ficar mais difusas à medida que se distanciam do núcleo uma vez que a intensidade do campo magnético e as energias das partículas relativísticas decrescem ao longo do jato (Bridle & Perley 1984). O núcleo é a região mais compacta do jato e parece ser o local de transição entre a região de emissão opticamente espessa e fina. Por isso Marscher (2008) assume que o núcleo estacionário é parte do jato numa região onde a profundidade óptica é da ordem da unidade, ou numa região de choque estacionária. Para Bell & Comeau (2009) o fato de o núcleo ser estacionário e de que algumas fontes que apresentam núcleo não possuem um jato ativo dá indícios de que ele está mais associado com o objeto compacto central ('motorcentral') do que com o próprio jato. Usando dados de fluxo de componentes individuais de 3C 279, eles verificaram que a injeção de novas componentes na base do jato é responsável por apenas 15% do fluxo observado no núcleo para as épocas de ejeção, e que, portanto, 85% do fluxo da componente nuclear deve estar associado ao disco de acresção em torno do buraco negro central, portanto, o núcleo estacionário não faria parte do jato. Entender a natureza do núcleo estacionário é importante para compreender a origem de sua radiação e determinar como o plasma é energizado, acelerado a velocidades relativísticas e colimado em um jato estreito. O entendimento dessas questões é bastante explorado na área das simulações magnetohidrodinâmicas.

Em 1979, Blandford e Königl apresentaram o que viria a ser o paradigma atual do modelo de jato relativístico. Neste modelo, o jato é constituído por um plasma de elétrons relativísticos e prótons, o AGN é alimentado por um buraco negro central e um disco de acresção na base do fluxo relativístico. De acordo com esse modelo as partículas relativísticas responsáveis pela emissão síncrotron originada nos 'nós' observados nas imagens de VLBI, que se movem às vezes com velocidades aparentemente superluminais, devem ser aceleradas localmente dentro do jato por meio de ondas de choque.

1.3.1. Movimentos superluminais

Com o estudo observacional dos jatos em escalas de parsecs, auxiliado pela alta resolução proporcionada pela interferometria de longa linha de base, tornou-se possível acompanhar a evolução dessas estruturas discretas e traçar os movimentos dos 'nós'.

Essas observações além de mostrarem que os fluxos de AGNs são altamente colimados, revelaram os movimentos aparentemente superluminais de suas componentes. O movimento superluminal foi inicialmente proposto por Rees (1966) e as primeiras evidências observacionais do fenômeno foram publicadas por Gubbay et al. (1969) para o quasar 3C 273. Eles realizaram observações trans-Pacíficas usando duas estações, uma na Austrália e outra na Califórnia, em 2.3 GHz (13 cm). A partir dos dados de intensidade total de 3C 273 eles perceberam que o decréscimo em fluxo em 2.3 GHz refletia a expansão de uma de suas componentes. Com as medidas de amplitudes das franjas de interferência eles puderam estimar o tamanho angular dessa componente e relacionar sua expansão com um outburst ocorrido em 1966, para explicar esse outburst a componente deveria ter velocidade de expansão superior a da luz. O movimento superluminal foi de fato observado pela primeira vez por Cohen et al. (1971) e Whitney et al. (1971) no quasar 3C 279. A figura 1.1 mostra os dados de Whitney et al. (1971) obtidos com o interferômetro Goldstone-Haystack em 7.85 GHz. A figura mostra a amplitude da função de correlação das franjas de interferência dos dados de 1970 e 1971. A posição dos mínimos de amplitude depende das características do interferômetro e das posições das componentes no plano do céu, e muda de 1970 para 1971. Com isso, e considerando um modelo simétrico de duas componentes para descrever a distribuição de brilho de 3C 279, é possível estimar a velocidade de separação das componentes.

Desde as primeiras observações do movimento aparentemente superluminal, mesmo Rees tendo apresentado um modelo para explicá-lo em 1966, outras explicações também foram cogitadas, como problemas na distribuição de brilho adotada para o jato, problemas nas medidas de *redshift* e na determinação da constante de Hubble, ou até mesmo que esses objetos poderiam realmente estar se movendo com velocidades maiores que a da luz, nesse caso eles representariam movimento real de matéria taquiônica (Whitney et al., 1971), embora os autores alertassem que essa última possibilidade não deveria ser levada a sério.



Figura 1.1 Dados de amplitude das franjas das observações de 3C 279 com o interferômetro Goldstone-Haystack em 7.85 MHz. Whitney et al. (1971).

Atualmente o progresso das técnicas de interferometria permite que o monitoramento de jatos extragaláticos seja conduzido com mais precisão devido ao poder de resolução proporcionado pelo aumento do número de radiotelescópios. Como exemplo a figura 1.2 mostra um conjunto de imagens obtidas do jato de 3C 279 com o VLBA (*Very Long Baseline Array*) em 22 GHz.

O monitoramento das componentes dos jatos é feito pela medida de seus movimentos próprios. A velocidade transversal aparente está relacionada com o movimento próprio μ das componentes do jato pela equação

$$\beta_{obs} = \frac{D_L}{(1+z)} \frac{\mu}{c} \tag{1.1}$$

onde z é o *redshift*, e D_L é a distância de luminosidade dada por (Carrol, Press & Turner 1992)

$$D_L = \frac{c(1+z)}{H_0} E(\Omega_M, \Omega_\Lambda, z)$$
(1.2)

$$E(\Omega_{M}, \Omega_{\gamma}, \Omega_{\Lambda}, \Omega_{k}, z) = \int_{0}^{z} \frac{dz}{(\Omega_{M}(1+z)^{3} + \Omega_{\gamma}(1+z)^{4} + \Omega_{\Lambda} + \Omega_{k}(1+z)^{2})^{1/2}}$$
(1.3)

onde os diferentes Ω se referem aos parâmetros de densidade dos constituintes do universo: matéria, radiação, energia escura e curvatura, respectivamente.



Figura 1.2 Imagem obtida com o VLBA e outros telescópios em 22 GHz. A imagem mostra o movimento 'superluminal' do quasar 3C 279 em cinco imagens ao longo de 7 anos. Créditos: NRAO/AUI.

Para entendermos o movimento superluminal, consideremos a figura 1.3. Suponhamos que um elemento emita um fóton no ponto A no instante t'_1 , o observador em D detecta a luz no instante t_1 ($t_1 = t'_1 + (DC + v\Delta t_e \cos \phi)/c$) após a luz ter viajado a distância AD. Esse elemento está em movimento com velocidade ($v = \beta c$) na direção ϕ , e ao chegar em B após um intervalo de tempo Δt_e , outro fóton é emitido no instante t'_2 ($t'_2 = t'_1 + \Delta t_e$). O observador mede a luz emitida em B no instante t_2 ($t_2 = t'_2 + DC/c$) ($DC \sim DB$). O intervalo de tempo medido entre as observações é $\Delta t = t_2 - t_1 = \Delta t_e (1 - \beta \cos \phi)$. A distância percorrida entre A e B, projetada no plano do céu é $\Delta x = \beta c \Delta t_e \sin \phi$. Finalmente, a velocidade transversal inferida pelo observador

$$\beta_{obs} = \frac{v_T}{c} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \cdot \frac{1}{c}, \quad \beta_{app} = \beta_{obs} = \frac{\beta \sin \phi}{1 - \beta \cos \phi}$$
(1.4)

onde ϕ é o ângulo entre o jato e a linha de visada. O valor de β_{app} pode exceder a unidade dependendo da orientação do jato. Este é o motivo pelo qual se observam componentes que aparentemente se movem a velocidades superiores à da luz devido simplesmente a um efeito de projeção. Esse efeito é maximizado para jatos que estejam orientados em direção muito próxima da linha de visada.



Figura 1.3 Geometria do movimento superluminal.

A velocidade transversal tem um valor máximo em $v_m \sim \gamma c$, que ocorre para o ângulo $\phi = \operatorname{sen}^{-1}(1/\gamma)$, onde $\gamma = (1 - \beta^2)^{-1/2}$ é o fator de Lorentz. O fator Doppler associado ao movimento do elemento é dado por

$$\delta(\gamma, \phi) = \gamma^{-1} (1 - \beta \cos \phi)^{-1} \tag{1.5}$$

A dependência da velocidade transversal observada como função do fator de Lorentz e do ângulo ϕ pode ser vista na figura 1.4.



Figura 1.4 Velocidade transversal aparente como função do fator de Lorentz e inclinação do jato com relação a linha de visada. A linha pontilhada corresponde a velocidade transversal aparente igual a 1. Figura de Urry & Padovani 1995.

1.3.2. Aberração relativística

A aberração relativística, também chamada de "favoritismo Doppler", é outro efeito interessante resultante do movimento do jato em relação ao observador. Nessa situação a amplificação da densidade de fluxo de um jato quase alinhado com a linha de visada faz com que as fontes superluminais sejam mais brilhantes que se sua radiação fosse isotrópica. O 'favoritismo Doppler' ou *'Doppler beaming'* é também comumente usado para explicar o motivo pelo qual a maioria dos jatos observados é unilateral, embora algumas fontes observadas apresentem jatos em duas direções (jato e contrajato). A explicação usual é de que o efeito de *'Doppler beaming'* favorece fortemente a detecção do lado do jato que se aproxima do observador em relação ao lado que se

afasta (contra-jato).

Para entender esse fenômeno, considere novamente a figura 1.3. Imagine que a fonte emite um período de radiação enquanto se move com velocidade v do ponto A ao B. Se a frequência da radiação no referencial da fonte é ν' , então o tempo decorrido para a fonte ir de A à B no referencial do observador é dado pelo efeito de dilatação do tempo:

$$\Delta t_e = \frac{1}{\nu} \gamma \,. \tag{1.6}$$

Considerando o intervalo de tempo medido $\Delta t'$ entre a chegada da radiação a partir dos pontos A e B, a frequência observada ν será

$$\nu = \frac{1}{\Delta t'} = \frac{\nu'}{\gamma(1 - \beta \cos \phi)} = \delta(\gamma, \phi)\nu'.$$
(1.7)

A consequência desse resultado é que para uma fonte em movimento, o observador detecta uma radiação de maior frequência.

O efeito da aberração relativística foi discutido por Blandford & Königl (1979). A quantidade I_{ν}/ν^3 é uma invariante de Lorentz e se transforma como $I_{\nu} = \delta(\gamma, \phi)^3 I'_{\nu'}$. Portanto, para uma fonte opticamente fina ou espessa e simetricamente esférica em movimento, a densidade de fluxo deve se transformar da mesma forma $S_{\nu} = \delta(\gamma, \phi)^3 S'_{\nu'}$, já que ela é proporcional a intensidade específica I_{ν} . Uma fonte não esférica, um jato, por exemplo, pode ser considerada como um conjunto de componentes não resolvidas, então o fluxo observado é obtido integrando-se:

$$S(v) = \int I(v)d\Omega = \int j_v d\Omega \, ds = \int j_v dV, \qquad (1.8)$$

onde j_{ν} é o coeficiente de emissão, $d\Omega$ é um elemento de ângulo sólido (área), ds é um elemento diferencial de distância dentro do meio emissor e dV é um elemento de volume . A quantidade j_{ν}/ν^2 é uma invariante de Lorentz, então a emissividade se transforma como $j_{\nu} = \delta(\gamma, \phi)^2 j'_{\nu \prime}$, e que substituída na equação 1.8 mostra que nesse caso a densidade de fluxo se transforma como $S_{\nu} = \delta(\gamma, \phi)^2 S'_{\nu \prime}$. Em termos gerais se $S'_{\nu \prime} \propto (\nu')^{-\alpha}$, então $S'_{\nu \prime} \propto \nu^{-\alpha} \delta^{\alpha}$, e se $S_{\nu} = \delta(\gamma, \phi)^p S'_{\nu \prime}$ então $S_{\nu} \propto \delta(\gamma, \phi)^p \nu^{-\alpha} \delta^{\alpha}$. Portanto, escreve-se:

$$S(\nu) = S'(\nu)\delta(\gamma,\phi)^{p+\alpha}, \qquad (1.9)$$

onde α é o índice espectral que reflete a lei de potência do espectro síncrotron, p = 2 para o fluxo contínuo do jato, e p = 3 para as componentes discretas (Blandford & Königl, 1979).

Se a fonte está se afastando do observador, o fator Doppler se torna $\delta = \gamma^{-1}(1 + \beta \cos \phi)^{-1}$, nesse caso, a radiação não é amplificada. Para os jatos, a razão entre as densidades de fluxo do jato e contra-jato Ξ medida por um observador é dada por:

$$\Xi = \left(\frac{\delta_{-}(\gamma,\phi)}{\delta_{+}(\gamma,\phi)}\right)^{p+\alpha} = \left(\frac{1+\beta\cos\phi}{1-\beta\cos\phi}\right)^{p+\alpha}, \qquad (1.10)$$

Que mostra que para jatos relativísticos, a densidade de fluxo observada do jato pode ser muito maior que a do contra-jato.

1.3.3. Trajetórias curvas e velocidades variáveis das componentes

As observações de VLBI dos jatos de AGN's revelam que para uma dada fonte, as componentes individuais podem possuir velocidades diferentes, acelerações e trajetórias curvas projetadas no plano do céu. Em geral, a interpretação dessas observações depende primeiramente de técnicas que forneçam cobertura espacial e temporal para mapear as rádio fontes, e posteriormente das técnicas de identificação e monitoramento das componentes. A natureza das trajetórias observadas projetadas no plano do céu é ainda discutida, mas elas são geralmente interpretadas como evidências de interações do jato com o meio interestelar, instabilidades no jato, superposição de componentes formadas em distintas épocas e movendo-se com velocidades diferentes, possível precessão do jato com relação a um eixo fixo no espaço ou ainda como um movimento helicoidal das componentes.

Na literatura são reportados vários casos de fontes cuja natureza balística da trajetória das componentes é controversa. Zensus et al. (1988) construíram mapas de VLBI em 5 GHz de 3C 273 (figura 1.5) e identificaram três regiões de emissão ao longo do jato (R1, R2 e R3) separadas por '*gaps*' que abrigam também componentes identificadas em outras frequências. A partir do núcleo D, as regiões R3 e R1 parecem

interceptar a origem se extrapoladas, mas a região intermediária R2 não está no mesmo plano da componente nuclear (figura 1.6). Para Zensus et al. (1988) isso pode ser interpretado como trajetórias curvas ou como movimentos balísticos em diferentes direções.



Figura 1.5 Mapa de VLBI em 5 GHz de 3C 273 construído por Zensus et al. (1988).



Figura 1.6 a: Pontos entre r = 5 - 30 msa são dados obtidos em 5 GHz na época de 1985.42. Na região r < 5 msa estão dados em 10.7 GHz obtidos entre 1984.1 e 1985.6; b: Adicionados dados em 5 GHz de 1984.3, posições de componentes observadas entre 1977.9 e 1981.1 em 10.7 e 5 GHz. Fonte: Zensus et al. (1988).

A partir de observações de 3C 273 em 10.7 GHz entre 1988.17 e 1991.17 e usando dados de observações anteriores, Abraham et al. (1996), considerando trajetórias balísticas para as componentes, identificaram diferentes velocidades (figura 1.7) e direções de movimento evidenciando uma curvatura do jato projetada no plano do céu. Essas diferenças e componentes de curta duração explicariam os '*gaps*' encontrados por Zensus et al. (1988).



Figura 1.7 Distância das componentes superluminais em relação ao núcleo em função do tempo. As linhas indicam que as componentes se movem com velocidades constantes no intervalo de $0.77 \pm 0.05 < \mu < 1.15 \pm 0.03$ msa/ano.

Mais tarde, Abraham & Romero (1999) mostraram que as diferentes velocidades e épocas de ejeção podem ser explicadas pelo fenômeno de precessão do jato em escala de parsecs. O cone de precessão teria um ângulo de abertura $\Omega \sim 3.9^\circ$ e o período seria de 16 anos. A figura 1.8 mostra a relação entre a velocidade aparente observada β_{obs} e o ângulo de posição das componentes no plano do céu η . O ajuste para as diferentes velocidades e direções representa o cone de precessão do jato. Esse modelo de precessão foi desenvolvido por Carrara et al. (1993) e será descrito na próxima sessão.



Figura 1.8 Velocidades aparentes das componentes superluminais do jato de 3C 273 como uma função de seus ângulos de posição no plano do céu. A linha sólida representa o ajuste de um jato em precessão. Abraham & Romero (1999).

1.3.4. Modelo de precessão de Jatos Relativísticos

Um dos mecanismos que tenta explicar o comportamento das velocidades e curvaturas dos jatos é o modelo de precessão (Carrara et al. 1993). Neste modelo, as diferenças em velocidade e posição das componentes são explicadas pela geometria da figura 1.9, onde o jato está precessionando com velocidade angular ω e ângulo de abertura Ω , em torno de um eixo que forma um ângulo ϕ_0 com a linha de visada (eixo *z*); η é o ângulo de posição no plano do céu.

Estas quantidades estão relacionadas por (Abraham & Carrara, 1998)

$$\tan \eta = \frac{\sin \Omega \cos \omega t' + \cos \Omega \sin \phi_0 \sin \eta_0}{\sin \Omega \cos \phi_0 \sin \omega t' + \cos \Omega \sin \phi_0 \cos \eta_0}$$
(1.11)

e o ângulo ϕ entre o jato e a linha de visada que está relacionado com a velocidade aparente é dado por

$$\sin^{2} \phi = (\sin \Omega \cos \omega t' + \cos \Omega \sin \phi_{0} \sin \eta_{0})^{2} + (\sin \Omega \cos \phi_{0} \sin \omega t' + \cos \Omega \sin \phi_{0} \cos \eta_{0})^{2}$$
(1.12)

Note a dependência de ϕ com t', dessa forma, a equação 1.1 é reescrita considerando essa dependência

$$\beta_{obs} = \frac{\beta \sin \phi(t')}{1 - \beta \cos \phi(t')} \tag{1.13}$$



Figura 1.9 Geometria do modelo de precessão de Carrara et al. (1993).

Devemos considerar também o tempo decorrido entre dois eventos nos referenciais do observador e comóvel t e t', que não é uma função linear do tempo devido a variação do fator Doppler enquanto o jato precessiona. Para tal, imagine o jato como uma corrente de pacotes idênticos de matéria radiativa (Gower et al. 1982). Cada pacote é originado na base do jato e alcança um raio r no qual ele se torna observável. Se os pacotes são formados a uma taxa constante $\Delta t'$, eles chegarão à r em ângulos igualmente espaçados $\Delta \varphi = \omega t'$. Devido à variação do fator Doppler com φ , o observador verá os pacotes chegando em r em intervalos variáveis $\Delta t'/\delta(\varphi)$, implicando numa velocidade não constante de precessão no referencial do observador. Chamando P_{obs} o período de precessão no referencial do observador, e P_s o período no referencial da fonte, a relação entre os intervalos de tempo é:

$$\frac{t(t')}{P_{obs}} = \left(\int_{0}^{\tau_{s}} \frac{d\varphi(t')}{\delta(t')}\right) \left(\int_{0}^{1} \frac{d\varphi(t')}{\delta(t')}\right)^{-1}$$
(1.14)

onde

$$P_{s} = \frac{\gamma}{(1+z)} \frac{P_{obs}}{\int_{0}^{1} \frac{d\varphi(t')}{\delta(t')}}$$
(1.15)

e

$$\tau_s = t / P_s \tag{1.16}$$

Os modelos de precessão se baseiam em diferentes cenários, um deles envolve a presença de um sistema binário de buracos negros (Carrara et al. (1993), Abraham & Carrara (1998), Abraham & Romero (1999), Caproni & Abraham (2004)), quando o buraco negro secundário está numa órbita que não coincide com o plano do disco de acresção primário, torques são induzidos nas regiões internas ao disco (Katz, 1997).

O efeito de discos de acresção ao redor de buracos negros em rotação foi descrito por Bardeen & Petterson (1975). A idéia é que o desalinhamento entre os momentos angulares do disco e do buraco negro produz torques que tendem a alinhar o eixo de rotação do disco com o do buraco negro causando a precessão do disco.

1.3.5. Modelos alternativos à precessão

1.3.5.1. Modelos Helicoidais

Num modelo helicoidal assume-se que o jato apresenta geometria cônica em regiões distantes do núcleo em apenas alguns milisegundos de arco (~3 msa). Steffen et al. (1995) apresentaram um modelo helicoidal para o movimento das componentes de 3C 345 inspirado num modelo de Camenzind (1986) e Camenzind & Krockenberger (1992), no qual o plasma que constitui o jato é acelerado ao longo de linhas de campo magnético helicoidais geradas por um disco de acresção magnetizado. A figura 1.10 mostra a geometria do modelo.

Steffen et al. (1995) derivaram soluções analíticas para o movimento das componentes com base em quatro parâmetros físicos: energia cinética do jato, momento angular, momento linear e ângulo de abertura do jato. Eles estudaram quatro cenários

mantendo constantes três parâmetros em cada análise, e encontraram para o melhor modelo uma trajetória com energia cinética, momento angular e ângulo de abertura constantes. As oscilações no movimento das componentes são amortecidas ao longo do jato, e as trajetórias das componentes são curvas e não balísticas.



Figura 1.10 Geometria do modelo helicoidal para as componentes de jatos de Steffen et al. (1995).

1.4. Linhas gerais deste trabalho

Como vimos, a natureza do movimento das componentes em jatos é bastante controversa, e esse estudo depende também das técnicas empregadas nas análises das imagens de VLBI ao longo de épocas sucessivas.

Neste trabalho analisamos as imagens do quasar 3C 279 em escalas de parsecs obtidas em 15 GHz pelo VLBA (*Very Long Baseline Array*) entre 28/07/1995 e 16/05/1999. Usamos a técnica de *Cross-entropy* para identificar as componentes do jato de 3C 279 e determinar os seus parâmetros. Com esses resultados estudamos a cinemática de cada componente e comparamos nossos resultados com os obtidos por outros autores.

No capítulo 2 é apresentada a técnica de interferometria de longa linha de base. No capítulo 3 apresentamos a base de dados usada nesse trabalho e a descrição da metodologia empregada em nossas análises. No capítulo 4 revisamos características gerais do quasar 3C 279 focando na problemática das componentes do jato desse objeto. No capítulo 5 mostramos os resultados obtidos a partir do método *Cross-entropy* e comparações com os resultados mostrados na literatura.

2. Interferometria de Longa Linha de Base (VLBI)

Neste capítulo apresentaremos aspectos históricos sobre o desenvolvimento e aplicação das técnicas de interferometria em radioastronomia. Em seguida, discutiremos os princípios básicos referentes à obtenção e processamento dos dados e imageamento.

2.1. Aspectos históricos

A aplicação da técnica de interferometria em radioastronomia surgiu da necessidade de se melhorar o poder de resolução dos radiotelescópios. A resolução angular de um telescópio é dada por $\Theta = \lambda/D$, onde λ é o comprimento de onda da radiação, D é o diâmetro do instrumento e Θ é dado em radianos. A resolução angular de uma única antena é insuficiente para muitos propósitos astronômicos. Enquanto que os intrumentos óticos chegam a resoluções da ordem de algumas dezenas de milisegundos de arco, para um radiotelescópio obter $\Theta = 1$ " operando em $\lambda = 30$ cm ele deve ter 60 km de diâmetro, algo inviável. A interferometria é um meio de superar esse limite físico. A técnica consiste em, durante uma observação, combinar várias antenas de forma que o tamanho da antena equivalente corresponda às dimensões do conjunto interferométrico.

O uso da interferometria em astronomia começou com os trabalhos de Michelson (1920) e Michelson & Pease (1921) na astronomia ótica para medir o diâmetro de algumas estrelas. A rádio-interferometria em astronomia foi desenvolvida ao longo da Segunda Guerra Mundial tendo como foco os efeitos da atividade solar em receptores de radares. Em 1946, Ryle e Vonberg construíram um rádio-interferômetro usando antenas do tipo dipolo em 175 MHz. Nesse e em muitos interferômetros das décadas de 50 e 60, as antenas apontavam para o meridiano local e a varredura do céu era feita em ascensão reta pelo movimento da Terra.

Antes de 1950, outro tipo de instrumento usado em interferometria era o chamado *sea interferometer*. Esse instrumento usava as ondas de rádio entre 40-400 MHz refletidas pelo mar para produzir um padrão de interferência. Foi muito usado na Austrália na década de 40, onde antenas instaladas próximas a Sydney apontavam para o horizonte em elevações de 60-120 metros acima do mar. Usando esse instrumento no

estudo da radiação solar, McCready, Pawsey & Payne-Scott (1947) foram os primeiros a mencionar o uso da transformada de Fourier como uma relação entre o perfil de brilho da fonte emissora e a função de visibilidade.

Em 1952 um grande passo foi dado por Ryle, que introduziu o conceito de comutação de fase em rádio-interferometria. Nos primeiros interferômetros os sinais de duas antenas eram somados e enviados para um detector quadrático. Se V_1 e V_2 representam as voltagens do sinal das duas antenas como funções do tempo, a saída do interferômetro é proporcional a $(V_1 + V_2)^2$. No sistema de comutação de fase, a fase de um dos sinais é periodicamente invertida, de forma que a saída do detector pode ser pensada como alternada entre $(V_1 + V_2)^2$ e $(V_1 - V_2)^2$. Um detector síncrono toma a diferença entre esses dois termos que é igual a $4V_1V_2$. Portanto a saída do interferêmetro de comutação de fase é a média temporal do produto das voltagens dos sinais, ou seja, é proporcional a sua correlação cruzada. As operações de multiplicação e média dos sinais em um interferômetro moderno são realizadas por um sistema chamado de correlacionador.

Em meados da década de 50, muito do trabalho dispendido em rádiointerferometria tinha o propósito de identificar com precisão posições e tamanhos angulares de rádio-fontes através de levantamentos do céu. Um instrumento construído para esse objetivo foi desenvolvido por Mills et al. (1958) em Fleurs, próximo a Sydney e operava na frequência de 85.5 MHz. O instrumento consistia de dois conjuntos de antenas distribuídos na forma de uma cruz. Os conjuntos tinham 457 metros de comprimento e a cruz produzia o chamado '*pencil beam*', um feixe estreito de secção aproximadamente circular. Com esse instrumento foram identificadas 2200 fontes no céu. Com o interferômetro de Cambridge em 159 MHz foi compilado o famoso catálogo 3C com 471 fontes identificadas. Na década de 60, com um interferômetro maior foi produzido o catálogo 4C com mais de 4800 fontes.

A partir desses catálogos e das medidas de tamanhos angulares, surgiu no final da década de 60 o interesse de se estudar as fontes individualmente. As exigências por melhores resoluções aumentaram e com isso o espaçamento entre as antenas também mudou de metros para quilômetros para permitir o mapeamento das fontes.

Para medir a distribuição de brilho são necessárias medidas de amplitude e fase do padrão de interferência em duas dimensões, isso pode ser obtido usando-se diferentes comprimentos e azimutes da linha de base. Um dos primeiros instrumentos a executar essa função foi o intereferômetro do Owens Valley Radio Observatory, na Califórnia, que na época consistia de duas antenas de 27.5 metros de diâmetro em montagem equatorial com um sistema de trilhos que permite variar a distância entre as antenas em até 490 metros nas direções leste-oeste e norte-sul.

Também no início da década de 60, alguns interferômetros foram equipados com repectores de linhas espectrais, em grande parte devido ao interesse de se observar o espectro de absorção da linha de 21-cm do hidrogênio.

O próximo avanço importante em rádio-interferometria foi o desenvolvimento da técnica de síntese de abertura através do uso da variação da linha de base das antenas devido ao movimento de rotação da Terra (Ryle 1962, figura 2.1). O primeiro instrumento a explorar essa técnica com sucesso foi o *Cambridge One-Mile Radio Telescope* ao mapear fontes como Cassiopéia A e Cygnus A.



Figura 2.1 Uso da síntese de abertura como explicado por Ryle (1962). As antenas A e B estão espaçadas da direção leste-oeste. Através da variação da distância entre as antenas de um dia pra outro, e observando por 12 horas com cada configuração, é possível englobar todos os espaços desde a origem até a elipse externa do diagrama inferior. Figura de Nature, Vol. 194, N. 4828, p.517; 1962.

Seguindo a tendência do telescópio *One-Mile*, outros instrumentos como o telescópio do NRAO em Green Bank, West Virginia, se adaptaram para produzir a síntese de abertura. Durante a década de 70, vários conjuntos interferométricos foram

desenvolvidos com o intuito de melhorar a velocidade de mapeamento das fontes, sensitividade e resolução angular. Alguns desses instrumentos são o *Five-Kilometer Radio Telescope* em Cambridge, Inglaterra; o *Westerbork Synthesis Radio Telescope* na Holanda, e o *Very Large Array* (VLA) em New Mexico. Esses instrumentos permitem o mapeamento de rádio-fontes com resolução menor que um segundo de arco em comprimentos de onda centimétricos.

O avanço que permitiu à radioastronomia obter resoluções da ordem de milisegundos de arco foi a utilização de radiotelescópios não ligados físicamente, com osciladores locais independentes e gravadores de sinais. O uso de osciladores locais em cada antena controlados por precisos padrões de frequência permite preservar a coerência dos sinais por intervalos de tempo longos o suficiente para medir as franjas de interferência. Os sinais recebidos são convertidos para uma frequência intermediária menor e são gravados diretamente numa fita magnética; as fitas são posteriormente rodadas juntas em um correlacionador. Essa técnica ficou conhecida como Interferometria de Longa Linha de Base (VLBI – *Very Long Baseline Interferometry*). Desde o advento da técnica de VLBI alguns resultados importantes foram descobertos como o movimento superluminal em quasares (Whitney et al. 1971).

2.2. Interferometria de Longa Linha de Base

A motivação para o desenvolvimento da técnica de VLBI veio do problema de que muitas rádio-fontes possuem estruturas que não podem ser resolvidas pelos interferômetros com linhas de base da ordem de alguns quilômetros. Os princípios da técnica de VLBI são essencialmente os mesmos da interferometria convencional, a diferença é que os elementos em VLBI não estão conectados. Em cada elemento, os sinais são convertidos para uma frequência intermediária e são gravados em fitas magnéticas juntamente com a informação de tempo para posterior correlação dos sinais. O padrão de frequência de cada elemento do interferômetro controla o relógio local e a fase do oscilador local usado para converter o sinal recebido para a frequência intermediária. As frequências do padrão atômico de frequências não são precisamente determinadas, e os relógios não podem ser ajustados exatamente. Por isso, há desvio de frequência e erro de época associados aos dados gravados em cada estação. Portanto, o processamento dos dados de um experimento de VLBI deve iniciar com a busca bidimensional de atraso e frequência das franjas para encontrar o pico da função de correlação. O uso de fitas magnéticas na gravação dos sinais recebidos limita a largura de banda da frequência intermediária e consequentemente limita a sensibilidade da técnica de VLBI. Os dados devem ser armazenados da forma mais eficiente possível, o que requere uma representação quantizada do sinal. Atualmente, esse problema vem sendo superado pela digitalização dos sinais em tempo real.

Outra diferença entre a interferometria convencional e VLBI é o fato de que as linhas de base em VLBI são muito maiores, os atrasos geométricos e frequências das franjas também são maiores. Em VLBI existe também o problema da falta de fontes calibradoras. Normalmente elas estão tão distantes em ângulo da fonte em investigação que elas não podem ser usadas como referências de fase devido ao tempo requerido para reapontar as antenas, e também devido a não correlação introduzida pela atmosfera.

2.3. Princípios de interferometria

Um interferômetro é um conjunto de radiotelescópios cujas tensões de saída induzidas pela radiação da fonte são correlacionadas, isto é, os sinais são multiplicados e filtrados. A principal informação astronômica de uma observação interferométrica de uma fonte está contida nas amplitudes e fases das franjas de interferência resultantes da modulação da interferência entre as saídas das antenas, e não da radiação em si.

O avanço da interferometria permite a obtenção de resoluções cada vez melhores em radioastronomia. Para melhorar a resposta do instrumento para uma fonte pontual são necessárias várias linhas de base, ou seja, radiotelescópios. Como um interferômetro com *N* antenas pode ser tratado como N(N - 1)/2 pares de antenas, cada par pode ser utilizado como um interferômetro, então o *'feixe sintetizado'* instantâneo (que é a resposta do instrumento para uma fonte pontual obtida pela média das saídas de todos os pares) se aproxima de uma gaussiana com o aumento do número de antenas. A figura 2.2 mostra as respostas a uma fonte pontual de um interferômetro de dois elementos com linha de base projetada de comprimento *b*, interferômetro de três elementos com três linhas de base (comprimentos projetados *b/3*, 2*b/*3 e *b*), e um interferômetro de quatro elementos com seis linhas de base (comprimentos projetados *b/6*, 2*b/*6, 3*b/*6, 4*b/*6, 5*b/*6 e *b*).



Figura 2.2 As respostas dos interferômetros de dois, três e quatro elementos a uma fonte pontual estão indicadas pelas linhas espessas. O feixe principal do interferômetro de quatro elementos é aproximadamente gaussiano com resolução angular $\approx \lambda/b$. As linhas finas mostram as respostas individuais para os três interferômetros que compõem o interferômetro de quatro de três elementos, e os seis interferômetros que compõem o interferômetro de quatro elementos. Fonte: NRAO/Condon & Ranson, 2010.

A figura 2.3 mostra um interferômetro observando em uma faixa de frequência Δv centrada em v_0 . A fonte está tão distante das antenas que os feixes de luz que chegam ao instrumento são essencialmente paralelos. As duas antenas estão separadas por um vetor linha de base de comprimento *b*, e apontam na direção \hat{s} . Para chegar à antena 1, ondas planas oriundas de uma fonte distante devem viajar uma distância extra $\vec{b} \cdot \hat{s} = bcos\theta$, então a saída da antena 1 é igual a da antena 2, porém com um atraso geométrico $\tau_g = (\vec{b} \cdot \hat{s})/c = bcos\theta/c$. Esses atrasos geométricos podem gerar sinais fora de fase. Para corrigir as diferenças instrumentais um atraso extra τ_0 deve ser introduzido para assegurar que atrasos em cada lado do interferômetro sejam iguais. Isso pode ser feito mecanicamente, ou seja, fazer com que o sinal percorra um caminho maior dentro do circuito do receptor no caso de um interferômetro de antenas conectadas, ou por equipamentos eletrônicos em um sistema digital.



Figura 2.3 Interferômetro de dois elementos com introdução do atraso instrumental τ_0 . Fonte: NRAO/Condon & Ranson, 2010.

A saída de um correlacionador em um função do atraso após um tempo de integração *T* pode ser escrito como (Thompson, Moran & Swenson, 1991):

$$R(\tau) = \lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^{T} V_1(t) V_2(t-\tau) dt , \qquad (2.1)$$

onde $\tau = \tau_g - \tau_0$ é o atraso entre os dois sinais V_1 e V_2 , determinado pela linha de base e a direção da fonte. Em prática *T* não pode ir ao infinito, *T* deve ser menor que o período da franja. O importante é que seja $T \ll \Delta \nu^{-1}$ para permitir a média de vários ciclos. A saída *R* do correlacionador em função da frequência ν é obtida pela transformada de Fourier de $R(\tau)$

$$R(\nu) = \int_{-\infty}^{+\infty} R(\tau) e^{-i2\pi\nu\tau} d\tau. \qquad (2.2)$$

Supondo na equação 2.1 que $V_1 = V_2 = V$, substituindo em 2.2 e multiplicando e dividindo por $e^{+i2\pi tv}$ obtemos

$$R(\nu) = -\lim_{T \to \infty} \frac{1}{2T} \left[\int_{-\infty}^{+\infty} V(t) e^{-i2\pi\nu t} dt \int_{-\infty}^{+\infty} V(t-\tau) e^{+i2\pi\nu(t-\tau)} d(t-\tau) \right].$$
 (2.3)

A primeira integral é a transformada de Fourier de V(t) e é igual a V(v). A segunda integral é igual a V(-v). Com isso temos que

$$R(\nu) = V(\nu)V(-\nu) = |V(\nu)|^2.$$
(2.4)

Da mesma forma que em 2.2, $R(\tau)$ pode ser escrito como a transformada inversa de Fourier de $R(\nu)$, e usando o resultado de 2.4:

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} R(\nu) e^{+i2\pi\nu\tau} d\nu = \int_{-\infty}^{+\infty} |V(\nu)|^2 e^{+i2\pi\nu\tau} d\nu, \qquad (2.5)$$

Ou seja, a saída do interferômetro é a transformada de Fourier do espectro de potência $|V(\nu)|^2$ do sinal.

Supondo que o interferômetro responda à frequência seguindo uma função retangular no intervalo $\nu_0 - \Delta \nu/2 \le \nu \le \nu_0 + \Delta \nu/2$ (Felli & Spencer, 1988), e lembrando da identidade de Euler, reescrevemos 2.5 como

$$R(\tau) = V_0^2 \int_{\nu_0 - \Delta \nu/2}^{\nu_0 + \Delta \nu/2} (\cos 2\pi \nu \tau + i \sin 2\pi \nu \tau) d\nu.$$
(2.6)

Resolvendo a equação 2.6 considerando o intervalo de frequências resulta em:

$$R(\tau) = V_0^2 \frac{\sin \pi \tau \,\Delta \nu}{\pi \tau \,\Delta \nu} (\cos 2\pi \nu_0 \tau + i \sin 2\pi \nu_0 \tau), \text{ ou}$$
(2.7)

$$R(\tau) = V_0^2 \frac{\sin \pi \tau \,\Delta \nu}{\pi \tau \,\Delta \nu} e^{i2\,\pi \nu_0 \tau}$$
(2.8)

Da equação 2.8 vê-se que as franjas são moduladas por uma função do tipo sin(x)/x, conhecida como padrão de largura de banda, mostrada na figura 2.4.



Figura 2.4 Saída do correlacionador em função do atraso e largura de banda $B = \Delta v$. Fonte: Felli & Spencer, 1988.

Como $T \ll \Delta \nu^{-1}$, então o termo $\sin(\pi \tau \Delta \nu) / \pi \tau \Delta \nu \rightarrow 1$. Nesse caso, definimos a função de visibilidade complexa

$$R(\tau) = \mathcal{G} = V_0^2 e^{i2\pi v_0 \tau} = V_0^2 e^{i\xi'}, \qquad (2.9)$$

onde $\xi' = 2\pi v_0 \tau$ é a fase observada, ou seja, não se mede diretamente a fase da visibilidade pois ela é corrompida devido a efeitos de propagação da radiação e fatores instrumentais, e que implica também na necessidade de se ajustar os ganhos das antenas que estão incluídos em V_0 .
2.3.1. Mapeamento de fontes extensas e construção das imagens

Considere uma fonte extensa como mostra a figura 2.5. Um elemento de ângulo sólido $d\Omega$ da fonte na posição $\hat{s} = \hat{s_0} + \hat{\sigma}$ tem distribuição de brilho $I(\hat{s})$. Lembrando que $\tau = \vec{b} \cdot \hat{s}/c$, a resposta do correlacionador para um ângulo sólido $d\Omega$ é obtida reescrevendo-se a função de visibilidade (equação 2.9) como

$$\mathcal{G} = \int_{4\pi} I(\hat{s}) \exp(\frac{i2\pi v_0}{c} \vec{b} \circ \hat{s}) d\Omega$$
(2.10)

onde $I(\hat{s}) = V_0^2 G(\hat{s})$, e $G(\hat{s})$ é o ganho das antenas. Para construir as imagens a partir dos dados de visibilidade, a fonte astronômica é tratada como uma imagem bidimensional com intensidade I(l,m) na esfera celeste com l e m sendo as coordenadas no plano da esfera celeste. A projeção de l e m no plano perpendicular à direção da fonte a partir da Terra conforme definido pelo sistema de coordenadas (u, v, w) é mostrada na figura 2.5.

Usando as seguintes relações dadas pela figura 2.5

$$\frac{v\vec{b}\circ\hat{s}}{c} = ul + vm + wn,$$

$$\frac{v\vec{b}\circ\hat{s}_{0}}{c} = w, e \qquad (2.11)$$

$$d\Omega = \frac{dl\,dm}{n} = \frac{dl\,dm}{\sqrt{1 - l^{2} - m^{2}}},$$

podemos reescrever a função de visibilidade (Thompson, 1988) (eq. 2.10):

$$\vartheta(u, v, w) = \iint_{-\infty}^{+\infty} I(l, m) e^{-2\pi i (ul + vm + w(\sqrt{1 - l^2 - m^2} - 1))} \frac{dl \, dm}{\sqrt{1 - l^2 - m^2}} \quad (2.12)$$

onde o integrando tem valor zero para $l^2 + m^2 \ge 1$. Para facilitar a inversão da função de visibilidade, podemos reduzir a equação 2.12 para uma transformada de Fourier bidimensional. Para isso assumimos que no caso de linhas de base coplanares, leste-

oeste, podemos escolher um eixo w na direção de um pólo celeste tal que \vec{b} e $\hat{s_0}$ sejam perpendiculares e assim w = 0. Então a função de visibilidade é

$$\vartheta(u,v) = \iint_{-\infty}^{+\infty} I(l,m) e^{-2\pi i (ul+vm)} \left(\sqrt{1-l^2-m^2}\right)^{-1} dl \, dm \qquad (2.13)$$



Figura 2.5 Sistemas de coordenadas (u, v, w) e (l, m, n) usadas para expressar as linhas de base do interferômetro e a distribuição de brilho da fonte, respectivamente. Figura de Thompson (1988).

O termo $2\pi(ul + vm)$ em 2.13 é igual a fase ξ' , que está contaminada por erros introduzidos pelas diferentes condições de propagação nos radiotelescópios. A técnica de derivação da informação da fase da visibilidade, inicialmente sugerida por Jennison (1958), se chama '*closure phase*' e consiste na soma das fases observadas em *loops* fechados de linhas de base interferométricas (Readhead & Wilkinson, 1978). Considere dois telescópios *i* e *j*. A fase da visibilidade ξ_{ij} nessa linha de base está relacionada com a fase observada ξ'_{ij} pela equação

$$\boldsymbol{\xi}'_{ij} = \boldsymbol{\xi}_{ij} + \boldsymbol{\theta}_{ij} \,, \tag{2.14}$$

onde $\theta_{ij} = \varphi_i - \varphi_j$ e φ é a perturbação em cada radiotelescópio devido aos efeitos de propagação, fatores instrumentais e incertezas nas posições da fonte e linha de base tal que $\theta_{ij} + \theta_{jk} - \theta_{ik} = 0$. Ou seja, quando ξ'_{ij} é somada em um *loop* fechado de três telescópios *i*, *j* e *k*, formando a relação de fechamento de fase (*closure phase*) C_{ijk} , as perturbações se cancelam resultando em

$$C_{ijk} = \xi'_{ij} + \xi'_{jk} - \xi'_{ik} = \xi_{ij} + \xi_{jk} - \xi_{ik} .$$
(2.15)

A informação da fase da visibilidade pode ser obtida via relação de fechamento de fases para qualquer fonte que produza franjas detectáveis em um arranjo interferométrico de pelo menos três antenas.

A equação 2.13 mostra que a função de visibilidade das franjas se relaciona com a distribuição de brilho da fonte através de uma transformada de Fourier. A distribuição de brilho da fonte pode ser recuperada fazendo a transformada inversa de Fourier da equação 2.13:

$$I(l,m) = \iint_{-\infty}^{+\infty} \vartheta(u,v) e^{2\pi i(ul+vm)} du dv$$
(2.16)

Na prática, a função de visibilidade não é conhecida em todos os pontos, mas é amostrada em lugares particulares do plano (u, v). A amostragem pode ser descrita por uma função de amostragem S(u, v), que é nula onde não há medições. Então, no lugar da equação 2.16, calcula-se de fato

$$I'_{D}(l,m) = \iint_{-\infty}^{+\infty} S(u,v)\vartheta(u,v)e^{2\pi i(ul+vm)} dudv$$
(2.17)

onde I'_D é chamado *mapa sujo*. Como a integração ocorre no plano (u, v), quão melhor a cobertura nesse espaço, maior a chance de recuperar a imagem. Sua relação com a distribuição de brilho desejada I(l, m) é dada pelo teorema da convolução:

$$I_D = I * B, \qquad (2.18)$$

onde o asterisco denota convolução e

$$B(l,m) = \iint S(u,v)e^{2\pi i(ul+vm)} dudv$$
(2.19)

é chamado de '*feixe sujo*' ou *point spread function* (PSF), que é a transformada de Fourier da visibilidade de uma fonte pontual. A equação 2.18 diz que o *mapa sujo* é a distribuição de brilho real convoluída com a PSF. Portanto, a restauração da imagem depende do processo de deconvolução do *mapa sujo*.

Como o espaço (u, v) não é completamente amostrado pelas antenas, então uma aproximação analítica não pode ser usada na recuperação da imagem real. Alguns algoritmos foram desenvolvidos para executar essa tarefa, dentre eles o mais usado em rádio interferometria é o algoritmo CLEAN.

O método CLEAN foi desenvolvido por Högbom (1974). Este é um processo numérico de deconvolução aplicado no domínio (*l*, *m*). A idéia básica é que a imagem real pode ser modelada como um conjunto de fontes pontuais. Primeiro procura-se pelo ponto de maior intensidade do '*mapa sujo*', depois se subtrai nessa posição a PSF multiplicada pela intensidade máxima e por um fator de atenuação. Feito isso, tem-se uma imagem residual da primeira iteração. Esse procedimento é repetido até que o resíduo seja consistente com o ruído dos dados. A imagem final é produzida pela convolução das componentes pontuais CLEAN com o feixe que mantenha a resolução real do experimento. Esse feixe ou PSF normalmente é uma gaussiana elíptica ajustada ao lóbulo central do '*feixe sujo*'. Essas componentes gaussianas elípticas são depois adicionadas ao último mapa residual. A imagem resultante é, então, chamada de '*mapa limpo*'.

As figuras 2.6.a - 2.6.c mostram um exemplo de Pety (2010) para a aplicação do método CLEAN. Em 2.6.a à esquerda temos o *'feixe sujo'* ou PSF característico da capacidade de resolução do interferômetro, e à direita está o *'mapa sujo'*, ou seja, a real distribuição de brilho convoluída com a PSF. Em 2.6.b à esquerda temos as componentes CLEAN extraídas do 'mapa sujo' e à direita os resíduos do processo iterativo. Em 2.6.c temos o mapa final formado pelas componentes CLEAN e último mapa residual.

Embora essa técnica seja a mais utilizada, ela apresenta alguns problemas. A região da imagem na qual se procura pelo pico é limitada e depende de uma tentativa inicial, essas regiões são chamadas de 'janelas CLEAN' e limitam os graus de liberdade disponíveis para o ajuste da imagem. Outra questão é que como os dados de visibilidade não são perfeitamente amostrados, a visibilidade em pontos não medidos não é necessariamente nula, mas deve ter valores que não resultem numa distribuição de brilho negativa. Isso significa que se deve usar uma estimativa inicial da visibilidade para os pontos não observados. O problema é que a solução não é única, pois há um número infinito de visibilidades que podem ser adicionadas aos dados, de modo a preencher os vazios no plano (u, v).



Figura 2.6.a *Esquerda:* PSF ou *'feixe sujo'* característico da capacidade de resolução do interferômetro. *Direita: 'mapa sujo'*. Distribuição real de brilho da fonte convoluída com o feixe. Fonte: Pety, 2010.



Figura 2.6.b *Esquerda:* componentes CLEAN extraídas do 'mapa sujo'. *Direita:* resíduos resultantes após o processo iterativo. Fonte: Pety, 2010.



Figura 2.6.c Mapa final constituído pelas componentes CLEAN adicionadas ao último mapa residual. Fonte: Pety, 2010.

3. Base de Dados e Metodologia

Neste capítulo apresentamos aspectos gerais sobre a base de dados usada nesse trabalho e sobre o processo das observações. Apresentamos também duas metodologias empregadas para ajustar os parâmetros das componentes dos jatos extragaláticos: primeiro a técnica tradicional e depois o método de *Cross-entropy* que será usado em nossas análises.

3.1. Base de dados

As imagens usadas em nossas análises são resultado do *MOJAVE survey*¹, (*Monitoring of Jets in Active Galactic Nuclei with VLBA Experiments*) (Lister & Homan, 2005), em continuidade ao *VLBA 2cm survey* (Kellermann et al. 1998, 2004; Zensus et al. 2002). O MOJAVE é um programa de longo prazo que monitora variação em estrutura, polarização e brilho na faixa do rádio (15 GHz) de jatos associados a galáxias ativas visíveis no céu do hemisfério norte. Os objetivos do programa envolvem o estudo da morfologia de estruturas em escala de *parsecs*, estatística de movimentos aparentemente superluminais, testes cosmológicos e de modelos de *beaming* relativísticos, e melhora na resolução em relação a *surveys* em outros comprimentos de onda.

Para alcançar tais objetivos, a amostra foi definida segundo os seguintes critérios:

- 1. declinação J2000.0 \geq -20°.
- 2. latitude galática $|\mathbf{b}| \ge 2.5^\circ$.

3. densidade total de fluxo em 15 GHz de no mínimo 1.5 Jy (ou 2 Jy para fontes na direção sul) em qualquer época durante as observações.

Embora atualmente o programa esteja monitorando 300 objetos, a amostra original era composta por 135 AGNs. O critério de seleção adotado exclui contribuição devida a emissão em larga escala (fontes extensas dos AGNs) e com isso a amostra é dominada por *blazares* com morfologias na escala de *parsecs* que consiste de uma componente nuclear brilhante em uma extremidade de um jato unilateral (Lister & Homan, 2005).

¹ http://www.physics.purdue.edu/MOJAVE

Os dados e imagens usadas em nossas análises foram todas reduzidas como parte do programa MOJAVE e maiores detalhes desses procedimentos encontram-se disponíveis em Lister et al. (2009). Nesse trabalho descrevemos apenas aspectos gerais sobre as observações e redução de dados.

3.2. Observações

As observações foram realizadas via interferometria de longa linha de base. O conjunto que compõe o VLBA é um sistema de dez radiotelescópios localizado no hemisfério norte, cada um com 25 metros de diâmetro e abrange uma extensão de mais de 8.000 quilômetros (figura 3.1).



Figura 3.1 Radiotelescópios que compõem o Very Long Baseline Array.

A primeira época de observação pelo programa MOJAVE foi 31 de maio de 2002 usando o VLBA. Durante as observações todas as dez antenas foram usadas em uma frequência central de 15.366 GHz (Lister & Homan, 2005). Os dados foram gravados em oito canais de frequências intermediárias, cada um com uma largura de

banda de 8 MHz. Durante cada sessão de observação o tempo de integração em cada fonte era de 65 minutos, *scans* de curta duração (~ 7 min) de 18 fontes do programa MOJAVE foram feitos de forma alternada para estender ao máximo a possível faixa de ângulo horário e maximizar a cobertura no plano (*u*, *v*). No *VLBA 2cm Survey*, o tempo de integração de cada fonte era de aproximadamente uma hora dividida em *scans* de 5 minutos em ângulo horário. Durante 2006, o tempo de integração das observações em 15 GHz foi encurtado para acomodar *scans* alternados em outras três frequências (8.1, 8.4 e 12.1 GHz). Não houve necessidade de observar calibradoras adicionais, pois todas as fontes-alvo são fortes e compactas.

3.3. Redução de Dados e Construção das Imagens (MOJAVE V – Lister et al. (2009))

Os dados foram processados de acordo com os procedimentos padrões descritos no manual do *AIPS*. Em termos gerais, o processo de redução envolve a identificação de dados ruins, remoção de amostras enviesadas, calibração do sinal de saída do correlacionador usando a temperatura de sistema da antena e curvas de ganho, aplicação da correção de opacidade atmosférica e calibração de fase. As imagens finais foram produzidas utilizando-se o Difmap com um algoritmo *clean* de multiresolução desenvolvido por Moellenbrock (1998). A dimensão do feixe restaurador de cada imagem varia dependendo da cobertura (u, v) de cada observação.

3.4. Métodos de Identificação das Componentes dos Jatos e de Determinação de seus Parâmetros

Como já foi dito, a identificação das componentes dos jatos é um problema fundamental para descrever a cinemática dessas estruturas, sendo um assunto amplamente discutido na literatura e rodeado de controvérsias. A identificação dessas componentes depende da capacidade de observação dessas estruturas em termos de resolução espacial e cobertura temporal. Outro ponto também, uma vez realizadas as observações, é o método empregado na determinação dessas componentes. Via técnicas tradicionais, uma vez obtidos os mapas de VLBI pelo método CLEAN, por exemplo, tem-se uma idéia inicial de quantas componentes são necessárias para explicar o jato em questão. O ajuste é conduzido no plano (u, v). Uma vez inseridas as componentes, calcula-se as funções de visibilidade e '*closure phases'* e se compara com os dados. Os ajustes dos parâmetros das componentes é conduzido de forma a minimizar os resíduos entre dados e observações.

Vamos discutir aqui dois métodos de identificação de componentes. O primeiro é resultado do trabalho do *survey* MOJAVE apresentado por Lister et. al. (2009) e segue uma vertente mais tradicional. O segundo método é o chamado método de *Cross-entropy* (CE) usado por Caproni et al. (2011), que será usado como ferramenta de análise neste trabalho. Uma vez obtidos os ajustes via CE, os resultados serão comparados com aqueles obtidos por Lister et al. (2009).

3.4.1. Método tradicional

Desde 2005, Lister et al. vêm publicando uma série de artigos com resultados obtidos do MOJAVE *survey*. O sexto artigo da série (Lister et al. 2009, *MOJAVE VI. Kinematics analysis of a complete sample of blazar jets*) trata em especial do ajuste de componentes de jatos para estudar o movimento dessas estruturas ao longo do tempo e assim conseguir descrever as características cinemáticas dos jatos em AGNs.

Em Lister et al. 2009, o ajuste de componentes foi conduzido no próprio plano interferométrico (u, v) da imagem por meio do ajuste das componentes mais brilhantes através de gaussianas elípticas ou circulares usando a rotina "model fit" do Difmap. Lister et al. (2009) ressaltam o fato de que esse método oferece vantagens sobre os ajustes feitos sobre o plano da imagem pois ele faz uso da completa capacidade de resolução do VLBA, embora, as componentes definidas por este modo não necessariamente correspondam a estruturas reais na imagem, mas podem ao invés disso ser construções matemáticas necessárias para reproduzir uma complexa distribuição de brilho. Para evitar soluções não-físicas na análise cinemática, eles usaram somente componentes "robustas", com identificação confiável ao longo de no mínimo cinco épocas. Desta forma foram obtidos ajustes de posições, tamanhos, e densidades de fluxo para distintas componentes dos jatos. Uma dificuldade do método é que o ajuste para uma determinada época de observação não é único. Podem ser feitas escolhas para o número de componentes ajustadas, e se elas serão funções delta, gaussianas circulares ou elípticas. Nos ajustes foram consideradas inicialmente gaussianas elípticas para a componente nuclear (primeira a ser ajustada), e componentes circulares para as demais estruturas dos jatos, em alguns casos também foram considerados ajustes de componentes usando uma função do tipo delta. Após o ajuste de cada componente,

foram analisadas as imagens residuais de regiões ao longo do jato com densidade de fluxo acima de ~5mJy, e iterativamente foram adicionadas novas componentes se necessário. Para maximizar a continuidade ao longo das épocas de observação, o modelo para a época anterior foi usado como ponto de partida para a época seguinte.

Como exemplo de resultados obtidos por Lister et al. (2009), apresentamos na tabela 3.1 os ajustes obtidos para o jato de 3C 279 para a época de 28/07/1995.

Tabela 3.1 Colunas: (1) Nome IAU (B1950.0), (2) nome da componente (zero indica a componente nuclear), (3) época de observação, (4) densidade de fluxo em Jy, (5) posição em relação ao centro do mapa, (6) ângulo de posição com relação à componente do núcleo, (7) semi-eixo maior FWHM da gaussiana ajustada, (8) razão axial da componente ajustada. Fonte: Lister et al. (2009) (MOJAVE VI). A tabela completa para todas as época de observação está disponível na página do MOJAVE na forma de um *online journal*.

$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	
$ \begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	
$\begin{array}{c ccccccccccccccccccccccccccccccccccc$	
0 1995 Jul 28 8.024 0.04 45.0 0.07 1.00	
1 1995 Jul 28 1.588 2.73 244.9 0.27 1.00	
1253-055 2 1995 Jul 28 1.258 2.37 238.6 1.07 1.00	
3 1995 Jul 28 1.795 0.71 230.4 0.41 1.00	
4 1995 Jul 28 2.351 0.25 227.4 0.19 1.00	

Além do problema da não unicidade das soluções, esse método possui limitação quanto ao número de componentes que podem ser ajustadas simultaneamente, sendo necessário ajustá-las definindo-se janelas na mesma imagem e ao final ter que juntar os resultados de cada janela. O método requer também uma suposição inicial para as posições das componentes.

3.4.2. Método Cross-entropy (CE)

A técnica de otimização "*Cross-entropy*" (CE), apresentada por Caproni, Monteiro e Abraham (2011), utiliza a imagem como dados de entrada, e procura os melhores parâmetros para as componentes, selecionando os melhores candidatos entre todas as soluções geradas em cada iteração, e construindo novos parâmetros a partir delas. Não existe limitação com relação ao número de componentes, e o algoritmo é capaz de determinar também o melhor número de componentes.

O algoritmo CE foi utilizado originalmente na otimização de simulações envolvendo eventos raros (Rubinstein 1997), tendo sido modificado por Rubinstein

(1999) para tratar problemas de otimização, discretos e contínuos. Caproni, Monteiro e Abraham (2009) aplicaram esta técnica para determinar os parâmetros da precessão de jatos relativísticos; Monteiro, Dias e Caetano (2010) a aplicaram na otimização dos diagramas cor-magnitude de aglomerados abertos de nossa galáxia e Caproni, Monteiro e Abraham (2011) o utilizaram para modelar as imagens interferométricas.

Os procedimentos básicos envolvidos na otimização pelo método "crossentropy", podem ser resumidos como segue:

 Geração randômica dos parâmetros iniciais obedecendo a critérios prédefinidos;

Seleção das melhores amostras baseadas em alguns critérios matemáticos;

3. Geração randômica das amostras dos parâmetros atualizadas dos melhores candidatos obtidos no item anterior

4. Processo de otimização repete os passos (ii) e (iii) até que uma certa condição pré-definida seja alcançada.

3.4.2.1. Como o método funciona

Considere uma imagem interferométrica composta por $N_x \times N_y$ pixeis, onde N_x e N_y são, respectivamente, os números de pixeis nas coordenadas de ascenção reta e declinação. Assumindo que esse conjunto de dados pode ser descrito por um modelo analítico com N_p parâmetros $p_1, p_2, ..., p_N$, pode-se usar o método de otimização CE para encontrar o conjunto de parâmetros $\mathbf{x}^* = (p_1^*, p_2^*, ..., p_{N_p}^*)$ para o qual o modelo obtém a melhor descrição dos dados. Para um processo em que se deseja ajustar seis parâmetros, temos o conjunto $\mathbf{x}^* = (p_1^*, p_2^*, p_3^*, p_4^*, p_5^*, p_6^*)$.

O processo de otimização é feito por meio da construção randômica de Nconjuntos independentes de parâmetros modelo $\mathbf{X} = (x_1, x_2, ..., x_N)$, onde $\mathbf{x}_i = (p_{1i}, p_{2i}, ..., p_{N_{pi}})$, e minimizando uma função desempenho $S(\mathbf{x})$ usada para checar a qualidade do ajuste durante o processo. Em uma situação ideal na qual todos os parâmetros tenham convergido para a solução exata, deve-se obter $S(\mathbf{x}^*) \rightarrow 0$. Considerando um conjunto de parâmetros modelo $\mathbf{X} = (x_1, x_2, ..., x_N)$, para $N_p = 6$, temos, por exemplo, $\mathbf{x}_1 = (p_{11}, p_{21}, p_{31}, p_{41}, p_{51}, p_{61}), \ \mathbf{x}_2 = (p_{12}, p_{22}, p_{32}, p_{42}, p_{52}, p_{62}),$ e assim por diante.

Para encontrar a melhor solução a partir da otimização CE, inicialmente definese a faixa de parâmetros na qual o algoritmo irá procurar pelos melhores candidatos: $p_j^{\min} \le p_j(k) \le p_j^{\max}$, onde k representa o número da iteração. Introduzindo $\overline{p}_j(0) = (p_j^{\min} + p_j^{\max})/2$ e $\sigma_j(0) = (p_j^{\min} - p_j^{\max})/2$ pode-se calcular $\mathbf{X}(0)$ (conjunto inicial de parâmetros modelo) usando:

$$X_{ij} = \bar{p}_{j}(0) + \sigma_{j}(0)G_{ij}, \qquad (3.1)$$

onde G_{ij} é uma matriz $N \times N_p$ com números aleatórios gerados a partir de uma distribuição normal de média nula e desvio padrão unitário.

Então para $p_j = p_1 = x$, temos $\bar{x}_j(0) = (x_j^{\min} + x_j^{\max})/2$, $\sigma_j(0) = (x_j^{\min} - x_j^{\max})/2$. O conjunto inicial de parâmetros modelo, $X(0) = (x_{1j}, x_{2j}, x_{3j}, ...)$, considerando seis parâmetros para, por exemplo, o conjunto x_{1j} :

$$x_{11}(0) = \overline{p}_{1}(0) + \sigma_{1}(0)G_{11}$$

$$x_{12}(0) = \overline{p}_{2}(0) + \sigma_{2}(0)G_{12}$$

$$x_{13}(0) = \overline{p}_{3}(0) + \sigma_{3}(0)G_{13}$$

$$\dots$$

$$x_{16}(0) = \overline{p}_{6}(0) + \sigma_{6}(0)G_{16}$$
(3.2)

O próximo passo é calcular $S_i(0)$ para cada conjunto de $\mathbf{x}_i(0)$, organizando a função desempenho em ordem crescente de valores. Em seguida seleciona-se o primeiro conjunto N_{elite} de parâmetros, ou seja, a amostra que contém os menores valores para a função desempenho. Essa amostra constituirá a matriz elite $\mathbf{X}^{elite}(0)$.

Feito isso, calcula-se o valor médio $\overline{p}_{j}^{elite,s}(0)$ e desvio padrão $\overline{\sigma}_{j}^{elite,s}(0)$ da amostra elite, respectivamente, como:

$$\overline{p}_{j}^{elite}(0) = \frac{1}{N_{elite}} \sum_{i=1}^{N_{elite}} X_{ij}^{elite} , e$$
(3.3)

$$\sigma_{j}^{elite}(0) = \sqrt{\frac{1}{(N_{elite} - 1)} \sum_{i=1}^{N_{elite}} \left[X_{ij}^{elite}(0) - \overline{p}_{j}^{elite}(0) \right]^{2}} \quad .$$
(3.4)

Considerando $\overline{p}_{j}^{elite} = \overline{p}_{1}^{elite}$:

$$\frac{-e^{lite}}{p_1}(0) = \frac{1}{N_{elite}} \left(X_{11}^{elite}(0) + X_{21}^{elite}(0) + X_{31}^{elite}(0) + \dots + X_{N_{elite}}^{elite}(0) \right) , e \qquad (3.5)$$

$$\sigma_{1}^{elite}(0) = \sqrt{\frac{1}{(N_{elite} - 1)} \left(\begin{bmatrix} X_{11}^{elite}(0) - \overline{p}_{1}^{elite}(0) \end{bmatrix}^{2} + \begin{bmatrix} X_{21}^{elite}(0) - \overline{p}_{1}^{elite}(0) \end{bmatrix}^{2} + \begin{bmatrix} X_{31}^{elite}(0) - \overline{p}_{1}^{elite}(0) \end{bmatrix}^{2} + \dots \right)}$$
(3.6)

Com o valor médio e o desvio padrão temos a nova matriz de conjunto de parâmetros gerada a cada iteração:

$$X_{ij}(1) = \overline{p}_{j}(0) + \sigma_{j}(0)G_{ij} .$$
(3.7)

O processo é retomado desde 3.3, até que se alcance o número de iterações desejado.

Para evitar a rápida convergência para uma solução que não é de fato a melhor, utiliza-se uma suavização fixa para $\bar{p}_j^{elite,s}(k) \in \bar{\sigma}_j^{elite,s}(k)$:

$$\overline{p}_{j}^{elite,s}(k) = \varepsilon \overline{p}_{j}^{elite}(k) + (1+\varepsilon)\overline{p}_{j}^{elite}(k-1),$$
(3.8)

$$\sigma_{j}^{elite,s}(k) = \varepsilon_{d}(k)\sigma_{j}^{elite}(k) + [1 - \varepsilon_{d}(k)]\sigma_{j}^{elite}(k-1), \qquad (3.9)$$

onde ε é um parâmetro de suavização ($0 < \varepsilon < 1$) e $\varepsilon_d(k)$ é um parâmetro de suavização dinâmico na *k*-ésima iteração:

$$\varepsilon_d(k) = \varepsilon - \varepsilon \left(1 - k^{-1}\right)^q , \qquad (3.10)$$

onde q é um inteiro tipicamente entre 5 e 10.

3.4.2.2. A função de desempenho

Para esse trabalho, a função de desempenho é definida como uma combinação do somatório dos quadrados residuais e de suas respectivas variâncias.

O resíduo quadrático $R_m(k)$ em um dado pixel m e iteração k pode ser definido como a diferença quadrática entre a imagem observada I_m e a imagem modelo $M_m(k)$ gerada a cada iteração k, ou seja:

$$R_m(k) = [I_m - M_m(k)]^2$$
(3.11)

Para um ajuste o resíduo médio quadrático pode ser calculado a partir de:

$$\overline{R}(k) = \frac{1}{N_{pixel}} \left[\sum_{m=1}^{N_{pixel}} R_m(k) \right].$$
(3.12)

E, finalmente, a função de desempenho:

$$S_{prod}(\mathbf{x}_{i},k) = \overline{R}(k) \times \frac{1}{N_{pixel}} \left[\sum_{m=1}^{N_{pixel}} \left(R_{m}(k) - \overline{R}(k) \right)^{2} \right].$$
(3.13)

Se I_m e M_m são escritas em termos de *Jy beam*⁻¹, então S_{prod} tem unidades de *Jy⁶ beam*⁻⁶.

3.4.2.3. Estimativa dos parâmetros do modelo e de suas incertezas

Como já foi dito, a otimização CE gera *N* soluções tentativas aleatórias a cada iteração *k*, selecionando o melhor conjunto de parâmetros N_{elite} em termos dos valores de S_{prod} . Para determinar os melhores valores para os parâmetros das gaussianas p_i^* , bem como suas respectivas incertezas $\sigma_{p_i^*}$, usamos as médias ponderadas dos parâmetros e os desvios padrões associados, como segue:

$$p_{i}^{*} = \frac{\overline{p}_{i} / \sigma_{\overline{p}_{i}}^{2}}{\sigma_{\overline{p}_{i}}^{-2}} , \qquad (3.14)$$

e

$$\sigma_{p_i^*} = \sqrt{\sigma_{p_i}^2}, \qquad (3.15)$$

onde

$$\overline{p}_{i} = \frac{\sum_{k=1}^{k \max} w(k) p_{i}(k)}{\sum_{k=1}^{k \max} w(k)}, \qquad (3.16)$$

e

$$\sigma_{\overline{p}_{i}}^{2} = \frac{\sum_{k=1}^{k \max} w(k) [p_{i}(k) - \overline{p}_{i}]^{2}}{\sum_{k=1}^{k \max} w(k)}, \qquad (3.17)$$

com k_{max} representando o número máximo de iterações usadas na otimização, e $w(k) = S_{prod}^{-2}(k)$. O índice -2 foi adotado para que as soluções tentativas com os menores valores de S_{prod} sejam mais importantes nos cálculos de p_i^* .

O mesmo procedimento foi usado para estimar o valor de S_{prod} associado a p_i^* , exceto por $w(k) = \sigma_{S_{prod}}^{-4}(k)$, onde $\sigma_{S_{prod}}^{-2}(k)$ é a variância de $S_{prod}(k)$ entre todas as soluções tentativas na iteração k.

4. Quasar 3C 279

O quasar 3C 279 (z = 0.538, Burbidge & Rosenburg 1965) é uma das fontes mais brilhantes no céu na faixa de ondas de rádio, e apresenta um jato cujas componentes parecem ser ejetadas de um núcleo estacionário. A emissão óptica é altamente variável e polarizada (Moore & Stockman 1981), tendo 3C 279 sido classificado como um objeto do tipo OVV (optically violent variable) por Pica et al. (1988). 3C 279 é também um forte emissor em raios-X (Zamorani et al. 1981), e por apresentar variabilidade desde o rádio até raios- γ , campanhas observacionais de multifrequência são conduzidas com o intuito de revelar uma correlação entre as emissões em raios- γ e raios-X, e também entre raios-X e emissão óptica. A campanha multibanda de Chatterjee et al. (2008) em raios-X, emissão óptica e fluxo em rádio em 15 GHz mostrou que '*bursts*' no óptico e em raios-X estão correlacionados com '*bursts*' em rádio devido à injeção de novas componentes no jato do quasar. Nilsson et al. (2009) apresentaram um estudo sobre a galáxia hospedeira do quasar 3C 279, e, de acordo com esse trabalho, ela tem magnitude aparente na banda I igual a 18.4 ± 0.3 e um raio efetivo estimado de 17 ± 7 kpc; a magnitude absoluta é igual a -23.8.

3C 279 foi o primeiro objeto a ter rápidas mudanças observadas em sua estrutura na escala de milisegundos de arco a partir de intensivas observações de VLBI conduzidas em 1970 (Knight et al. 1971). Embora Gubbay et al. (1969) já tivessem apresentado as primeiras evidências da ocorrência do movimento superluminal em 3C 273 e 3C 279, o fenômeno veio a ser observado pela primeira vez em 1971 (Whitney et al. 1971; Cohen et al. 1971). As observações de 1970 e 1971 foram realizadas com um interferômetro composto por duas antenas, o telescópio de 64-m em Goldstone, Califórnia (NASA Deep Space Network), e o telescópio de 37-m em Tyngsboro, Massachussets (Haystack Observatory). O conjunto chamado de Rádio Interferômetro Goldstone-Haystack forma uma linha de base de 3900 quilômetros, e com a frequência central em 7840 MHz a resolução obtida é de 0.7 msa.

Com as observações do conjunto Goldstone-Haystack, tanto Whitney et al. (1971) quanto Cohen et al. (1971) consideraram modelos simétricos compostos por duas componentes para ajustar os dados de visibilidade de 3C 279. O objetivo era medir a velocidade de expansão dessas componentes e assim chegar a uma velocidade de afastamento das mesmas. Whitney et al. (1971) encontraram para a velocidade de

afastamento $\mu = 0.44 \pm 0.12$ msa/ano, e assumiram que se essa velocidade se manteve constante durante alguns anos, as duas componentes devem ter coincidido em 1967.4 ± 0.9. Cohen et al. (1971) encontraram uma velocidade de afastamento de $\mu =$ 0.39 msa/ano. Cotton et al. (1979) também usaram o mesmo interferômetro e modelo para ajuste da distribuição de brilho da fonte, e encontraram uma velocidade de separação das duas componentes de $\mu = 0.5 \pm 0.1$ msa/ano, e as duas componentes teriam coincidido em 1968 (+0.5, -0.7).

Desde a década de 70, várias campanhas interferométricas vêm sendo realizadas para monitorar o comportamento das estruturas de 3C 279 e também de outras fontes. Pauliny-Toth et al. (1981) conduziram experimentos com observações em 6 cm usando a técnica de VLBI, e mostraram que tanto 3C 279 como outras fontes são fontes nãosimétricas, ou seja, apresentam uma estrutura do tipo jato que se estende a partir de um núcleo compacto brilhante. Pauliny-Toth et al. (1981) identificaram as mesmas componentes encontradas por Cotton et al. (1979), porém, com uma velocidade de separação de $\mu = 0.7$ msa/ano, além de encontrarem uma terceira componente emergente próxima ao núcleo compacto e se afastando dele com $\mu = 1.41$ msa/ano.

Mapas em rádio de 3C 279 construídos a partir de observações obtidas com o VLA (Very Large Array) nos comprimentos de onda de 1.3, 2 e 6 cm (22, 15 e 5 GHz, respectivamente), e resoluções entre 0.06 e 3.5 segundos de arco, mostraram que em resoluções mais baixas a fonte é composta simplesmente por duas componentes, e em resoluções altas o jato é resolvido em vários 'nós' que se estendem a partir de um núcleo compacto sugerindo, então, um mecanismo de contínua ejeção de matéria a partir do núcleo (Pater & Perley 1983). O núcleo possui espectro plano e é coincidente com o quasar óptico.

Unwin et al. (1989) apresentaram mapas de VLBI obtidos nas frequências de 5, 10.7 e 22 GHz, entre 1981 e 1985. Eles identificaram cinco componentes, concordando com Pater & Perley (1983), duas dessas componentes, C2 e C3, tiveram uma velocidade superluminal estimada ao longo da direção de -134° com $\beta_{app} \sim 2.2h^{-1}$ ($\mu = 0.12 \pm$ 0.02 msa/ano), muito inferior aos valores mostrados por Cotton et al. (1979). Unwin et al. (1989) examinaram também a relação entre a evolução espacial das componentes em escalas de parsecs com o histórico das variações da densidade de fluxo em rádio de 3C 279 (Aller et al. 1985), e concluíram que extrapolando o movimento das componentes C2 ou C3 para a época de separação zero entre componente-núcleo, o nascimento dessas novas componentes explicaria '*outbursts*' registrados em 3C 279 em 1976 e 1982, respectivamente.

Carrara et al. (1993) acrescentaram dados às observações de Unwin et al. (1989) nas frequências de 10.7 e 22 GHz usando a rede global de VLBI (Global VLBI Network) incluindo o Rádio Observatório de Itapetinga, e encontraram para as componentes C3 e C4: $\mu = 0.16 \pm 0.01 \text{ msa/ano}$ e $\mu = 0.15 \pm 0.01 \text{ msa/ano}$, respectivamente, que corresponde a $\beta_{app} \sim 2.8h^{-1}$ (~4 para h = 0.7). A velocidade calculada para C3 é um pouco maior do que o valor encontrado por Unwin et al. (1998). Para C4 a época de separação zero em relação ao núcleo seria 1981.4, e a velocidade estimada por Unwin et al. (1998) para essa componente seria de $\mu \sim 0.24$ msa/ano. Além das quatro componentes identificadas por Unwin et al. (1989), Carrara et al. (1993) identificaram uma quinta componente C5 próxima ao núcleo e que explicaria um 'outburst' na densidade total de fluxo em 1987. Os ângulos de posição para C3 e C4 (-130° e -114°, respectivamente) diferem do ângulo de posição no qual a componente de Cotton et al. (1979) estaria se movendo (-142°). As diferenças observadas para as direções dos movimentos das componentes projetadas no plano do céu e também as diferenças nas velocidades sugeriram a existência de um movimento de precessão no jato de 3C 279 (Abraham & Carrara 1998). Para ajustar o modelo de precessão conforme o formalismo apresentado no capítulo 1 (equações 1.11, 1.12 e 1.13), Abraham & Carrara (1998) usaram dados de Cotton et al. (1979), Unwin et al. (1989), Carrara et al. (1993), Abraham et al. (1997) e Aller, Hughes & Aller (1991). Somente com um conjunto de parâmetros foi possível obter um bom ajuste no espaço $\beta_{app} - \phi$: $\gamma = 9.1 \pm 0.6$, $\Omega = 15^{\circ}.7 \pm 1^{\circ}.5, \phi_0 = 21^{\circ}.5 \pm 2^{\circ}.0, e \eta_0 = 37^{\circ} \pm 1^{\circ}.$ Com esse conjunto de parâmetros os períodos de precessão nos referenciais do observador e comóvel são de 22 e 14.4 anos, respectivamente. A figura 4.1 mostra: a. a variação das velocidades superluminais observadas em função do tempo, b. a variação do ângulo entre o jato e a linha de visada como função do tempo, e c. a variação do ângulo de posição no plano do céu em função do tempo, todas no referencial do observador.

3C 279 foi monitorado no período de 1991-1997 por Wehrle et al. (2000) nas frequências de 22 e 43 GHz. Com essas observações, Eles identificaram oito componentes, sete dentro de 1 mas de distância do núcleo, ajustando gaussianas circulares aos dados de visibilidade para cada época de observação. Foram medidos movimentos superluminais para seis componentes com velocidades entre $0.16 < \mu <$



Figura 4.1 *a:* Velocidades superluminais observadas em função do tempo no referencial do observador para o modelo de precessão de jatos. Os pontos representam as velocidades das componentes superluminais e a época que elas foram formadas. *b*: Ângulo entre o jato e a linha de visada em função do tempo no referencial do observador para o modelo de precessão de jatos. Os pontos representam os ângulos observados, calculados a partir das velocidades superluminais observadas assumindo um fator de Lorentz igual a 9.1. *c:* Ângulos de posição no plano do céu em função do tempo no referencial do observador para o modelo de precessão de jatos. Abraham & Carrara (1998).

0.26 msa/ano. A componente C5 (que chamaremos de W5, pois não é a mesma C5 de Abraham & Carrara 1998) foi identificada como uma componente estacionária a aproximadamente 1 msa do núcleo ($\mu = -0.02 \pm 0.02 \text{ msa/ano}$), e embora ela não apresentasse nenhuma evolução espacial, foi observada diminuição no seu fluxo durante o período de monitoramento. A componente C9 (W9), identificada nas imagens em 43 GHz, também pareceu ser estacionária ($\mu = -0.03 \pm 0.02 \text{ msa/ano}$). Seis componentes identificadas na região entre o núcleo e W5 pareceram ter curtos tempos de vida e evanesceram ao chegarem em $r \sim 1$ msa. Wehrle et al. (2000) encontraram uma curvatura na trajetória de C4, a velocidade estimada por eles para essa componente $\mu = 0.26 \pm 0.01 \text{ msa/ano}$ concorda com Unwin et al. (1998) e difere do valor encontrado por Abraham & Carrara (1998), o movimento da componente está na direção de -114°, e a época de ejeção seria 1984.68 (+0.27, -0.29). Wehrle et al. (2000) encontraram diferentes velocidades e ângulos de posição para as distintas componentes. As velocidades aparentes calculadas concordam razoavelmente com o que é previsto pelo modelo de precessão de Abraham & Carrara (1998), isso não acontece com os ângulos de posição mostrados na figura 4.2.



Figura 4.2 Esquerda: Dados das velocidades de Wehrle et al. (2000) sobrepostos ao modelo de precessão de Abraham & Carrara (1998). Direita: Dados dos ângulos de posição de Wehrle et al. (2000) sobrepostos ao modelo de precessão de Abraham & Carrara (1998).

Homan et al. (2001) apresentaram resultados de observações feitas com o VLBA nas frequências de 15 e 22 GHz durante o ano de 1996. Foi observada a região interna a 3 msa do jato em 3C 279 e identificadas quatro componentes. A componente U1 de Homan et al. (2001) é a componente C4 de Unwin et al. (1998) e Carrara et al. (1993) com o movimento próprio calculado em $\mu = 0.25 \pm 0.01$ msa/ano (condordando com Unwin et al. 1998) ao longo da direção $-124^{\circ} \pm 2^{\circ}$, diferentemente do valor de -114° de Carrara et al. (1993). Essa diferença no ângulo de posição segundo Homan et al. (2001) seria devido a uma pequena desaceleração de C4 em consequência de alguma interação entre a componente e o meio externo ou com com alguma componente próxima (possivelmente a componente U2, figura 4.3).



Figura 4.3 Imagem de intensidade total de 3C 279 para 1996.74 em 15 GHz. Contornos começam em 30 mJy/beam e crescem em passos de $\sqrt{2}$. Homan et al. (2001).

Homan et al. (2003) reportaram uma mudança da direção do movimento da componente C4 (U1) de $-114^{\circ} \pm 1^{\circ}$ para $-140^{\circ} \pm 1^{\circ}$ após 1998.2. Eles atribuíram essa mudança de direção a um possível evento de colimação resultante da interação do extremo do jato com o meio interestelar. Os resultados foram obtidos com o programa *VLBA 2cm Survey*. A figura 4.4 mostra uma imagem de 3C 279 de março de 1997. Sobrepostas a imagem estão as posições de C4 ao longo de 19 épocas de observação compiladas por Homan et al. (2003), além de dados em 22 e 43 GHz de Wehrle et al. (2001), dados em 10.7 GHz de Carrara et al. (1993), posições aproximadas da componente superluminal da década de 70 e a componente C3 (U2) na direção -134°. As velocidades estimadas para C4 são de $\mu = 0.25 \pm 0.02$ msa/ano até 1998.2 e $\mu = 0.40 \pm 0.01$ msa/ano para o período após 1998.2. A figura 4.5 mostra os ajustes de Homan et al. (2003) para as trajetórias de C4 projetadas no plano do céu antes e após 1998.2.

A mesma componente C4 foi monitorada por Jorstad et al. (2004) usando o VLBA em 43 GHz no período de março de 1998 a abril de 2001. Eles identificaram a mesma mudança de direção entre 1997.6 e 1998.2. Em 43 GHz, segundo Jorstad et al. (2004), a componente C4 mudou sua trajetória de $-112^{\circ} \pm 1^{\circ}$ para $-141^{\circ} \pm 1^{\circ}$, e o movimento próprio passou de $\mu = 0.23 \pm 0.03$ msa/ano para $\mu = 0.35 \pm 0.01$ msa/ano.



Figura 4.4 Imagem VLBA em 15 GHz de 3C 279 de março de 1997. Os contornos começam em 10 mJy/beam e crescem em potências de 2. A cruz no campo superior direito do mapa representa as dimensões FWHM do feixe. Sobreposta a imagem estão as posições de C4 em vermelho. Os triângulos são os dados em 10.7 GHz de Carrara et al. (1993), os quadrados são dados de Wehrle et al. (2001), e os círculos são as medidas em 2cm obtidas com o VLBA entre 1995.5 até 2002.9. As estrelas azuis e cruzes verdes indicam as localizações aproximadas medidas para a componente superluminal de 1970 (Cotton et al. 1979) e componente C3 (U2) (Unwin et al. 1989), respectivamente. As linhas pontilhadas vermelha, verde e azul marcam as direções -114°, -134° e -142°, respectivamente. Imagem: Homan et al. (2003).



Figura 4.5 As imagens mostram mudanças na direção da trajetória da componente C4 (U1). Lado esquerdo: posições das componentes como vistas no céu e ajustes cinemáticos para o movimento. Lado direito: distâncias projetadas ao longo dos ângulos de posição correspondentes às direções de movimento antes e após a curvatura. (Homan et al. 2003).

Tanto Jorstad et al. (2004) quanto Homan et al. (2003) associaram essas mudanças no movimento de C4 a mudanças estruturais que vinham ocorrendo na componente devido a interações com o meio e instabilidades magnetohidrodinâmicas. A mudança na trajetória seria explicada por um aumento do ângulo de visada em aproximadamente 1°, enquanto que o fator de Lorentz permaneceria constante em $\gamma \ge 15$. Isso reduziria o fator Doppler concordando com o decréscimo em fluxo observado em C4. Nesse contexto, o valor $\gamma \sim 9$ de Abraham & Carrara (1998) seria muito baixo para explicar as mudanças em velocidade apresentadas por Jorstad et al. (2004) e Homan et al. (2003).

Lister et al. (2009) identificaram nove componentes nas observações em 15 GHz pelo programa MOJAVE no período de 1995 e 2007. As velocidades das componentes estimadas por eles variam entre $0.22 \le \mu \le 0.65$ msa/ano. Para estimar as velocidades, Lister et al. (2009) assumiram modelos de trajetórias que diferem de um simples modelo balístico de movimento. Eles estudaram a cinemática das componentes assumindo dois tipos de aceleração. A primeira é paralela à direção de propagação das componentes, sendo responsável pelas mudanças observadas nas velocidades das mesmas, a segunda é perpendicular ao movimento e quantifica as mudanças na direção aparente no plano do céu, causando então as trajetórias curvas. A figura 4.6 mostra o resultado obtido por Lister et al. (2009) para a separação entre as componentes e o núcleo do jato de 3C 279 para diversas épocas. As acelerações e possíveis trajetórias curvas foram consideradas para algumas componentes para obter os ajustes cinemáticos.



Figura 4.6 Separação angular a partir do núcleo vs. época para as componentes do jato. Os símbolos coloridos indicam componentes usadas nos ajustes cinemáticos (linhas sólidas e pontilhadas). As linhas sólidas indicam ajustes aos pontos assumindo que não há aceleração, as linhas pontilhadas indicam ajustes considerando movimento acelerado. Fonte: Lister et al. (2009) (*online journal*) (MOJAVE VI).

Os resultados de todos esses trabalhos dependem da modelagem das componentes a partir dos mapas de VLBI ou das funções de visibilidade, bem como do número de componentes utilizadas, das condições iniciais usadas para a modelagem e, por fim, da correta identificação das componentes em sucessivas épocas de observação.

Por isso, melhorar os modelos, identificar as componentes e determinar seus parâmetros de forma mais apropriada são as motivações deste trabalho.

5. Resultados e Discussões

No capítulo 3 apresentamos a técnica de Cross-entropy (CE) que foi empregada neste trabalho na análise de imagens interferométricas do jato do quasar 3C 279 obtidas em 15 GHz pelo projeto MOJAVE. Ao todo são 25 épocas de observação utilizadas entre 28/07/1995 e 16/05/1999. Inicialmente usamos o método CE para obter, a partir das imagens, o número e os parâmetros das componentes do jato para cada época, modeladas como gaussianas bidimensionais. Feito isso, acompanhamos o movimento dessas componentes ao longo do tempo e estudamos suas características cinemáticas.

5.1. Ajuste dos parâmetros e do número de componentes do jato

As imagens de 3C 279 em formato *fits*, fornecidas pelo projeto MOJAVE, são formadas por um arranjo de 512 x 512 pixeis, mas somente uma pequena fração da imagem possui sinal do jato. Por isso, a imagem original é cortada para manter só essa porção significativa da imagem. Esse truncamento auxilia na redução do tempo usado pelo algoritmo ao varrer o espaço de parâmetros do ajuste.

Neste trabalho os ajustes são conduzidos no plano real da imagem, por isso assumimos gaussianas elípticas bidimensionais para descrever a distribuição de brilho das componentes, já que na imagem real as componentes estão convoluídas com o feixe elíptico do experimento interferométrico.

O método CE foi aplicado conforme visto no capítulo 3 variando-se o número de componentes de três a seis para cada época. O processo de ajuste das gaussianas examina a imagem no plano *xy* considerando o seguinte conjunto de parâmetros:

- Tamanho da imagem nos eixos x e y para determinar a posição central das gaussianas;
- *a*, semi-eixo maior da gaussiana elíptica;
- *e*, excentricidade;
- θ_0 , inclinação (ângulo de posição) da gaussiana;
- I_0 , intensidade central da gaussiana dada em Jy/beam.

Para determinar essas quantidades fornecemos como parâmetros de entrada:

- os limites da imagem em x e y após o corte;
- o número de fontes N_s a serem ajustadas;

- número de iterações $(2000 * N_s)$;
- o intervalo para o semi-eixo maior da elipse, sendo que o valor mínimo é dado pelas características do feixe conforme a_{min} = σ_{feixe}/2√2ln2, onde σ_{feixe} é o tamanho do maior eixo do feixe;
- ângulos de posição mínimo e máximo;
- intensidades mínima e máxima (Jy/beam). O limite inferior corresponde ao dobro da estimativa do ruído, e o limite superior é a maior medida de fluxo obtida no mapa.

Em todas as épocas de observação foi permitida a variação da inclinação da elipse entre -90 e +90 graus, e a variação da excentricidade entre 0.0 e 0.95. Os demais parâmetros são característicos de cada imagem como mostra a tabela 5.1.

Dado o espaço inicial de parâmetros iniciamos a otimização CE. Para cada época e número de componentes ajustadas obtivemos os valores da função de desempenho (capítulo 3), os mapas residuais de cada ajuste e valor médio do resíduo quadrático desses mapas. Em alguns casos, na tentativa de minimizar o resíduo, ocorre a sobreposição de componentes, então nem sempre os menores valores para a função de desempenho e resíduo correspondem a melhor solução, embora essas quantidades sejam também indicadoras do bom ajuste, por isso usamos também a análise visual dos mapas residuais para determinar qual o melhor modelo. A figura 5.1 mostra os valores da função de desempenho (à esquerda) e resíduos quadráticos (à direita) para a época de 06/11/1995 em função do número de componentes. Para todas as épocas de observação, ver apêndice A.

A figura 5.2 (a-d) mostra os ajustes obtidos para as imagens de VLBI em 15 GHz do jato de 3C 279 para 06/11/1995 variando-se o número de componentes (para todas as épocas, ver apêndice B). O ponto (0,0) no canto inferior esquerdo das imagens marca a origem das coordenadas de ascensão reta e declinação em pixeis deslocadas para os valores de x_{min} e y_{min} do espaço de parâmetros. O tamanho das imagens varia em cada época dados os cortes na imagem *fits* original. *Lado esquerdo:* os contornos em branco representam o mapa de VLBI para as respectivas épocas (valores dos contornos em incrementos de $\sqrt{2}$ a partir do valor mínimo de 10mJy). As elipses representam as componentes ajustadas. *Lado direito:* mapa residual quadrático (imagen real menos a imagem modelo ao quadrado). Contornos em branco em incrementos de $\sqrt{2}$ a partir do valor mínimo para cada época. A partir da função de desempenho, resíduos e mapas residuais conseguimos determinar o melhor ajuste para cada época, ou seja, o melhor número de componentes. A tabela 5.2 mostra esse resultado. Ao longo das 25 épocas de observação conseguimos identificar seis componentes distintas além do núcleo. Chamaremos essas componentes J1, J2, J3, J4, J5, J6 e D (núcleo estacionário), onde J1 é a que está mais afastada. As figuras 5.3-5.15 mostram a evolução das componentes em cada época de observação.

Énaca	x _{min}	x _{max}	y _{min}	y _{max}	a _{min}	a _{max}	I _{min}	I _{max}
Ероса	(pixeis)	(pixeis)	(pixeis)	(pixeis)	(pixeis)	(pixeis)	(Jy/beam)	(Jy/beam)
25/07/1995	245	300	200	275	4.59	10	0.002838	9.36
05/11/1995	245	300	200	275	5.09	10	0.001481	9.77
06/11/1995	245	300	200	275	5.22	10	0.00126	9.48
15/12/1995	245	300	230	280	6.62	10	0.001485	7.65
19/01/1996	245	295	210	275	5.18	10	0.000893	10.78
22/03/1996	245	295	210	275	4.96	10	0.000843	12.7
16/05/1996	245	295	210	280	5.77	10	0.000695	14.64
27/05/1996	245	295	210	280	5.3	10	0.001092	14.9
27/07/1996	245	295	210	280	5.09	10	0.001066	15.1
27/09/1996	245	295	210	280	5.43	10	0.000974	14.9
10/10/1996	245	295	215	280	4.58	10	0.008317	13.2
12/10/1996	245	295	215	280	5.4	10	0.003864	13.8
27/10/1996	245	300	215	280	4.33	10	0.001061	13.63
06/12/1996	245	300	215	280	5.13	10	0.000956	13.1
23/12/1996	245	300	215	280	5.01	10	0.000801	15.39
29/03/1997	245	300	215	280	5.27	10	0.000559	15.4
16/07/1997	245	300	215	280	5.99	10	0.000501	15.73
28/08/1997	245	300	215	280	4.58	10	0.003975	13.66
16/11/1997	245	300	215	280	5.43	10	0.000418	19.77
07/12/1997	245	300	215	280	5.6	10	0.000806	17.34
07/03/1997	240	300	215	280	6.67	10	0.001883	11.75
29/05/1997	240	300	215	280	5.82	10	0.000937	15.93
30/06/1998	240	300	215	280	5.09	10	0.000881	14.48
04/04/1999	240	305	210	280	5.26	10	0.001039	13.9
16/05/1999	240	305	210	280	6.2	10	0.000826	14.3

Tabela 5.1 Parâmetros de entrada da otimização CE.



Figura 5.1 Esquerda: Função de desempenho. Direita: resíduos quadráticos.



Figura 5.2.a – Ajuste obtido para a imagem de VLBI em 15 GHz do jato de 3C 279 de 06/11/1995 – 3 componentes. O ponto (0,0) no canto inferior esquerdo das imagens marca a origem das coordenadas de ascensão reta e declinação em pixeis deslocadas para os valores de x_{min} e y_{min} do espaço de parâmetros. O tamanho das imagens varia em cada época dados os cortes na imagem *fits* original. *Lado esquerdo:* os contornos em branco representam o mapa de VLBI para as respectivas épocas (valores dos contornos em incrementos de $\sqrt{2}$ a partir do valor mínimo de 10 mJy). As elipses representam as componentes ajustadas. *Lado direito:* mapa residual quadrático (imagen real menos a imagem modelo ao quadrado). Contornos em branco em incrementos de $\sqrt{2}$ a partir de valor mínimo em 0.1 mJy.



Figura 5.2.b Ajuste obtido para a imagem de VLBI em 15 GHz do jato de 3C 279 de 06/11/1995 – 4 componentes.



Figura 5.2.c Ajuste obtido para a imagem de VLBI em 15 GHz do jato de 3C 279 de 06/11/1995 – 5 componentes.



Figura 5.2.d Ajuste obtido para a imagem de VLBI em 15 GHz do jato de 3C 279 de 06/11/1995 – 6 componentes.

Época	N _s	Época	N _s
28/07/1995	6	06/12/1996	5
05/11/1995	5	23/12/1996	5
06/11/1995	6	29/03/1997	6
15/12/1995	5	16/07/1997	6
19/01/1996	5	28/08/1997	5
22/03/1996	6	16/11/1997	5
16/05/1996	6	07/12/1997	4
27/05/1996	6	07/03/1998	6
27/07/1996	6	29/05/1998	5
27/09/1996	5	30/06/1998	6
10/10/1996	6	04/04/1999	4
12/10/1996	5	16/05/1999	5
27/10/1996	5		

Tabela 5.2 Número de componentes escolhidas para cada época de observação.



Figura 5.3 Ajuste obtido para a imagem de VLBI em 15 GHz do jato de 3C 279. Esquerda: 28/07/1995. Direita: 05/11/1995. Os contornos em branco representam o mapa de VLBI para as respectivas épocas (valores dos contornos em incrementos de $\sqrt{2}$ a partir do valor mínimo de **10** mJy). As elipses representam as componentes ajustadas.



Figura 5.4 Esquerda: 06/11/1995. Direita: 15/12/1995.



Figura 5.5 Esquerda: 19/01/1996. Direita: 22/03/1996.



Figura 5.6 Esquerda: 16/05/1996. Direita: 27/05/1996.



Figura 5.7 Esquerda: 27/07/1996. Direita: 27/09/1996.





Figura 5.8 Esquerda: 10/10/1996. Direita: 12/10/1996.



Figura 5.9 Esquerda: 27/10/1996. Direita: 06/12/1996.



Figura 5.10 Esquerda: 23/12/1996. Direita: 29/03/1997.



Figura 5.11 Esquerda: 16/11/1997. Direita: 07/12/1997.



Figura 5.12 Esquerda: 16/07/1997. Direita: 28/08/1997.



Figura 5.13 Esquerda: 07/03/1998. Direita: 29/05/1998.



Figura 5.14 Esquerda: 30/06/1998. Direita: 04/04/1999.



Figura 5.15 16/05/1999

O poder de resolução das imagens interferométricas é dado pelas características do feixe (PSF). Através dos ajustes podemos ver que o limite de resolução nesse caso é a componente nuclear D para todas as épocas, que é a região mais compacta do jato. As figuras 5.16, 5.17 e 5.18 mostram, respectivamente, os resíduos para os ângulos de posição, tamanhos e excentricidades entre a componente D e o feixe para cada época de observação. Podemos ver que os parâmetros de dimensão e orientação da componente nuclear recuperam os parâmetros do feixe.



Figura 5.16 Resíduos para a orientação da componente nuclear em relação ao feixe.



Figura 5.17 Resíduos entre o semi-eixo maior do núcleo e o do feixe.


Figura 5.18 Resíduos entre a excentricidade do núcleo em relação ao feixe.

5.2. Cálculo das distâncias e fluxos das componentes

Com os parâmetros encontrados pela otimização CE podemos calcular a distância componente-núcleo (r) e o fluxo F (em Jy) usando, respectivamente:

$$r(pixeis) = \sqrt{(x - x_{core})^2 + (y - y_{core})^2}$$
, e (5.1)

$$F(Jy) = 8\ln 2 \left(\frac{a^2 \sqrt{1 - e^2}}{b_{FWHM}^{max} b_{FWHM}^{min}}\right) I_0 \text{ , onde}$$
(5.2)

 b_{FWHM}^{max} e b_{FWHM}^{min} , são as FWHM dos eixos do feixe para a dada imagem. Na última equação, b_{FWHM}^{max} e b_{FWHM}^{min} devem ser dados em pixeis, e I_0 em Jy/beam. As dimensões dos feixes para as distintas épocas estão na tabela 5.3.

Para calcular o ângulo de posição das componentes em relação ao núcleo, usamos:

$$\eta = 270^{\circ} - \mathbf{tg}^{-1} \left(\frac{y_{core} - y}{x - x_{core}} \right).$$
(5.3)

Subtraímos 270 graus para usar a mesma orientação de Lister et al. (2009).

Na tabela 5.4 apresentamos a distância de cada componente ao núcleo D. Na tabela 5.5 estão os valores do fluxo para cada época, e na tabela 5.6 estão os ângulos de posição. As componentes se distanciam do núcleo ao longo do mesmo ângulo de posição (PA) projetados no plano do céu. As figuras 5.19 - 5.24 mostram os ajustes de PA das componentes nas diferentes épocas, e o valor médio da direção de movimento. Podemos ver que as maiores dispersões ocorrem para as componentes próximas ao núcleo (J4, J5 e J6), e para a componente fraca J1. Repare na tabela 5.6 que em 06/12/1996 o PA de J6 é 267°. Nessa época o resultado do ajuste de J6 mostra essa componente bastante sobreposta ao núcleo, como pode ser visto na figura 5.9, o que deve ter prejudicado a estimativa desse parâmetro. Esses valores médios de PA serão usados na comparação de nossos resultados com os apresentados na literatura.

Época	b_{FWHM}^{max} (msa)	<i>b_{FWHM}</i> (msa)	Época	b_{FWHM}^{max} (msa)	b_{FWHM}^{min} (msa)
28/07/1995	1.08	0.44	06/12/1996	1.21	0.46
05/11/1995	1.2	0.48	23/12/1996	1.18	0.47
06/11/1995	1.23	0.52	29/03/1997	1.24	0.54
15/12/1995	1.56	0.54	16/07/1997	1.41	0.56
19/01/1996	1.22	0.5	28/08/1997	1.08	0.36
22/03/1996	1.17	0.48	16/11/1997	1.28	0.53
16/05/1996	1.36	0.51	07/12/1997	1.32	0.47
27/05/1996	1.25	0.53	07/03/1998	1.57	0.44
27/07/1996	1.2	0.49	29/05/1998	1.37	0.42
27/09/1996	1.28	0.48	30/06/1998	1.2	0.39
10/10/1996	1.08	0.33	04/04/1999	1.24	0.56
12/10/1996	1.06	0.32	16/05/1999	1.46	0.63
27/10/1996	1.02	0.43			

Tabela 5.3 Dimensões do feixe ou PSF.

	r (msa)						
Época	J3	J1	J2	J4	J5	J6	
28/07/1995	2.663±0.008	3.859±0.442	2.263±0.077	0.553±0.036	0.263±0.114		
05/11/1995	2.759±0.008		2.409±0.074	0.588±0.189		0.078 ± 0.018	
06/11/1995	2.755±0.01	2.764±0.021	2.363±0.091	0.655 ± 0.017		0.069±0.025	
15/12/1995	2.851±0.011	2.916±0.243	2.453±0.096		0.474 ± 0.006		
19/01/1996	2.864±0.074		2.371±0.077	0.993±0.181	0.351±0.048		
22/03/1996	2.964±0.011	2.526±0.845	2.634±0.145	0.865 ± 0.025		0.111±0.004	
16/05/1996	2.962±0.016	2.738±0.339	2.631±0.113	1.125±0.028		0.146±0.012	
27/05/1996	2.978±0.014	2.126±0.877	2.539±0.094	0.949 ± 0.029		0.099 ± 0.004	
27/07/1996	3.018±0.007	2.622±1.052	2.606±0.077	0.982±0.023		0.149±0.011	
27/09/1996	3.035±0.009		2.673±0.085	1.106±0.289		0.251±0.082	
10/10/1996	3.063±0.008	3.133±0.304	2.755±0.068	1.043±0.022		0.264±0.009	
12/10/1996	3.057±0.007		2.844±0.11	1.086 ± 0.026		0.265 ± 0.006	
27/10/1996	3.039±0.006		2.788±0.109	0.967 ± 0.056		0.324±0.042	
06/12/1996	3.086±0.007		2.711±0.116	0.996±0.042		0.087 ± 0.01	
23/12/1996	3.067±0.007		2.699±0.125	1.074±0.053		0.339±0.072	
29/03/1997	3.102±0.005	2.754±0.441	2.685±0.15	1.063 ± 0.044		0.197±0.037	
16/07/1997	3.194±0.004	3.067±0.359	2.697±0.125	1.049±0.061		0.334±0.019	
28/08/1997	3.294±0.003		2.985±0.103		0.874 ± 0.056	0.347 ± 0.003	
16/11/1997	3.305±0.003		2.591±0.086		0.724±0.036	$0.395 {\pm} 0.007$	
07/12/1997	3.315±0.006				0.841 ± 0.047	0.395 ± 0.007	
07/03/1998	3.338±0.011	3.615±0.377	2.228±0.309	1.179±0.115		0.417±0.009	
29/05/1998	3.413±0.009		2.759±0.376		0.776±0.062	0.41 ± 0.01	
30/06/1998	3.482±0.009		2.518±0.331		0.744 ± 0.068	0.395±0.017	
04/04/1999	3.661±0.004		3.184±0.081			0.701±0.004	
16/05/1999	3.693±0.017	2.791±0.727	3.287±0.151			0.731±0.003	

Tabela 5.4 Distância componente-núcleo.

Tabela 5.5 Fluxos.

F (Jy)							
Época	D	J3	J1	J2	J4	J5	J6
28/07/1995	7.892±0.647	1.859±0.201	0.126±0.197	0.856±0.594	2.832±0.538	1.499±1.596	
05/11/1995	8.173±0.685	1.905±0.206		0.796±0.529	1.694±0.353		2.446±1.097
06/11/1995	7.888±0.644	1.938±0.209	0.164±0.176	0.553±0.444	1.374±0.283		2.287±1.151
15/12/1995	7.467±0.109	1.485 ± 0.204	0.177±0.292	0.58±0.39		1.921±0.157	
19/01/1996	10.539±0.256	1.872 ± 0.176		0.67±0.71	1.1±1.3	1.354±0.396	
22/03/1996	6.538±0.261	1.642±0.217	$0.057 {\pm} 0.077$	0.735±0.321	0.799±0.257		7.386±0.314
16/05/1996	12.896±0.402	2.092 ± 0.267	0.06 ± 0.08	0.526±0.471	0.59±0.15		3.206±0.425
27/05/1996	8.969±0.373	2.089 ± 0.257	0.049 ± 0.074	0.301±0.346	0.543±0.186		7.287±0.376
27/07/1996	12.603±0.309	2.048±0.183	0.061±0.146	0.403 ± 0.297	0.541±0.143		4.11±0.27
27/09/1996	15.564±0.558	2.21±0.21		0.507 ± 0.273	0.324 ± 0.485		1.769 ± 0.856
10/10/1996	14.311±0.232	2.026 ± 0.188	0.073±0.106	0.637±0.416	0.594±0.159		2.28±0.37
12/10/1996	15.222±0.188	2.171±0.241		0.676 ± 0.625	0.446±0.167		2.322±0.235
27/10/1996	14.988 ± 0.345	1.989±0.169		0.669 ± 0.309	0.489 ± 0.241		1.161±0.696
06/12/1996	7.346±1.779	2.03±0.18		0.332±0.302	0.289±0.175		7.635±1.413
23/12/1996	16.322±0.487	2.436±0.159		0.523±0.349	0.469±0.259		1.296±0.889
29/03/1997	15.752±0.446	2.723±0.186	0.065 ± 0.097	0.415±0.361	0.426±0.169		1.651±0.369
16/07/1997	15.596±0.687	3.378±0.165	0.079±0.115	0.263±0.305	0.323±0.205		3.482±0.784
28/08/1997	13.791±0.218	3.268±0.207		0.451±0.486		0.606±0.261	6.653±0.254
16/11/1997	18.726±0.364	3.477±0.176		0.388±0.28		0.841±0.364	5.463±0.343
07/12/1997	16.624±0.294	3.239±0.195				0.457 ± 0.409	5.735±0.326
07/03/1998	12.498±0.216	2.747±0.17	0.096±0.195	0.169±0.166	0.223±0.218		3.63±0.36
29/05/1998	16.607±0.695	3.645±0.345		0.534±0.972		0.894±0.759	7.146±0.739
30/06/1998	12.782±0.898	3.472±0.331		0.651±1.673		0.776±0.633	10.403±1.212
04/04/1999	14.684±0.075	1.921±0.140		0.318±0.141			6.152±0.079
16/05/1999	14.586±0.192	1.836±0.227	0.192±0.475	0.496±0.371			6.301±0.221

Tabela	5.6	Ângulos	de	Posição.
--------	-----	---------	----	----------

PA (graus)							
Época	J3	J1	J2	J4	J5	J6	
28/07/1995	209.41±0.01	244.7±0.0	235.4±0.0	224.9±0.0	222.0±0.0		
05/11/1995		246.8±0.0	240.9±0.0	239.9±0.0		224.9±0.0	
06/11/1995	218.9±0.0	246.6±0.0	241.8±0.0	238.9±0.0		230.6±0.0	
15/12/1995	216.04±0.01	245.9±0.0	242.8±0.0		235.1±0.0		
19/01/1996		246.5±0.0	240.7±0.0	235.0±0.0	234.4±0.0		
22/03/1996	212.43±0.02	246.6±0.0	242.1±0.0	235.1±0.0		218.3±0.0	
16/05/1996	223.4±0.0	246.4±0.0	239.1±0.0	234.6±0.0		233.5±0.0	
27/05/1996	225.07±0.02	245.9±0.0	240.8±0.0	235.4±0.0		223.7±0.0	
27/07/1996	220.61±0.03	246.2±0.0	241.4±0.0	234.7±0.0		227.7±0.0	
27/09/1996		246.2±0.0	240.9±0.0	238.0±0.0		251.3±0.0	
10/10/1996	219.04±0.01	246.3±0.0	240.4±0.0	230.9±0.0		239.3±0.0	
12/10/1996		246.5±0.0	239.0±0.0	234.6±0.0		239.5±0.0	
27/10/1996		246.7±0.0	241.8±0.0	237.7±0.0		240.8±0.0	
06/12/1996		246.5±0.0	240.6±0.0	241.5±0.0		267.0±0.0	
23/12/1996		246.3±0.0	238.8±0.0	235.1±0.0		236.1±0.0	
29/03/1997	212.84±0.01	246.3±0.0	240.8±0.0	236.9±0.0		234.9±0.0	
16/07/1997	220.2±0.0	246.4±0.0	239.3±0.0	237.7±0.0		235.7±0.0	
28/08/1997		245.9±0.0	241.6±0.0		231.6±0.0	233.1±0.0	
16/11/1997		245.7±0.0	229.2±0.0		232.5±0.0	230.4±0.0	
07/12/1997		245.2±0.0			234.5±0.0	229.9±0.0	
07/03/1998	223.78±0.01	245.1±0.0	225.9±0.1	228.4±0.0		225.9±0.0	
29/05/1998		244.5±0.0	242.0±0.1		242.1±0.0	223.8±0.0	
30/06/1998		244.1±0.0	239.8±0.1		244.7±0.0	222.4±0.0	
04/04/1999		243.8±0.0	238.3±0.0			231.0±0.0	
16/05/1999	220.37±0.02	243.8±0.0	240.4±0.0			232.8±0.0	



Figura 5.19 Ajuste dos ângulos de posição para J1 em função da época de observação. A linha sólida preta indica o ângulo de posição médio.



Figura 5.20 Ajuste dos ângulos de posição para J2 em função da época de observação. A linha sólida preta indica o ângulo de posição médio.



Figura 5.21 Ajuste dos ângulos de posição para J3 em função da época de observação. A linha sólida preta indica o ângulo de posição médio.



Figura 5.22 Ajuste dos ângulos de posição para J4 em função da época de observação. A linha sólida preta indica o ângulo de posição médio.



Figura 5.23 Ajuste dos ângulos de posição para J5 em função da época de observação. A linha sólida preta indica o ângulo de posição médio.



Figura 5.24 Ajuste dos ângulos de posição para J6 em função da época de observação. A linha sólida preta indica o ângulo de posição médio.

5.3. Ajustes cinemáticos

A partir dos dados da variação da distância das distintas componentes em relação ao núcleo podemos avaliar o comportamento dessa quantidade ao longo do tempo e estimar a velocidade com que essas componentes se movem e em que época elas devem ter sido ejetadas.

Para obter essas grandezas consideramos que as componentes possuem movimento balístico, dessa forma, através de um ajuste linear usando o método de mínimos quadrados conseguimos calcular o movimento próprio μ de cada componente. Extrapolando o ajuste para o momento de separação zero entre as componentes e o núcleo, temos uma estimativa da época de ejeção de cada uma delas. Usamos os dados da tabela 5.4 para efetuar os ajustes como mostram as figuras 5.25-5.30. A figura 5.31 mostra que J3 é a componente mais distante em relação ao núcleo e que J6 é a mais próxima. A tabela 5.7 mostra as velocidades e épocas de ejeção encontradas.

Tabela 5.7 Movimentos próprios, velocidades e épocas de ejeção das componentes obtidas pelo ajuste linear dos dados da tabela 5.4. As velocidades em unidades da velocidade da luz foram calculadas considerando o modelo Λ CDM, onde $H_0 = 71$ km/s/Mpc (WMAP – 7 year data).

Componente	μ (msa/ano)	$\beta_{obs}(c)$	t_0 (ano)	η (graus)
J1	0.150±0.106	4.73±3.34	1978.1±1.9	218.5±0.0
J2	0.153±0.039	4.83±1.23	1980.2±1.1	239.3±0.0
J3	0.249 ± 0.007	7.86±0.22	1984.5±0,4	245.8±0.0
J4	0.217±0.047	6.85±1.48	1992.2±0.4	235.2±0.0
J5	0.181±0.033	5.71±1.04	1993.8±0.4	234.6±0.0
J6	0.166 ± 0.014	5.24±0.44	1995.5±0.1	230.3±0.0



Figura 5.25 Ajuste linear para a componente J1.



Figura 5.26 Ajuste linear para a componente J2.



Figura 5.27 Ajuste linear para a componente J3.



Figura 5.28 Ajuste linear para a componente J4.



Figura 5.29 Ajuste linear para a componente J5.



Figura 5.30 Ajuste linear para a componente J6.



Figura 5.31 Posição das distintas componentes em relação ao núcleo em função das épocas de observação.

Note que a componente J3 foi ejetada depois de J2 e com velocidade maior. Provavelmente elas devem ter se cruzado em 1991.19. As componentes J4, J5 e J6 estão na região próxima ao núcleo dentro de aproximadamente 1 msa e essa proximidade com o núcleo e entre elas mesmas dificulta a determinação das posições e fluxos ao longo do tempo, sendo necessário analisar ponto a ponto esses dados para distinguir uma componente da outra.

As figuras 5.32-5.37 mostram os fluxos de cada componente em função da época de observação. A densidade de fluxo de J1 permanece quase constante. Por ser uma componente muito fraca, os dados de J1 apresentam incertezas grandes e não se pode visualizar a tendência de comportamento da densidade de fluxo dessa fonte. Para a componente J3, a densidade de fluxo aumenta até aproximadamente 1998.4 e depois passa a decrescer. Isso ocorre porque a componente talvez fosse opticamente espessa em 15 GHz até essa época, e depois se tornou opticamente fina. As componentes J2 e J5 apresentam um decréscimo na densidade de fluxo menos acentuado do que a componente J4 que eventualmente evanesce e deixa de ser encontrada em nossos ajustes a partir de março de 1998. O decaimento pode ser devido à expansão adiabática das componentes.

Até 1997.24 a componente J6 se confunde com o núcleo por estar muito próxima a ele. A partir dessa época vemos que a densidade de fluxo de J6 aumenta até 1998.5 e depois passa a diminuir, da mesma forma que J3, indicando uma transição

entre o regime opticamente espesso e fino. Na figura 5.38 mostramos a densidade de fluxo do núcleo considerando a contribuição de J6 até 1997.24. Até essa época vemos um aumento suave na densidade de fluxo do núcleo que pode ser devido ao surgimento da componente J6 em meados de 1995.



Figura 5.32 Densidade de fluxo de J1 em função da época de observação.



Figura 5.33 Densidade de fluxo de J2 em função da época de observação.



Figura 5.34 Densidade de fluxo de J3 em função da época de observação.



Figura 5.35 Densidade de fluxo de J4 em função da época de observação.



Figura 5.36 Densidade de fluxo de J5 em função da época de observação.



Figura 5.37 Densidade de fluxo de J6 em função da época de observação.



Figura 5.38 Densidade de fluxo do núcleo em função da época de observação. Os quadrados azuis representam o fluxo total do núcleo considerando a contribuição da componente J6 até 1997.24. Os x em rosa representam as densidades de fluxo obtidas somente para o núcleo. Após 1997.24 não há mais influência da componente J6.

5.4. Comparação com os dados de Lister et al. (2009)

Comparamos nossos resultados com aqueles apresentados por Lister et al. (2009), L2009. Das seis componentes identificadas em nosso trabalho, quatro estão presentes nos ajustes deles. Além do núcleo estacionário temos as componentes J2, J3, J4 e J6. Das 25 épocas que analisamos, L2009 têm resultados para 14.

Comparamos os resultados de distâncias, fluxos e direções das componentes calculando os erros relativos entre nossas medidas e os dados de L2009. Tomamos a diferença entre as medidas e dividimos pelos valores encontrados por L2009. A figura 5.39 mostra os erros relativos para a posição das componentes. Podemos ver que as diferenças nas medidas decaem com o crescimento da distância entre a componente e o núcleo. As maiores discrepâncias ocorrem para as medidas de fluxo, figuras 5.40.a-5.40.e, principalmente para as componentes mais fracas, como é o caso da componente J2, chegando a pouco mais de 100% para 1996.22; e para as componentes muito próximas ao núcleo, como é o caso de J6 que chega a uma diferença de 160% numa região em que essa componente ainda se confunde com o núcleo. A proximidade entre J6 e o núcleo não permite que ela seja bem resolvida em 15 GHz, por isso temos maiores divergências nos resultados. Para o núcleo a maior diferença encontrada para o fluxo é de 16%, e para a componente J3 é de 31%. Para os ângulos de posição das componentes, o maior erro relativo calculado foi de 6.8% para a componente J6, figura 5.41. O apêndice C contém as figuras que mostram os erros relativos das medidas de cada componente individualmente.

Das tabelas 5.8 - 5.11 vemos que as posições encontradas por nós e L2009 diferem em até 2σ ou mais para algumas épocas para as componentes J2, J4 e J6 (tabelas 5.8, 5.10 e 5.11). As maiores diferenças em fluxo ocorrem para a componente J6 por ela estar misturada com o núcleo. Da tabela 5.9 vemos que há razoável concordância entre nossos resultados e aqueles encontrados por L2009 considerando as incertezas para a componente J3.



Figura 5.39 Erro relativo das posições das componentes tomando as medidas de Lister et al. (2009) como referência em função das distâncias componente-núcleo medidas por este trabalho para as distintas épocas.



Figura 5.40.a Erro relativo para os fluxos de J2 tomando as medidas de Lister et al. (2009) como referência em função da época de observação.



Figura 5.40.b Erro relativo para os fluxos de J3.



Figura 5.40.c Erro relativo para os fluxos de J4.



Figura 5.40.d Erro relativo para os fluxos de J6.



Figura 5.40.e Erro relativo para os fluxos do núcleo.



Figura 5.41 Erro relativo para os ângulos de posição das componentes tomando as medidas de Lister et al. (2009) como referência em função da época de observação.

		J2		
Énoca	r (msa)	r (msa)	F (Jy)	F (Jy)
Epoca	(este trabalho)	Lister et al. (2009)	(este trabalho)	Lister et al. (2009)
28/07/1995	2.263±0.08	2.37±0.12	0.856±0.59	1.258±0.06
15/12/1995	2.453±0.09	2.55±0.13	0.58 ± 0.39	0.754 ± 0.04
19/01/1996	2.371 ± 0.08	2.68±0.13	0.67 ± 0.71	1.089 ± 0.05
22/03/1996	2.634±0.14	2.39±0.12	0.735±0.32	0.358 ± 0.02
16/05/1996	2.631±0.11	2.5±0.12	0.526 ± 0.47	0.425 ± 0.02
27/05/1996	2.539 ± 0.09	2.48±0.12	0.301±0.35	$0.294{\pm}0.02$
27/07/1996	2.606 ± 0.08	2.83±0.14	0.403 ± 0.29	0.815 ± 0.04
27/09/1996	2.673±0.09	2.96±0.15	0.507 ± 0.27	0.927 ± 0.05
27/10/1996	2.788±0.11	2.94±0.15	0.669 ± 0.31	0.892 ± 0.04
06/12/1996	2.711±0.12	3.02±0.15	0.332 ± 0.30	0.771 ± 0.04
28/08/1997	2.985±0.10	3.28±0.16	0.451 ± 0.49	1.087 ± 0.05
16/05/1999	3.287±0.15	3.43±0.17	0.496 ± 0.37	0.719±0.04

Tabela 5.8 Comparação entre os parâmetros encontrados neste trabalho e os publicados por Lister et al. (2009) para o mapa interferométrico em 15 GHz de 3C 279 para a componente J2. As incertezas dos nossos resultados correspondem ao valor de 1σ obtidas pela propagação de erros. Para os dados de Lister et al. (2009) consideramos erros de $\pm 5\%$.

		J3		
Énoca	r (msa)	r (msa)	F (Jy)	F (Jy)
Epoca	(este trabalho)	Lister et al. (2009)	(este trabalho)	Lister et al. (2009)
28/07/1995	2.66±0.01	2.73±0.14	1.86±0.20	1.59±0.08
15/12/1995	2.85±0.01	2.86±0.14	1.49±0.20	1.44 ± 0.07
19/01/1996	2.86±0.07	2.90±0.15	1.87 ± 0.18	1.46 ± 0.07
22/03/1996	2.96±0.01	2.93±0.15	1.64 ± 0.22	2.08±0.10
16/05/1996	2.96 ± 0.02	3.00±0.15	2.09 ± 0.27	2.13±0.11
27/05/1996	2.98±0.01	2.99±0.15	2.09±0.26	2.16±0.11
27/07/1996	3.02±0.01	3.07±0.15	2.05±0.18	1.72 ± 0.08
27/09/1996	3.04±0.01	3.11±0.16	2.21±0.21	1.79±0.09
27/10/1996	3.04±0.01	3.13±0.16	1.99±0.17	1.69±0.08
06/12/1996	3.09±0.01	3.15±0.16	2.03±0.18	1.61 ± 0.08
28/08/1997	3.29±0.00	3.33±0.17	3.27±0.21	2.49±0.12
07/03/1998	3.34±0.01	3.38±0.17	2.75±0.17	2.69±0.13
04/04/1999	3.66±0.00	3.71±0.19	1.92±0.11	2.18±0.11
16/05/1999	3.69±0.02	3.76±0.19	1.84±0.23	1.68 ± 0.08

Tabela 5.9 Comparação entre os parâmetros encontrados neste trabalho e os publicados porLister et al. (2009) para o mapa interferométrico em 15 GHz de 3C 279 para a componente J3.

Tabela 5.10 Comparação entre os parâmetros encontrados neste trabalho e os publicados por Lister et al. (2009) para o mapa interferométrico em 15 GHz de 3C 279 para a componente J4.

		J4		
Época	r (msa)	r (msa)	F (Jy)	F (Jy)
Lpoed	(este trabalho)	Lister et al. (2009)	(este trabalho)	Lister et al. (2009)
28/07/1995	0.55±0.04	0.71±0.04	2.83±0.54	1.79±0.09
19/01/1996	0.99±0.18	0.88 ± 0.04	1.09 ± 1.30	1.03±0.05
22/03/1996	0.86 ± 0.02	$0.89{\pm}0.04$	0.79±0.26	0.74 ± 0.04
16/05/1996	1.12±0.03	0.88 ± 0.04	0.59±0.15	1.01 ± 0.05
27/05/1996	0.95 ± 0.03	0.83 ± 0.04	0.54±0.19	0.76 ± 0.04
27/07/1996	0.98 ± 0.02	0.95 ± 0.04	$0.54{\pm}0.14$	0.72 ± 0.04
27/09/1996	1.11±0.29	0.90 ± 0.05	0.32 ± 0.49	0.60 ± 0.03
27/10/1996	0.97 ± 0.06	0.97 ± 0.05	0.49 ± 0.24	0.67±0.03
06/12/1996	0.99 ± 0.04	0.99 ± 0.06	0.29±0.18	0.47 ± 0.02
07/03/1998	1.18±0.12	1.33±0.07	0.22 ± 0.22	0.50±0.02

		J6		
Éncoc	r (msa)	r (msa)	F (Jy)	F (Jy)
Epoca	(este trabalho)	Lister et al. (2009)	(este trabalho)	Lister et al. (2009)
22/03/1996	0.11±0.00	0.25±0.01	7.39±0.31	2.81±0.14
16/05/1996	0.15±0.01	0.23±0.01	3.20±0.42	4.60±0.23
27/05/1996	0.09 ± 0.00	0.22 ± 0.01	7.29±0.38	3.79±0.19
27/07/1996	0.15±0.01	0.21±0.01	4.11±0.27	5.41±0.27
27/09/1996	0.25±0.08	0.22 ± 0.01	1.77 ± 0.86	6.09±0.30
27/10/1996	0.32 ± 0.04	0.23±0.01	1.11±0.69	5.87±0.29
06/12/1996	0.09 ± 0.01	0.22 ± 0.01	7.64±1.41	5.64±0.282
28/08/1997	0.35±0.00	0.33±0.02	6.65±0.25	8.95±0.45
07/03/1998	0.42 ± 0.01	0.35 ± 0.02	3.63±0.36	6.13±0.31
04/04/199	0.70 ± 0.00	0.87 ± 0.04	6.15 ± 0.08	5.18±0.26
16/05/1999	0.72 ± 0.00	0.86 ± 0.04	6.30±0.22	4.34±0.22

Tabela 5.11 Comparação entre os parâmetros encontrados neste trabalho e os publicados por Lister et al. (2009) para o mapa interferométrico em 15 GHz de 3C 279 para a componente J6.

L2009 conduziram os ajustes cinemáticos considerando acelerações paralelas e perpendiculares à direção do movimento de algumas componentes. A tabela 5.12 mostra as velocidades e épocas de ejeção estimadas por eles para as componentes J2, J3, J4 e J6. Encontramos concordância entre nossos resultados e os de L2009 somente para a componente J4. As velocidades de J2 e J3 são maiores, mesmo tendo sido adotado um ajuste balístico para a trajetória de J2. A componente J3 foi identificada por eles como apresentando significativa aceleração. Também considerando as acelerações, a componente J6 foi tomada como aproximadamente estacionária. Não são calculadas as épocas de ejeção das componentes aceleradas. A tabela 5.12 mostra também que para J2, J3 e J6, L2009 usou muito mais épocas para realizar os ajustes. A figura 5.42 mostra que o método empregado por L2009 na identificação das componentes faz com que as posições de J2 a partir de meados de 1996 figuem acima das posições determinadas neste trabalho. Isso pode ser consequência de um ajuste ruim, ou pode significar que esses pontos se tratam de outra componente que está presente na região. Notemos também que para J2 temos em nossos resultados três pontos entre 1998 e 1998.5 que ficam abaixo da reta ajustada. Esses pontos representam ajustes ruins consequentes da qualidade dos dados para essas épocas e que podem explicar as diferentes velocidades encontradas. Para J3, pode ser que os pontos, em épocas mais avançadas, por eles associados à J3 não necessariamente correspondam a essa componente. A figura 5.43

mostra grandes diferenças entre as posições encontradas neste trabalho e aquelas de L2009 para J6. O nosso método se mostrou mais eficiente no monitoramento dessa componente, enquanto que os dados de L2009 apresentam uma disposição praticamente horizontal na figura, o que daria origem à componente estacionária.

Fonte	μ (msa/ano)	$t_0(ano)$	μ (msa/ano)	$t_0(\text{ano})$	N^1
	(este trabalho)	(este trabalho)	Lister et al. (2009)	Lister et al. (2009)	
J2	0.153±0.039	1980.23±1.11	0.270±0.012	1986.01±0.78	34
J3	0.249 ± 0.007	1984.47±0.35	$0.359{\pm}0.002$	-	89
J4	0.217±0.047	1992.21±0.43	0.220±0.019	1992.46±0.49	12
J6	0.166 ± 0.014	1995.48±0.14	0.000 ± 0.003		84

 Tabela 5.12 (1) Número de épocas ajustadas por Lister et al. (2009).



Figura 5.42 Em preto estão os dados de Lister et al. (2009), em comparação com os dados deste trabalho em vermelho.



Figura 5.43 Em preto estão os dados de Lister et al. (2009), em comparação com os dados deste trabalho em violeta.

5.5. Comparação com dados de 10.7, 22 e 43 GHz

A partir dos nossos resultados buscamos na literatura informações sobre as componentes que encontramos. Comparamos nossos dados de velocidades, ângulos de posição e épocas de ejeção das componentes com o previsto pelo modelo de precessão de Abraham & Carrara (1998). Nesse modelo assume-se o universo de Einstein - de Sitter e constante de Hubble $H_0 = 100$ km/s/Mpc, consequentemente temos que para um movimento próprio de 1 msa/ano a velocidade da fonte em unidades da velocidade da luz equivale a 18.33*c*. Da figura 5.44 vemos que a nossa componente J3 deve corresponder à componente C5 de Abraham & Carrara (1998), AC1998 daqui em diante. Considerando as incertezas, para J2 temos a componente C4 de AC1998, e J1 equivale a C3 de AC1998. Como havia até aquele momento poucos dados referentes à C5 (AC1998), pode ser esse motivo de que os nossos resultados para essa componente não tenham boa convergência com os resultados deles, o que significa que o modelo precisa ser reajustado. Para os ângulos de posição, figura 5.45, não encontramos boa concordância com o modelo para as componentes J4, J5 e J6.

Vale lembrar também que as observações de interferometria de longa linha de base durante a década de 80 não possuem a mesma qualidade das observações do VLBA, o que torna mais complicada a tarefa de interpretação dos dados. Carrara et al. (1993), C93, calcularam os movimentos próprios das componentes usando dados de observações próprias e dados de Unwin et al. (1989), U89. Porém, à medida que novas observações são realizadas, os dados anteriores são reinterpretados. A figura 5.46 mostra à esquerda os ajustes realizados por U89 para a componente por ele chamada de C3; e à direita temos como que C93 usaram esses dados em suas interpretações em conjunto com novas observações. Vemos que para C3 todos os dados de U89 foram considerados. Para C4, eles usaram somente os pontos dentro do triângulo azul.



Figura 5.44 Velocidades obtidas para as nossas componentes comparadas com o modelo de precessão de Abraham & Carrara (1998).



Figura 5.45 Ângulos de posição obtidos para as nossas componentes comparadas com o modelo de precessão de Abraham & Carrara (1998).



Figura 5.46 Distância das componentes em relação ao núcleo. Esquerda: dados de Unwin et al. (1989). Direita: dados de Unwin et al. (1989) incorporados às observações de Carrara et al. (1993).

Usamos os dados de C93 e U89 para compará-los com os de nossas componentes. Da figura 5.47, vemos que conseguimos ajustar uma trajetória balística para nossa componente J2 considerando também os resultados de C4 de C93. Neste caso J2 teria $\mu = 0.18 \pm 0.01$ msa/ano e teria sido ejetada em 1982.4, e sua posição no diagrama de velocidades do modelo de precessão estaria um pouquinho deslocada (figura 5.48). Note que mesmo considerando os dados e C93 para J2, o movimento próprio encontrado por L2009 continua sendo muito maior. Para a componente J1, os dados de C93 e U89 ficam acima da reta ajustada para os nossos dados, figura 5.49. O que nos permite supor que C3 e J1 são duas componentes distintas com velocidades e épocas de ejeção diferentes, considerando ainda os dados de fluxo para C3, este parece decair quase exponencialmente desde 1983, figura 5.50, e talvez essa componente já não seja mais identificada nos mapas de VLBI.



Figura 5.47 Distância da componente J2 em relação ao núcleo considerando os dados de C93 e Unwin et al. (1989).



Figura 5.48 Nova posição de J2 no diagrama de velocidades dado o modelo de precessão considerando os dados de C93 e U89.



Figura 5.49 Dados de C93 e U89 para a componente J1 comparados com os resultados deste trabalho.



Figura 5.50 Densidade de fluxo das componentes de C93 em função do tempo. Fonte: Carrara et al. (1993).

Procuramos pelas nossas componentes também nos mapas em 22 e 43 GHz de Wehrle et al. (2000), W2000. Usando gaussianas circulares eles identificaram oito componentes (W1-W9), sendo que sete estão dentro da região de 1 msa do núcleo e duas foram classificadas como estacionárias (W5 e W9) como mostram as figuras 5.51 e 5.52. A componente W9 presente nos mapas em 43 GHz a partir de 1997.2 está bem próxima ao núcleo e pode ser um artificio do ajuste e não corresponder a uma componente real. Quanto à W5, os autores não esclarecem porque essa componente seria estacionária. A região próxima ao núcleo tem muitas componentes e é difícil resolvê-las e acompanhá-las. Porém da figura 5.51 vemos que a componente W5a cruza a componente W5 quando poderíamos ter W5a e W5 se movendo com baixas velocidades como mostra a figura 5.53. Quanto às nossas componentes, três delas não estão presentes nos dados de W2000. São elas as componentes J1, J2 e J5, embora J2 esteja presente nos mapas em 22 GHz como indica a linha roxa na figura 5.51. J1 é uma componente fraca, por isso não deve aparecer nos mapas, e J5 está dentro da região de 1 msa onde existem várias componentes que se confundem.



Figura 5.51 Seleção de imagens de VLBI do jato de 3C 279 em 22 GHz. Épocas: 1991.48, 1993.12, 1994.64, 1996.36 e 1997.88. O contorno mínimo vale 25 mJy/beam, os contornos subsequentes são maiores por um fator 2. A primeira linha sólida à esquerda das duas imagens representa a posição do núcleo estacionário. As demais linhas representam os melhores ajustes para as posições das componentes em função do tempo. Da direita para a esquerda temos as componentes W4, W5, W5a, W6 e W7 de Wehrle et al. (2000). Fonte: Wehrle et al. (2000). A linha roxa indica as posições da componente J2 encontrada nesse trabalho.



Figura 5.52 Seleção de imagens de VLBI do jato de 3C 279 em 43 GHz. Épocas: 1995.21, 1996.01, 1996.44, 1997.24 e 1997.88. O contorno mínimo vale **25** mJy/beam, os contornos subsequentes são maiores por um fator 2. A primeira linha sólida à esquerda das duas imagens representa a posição do núcleo estacionário. As demais linhas representam os melhores ajustes para as posições das componentes em função do tempo. Da direita para a esquerda temos as componentes W4, W5, W6, W7, W7a, W8 e W9 de Wehrle et al. (2000). Fonte: Wehrle et al. (2000). A linha roxa indica as posições da componente C2 encontrada nesse trabalho.



Figura 5.53 Considerando baixas velocidades para W5 e W5a, W5 teria um pequeno deslocamento, porém não seria estacionária como dito por Wehrle et al. (2000).

No ajuste de W4, em algumas épocas, W2000 consideraram usar mais de uma gaussiana chamada W4* para modelar a distribuição de brilho. A figura 5.54 mostra que nossa componente J3 é a W4 de W2000. Os dados de W2000 em 22 e 43 GHz também mostram o aumento do fluxo dessa componente até ~1998, figura 5.55, indicando que J3 também era opticamente espessa nessas frequências. Nossa componente J4 corresponde à componente W6 de W2000 como mostra a figura 5.56. O fluxo decai nas três frequências, e J4 some dos mapas de VLBI em 43 GHz no início de 1996, e em 22 GHz ela deixa de ser vista em meados de 1996, figura 5.57. Nos nossos dados em 15 GHz, J4 desaparece dos mapas de VLBI a partir de 1998.5. A componente J6 corresponde a W8 de W2000, figura 5.58. A figura 5.59 mostra os dados de fluxo de J6 em 15 (pós 1997.24), 22 e 43 GHz. Os dados de fluxo em 22 GHz de W2000 mostram que J6 é opticamente espessa nessa frequência até 1997.7. Em 43 GHz, o fluxo de J6 cresce até 1996.7 e depois decai quando ela se torna opticamente fina nessa frequência.



Figura 5.54 Dados deste trabalho e de W2000 para as posições de J3 em função do tempo.



Figura 5.55 Fluxo de J3 em função do tempo nas frequências 15, 22 e 43 GHz.



Figura 5.56 Dados deste trabalho e de W2000 para as posições de J4 em função do tempo.



Figura 5.57 Fluxo de J4 em função do tempo nas frequências 15, 22 e 43 GHz.



Figura 5.58 Dados deste trabalho e de W2000 para as posições de J6 em função do tempo.



Figura 5.59 Fluxo de J6 em função do tempo nas frequências 15, 22 e 43 GHz.

Conclusões

Aplicamos a técnica CE na análise de imagens interferométricas do jato do quasar 3C 279 obtidas com o VLBA em 15 GHz. Foram analisadas 25 épocas entre 28/07/1995 e 16/05/1999. A aplicação do método CE em análise de imagens interferométricas foi apresentada por Caproni, Monteiro & Abraham (2009). Essa técnica utiliza a própria imagem como dados de entrada, e procura os melhores parâmetros para as componentes do jato, selecionando os melhores candidatos entre todas as soluções geradas em cada iteração, e construindo novos parâmetros a partir delas. Dentre as vantagens do método destacam-se a independência de condições iniciais, a não limitação quanto ao número de componentes ajustadas simultaneamente e o fato do algoritmo ser capaz de determinar também o melhor número de componentes. Para isso, usamos uma função de mérito, neste trabalho, chamada de função objetiva.

Ao longo das 25 épocas analisadas identificamos seis componentes distintas além do núcleo estacionário. Chamamos as componentes de J1, J2, J3, J4, J5 e J6. A partir dos dados das posições das componentes ao longo do tempo estimamos suas velocidades e épocas de ejeção considerando trajetórias balísticas para todas elas. Encontramos que as componentes se distanciam do núcleo estacionário com velocidades entre $0.150 < \mu < 0.249$ msa/ano, o que em unidades da velocidade da luz equivale a $4.73 < \beta < 7.86$ para um universo ΛCDM . As componentes se movem ao longo de ângulos de posição que variam entre $218.5^{\circ} < \eta < 245.8^{\circ}$. Nas épocas consideradas, a densidade de fluxo de J1 permaneceu aproximadamente constante. Já para J2 e J5 houve um suave decréscimo na densidade de fluxo, enquanto que para J4 essa queda foi bastante acentuada e essa componente deixou de ser identificada nos mapas de VLBI a partir de meados de 1998. Para as componentes J3 e J6 encontramos uma transição entre os regimes opticamente fino e espesso. Para J6, consideramos nessa análise os dados a partir de 1997.24, pois antes dessa época, a componente encontrava-se muito próxima ao núcleo.

Comparamos nossos resultados com aqueles obtidos por Lister et al. (2009). Das seis componentes identificadas neste trabalho, quatro estão presentes nos resultados de Lister et al. (2009). Encontramos razoável concordância para os dados de posição e ângulos de posição das componentes dentro de pouco mais de 2σ . Percebemos que os erros relativos para as posições das componentes ao longo do tempo decrescem com o

aumento da distância componente-núcleo. As maiores diferenças ocorreram nas medidas de fluxo para as componentes mais fracas, J2, por exemplo, e para a componente J6 por estar muito próxima ao núcleo. Quanto às velocidades estimadas, nossos resultados concordam com os de Lister et al. (2009) somente para a componente J4. As diferenças se devem ao número de épocas consideradas no ajuste, ao modelo considerado para a trajetória das componentes, e ao método empregado na identificação delas. Nosso método de mostrou mais eficiente na análise da componente J6, interpretada por Lister et al. (2009) como sendo estacionária.

Comparamos nossos resultados com as previsões do modelo de precessão de Abraham & Carrara (1998). As velocidades e épocas de ejeção estimadas neste trabalho são explicadas pelo modelo de precessão. Encontramos divergências para os ângulos de posição das componentes J4, J5 e J6.

Encontramos também, as componentes J3, J4 e J6 nos mapas em 22 e 43 GHz de Wehrle et al. (2000). Embora J2 esteja presente nos mapas, Wehrle et al. (2000) não a encontraram em suas análises.
Referências Bibliográficas

Abraham Z., Carrara E.A., ApJ, 1998, 496, 172.

Abraham Z., Romero G.E., A&A, 1999, 344, 61.

- Abraham Z., Carrara E.A., Zensus J.A., Unwin S.C., 1996, Astron. Astrophys. Suppl. Ser., 115, 543.
- Aleksic J. et al., 2001, A&A, 530, A4.

Aller H.D., Aller M.F., Latimer G.E., Hodge P.E, 1985, ApJS, 59, 513.

Aller M.F., Aller H.D., Hughes P.A., 2010, J. Astrophys. Astr., arXiv:1012.1359v1.

Aller M.F., Hughes P.A., Aller H.D., 2001, Variability of Active Galactic Nuclei, Ed. H.R. Miller & P.J. Wiita. Cambridge: Cambridge University Press, 172.

- Andruchow I., Cellone S.A., Romero G.E., Dominici T.P., Abraham Z., 2003, A&A, 409, 857.
- Bardeen J.M., Petterson J.A., ApJ, 1975, 195, L65.
- Bell M.B., Comeau S.P., 2009, arXiv:0910.0461v1.
- Blandford R.D., Königl A., ApJ, 1979, 232: 34-48.
- Blandford R.D., Payne D.G., Mon. Not. R. astr. Soc., 1982, 883-903.
- Blandford R.D., Znajek R.L., Mon. Not. R. astr. Soc., 1977, 433-456.
- Bridle A.H., Perley R.A., Ann. Rev. Astron. Astrophys., 1984, 22: 319-358.
- Burbidge E.M., Rosenburg F.D., 1965, ApJ, 142, 1673.
- Camenzind M., 1986, A&A, 156, 137.
- Camenzind M., Krockenberger M., 1992, A&A, 255, 59.

Carrara E.A., 1994, *Mapeamento dos Quasares 3C273 e 3C279 por meio de Interferometria de Linha de Base muito Longa (VLBI)*, Tese de Doutoramento, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil.

Carrara E.A., Abraham Z., Unwin S.C., Zensus J.A., A&A, 1993, 279, 83-89.

Carrol S.M., Press W.H., Turner E.L., 1992, ARAA, 30, 499.

Caproni A., 2004, *Núcleos Ativos de Galáxias: Precessão dos Jatos Relativísticos*, Tese de Doutoramento, Universidade de São Paulo, São Paulo, SP, Brasil.

Caproni A., Abraham Z., 2004, ApJ, 602: 625-634.

Caproni A., Monteiro H., Abraham Z., 2009, MNRAS, 399, 1415.

Caproni A., Monteiro H., Abraham Z., Teixeira D.M., Toffoli R.T., 2001, ApJ, 736, 68.

Chaterjee R., et al. 2008., ApJ, 689, 79.

Cohen M.H., Cannon W., Purcell G.H., Shaffer D.B., Broderick J.J, Kellermann K.I., Jauncey D.L., 1971, ApJ, 170, 207.

Condon J.J., Ransom S.M., 2010, *Essential Radio Astronomy*, National Radio Astronomy Observatory. USA.

Cooper N.J., Lister M.L., Kochanczyk M.D., 2007, AJ, 171, 376.

Cotton W.D., Counselman C.C. III., Geller R.B., Shapiro I.I., Wittels J.J., Hinteregger H.F., Knight C.A., Rogers A.E.E., Whitney A.R., Clark T.A., 1979, ApJ, 229, L115.

Felli M., Spencer R.E., *Very Long Baseline Interferometry: Techniques and Applications*, 1988. NATO Advanced Institute on VLBI.

Gower A.C., Gregory P.C., Hutchings J.B., Unruh W.G., 1982, ApJ, 262, 478.

Gubbay J., Legg A.J., Robertson D.S., Moffet A.T., Ekers R.D., Seidel B., 1969, Nature, 224, 1094.

Högbon J.A., 1974, A&AS, 15, 417.

Homan D.C., Kadler M., Kellermann K.I., Kovalev Y., Lister M.L., Ros E., Savolainen T., Zensus J.A., 2009, AJ, 706, 1253.

Homan D.C., Lister M.L., 2006, AJ, 131, 1262.

Homan D.C., Lister M.L., Kellermann K.I., Cohen M.H., Ros E., Zensus J.A., Kadler M., Vermeulen R.C., 2003, ApJ, 589, L9.

Homan D.C., Ojha R., Wardle J.F.C., Roberts D.H., Aller M.F., Aller H.D, Hughes P.A., 2001, ApJ, 549, 840.

Hovatta T., Valtaoja E., Tornikoski M., Lähteenmäki A., 2009, A&A, 494, 527.

Hughes P.A., Aller H.D., Aller M.F., 1991, ApJ, 374, 57.

Jorstad S.G., Marscher A.P., Lister M.L., Stirling A.M., Cawthorne T.V., Gómez J.L., Gear W.K., 2004, ApJ, 127, 3115.

Jorstad S.G., Marscher A.P., 2005, Mem. S. A. It., 76, 106.

Kaastra J.S., Roos N., 1992, A&A, 254, 96.

Kameno S., 2007, Asian Radioastronomy Winter School – VLBA Data Reduction Course. Kagoshima University, Japan.

Katz J.I., 1997, ApJ, 478, 527.

Kellermann K.I., Kovalev Y.Y., Lister M.L., Homan D.C., Kadler M., Cohen M.H., Ros E., Zensus J.A., Vermeulen R.C., Aller M.F., Aller H.D., 2007, arXiv:0708.3219v1.

Kellerman K.I., Lister M.L., Homan D.C., Kovalev Y.Y., Kadler M., Cohen M.C., 2008, arXiv:0803.1301v1.

Kellermann K. I., Lister M. L., Homan D.C., Vermeulen R.C., Cohen M.H., Ros E., Kadler M., Zensus J.A., Kovalev Y.Y., 2004, ApJ, 609, 539.

Kellermann K.I., Vermeulen R.C., Zensus J.A., Cohen M.H., 1998, AJ, 115, 1295.

Knight C.A., Robertson D.S., Rogers A.E.E., Whitney A.R., Shapiro I.I., Clark T.A., Goldstein R.M., Marandino G.E., Vandenberg N.R., 1971, Science, 172, 52.

Krichbaum T.P., et al. 1993, A&A, 275, 375.

Jennison R.C., 1958, MNRAS, 118, 276.

Lister M.L., Aller H.D., Aller M.F., Cohen M.H., Homan D.C., Kadler M., Kellermann K.I., Kovalev Y., Ros E., Savolainen T., Zensus J.A., Vermeulen., 2009, AJ, 137, 3718.

Lister M.L., Cohen M.H., Homan D.C., Kadler M., Kellermann K.I., Kovalev Y., Ros E., Savolainen T., Zensus J.A., 2009, AJ, 138, 1874.

Lister M.L., Homan D.C., 2005, AJ, 130, 1389.

Marscher A.P., 1990, *Parsec-scale radio-jets*, Ed, J.A. Zensus & T.J. Pearson, Cambridge: Cambridge University Press, 236.

Marscher A.P. et al., 2008, Nature, 452, 966.

Marscher A.P., 1993, Astrophysical Jets Meeting, 103, 73.

Marscher A.P., Jorstad S.G., Agudo I., MacDonald N.R., Scott T.L., 2011, arXiv:1204.6707v1.

Marscher A.P., Gear W.K., 1985, ApJ, 298, 114.

Matsuo H., Matsumoto T., Murakami H., 1989, Publ. Astron. Soc. Japan, 41, 865.

McCready L.L., Pawsey J.L., Payne-Scott R., 1947, Proc. R. Soc. A, 190, 357.

Meier D.L., Koide S., Uchida Y., 2001, Science, 291, 84.

Michelson A.A., 1920, ApJ, 51, 257.

Michelson A.A., Pease F.G., 1921, ApJ, 53, 249.

Miley G.K., 1971, Mon. Not. R. Astr. Soc., 152, 477.

Mills B.Y., Little A.G., Sheridan K.V., Slee O.B., 1958, Proc. IRE, 46, 67.

Monteiro H., Dias W.S., Caetano T.C., 2010, arXiv:1003.4230.

Moore R.L., Stockman H.S., 1981, ApJ, 243, 60.

Narlikar J.V., Chitre S.M., 1984, J. Astrophys. Astr., 5, 495.

Pater I., Perley R.A., 1983, ApJ, 273, 64.

Pauliny-Toth I.I.K., Preuss E., Witzel A., Graham D., Kellerman K.I., Rönnäng B., 1981, AJ, 86, 371.

Pearson, T.J., Non-Imaging Data Analysis, ASPC, 1995, 82, 268.

Peterson B.M., *An Introduction to Active Galactic Nuclei*, Editora: Cambridge, New York Cambridge University Press, 1997.

Pety J., 2010, 7th Milimeter Interferometry School. *Imaging, Deconvolution and Image Analysis.*

Pica A.J., Smith A.G., Webb J.R., Leacock R.J., Clements S., Gombola P.P., 1988, AJ, 96, 1215.

Pushkarev A.B., Lister M.L., Kovalev Y.Y., Savolainen T., 2011, arXiv:1205.0659v1.

Qian S., 2011, Reseach in Astron. Astrophys., 11, 43.

Readhead A.C.S., Wilkinson P.N., 1978, ApJ, 223,25.

Readhead A. C. S., Cohen M. H., Pearson T. J., Wilkinson P. N., 1978, Nature, 276, 768.

- Rees M.J., 1966, Nature, 211, 468.
- Rogers A.E.E. et al., 1974, ApJ, 193, 293.
- Ros E., 2011, arXiv1205.1043v1.

Roos N., Kaastra J.S., Hummel C., 1993, ApJ, 409, 130.

Rubinstein, R.Y., 1999, Methodol. Comput. Appl. Probab., 2, 127.

- Rybicki G.B., Lightman A.P., 2004, Radiative Processes in Astrophysics.
- Ryle M., Vonberg D.D., 1946, Nature, 158, 339.
- Ryle M., 1952, Proc. R. Soc. A, 211, 351.
- Ryle M., 1962, Nature, 194, 517.
- Schimdt M., 1963, Nature, 197, 1040.
- Steffen W., Zensus J.A., Krichbaum T.P., Witzel A., Qian S.J., 1995, A&A, 302, 335.
- Thompson A.R., 1988, The Interferometer in Practice, ASP Conf. Ser. Vol 6.

Thompson A.R., Moran J.M., Swenson Jr. G.W., 1991, *Interferometry and Synthesis in Radio Astronomy*.

Unwin S.C., Cohen M.H., Biretta J.A., Hodges M.W., Zensus J.A., 1989, ApJ, 340, 117.

Unwin S.C., Wehrle A.E., Xu W., Zook A.C., Marscher A.P., 1998, ASP Conf. Series, 144, 69.

Urry C.M., Padovani P., 1995, PASP, 107, 803.

Van Vleck J.H., Middleton D., 1966, Proc. IEEE, 54, 2.

Verschuur G.L., Kellermann K.I., 1974, Galactic and Extragalactic Radio Astronomy.

Zamorani G., et al. 1981, ApJ, 245, 357.

Zensus J.A., 1997, Ann. Rev. Astron. Astrophys., 35, 607.

Zensus J.A., Krichbaum T.P., Lobanov A., 1995, Proc. Natl. Acad. Sci. USA, 92, 11348.

Zensus J.A., Baath L.B., Cohen M.H., Nicolson G.D., 1988, Nature, 334, 410.

Zensus J.A., Cohen M.H., Unwin S.C., 1995, ApJ, 443, 35.

Zensus J.A., Ros E., Kellermann K.I., Cohen M.H., Vermeulen R.C., 2002, AJ, 124, 662.

Wehrle A. E., Piner B. G., Unwin S. C., Zook A. C., Xu W., Marscher A. P., Teräsranta H., Valtaoja E., 2000, arXiv:astro-ph/0008458v1.

Wehrle A. E., Piner B. G., Unwin S. C., Zook A. C., Xu W., Marscher A. P., Teräsranta H., Valtaoja E., 2001, ApJS, 133, 297.

Whitney A.R., Shapiro I.I., Rogers A.E.E., Robertson D.S., Knight C.A., Clark T.A., Goldstein R.M., Marandino G.E., Vandenberg N.R., 1971, Science, 173, 225.

APÊNDICE A

Funções de Desempenho e Resíduos Quadráticos para cada época de observação em função do número de componentes

Esquerda: Função de desempenho $S_{prod}^{1/6}(Jy/beam)$ em função do número de componentes. *Direita:* resíduo quadrático em função do número de componentes.



























APÊNDICE B

Ajustes das imagens de VLBI em 15 GHz do jato de 3C 279 entre 28/07/1995 e 16/05/1999 variando-se o número de componentes

O ponto (0,0) no canto inferior esquerdo das imagens marca a origem das coordenadas de ascensão reta e declinação em pixeis deslocadas para os valores de x_{min} e y_{min} do espaço de parâmetros. O tamanho das imagens varia em cada época dados os cortes na imagem *fits* original. *Superior:* os contornos em branco representam o mapa de VLBI para as respectivas épocas (valores dos contornos em incrementos de $\sqrt{2}$ a partir do valor mínimo de 10mJy). As elipses representam as componentes ajustadas. *Inferior:* mapa residual quadrático (imagen real menos a imagem modelo). Contornos em branco em incrementos de $\sqrt{2}$ a partir de valor mínimo para cada época.



Época 1 - 28/07/1995. Contorno mínimo do resíduo em 0.1 mJy.



Época 2 - 05/11/1995. Contorno mínimo do resíduo em 1 mJy.



Época 3 - 06/11/1995. Contorno mínimo do resíduo em 1 mJy.



Época 4 - 15/12/1995. Contorno mínimo do resíduo em 1 mJy.



Época 5 - 19/01/1996. Contorno mínimo do resíduo em 1 mJy.



Época 6 - 22/03/1996. Contorno mínimo do resíduo em 0.1 mJy.



Época 7 - 16/05/1996. Contorno mínimo do resíduo em 0.1 mJy.



Época 8 - 27/05/1996. Contorno mínimo do resíduo em 0.1 mJy.



Época 9 - 27/07/1996. Contorno mínimo do resíduo em 0.1 mJy.



Época 10 - 27/09/1996. Contorno mínimo do resíduo em 0.1 mJy.



Época 11 - 10/10/1996. Contorno mínimo do resíduo em 0.1 mJy.



Época 12 - 12/10/1996. Contorno mínimo do resíduo em 0.1 mJy.



Época 13 - 27/10/1996. Contorno mínimo do resíduo em 0.1 mJy.



Época 14 - 06/12/1996. Contorno mínimo do resíduo em 0.1 mJy.



Época 15 - 23/12/1996. Contorno mínimo do resíduo em 0.1 mJy.



Época 16 - 29/03/1997. Contorno mínimo do resíduo em 0.1 mJy.



Época 17 - 16/07/1997. Contorno mínimo do resíduo em 0.1 mJy.



Época 18 - 28/08/1997. Contorno mínimo do resíduo em 0.1 mJy.



Época 19 - 16/11/1997. Contorno mínimo do resíduo em 0.1 mJy.



Época 20 - 07/12/1997. Contorno mínimo do resíduo em 0.1 mJy.



Época 21 - 07/03/1998. Contorno mínimo do resíduo em 0.1 mJy.


Época 22 - 29/05/1998. Contorno mínimo do resíduo em 0.1 mJy.



Época 23 - 30/06/1998. Contorno mínimo do resíduo em 0.1 mJy.



Época 24 - 04/04/1999. Contorno mínimo do resíduo em 1 mJy.



Época 25 - 16/05/1999. Contorno mínimo do resíduo em 1 mJy.

APÊNDICE C Erros relativos das posições, fluxos e ângulos de posição das componentes

Erros calculados tomando como referência os dados de Lister et al. (2009). Superior: $\Delta r/r$ em função da distância componente-núcleo. Meio: $\Delta F/F$ em função da época de observação. Inferior: $\Delta \theta/\theta$ em função da época de observação.







J2









J3





Época

J4







