

Universidade de São Paulo
Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas
Departamento de Astronomia

Origem e Evolução dos Campos Magnéticos Cosmológicos

Rafael da Silva de Souza

Orientador: Prof. Dr. Reuven Opher

Tese apresentada ao Departamento de Astronomia do Instituto de Astronomia,
Geofísica e Ciências Atmosféricas da Universidade de São Paulo como parte dos
requisitos para a obtenção do título de Doutor em Ciências.

Sub-área de Concentração: Astrofísica

São Paulo - Julho de 2009

A astronomia é útil porque nos eleva acima de nós mesmos; é útil porque é grande, é útil porque é bela; isso é o que se precisa dizer. É ela que nos mostra o quanto o homem é pequeno no corpo e o quanto é grande no espírito, já que nesta imensidão resplandecente, onde seu corpo não passa de um ponto obscuro, sua inteligência pode abarcar inteira, e dela fluir a silenciosa harmonia. Atingimos assim a consciência de nossa força, e isso é uma coisa pela qual jamais pagaríamos caro demais, porque essa consciência nos torna mais fortes.

(Em "O valor da ciência" de Henri Poincaré)

AGRADECIMENTOS

Agradeço à realidade, que apesar de inacessível em sua essência. Nos serve como um guia através do qual prosseguimos em nossa jornada, buscando elucidar tão suaves e intrincadas nuances.

À minha querida família, meu pai Edson, minha mãe Rute, meu irmão Rodolfo, minhas tias Rosângela e Zuleica, por todo apoio ao longo do caminho trilhado até hoje.

Minha querida namorada Émille por todo apoio, cumplicidade e discussões altamente proveitosas sobre meu trabalho, além é claro de sua extremamente útil revisão da minha tese. Ao meus amigos do IAG, Tatiana, Mariana, Rodrigo, Luís Felipe, Gustavo, Alberto, Vinicius e Ulisses, pela convivência ao longos destes anos.

Aos meus amigos do Valongo, Rodolfo, Paulo e Tiago. Minha grande amiga Graziela pela convivência ao longo da minha jornada astronômica e pela grande ajuda na revisão da minha tese.

Aos meus amigos do Kung Fu, César, Selma, Arthur, Juliana, Fernando, Fausto, Nayra, Luisão, Cléber e tantos outros pela agradável convivência ao longos destes anos.

Ao meu orientador de graduação Ioav Waga pela dedicação e apoio que sem dúvida alguma foram decisivas na minha etapa seguinte no IAG. Minha relatora Elisabete Dal Pino pelas inúmeras críticas e sugestões sempre proveitosas sobre nosso trabalho.

Ao meu orientador de doutorado Reuven Opher, com o qual foi uma grande honra e prazer trabalhar ao longo destes anos. Sua orientação e experiência foram

decisivas na ampliação do minha visão da astrofísica, assim como seu amor não por alguma área em especial, mas pela ciência em sua totalidade. Agradeço ao suporte financeiro da Fapesp referente ao processo 04/05961-0.

RESUMO

Campos magnéticos de intensidade $\sim \mu\text{G}$ são observados tanto em nossa galáxia, quanto em galáxias com alto desvio para o vermelho (z), onde o dínamo $\alpha - \Omega$ não deveria ter tempo para produzi-lo. Por conseguinte, uma origem primordial é indicada. Foi proposto que os campos primordiais surgiram em várias eras: durante a inflação, na transição de fase eletrofraca, na transição de fase quark hádron (TFQH), durante a formação dos primeiros objetos e durante a reionização. Nós sugerimos aqui, que estes campos magnéticos observados em galáxias através de medidas de rotação Faraday, têm sua origem em flutuações eletromagnéticas que naturalmente ocorreram no plasma quente e denso, existente logo após a TFQH. Nós evoluímos os campos previstos por nosso modelo até a época atual. O tamanho da região de coerência do campo magnético aumenta devido à fusão de regiões menores. Campos magnéticos de $\sim 10\mu\text{G}$ sobre regiões comóveis de ~ 1 pc foram encontrados para $z \sim 10$.

Investigamos a amplificação destes campos sementes pelo dínamo turbulento em protogaláxias. A taxa de amplificação devido à um vórtice turbulento de raio L com velocidade circular V é da ordem de L/V . Enquanto o modelo padrão de dínamo tem um tempo de amplificação para um disco galáctico típico de $\sim 10^9$ anos, o dínamo turbulento de pequena escala tem uma taxa de amplificação de $\sim 10^7$ anos. Usamos as equações não-lineares para evolução da correlação magnética de forma a avaliar a evolução da amplificação destes campos na protogaláxia.

Vários autores sugeriram uma origem gravitacional para os campos magnéticos em objetos celestes em rotação. Isto foi motivado em parte pela conjectura Schuster-Blackett (S-B), onde se propõe que os campos magnéticos em planetas

e estrelas surgem devido à sua rotação. Neste cenário, correntes de massa neutra geram campos magnéticos, implicando na existência de um acoplamento entre os campos gravitacional e magnético. Nós também investigamos a possibilidade da conjectura S-B ser a origem dos intensos campos magnéticos em magnetares e *gamma ray bursts*.

Além disso, estudamos a influência da pressões não térmicas, na determinação da massa de aglomerados de galáxias, usando dados públicos do XMM-Newton para 5 aglomerados de Abell. A pressão não térmica considerada aqui, é composta pelas componentes magnética e turbulenta. Nós consideramos estas duas componentes na equação do equilíbrio hidrostático e comparamos as estimativas de massa total, com os valores obtidos sem estas componentes.

Palavras-chave: Plasmas, Campos Magnéticos, Cosmologia, Turbulência, Aglomerados de Galáxias

ABSTRACT

Magnetic fields of intensities $\sim \mu\text{G}$ are observed both in our galaxy and in high redshift (z) galaxies, where a mean field dynamo would not had time to produce them. Therefore, a primordial origin is indicated. It has been suggested that magnetic fields were created at various primordial eras: during inflation, the electroweak phase transition, the quark-hadron phase transition (QHPT), during the formation of the first objects, and during reionization. We suggest here that the magnetic fields observed in galaxies by Faraday Rotation Measurements (FRMs), have their origin in the electromagnetic fluctuations that naturally occurred in the dense hot plasma that existed just after the QHPT. We evolve the predicted fields to the present time. The size of the region containing a coherent magnetic field increased due to the fusion of smaller regions. Magnetic fields (MFs) $\sim 10\mu\text{G}$ over a comoving ~ 1 pc region are predicted at redshift $z \sim 10$. The amplification of these seed fields by the turbulent dynamo in a protogalaxy is here investigated. The e-fold amplification time by a turbulent eddy of radius L with a circular velocity V is on the order of L/V . Whereas the standard dynamo for a typical disk galaxy has an e-fold amplification time $\sim 10^9$ years, the small scale turbulent dynamo has an e-fold time $\sim 10^7$ years. We use the non-linear evolution equations for the magnetic correlations in order to analyze the amplifications of these fields in protogalaxies. Various authors have suggested a gravitational origin of the magnetic fields in rotating celestial bodies. It has been motivated, in part, by the Schuster-Blackett (S-B) conjecture, which suggests that the magnetic fields in planets and stars arise due to their rotation. In this scenario, neutral mass currents generate magnetic fields, implying the existence of a coupling between gravitational

and electromagnetic fields. In this work, we investigate the possibility that the S-B conjecture is the origin of the intense magnetic fields near rotating compact objects, in particular connected with magnetars and gamma ray bursts.

We also studied the influence of non-thermal pressure on the cluster mass determination using public XMM-Newton archival data for 5 Abell clusters. The non-thermal pressure considered here, is composed of the magnetic and the turbulent components. We also take into account these two non-thermal components in the hydrostatic equilibrium equation, and we compare the total mass estimated with the values obtained without assuming them.

Key words: Plasmas, Magnetic Fields, Cosmology, Turbulence, Galaxy Clusters

Lista de Figuras

3.1	Evolução do tempo de giro τ_{flip} (s) das bolhas magnéticas em função do tempo t (s).	43
3.2	Evolução do tempo de reconexão τ_{tear} (s) das bolhas magnéticas em função do tempo t (s).	44
3.3	Razão entre o tempo de giro τ_{flip} e o tempo de reconexão τ_{tear} das bolhas magnéticas em função do tempo t (s).	45
3.4	Razão entre o tempo de coalescência τ_{coal} e o tempo de difusão das bolhas magnéticas τ_{diff}	46
3.5	Evolução inicial do tamanho físico das bolhas magnéticas, criadas imediatamente após a TFQH, como função do tempo, $t \equiv t_0 + \Delta t$, para $t_0 = 10^{-4}$ s, e $0 < \Delta t(10^{-8}s) \leq 10$	47
3.6	Evolução do tamanho físico das bolhas magnéticas em função do tempo t , a partir de $\sim 0.1s$	48
3.7	Evolução da intensidade do campo magnético $B(\mu G)$ nas bolhas, criado imediatamente após a TFQH, em função do tempo t (s).	49

- 3.8 Evolução da média do campo magnético $B(\mu G)$ ao longo da linha de visada, sobre uma região comóvel de ~ 1 Mpc como função do tempo $t(s)$, desde $t \simeq 3 \times 10^3$ s até $t \sim 10^{16}$ s ($z \sim 10$), quando surgiram as primeiras galáxias. 50
- 4.1 Valores de $B(k)$ como função do número de onda $k_0(k_0 = 2\pi/L_{PG})$ em diversos instantes de tempo. 68
- 4.2 Valores de $M_L(G^2)$ como função do tempo t (anos). A curva preta contínua representa os valores de referência: $L_c = 200kpc$, $r = 3$ kpc, $V_c = 10^7 cm s^{-1}$ e $M_L(r, 0) = 10^{-11}(0.1pc/r)^3 G^2$. Nós variamos r : curva vermelha tracejada $r = 4kpc$, curva azul ponto-traço-ponto $r = 5kpc$ 69
- 4.3 Valores de $M_L(G^2)$ como função do tempo t (anos). A curva preta contínua representa os valores de referência (veja fig. 4.2). Nós variamos V_c : curva vermelha tracejada $V_c = 8 \times 10^6 cm/s$, curva azul ponto-traço-ponto $V_c = 6 \times 10^6 cm/s$ 70
- 4.4 Valores do campo magnético $B(G)$ como função do tempo (anos) e $r(kpc)$ para os valores de referência (veja fig. 4.2). 71
- 5.1 Gráfico extraído de Sirag (1979), onde temos um diagrama da razão momento magnético P e momento angular U . Temos a linha contínua representando a previsão da conjectura $S - B, P = (G^{1/2}/2k^{1/2})U$. A linha pontilhada representa a regressão linear para os dados dos objetos. 80
- 5.2 Distribuição de verossimilhança do parâmetro β para os dados de AXPs e SGRs. 86

5.3	Distribuição de verossimilhança do parâmetro θ para os dados de AXPs e SGRs.	87
6.1	Para A2050 e A1689, nós mostramos os perfis de massa determinados sem a consideração da pressão não térmica P_{NT} (curva verde) comparado com os perfis, incluindo as pressões turbulenta e magnética. Estas três curvas representam os perfis de massa, $\alpha = 0.5$ (curva azul), $\alpha = 0.7$ (curva rosa) e $\alpha = 0.9$ (curva amarela), considerando campos magnéticos centrais de $5\mu\text{G}$	103
6.2	Para A2050 e A1689, nós mostramos os perfis de massa determinados sem a consideração da pressão não térmica P_{NT} (curva verde) comparado com os perfis, incluindo as pressões turbulenta e magnética. Estas três curvas representam os perfis de massa, $\alpha = 0.5$ (curva azul), $\alpha = 0.7$ (curva rosa) e $\alpha = 0.9$ (curva amarela), considerando campos magnéticos centrais de $10\mu\text{G}$	105
6.3	Para A2050 e A1689, nós mostramos os perfis de massa determinados sem a consideração da pressão não térmica P_{NT} (curva verde) comparado com os perfis, incluindo as pressões turbulenta e magnética. Estas três curvas representam os perfis de massa, $\alpha = 0.5$ (curva azul), $\alpha = 0.7$ (curva rosa) e $\alpha = 0.9$ (curva amarela), considerando campos magnéticos centrais de $30\mu\text{G}$	106
6.4	Gráficos de A2050, representando os aglomerados NCC e A1689, representando os aglomerados CC. Mostramos o gráfico da variação da massa em função do valor central do campo magnético B_0 , e do parâmetro de forma α	108

- 6.5 Gráficos de A2050, representando os aglomerados NCC. No gráfico superior apresentamos a projeção da variação da massa como função de α para vários valores de B_0 e no gráfico inferior mostramos a projeção da variação da massa como função do campo magnético central B_0 para vários valores de α 109
- 6.6 Gráficos de A1689, representando os aglomerados CC. No gráfico superior apresentamos a projeção da variação da massa como função de α para vários valores de B_0 e no gráfico inferior mostramos a projeção da variação da massa como função do campo magnético central B_0 para vários valores de α 110

Lista de Tabelas

3.1	Tamanho e intensidade das bolhas de campo magnético.	51
3.2	Média do campo magnético na linha de visada.	51
5.1	Tabela extraída de Sirag (1979), onde nós temos os dados da razão máxima e mínima do momento angular e magnético para corpos celestes.	79
5.2	<i>Soft Gamma-ray Repeaters</i> . Col(1): Nome dos SGRs; Col(2): Período dos SGRs; Col(3): <i>Spindown</i> dos SGRs.	88
5.3	<i>Anomalous X-ray pulsars</i> . Col(1): Nome dos AXPs; Col(2): Período dos AXPs; Col(3): <i>Spindown</i> dos AXPs.	88
6.1	Propriedades gerais dos aglomerados. Col (1): nome do aglomerado; Col (2): Ascensão reta; Col (3): Declinação; Col (4): Desvio para o vermelho; Col (5): Raio do aglomerado.	96

- 6.2 Determinação da massa. Col (1): nome do aglomerado; Col(2): Modelo de perfil de densidade do gás (Laganá *et al.* 2008); Col.(3), (4) e (5): Determinação da massa incluindo pressão não térmica, assumindo $B_0 = 10 \mu\text{G}$ e $\alpha = 0.5, 0.7, 0.9$, respectivamente. Col.(6), (7) and (8): Determinação da massa, incluindo pressão não térmica assumindo $B_0 = 30 \mu\text{G}$ e $\alpha = 0.5, 0.7, 0.9$, respectivamente. 104

Sumário

1	Introdução	3
1.1	Plasmas	3
1.2	Campos Magnéticos Primordiais	6
1.3	Estrutura da Tese	8
2	Campos Magnéticos Astrofísicos	11
2.1	Métodos Observacionais	11
2.1.1	Emissão Síncrotron	11
2.1.2	Efeito Zeeman	12
2.1.3	Medidas de Rotação Faraday	12
2.1.4	Medidas de Polarização	13
2.2	Campos Magnéticos em Ambientes Astrofísicos	14
2.2.1	Estrelas de Baixa Massa	14
2.2.2	Estrelas Massivas	14
2.2.3	Magnetares	15
2.2.4	Discos de Acresção	15
2.2.5	<i>Gamma Ray Bursts</i>	16
2.2.6	Galáxias	16

2.2.7	Aglomerados de Galáxias	16
2.2.8	Vínculos com a radiação cósmica de fundo	17
2.2.9	Vínculos com Nucleossíntese Primordial	18
2.3	Candidatos à Campos Magnéticos Primordiais	18
2.3.1	Mecanismos Astrofísicos	18
2.3.2	Mecanismos Oriundo de Transições de Fase no Universo Pri- mordial	20
3	Criação de Campos Magnéticos no Universo Primordial	23
3.1	Funções de Correlação	23
3.2	Teorema da Flutuação Dissipação	25
3.3	Espectro de Frequência dos Campos Magnéticos	30
3.4	Evolução das Flutuações Primordiais	33
3.5	Considerações	40
4	Origem dos Campos Magnéticos Galácticos	53
4.1	Dínamo $\alpha - \Omega$	54
4.2	Turbulência em Pequena Escala	59
4.3	Turbulência Protogaláctica	63
4.4	Considerações	72
5	Origem de Campos Magnéticos em Objetos Compactos	75
5.1	Conjectura Schuster-Blackett	76
5.2	Magnetares	81
5.3	<i>Gamma Ray Bursts</i>	89
5.4	Considerações	92

6	Efeitos de Campos Magnéticos e Turbulência em Aglomerados de Galáxias	93
6.1	Dados da Amostra	95
6.2	O perfil do Campo Magnético	97
6.3	Turbulência em Aglomerados de Galáxias	99
6.4	Determinação da Massa Incluindo Efeitos das Pressões não Térmicas	101
6.5	Resultados	102
6.6	Considerações	111
7	Conclusões e Perspectivas	113
A	Dedução do Teorema da Flutuação-Dissipação	117
B	Evolução do Tensor de Correlação das Flutuações Magnéticas	123
C	Modelo Cosmológico Padrão	129
C.1	Métrica de Friedman-Robertson-Walker	129
C.2	Tensor Energia-Momento	130
C.3	Equações de Einstein	131

Capítulo 1

Introdução

1.1 Plasmas

A maioria dos eventos astrofísicos envolve plasmas. Sendo de extrema importância uma análise de suas propriedades para um melhor entendimento destes fenômenos.

Uma das características mais interessantes do plasma, é sua habilidade de manter-se em um estado de neutralidade de carga. A primeira vista, poderíamos pensar que o campo Coulombiano de qualquer partícula deveria se propagar por todo volume do plasma, contudo este não é o caso. Debye foi o primeiro a apontar que o campo gerado por algum desequilíbrio de carga é blindado, possuindo um alcance restrito (Boyd & Sanderson 2003). Podemos entender melhor este efeito considerando um íon de carga Ze , em um dado ponto P de um plasma neutro. O efeito gerado será uma atração de elétrons para este ponto P enquanto os íons serão repelidos. Logo, o íon será circundado por uma nuvem neutralizadora. Devido sua massa ser muito maior que a do elétron, podemos desprezar os movimentos

dos íons. Assumindo que a densidade numérica da nuvem eletrônica n_c é dada pela distribuição de Boltzmann, $n_c = n_e \exp(e\phi/k_B T_e)$, onde e , T_e e n_e são a carga, temperatura e densidade do elétron respectivamente e k_B é a constante de Boltzmann. Devemos resolver a equação de Poisson para o potencial eletrostático $\phi(r)$ no plasma.

Uma vez que $\phi(r) \rightarrow 0$ se $r \rightarrow \infty$, podemos expandir $\exp(e\phi/k_B T_e)$. Pela condição de neutralidade temos que $Zn_i = n_e$. A equação de Poisson para $r \gg 1$ em torno do ponto P assumindo simetria esférica torna-se:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left(r^2 \frac{d\phi}{dr} \right) = \frac{n_e e^2}{\epsilon_0 k_B T_e} \phi, \quad (1.1)$$

onde ϵ_0 é a constante de permissividade do vácuo e λ_D é o comprimento de Debye definido na equação (1.3). Resolvendo a equação (1.1), para o potencial $\phi(r)$, temos

$$\phi(r) = \frac{Ze}{4\pi\epsilon_0 r} \exp(-r/\lambda_D) \quad (1.2)$$

onde

$$\lambda_D = \left(\frac{\epsilon_0 k_B T_e}{n_e e^2} \right)^{1/2} \simeq 7.43 \times 10^3 \left(\frac{T_e (eV)}{n_e} \right)^{1/2} m. \quad (1.3)$$

Em regiões maiores que a esfera de Debye (esfera formada em torno do ponto P com raio λ_D), o plasma permanece efetivamente neutro. Um requisito necessário pra existência do plasma é que as dimensões do sistema sejam grandes comparadas

com λ_D . O número de elétrons N_D dentro da esfera de Debye é dado por

$$N_D = \frac{4}{3}\pi\lambda_D^3 n_e. \quad (1.4)$$

O inverso deste número é proporcional à razão entre a energia potencial e a energia cinética no plasma, dada por $g = 1/n_e\lambda_D^3$, onde a condição $g \ll 1$ é denominada aproximação de plasma.

Outro parâmetro fundamental dos efeitos coletivos são as oscilações de plasma, que ocorrem em resposta a algum desequilíbrio de carga. O forte campo eletrostático sob o qual os elétrons estão submetidos, causam oscilações em torno da posição de equilíbrio com uma frequência característica, denominada frequência de plasma ω_p . Esta frequência é dada por

$$\omega_{pe} = \frac{(k_B T_e / m_e)^{1/2}}{\lambda_D} \simeq 56.4 n_e^{1/2} s^{-1}, \quad (1.5)$$

onde m_e é a massa do elétron. Qualquer campo aplicado com uma frequência menor que a frequência de plasma é impedido de penetrar no plasma devido à rápida resposta dos elétrons, neutralizando o campo. A frequência correspondente para os íons é dada por

$$\omega_{pi} \simeq 1.32 Z \left(\frac{n_i}{A} \right)^{1/2}, \quad (1.6)$$

onde Z é carga, A , o número atômico e n_i é a densidade numérica de íons.

1.2 Campos Magnéticos Primordiais

A origem dos campos magnéticos cósmicos é um dos mais fascinantes problemas da astrofísica moderna, (e.g., Rees 1987; Kronberg 1994). Campos magnéticos são detectados em uma grande variedade de escalas astrofísicas, desde estrelas até super-aglomerados de galáxias. Observações indicam que os campos magnéticos galácticos e extragalácticos possuem intensidades de $\sim \mu\text{G}$ com escalas de coerência de vários kpc (Beck 2008). Tais campos são observados em galáxias tanto em baixo quanto em alto desvio para o vermelho (z).

Um dos modelos inicialmente propostos para explicar a origem destes campos foi o mecanismo de dínamo $\alpha - \Omega$, onde novos campos são gerados continuamente pela ação combinada da rotação diferencial (Ω) e turbulência helicoidal (α). Entretanto, este mecanismo necessita de um campo magnético semente pré-existente e de um tempo relativamente longo para amplificá-lo.

Existem muitos candidatos para explicar a origem destes campos sementes. Uma das abordagens mais populares é a geração através do mecanismo de Biermann (Biermann 1950). Este mecanismo foi investigado em diversos sistemas astrofísicos, tais como formação de estruturas em grande escala (Peebles 1967; Rees & Rheinhardt 1972; Wasserman 1978), frentes de ionização cosmológicas, (e.g., Gnedin, Ferrara & Zweibel 2000), remanescentes de supernovas devido às primeiras estrelas, (e.g., Miranda, Opher & Opher 1998), etc.

Outra possibilidade é uma origem primordial para estes campos sementes, antes da formação das primeiras galáxias. Por exemplo, campos magnético poderiam ter sido criados durante a transição de fase quark hádron (TFQH), quando o Universo possuía uma temperatura $T_{TFQH} \cong 1.5 \times 10^{12} K$, na transição de fase eletrofraca,

ou na era inflacionária.

Uma das maiores dificuldades com a maioria destes cenários para criação de campos magnéticos no universo primordial ($\ll 1$ s), é seu pequeno comprimento de coerência em $z \lesssim 10$. O comprimento de coerência é limitado pelo raio do horizonte no instante de criação do campo magnético. Portanto, estes campos não teriam um comprimento comóvel suficiente para explicar campos magnéticos em escalas da ordem do tamanho de galáxias.

Neste trabalho, nós sugerimos que os campos magnéticos observados têm sua origem em flutuações eletromagnéticas no plasma existente no universo primordial. Sendo esta, uma forma natural para criar estes campos magnéticos. O Teorema da Flutuação-Dissipação (TFD), prediz grandes flutuações de campos magnéticos no plasma em equilíbrio térmico imediatamente após a TFQH. Tajima *et al.* (1992) sugeriram que grandes flutuações previstas pelo TFD em épocas remotas não dissiparam, mas continuaram a existir até a época presente e agora contribuem para o campo magnético dominante. Nós evoluímos estes campos magnéticos sementes até $z \sim 10$, utilizando o modelo cosmológico padrão (veja apêndice C). Encontramos campos magnéticos da ordem de $10\mu G$, contudo com pequenos comprimentos de coerência $\sim 0.1pc$, nesta época.

De forma a explicar as observações de campos magnéticos em escala galáctica, analisamos a importância da turbulência em pequena escala na amplificação do comprimento de correlação destes campos magnéticos, assim como sua intensidade.

Estudamos a turbulência em regiões protogalácticas, que podem ser geradas por ondas de choque provenientes de instabilidades gravitacionais. Este mecanismo é capaz de aumentar o comprimento de coerência dos nossos campos sementes até os valores de μG observados, em uma escala de tempo de $\sim 10^8$ anos.

Além da origem e evolução destes campos magnéticos primordiais, estudamos a influência de tais campos na determinação da massa de aglomerados de galáxias. Incluímos os termos de pressão magnética e de turbulência na equação de equilíbrio hidrostático e estudamos a variação na massa estimada para 5 aglomerados de Abell. Neste estudo, utilizamos dados em raios-X do XMM-Newton¹, analisados por Laganá *et al.* (2008).

Campos magnéticos são importantes não apenas em escalas galácticas, mas também em diversos processos astrofísicos presentes em objetos compactos. Consideramos a possibilidade de explicar a origem dos campos magnéticos existentes em magnetares e possivelmente em *gamma rays bursts*, assumindo um acoplamento entre o momento angular de um objeto e seu campo magnético. Campos magnéticos de alta intensidade são muito difíceis de serem explicados astrofísicamente. Assumindo a validade deste acoplamento, podemos explicar naturalmente sua existência como consequência direta do alto momento angular destes objetos.

1.3 Estrutura da Tese

No capítulo 2, fizemos uma revisão sobre os campos magnéticos astrofísicos e comentamos as diversas técnicas de observação destes campos. Comentamos os valores observados destes campos magnéticos em diversas escalas, assim como seus vínculos observacionais. Finalizamos com uma discussão sobre os diversos candidatos para origem desses campos.

No capítulo 3, discutimos nosso modelo para origem dos campos magnéticos cosmológicos baseado no TFD. Fizemos uma revisão sobre funções de correlação

¹<http://xmm.esac.esa.int/xsa/>

e sobre a teoria subjacente ao TFD, discutimos nosso modelo pra evolução destas flutuações desde o universo primordial até hoje.

No capítulo 4, consideramos a possibilidade destes campos sementes serem amplificados na região protogaláctica através do mecanismo de turbulência em pequena escala. Fizemos uma breve revisão sobre a teoria de dínamo $\alpha - \Omega$. Introduzimos a teoria de dínamo em pequena escala e mostramos como ela poderia amplificar nossos campos sementes até os valores observados em galáxias.

No capítulo 5, analisamos a possibilidade dos campos magnéticos em magnetares e *gamma ray bursts* serem originados devido a um acoplamento entre o momento angular de um objeto e seu momento magnético, sugerida pela conjectura Schuster-Blacket (S-B). Esta conjectura propõe que os campos magnéticos de objetos celestes poderiam ter sua semente originada apenas devido à sua rotação.

No capítulo 6, discutimos os efeitos dos campos magnéticos e turbulência no suporte gravitacional de aglomerados de galáxias. Comparamos a determinação da massa destes aglomerados via raios-X, com e sem a inclusão destes efeitos.

No capítulo 7, apresentamos nossas conclusões e perspectivas. Nos apêndice A deduzimos o Teorema da Flutuação Dissipação aplicado em plasmas. No apêndice B, fizemos uma breve discussão da dedução das equações para evolução da correlação dos campos magnéticos devido à turbulência em pequena escala. Além do corpo da tese, colocamos em anexo os artigos resultantes de nosso trabalho, tanto os publicados, submetido quanto em fase final de redação.

Capítulo 2

Campos Magnéticos Astrofísicos

2.1 Métodos Observacionais

2.1.1 Emissão Síncrotron

A emissão síncrotron é a radiação produzida por elétrons relativísticos espiralando ao longo das linhas de campo magnético. É usada para inferência de campos magnéticos em ambientes astrofísicos desde pulsares até aglomerados de galáxias. Assumindo uma distribuição de energia dos elétrons da forma

$$n_e(E)dE = n_{e0} \left(\frac{E}{E_0} \right)^{-\gamma} dE, \quad (2.1)$$

onde o expoente γ é denominado índice espectral, E é a energia do elétron, n_e é a densidade eletrônica e ν é a frequência da emissão. O índice 0 representa um valor de referência. Podemos escrever a emissividade síncrotron j_ν para uma dada fonte da forma

$$j_\nu \propto n_{e0} \nu^{(1-\gamma)^2/2} B_\perp^{(1+\gamma)/2}. \quad (2.2)$$

O espectro de emissão síncrotron pode então ser relacionado com a distribuição de elétrons e a intensidade do campo magnético perpendicular a linha de visada (B_\perp).

2.1.2 Efeito Zeeman

No vácuo, os níveis de energia do elétron em um átomo são independentes da direção do seu momento angular. A presença de campos magnéticos quebra esta degenerescência, definindo uma direção preferencial no espaço, gerando $2j+1$ níveis de energia, onde j é o número quântico associado ao momento angular total (J) do átomo. A diferença de energia entre estes níveis vizinhos é dada por $\Delta E = g\mu B$ (Rybicki & Lightman 1979), onde g é o fator de Landé, μ é o magnéton de Bohr e B o campo magnético. O efeito Zeeman é uma forma direta de detectar um campo magnético astrofísico. Se medirmos ΔE através da análise do espectro do objeto, inferimos B sem maiores hipóteses adicionais. Uma das linhas espectrais mais usadas no cálculo de campos magnéticos por efeito Zeeman em galáxias é a linha de 21 cm do hidrogênio neutro (Widrow 2002).

2.1.3 Medidas de Rotação Faraday

Ondas eletromagnéticas ao passarem em um meio permeado por campos magnéticos e elétrons livres, sofrem uma rotação nos seus estados de polarização circular esquerdo e direito. Estes estados viajam com velocidades de fase diferentes neste meio. Logo, uma onda linearmente polarizada sofrerá uma rotação de seu

plano de polarização dada por

$$\Delta\theta = \frac{e^3\lambda^2}{2\pi m_e^2 c^4} \int_0^L n_e(l) B_{||}(l) dl, \quad (2.3)$$

onde m_e é a massa do elétron, λ é o comprimento de onda da radiação, $\Delta\theta$ o ângulo de rotação do plano de polarização, n_e é a densidade de elétrons ao longo da linha de visada, L é a distância percorrida pela radiação e $B_{||}$, é a componente do campo magnético ao longo da linha de visada. Medidas de rotação Faraday são muito utilizadas para determinação dos campos magnéticos astrofísicos, particularmente em galáxias e aglomerados de galáxias.

2.1.4 Medidas de Polarização

A análise da polarização da luz estelar é útil no estudo dos campos magnéticos em nossa galáxia e sua vizinhança. Os campos magnéticos galácticos podem ser observados no óptico através da polarização da luz estelar pelos grãos de poeira do meio. Estes grãos podem ser alongados e se alinhar de forma perpendicular às linhas de campo magnético. Como consequência, a radiação transmitida tem uma direção de polarização paralela à direção do campo magnético do meio. Observações de um grande número de estrelas dão informação complementar aos outros métodos sobre o aspecto geral do campo magnético na galáxia.

2.2 Campos Magnéticos em Ambientes Astrofísicos

2.2.1 Estrelas de Baixa Massa

Tanto no Sol quanto em outras estrelas de baixa massa, observamos campos da ordem de kG através de medidas do efeito Zeeman e outras características espectrais relacionadas ao campo magnético. Espera-se que estes campos magnéticos sejam mantidos pelo mecanismo de dínamo gerado pela rotação diferencial. Contudo, ainda não entendemos perfeitamente o processo de rotação diferencial, a origem do ciclo solar, o papel da rotação diferencial no dínamo em grande escala entre outras características (Uzdensky 2009).

2.2.2 Estrelas Massivas

Observações indicam a existência de campos magnéticos de $\sim 1\text{kG}$ em estrelas do tipo O e B, com massas da ordem de $10 - 50M_{\odot}$. Isto pode ser muito importante no entendimento das propriedades destas estrelas massivas, assim como na sua evolução. Contudo, a origem destes campos magnéticos em estrelas massivas ainda é pouco compreendida. Visto que elas não possuem envelopes convectivos onde o dínamo possa operar, espera-se que a origem dos seus campos seja devido a processos diferentes daqueles presentes em estrelas de baixa massa (Uzdensky 2009).

2.2.3 Magnetares

Magnetares são uma classe de estrelas de nêutrons altamente magnetizadas ($B \gtrsim 10^{14}G$), o argumento mais convincente, apesar de indireto, para estes altos campos vem da sua alta taxa de *spindown*. O campo magnético destas estrelas de nêutrons, assumindo que sua desaceleração ocorre devido à emissão de radiação de dipolo magnético no vácuo, é de $\sim B_{dip} = 2.48 \times 10^{14} (P/6s)^{1/2} (\dot{P}/10^{11} ss^{-1})^{1/2} G$. O qual, para estes objetos, é três ordens de grandeza maior que o campo magnético encontrado em rádio pulsares. O modelo de magnetar foi introduzido Duncan & Thompson (1992). Os intensos campos magnéticos dos magnetares não são fáceis de ser produzidos, sendo ainda um desafio à compreensão do mecanismo progenitor.

2.2.4 Discos de Acréscão

Discos gasosos em rotação em torno de um objeto central são geralmente encontrados em diversos ambientes astrofísicos. Por exemplo em estrelas jovens, objetos compactos estelares (anãs brancas, estrelas de nêutrons e buracos negros), ou mesmo em buracos negros supermassivos existentes nos centros galácticos. Observações do efeito Zeeman em linhas de *masers* provenientes do disco de acreção da galáxia Seyfert II NGC 4258, impoem limites superiores ($B < 50mG$), para a componente toroidal do campo magnético a uma distância de 0.2 pc do buraco negro central (Modjaz *et al.* 2003). Mapas de rotação Faraday em regiões de quasares e rádio galáxias com jatos relativísticos, também revelam que o meio em escalas ao redor de núcleos ativos de galáxias precisa ser significativamente magnetizado (Zavala & Taylor 2003).

2.2.5 *Gamma Ray Bursts*

Alguns autores consideram a possibilidade de que campos magnéticos intensos ($B \sim 10^{15}G$), sejam necessários para explicar a energia gerada por *gamma ray burts* (GRBs), (Piran 2005; Lee *et al.* 2000; Lei *et al.* 2005, 2008). A fonte seria o buraco negro central, cuja extração de energia poderia ocorrer devido ao mecanismo de Blandford-Znajek (Blandford & Znajek 1977). Campos desta intensidade seriam capazes de extrair energia do buraco negro em escalas de tempo de até ~ 1000 s, podendo assim explicar os surtos de raios- γ .

2.2.6 Galáxias

A intensidade dos campos magnéticos em galáxias pode ser determinada através do espectro síncrotron, assumindo equipartição entre a densidade de energia magnética e a dos raios cósmicos. O valor médio típico do campo magnético, sob esta hipótese, para galáxias espirais é da ordem de $10\mu G$, coerentes em escalas da ordem de dezenas de kpc (Beck 2008). Campos mais intensos, de $50-100\mu G$, são encontrados em galáxias com surtos de formação estelar. Também foram detectados campos de $84\mu G$, através do efeito Zeeman, em uma galáxia com desvio para o vermelho $z = 0.692$ (Walsh *et al.* 2002). Campos Magnéticos com intensidade similar são observados tanto em galáxias espirais quanto em elípticas e irregulares (Widrow 2002).

2.2.7 Aglomerados de Galáxias

Campos magnéticos em aglomerados de galáxias podem ser inferidos através de medidas de rotação Faraday, tanto de rádio galáxias quanto de fontes em rádio

observadas através do aglomerado. Observamos campos magnéticos de μG com comprimentos de coerência de vários kpc nos aglomerados de galáxias. Técnicas observacionais utilizando rotação Faraday, assumindo isotropia na estrutura destes campos magnéticos, estimam valores de 3G em Abell 2634, 6G em Abell 400 e 12G em Hydra A. Seus comprimentos de coerência avaliados foram de 4.9, 3.6 e 0.9 kpc, respectivamente. Usando um simples modelo, onde o meio intraglomerado consiste de células de campo magnético com tamanho e intensidade uniformes, mas com distribuição aleatória, Clarke, Kronberg, & Böhringer (2001) estimaram campos magnéticos da ordem de $5(l/10\text{kpc})^{-1/2}\text{G}$ nos aglomerados, onde l é o comprimento de coerência do campo magnético.

2.2.8 Vínculos com a radiação cósmica de fundo

Campos magnéticos primordiais geram rotação Faraday na polarização linear da radiação cósmica de fundo. Esta polarização é gerada pelo espalhamento Compton inverso na superfície de último espalhamento. Os dados de 5 anos do *Wilkinson Microwave Anisotropy Probe* (WMAP) colocam um limite superior para magnitude da polarização do modo B. Estes resultados impõe um limite na amplitude comóvel dos campos magnéticos primordiais na faixa de 0.4 a 30 nG sobre uma distância comóvel de 1 Mpc, dependendo do espectro de potência do campo magnético. Em uma escala de 100 Mpc, o campo médio precisa ser menor que 0.7 nG para qualquer espectro de potência (Kahniashvili *et al.* 2008).

2.2.9 Vínculos com Nucleossíntese Primordial

A existência de campos magnéticos nos estágios iniciais do Universo tem efeitos tanto na sua taxa de expansão, quanto na estatística dos processos de decaimento β , principalmente através da modificação da distribuição estatística dos elétrons e pósitrons. Vínculos oriundos da nucleossíntese primordial restringem estes campos magnéticos para valores de $B \leq 10^{12}\text{G}$, com comprimentos de coerência $10 \ll L \ll 10^{11}$ cm comóveis (Grasso & Rubinstein 1996).

2.3 Candidatos à Campos Magnéticos Primordiais

2.3.1 Mecanismos Astrofísicos

Bateria de Biermann

O termo de bateria de Biermann surge na equação de indução magnética, quando temos gradientes não paralelos de densidade e pressão ($\nabla\rho \times \nabla p \neq 0$). Gnedin, Ferrara & Zweibel (2000) investigaram a geração de campos magnéticos devido este mecanismo em frentes de ionização cosmológicas, usando simulações da reionização, ocasionadas por estrelas, em protogaláxias. Eles consideraram dois mecanismos: 1) a fuga da frente de ionização das protogaláxias; e 2) a propagação das frentes de ionização através da filamentos neutros de alta densidade. O primeiro mecanismo ocorre antes da sobreposição das regiões ionizadas ($z \approx 7$), enquanto o segundo mecanismo continua a funcionar após esta época. Em sua simulação, eles acharam campos médios de $\approx 10^{-18}$ G, para objetos com massa $10^9 - 10^{10}M_{\odot}$ ¹. Subramanian *et al.* (1994) sugeriram que o mecanismo de Bier-

¹ M_{\odot} = Massa solar

mann poderia ocorrer em frentes de ionização se propagando através de flutuações de densidade. Eles estimaram campos de 10^{-20} G, com comprimento de coerência de vários kpc.

Criação de Campos Magnéticos por Explosões de Supernovas Primordiais

Explosões primordiais de supernovas poderiam ser a origem dos campos magnéticos no universo (Miranda & Opher 1996, 1997; Miranda, Opher & Opher 1998). Neste cenário, Miranda, Opher & Opher (1998) acharam campos de 4×10^{-10} G, com comprimentos de coerência da ordem de 100 kpc. Entretanto, seu mecanismo supõe que a maior parte do fluxo magnético seja formada por objetos de massa $\sim 10^6 M_\odot$, em $z \approx 300$, em desacordo com modelos cosmológicos de formação dos primeiros objetos, onde as primeiras estrelas teriam se formado por volta de $z = 65$, (Naoz *et al.* 2006).

Origem de Campos Magnéticos por Jatos Extragalácticos

Daly & Loeb (1990) e Jafelice & Opher (1992) sugeriram que a magnetização do meio intergaláctico poderia ser resultado da corrente elétrica carregada pelos jatos extragalácticos. Estes jatos seriam gerados por núcleos ativos de galáxias em alto z . Campos magnéticos gerados por estas correntes seriam da ordem de $\sim 10^{-8}$ G sobre regiões comóveis de alguns Mpc.

Campos Magnéticos Gerados por Perturbações Cosmológicas

Takahashi *et al.* (2005) estudaram perturbações cosmológicas, considerando a evolução do plasma com 3 componentes: elétrons, prótons, e fótons. Eles anali-

saram os termos de colisão entre elétrons e fótons e consideraram a possibilidade dos mesmos poderem induzir campos magnéticos da ordem de 10^{-19} G sobre uma escala comóvel de 10 Mpc na época do desacoplamento da matéria com radiação.

2.3.2 Mecanismos Oriundo de Transições de Fase no Universo Primordial

Campos Magnéticos Gerados na Transição de Fase Quark-Hádron

Um possível cenário de geração de campos magnéticos foi proposto por Quashnock *et al.* (1989). Campos elétricos seriam criados atrás das frentes de choque devido a expansão de bolhas geradas pela transição de fase quark-hádron. Como consequência das diferentes equações de estado para as componentes bariônicas e leptônicas, um forte gradiente de pressão seria produzido pela passagem da onda de choque, dando origem ao campo elétrico radial atrás da onda. Quashnock *et al.* (1989) estimaram campos elétricos com intensidade de

$$eE \simeq 15 \left(\frac{\epsilon}{0.1} \right) \left(\frac{\delta}{0.1} \right) \left(\frac{kT_{QHPT}}{150 MeV} \right) \left(\frac{100 cm}{l} \right) \frac{keV}{cm}, \quad (2.4)$$

onde ϵ é a razão de densidade de energia entre os dois fluidos, $\delta \equiv (l\Delta p/p)$, Δp é o gradiente de pressão e l é a distância média comóvel entre as regiões de nucleação das bolhas. Eles sugeriram que campos magnéticos seriam produzidos nas regiões de colisão entre estas frentes de choque, dando origem à turbulência e vorticidade da ordem de l . Eles encontraram campos magnéticos de tamanho comóvel de ~ 1 UA² com uma intensidade atual de $\sim 2 \times 10^{-17}$ G. Seguindo a mesma idéia de

²1 UA = 1.49598×10^{13} cm

campos magnéticos gerados na época da TFQH, Cheng & Olinto (1994) estimaram campos magnéticos de $\sim 10^{-16}$ G na época atual, com comprimentos de coerência de ~ 1 pc. Em escalas galácticas, estes campos teriam o valor atual de $\simeq 10^{-20}$ G.

Campos Magnéticos Gerados na Transição de Fase Eletrofraca

A transição de fase eletrofraca poderia gerar campos magnéticos primordiais (Baym *et al.* 1996; Sigl *et al.* 1997). Durante esta fase, ocorre a quebra de simetria de calibre do grupo eletrofraco $SU(2)_L \times U(1)_Y$ para o grupo eletromagnético $U(1)_{EM}$. Teríamos o plasma com um resfriamento rápido abaixo da temperatura eletrofraca, $\simeq 100$ GeV. As bolhas geradas por esta quebra de simetria iriam nuclear e expandir preenchendo o Universo. O típico tamanho comóvel do raio de Hubble neste época era $L_H \approx 10$ cm com temperaturas $T_H \approx 100$ GeV. O tamanho comóvel das bolhas seria de $L_B = f_B L_H$, que seriam criadas com $f_B \simeq 10^{-3} - 10^{-2}$ (Baym *et al.* 1996). O campo magnético gerado nesta fase seria da ordem de

$$B \simeq (4\pi\epsilon)^{1/2} (T_{EW}) T_{EW}^2 \left(\frac{v_{wall}}{c} \right)^2 \simeq (7 \times 10^{21} - 2 \times 10^{24}) G, \quad (2.5)$$

onde $\epsilon = g_* a T_{EW}^4 / 2 \simeq 4 \times 10^{11} GeV fm^{-3}$ é a densidade de energia na época da transição eletrofraca (Widrow 2002).

Campos Magnéticos Gerados Durante a Inflação

A inflação pode naturalmente produzir efeitos em escalas muito maiores que o horizonte de Hubble (Turner & Widrow 1988). Se flutuações eletromagnéticas fossem amplificadas durante a inflação, apareceriam hoje como campos magnéticos com grande escala de coerência. Várias maneiras de quebrar a invariância conforme

e gerar estes campos foram propostas. Turner & Widrow (1988) consideraram três possibilidades:

1. Introduzindo um acoplamento da forma $RA_\mu A^\mu$ ou $R_{\mu\nu}A^\mu A^\nu$, onde R é o escalar de Ricci, $R_{\mu\nu}$ o tensor de Ricci, e A^μ é o campo eletromagnético. Estes termos quebram a invariância de calibre e dão aos fótons uma dependência efetiva da massa com o tempo. Turner & Widrow (1988) mostraram que para uma escolha razoável de parâmetros, tal mecanismo poderia gerar os campos magnéticos galácticos, sem a necessidade do dínamo galáctico;
2. introduzindo termos da forma $R_{\mu\nu\lambda\kappa}F^{\mu\nu}F^{\lambda\kappa}/m^2$ ou $RF^{\mu\nu}F_{\mu\nu}$, onde m é algum escalar de massa e F o tensor eletromagnético. Este mecanismo pode dar conta apenas de um campo primordial muito pequeno;
3. acoplando o fóton à algum campo carregado, que quebra a invariância conforme.

Capítulo 3

Criação de Campos Magnéticos no Universo Primordial

3.1 Funções de Correlação

Qualquer quantidade física caracterizando um sistema macroscópico em equilíbrio pode sofrer desvios em seu valor médio. Estes desvios são denominados flutuações desta quantidade física e dependem da temperatura e outras propriedades macroscópicas do sistema. As flutuações do nosso sistema podem ser descritas pelas funções de correlação. Estas funções definem os valores médios dos produtos das flutuações de uma ou várias quantidades do nosso sistema em diferentes pontos do espaço e do tempo. Esta média é feita sobre todos os estados quânticos do sistema e sobre toda as distribuições estatísticas destes estados. Se o meio for espacialmente homogêneo podemos definir estas flutuações definindo um vetor $\langle \mathbf{j}(\mathbf{r}, t) \rangle = 0$, distribuído continuamente no espaço. A função de correlação das

componentes j_i e j_j do vetor \mathbf{j} será

$$\langle j_i(r_1, t_1) j_j(r_2, t_2) \rangle \equiv \langle j_i j_j \rangle_{\mathbf{r}t}, \quad (3.1)$$

onde $\mathbf{r} = r_2 - r_1$ e $t = t_2 - t_1$. As componentes de Fourier de $\langle j_i j_j \rangle_{\mathbf{r}t}$ podem ser assim escritas,

$$\langle j_i j_j \rangle_{\mathbf{k}\omega} = \int dt \int d\mathbf{r} e^{-i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} + i\omega t} \langle j_i j_j \rangle_{\mathbf{r}t} \quad (3.2)$$

$$\langle j_i j_j \rangle_{\mathbf{r}t} = \frac{1}{(2\pi)^4} \int d\omega \int d\mathbf{k} e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{r} - i\omega t} \langle j_i j_j \rangle_{\mathbf{k}\omega}, \quad (3.3)$$

onde $\langle j_i j_j \rangle_{\mathbf{k}\omega}$ é a distribuição espectral da função de correlação. Podemos relacioná-la com a média do produto das componentes de Fourier,

$$\langle j_i^\dagger(\mathbf{k}, \omega) j_j(\mathbf{k}', \omega') \rangle = (2\pi)^4 \langle j_i j_j \rangle_{\mathbf{k}\omega} \delta(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \delta(\omega - \omega'), \quad (3.4)$$

onde o índice \dagger denota o conjugado hermitiano¹.

Podemos definir a função de correlação espacial, ao avaliar a função de correlação em um mesmo instante de tempo,

$$\langle j_i(r_1, t) j_j(r_2, t) \rangle \equiv \langle j_i j_j \rangle_{\mathbf{r}}. \quad (3.5)$$

A componente de Fourier desta função de correlação espacial é dada pela integral em todas as frequências,

¹A aplicação \dagger em um dado operador, representa a composição das operações conjugação complexa e transposição da matriz representada por este operador.

$$\langle j_i j_j \rangle_{\mathbf{k}} = \frac{1}{2\pi} \int d\omega \langle j_i j_j \rangle_{\mathbf{k}\omega}. \quad (3.6)$$

De forma análoga podemos definir a função de correlação temporal como a média avaliada em uma dada região do espaço em diferentes instantes de tempo,

$$\langle j_i(\mathbf{r}, t_1) j_j(\mathbf{r}, t_2) \rangle \equiv \langle j_i j_j \rangle_t, \quad (3.7)$$

cuja componente de Fourier é dada por

$$\langle j_i j_j \rangle_{\omega} = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d\mathbf{k} \langle j_i j_j \rangle_{\mathbf{k}\omega}. \quad (3.8)$$

3.2 Teorema da Flutuação Dissipação

O teorema da Flutuação-Dissipação relaciona a distribuição espectral das flutuações com as propriedades dissipativas do meio (dedução completa no apêndice A).

$$\langle j_i j_j \rangle_{\mathbf{k}\omega} = \frac{\hbar}{e^{\hbar\omega/k_B T} - 1} i[\alpha_{ij}^*(\omega, \mathbf{k}) - \alpha_{ij}(\omega, \mathbf{k})], \quad (3.9)$$

onde α_{ij} é denominado tensor resposta, que define a reação do sistema às flutuações em torno do equilíbrio.

Em um plasma isotrópico, a função resposta α_{ij} pode ser escrita como,

$$\alpha_{ij}(\omega, \mathbf{k}) = \frac{k_i k_j}{k^2} \alpha_l(\omega, \mathbf{k}) + \left(\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2} \right) \alpha_t(\omega, \mathbf{k}). \quad (3.10)$$

Os coeficientes transversais α_t e longitudinais α_l relacionam-se com as permis-

sividades dielétricas transversal ϵ_t e longitudinal ϵ_l do plasma,

$$\alpha_t(\omega, \mathbf{k}) = \frac{\omega^2}{4\pi} (1 - \zeta^2) \frac{\epsilon_t(\omega, k) - 1}{\epsilon_t(\omega, k) - \zeta^2}, \quad (3.11)$$

$$\alpha_l(\omega, \mathbf{k}) = \frac{\omega^2}{4\pi} \frac{\epsilon_l(\omega, k) - 1}{\epsilon_l(\omega, k)}, \quad (3.12)$$

onde $\zeta = kc/\omega$.

Se tivermos isotropia, as flutuações longitudinais e transversais são mutuamente independentes. As componentes da corrente transversal e longitudinal, são relacionadas aos campos elétricos através da relações

$$j_l(\omega, \mathbf{k}) = \frac{i\omega}{4\pi} \mathbf{E}_l(\omega, \mathbf{k}), \quad (3.13)$$

$$j_t(\omega, \mathbf{k}) = \frac{i\omega}{4\pi} (1 - \zeta^2) \mathbf{E}_t(\omega, \mathbf{k}). \quad (3.14)$$

A distribuição espectral das flutuações de corrente pode ser obtida substituindo as equações (3.11) e (3.12) na equação (3.9),

$$\begin{aligned} \langle j_i j_j \rangle_{\mathbf{k}\omega} &= \frac{1}{2\pi} \frac{\hbar\omega^2}{e^{\hbar\omega/k_B T} - 1} \times \\ &\left[\frac{k_i k_j}{k^2} \frac{Im\epsilon_l}{|\epsilon_l|^2} + \left(\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2} \right) \left(1 - \frac{k^2 c^2}{\omega^2} \right)^2 \frac{Im\epsilon_t}{|\epsilon_t - \frac{k^2 c^2}{\omega^2}|^2} \right]. \end{aligned} \quad (3.15)$$

O primeiro e segundo termos descrevem as flutuações das correntes longitudinais e transversais respectivamente. Usando a equação da continuidade, $\partial\rho/\partial t + \nabla \cdot \mathbf{j} = 0$, podemos relacionar as flutuações de densidade de carga com as flutuações de corrente longitudinais. No caso isotrópico temos

$$\langle \rho^2 \rangle_{\mathbf{k}\omega} = \frac{k^2}{2\pi} \frac{\hbar}{e^{\hbar\omega/k_B T} - 1} \frac{Im\epsilon_l}{|\epsilon_l|^2}. \quad (3.16)$$

Usando a equação (3.14), obtemos a seguinte expressão para a distribuição espectral da intensidade de flutuações do campo elétrico (Kubo 1957; Akhiezer *et al.* 1975; Sitenko 1967; Rostoker *et al.* 1965; Dawson 1968):

$$\frac{1}{8} \langle E_i E_j \rangle_{k\omega} = \frac{i}{2} \frac{\hbar}{e^{\hbar\omega/k_B T} - 1} (\Lambda_{ij}^{-1} - \Lambda_{ij}^{-1*}), \quad (3.17)$$

$$\Lambda_{ij}(\omega, \mathbf{k}) = \frac{k^2 c^2}{\omega^2} \left(\frac{k_i k_j}{k^2} - \delta_{ij} \right) + \epsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k}), \quad (3.18)$$

$$\epsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k}) = \frac{k_{ij}}{k^2} \epsilon_l(\omega, \mathbf{b}) + \left(\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2} \epsilon_t(\omega, \mathbf{k}) \right), \quad (3.19)$$

onde $\epsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k})$ é o tensor dielétrico do plasma. Da lei da Faraday temos $\mathbf{B} = c\mathbf{k}/\omega \times \mathbf{E}$ e junto com $\mathbf{k} = k\hat{\mathbf{x}}$, encontramos as flutuações magnéticas perpendiculares B_2 e B_3 ,

$$\frac{\langle B_2^2 \rangle_{k\omega}}{8\pi} = \frac{i}{2} \frac{\hbar}{e^{\hbar\omega/k_B T} - 1} \frac{c^2 k^2}{\omega^2} (\Lambda_{33}^{-1} - \Lambda_{33}^{-1*}), \quad (3.20)$$

e

$$\frac{\langle B_3^2 \rangle_{k\omega}}{8\pi} = \frac{i}{2} \frac{\hbar}{e^{\hbar\omega/k_B T} - 1} \frac{c^2 k^2}{\omega^2} (\Lambda_{22}^{-1} - \Lambda_{22}^{-1*}), \quad (3.21)$$

onde os subscritos 1, 2 e 3 referem-se a x, y e z. As flutuações totais do campo magnético são

$$\frac{\langle B^2 \rangle_{k\omega}}{8\pi} = \frac{i}{2} \frac{\hbar}{e^{\hbar\omega/k_B T} - 1} \frac{c^2 k^2}{\omega^2} (\Lambda_{22}^{-1} + \Lambda_{33}^{-1} - \Lambda_{22}^{-1*} - \Lambda_{33}^{-1*}). \quad (3.22)$$

Com o intuito de obter $\Lambda_{ij}(\omega, \mathbf{k})$ das equações de movimento do plasma, utilizamos um modelo de multifluidos para o plasma,

$$m_\alpha \frac{d\mathbf{v}_\alpha}{dt} = e_\alpha \mathbf{E} - \eta_\alpha m_\alpha \mathbf{v}_\alpha, \quad (3.23)$$

onde α é a espécie da partícula e η_α é a frequência de colisão das espécies α . A transformada de Fourier da equação (3.23) é dada por

$$-i\omega m_\alpha v_\alpha = e_\alpha E - \eta_\alpha m_\alpha v_\alpha, \quad (3.24)$$

o qual gera uma corrente j_α ,

$$j_\alpha = \frac{\omega_{p\alpha}^2}{4\pi(-i\omega + \eta_\alpha)} E. \quad (3.25)$$

Podemos escrever a corrente j_α em termos do tensor de susceptibilidade magnética $\chi_{\alpha ij}$ e do campo elétrico E , tal que

$$j_{\alpha i} = -i\omega \chi_{\alpha ij}(\omega \mathbf{k}) E_j(\omega \mathbf{k}). \quad (3.26)$$

O tensor dielétrico é dado por

$$\begin{aligned} \epsilon_{ij}(\omega \mathbf{k}) &= \delta_{ij} + 4\pi \sum_{\alpha} \chi_{\alpha ij}, \\ 4\pi \chi_{\alpha ij}^{\omega \mathbf{k}} &= \frac{\omega_{p\alpha}^2}{\omega(\omega + i\eta_\alpha)} \delta_{ij}. \end{aligned} \quad (3.27)$$

Podemos assim, escrever o tensor dielétrico da forma

$$\epsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k}) = \delta_{ij} - \sum_{\alpha} \frac{\omega_{p\alpha}^2}{\omega(\omega + i\eta_\alpha)} \delta_{ij}, \quad (3.28)$$

onde $\omega_{p\alpha}$ é a frequência de plasma de uma dada espécie α . Vamos considerar um plasma de elétrons e pósitrons, pois estamos interessados em avaliar estas flutuações no Universo primordial quando a temperatura era $T \sim 1$ MeV. Neste

plasma de elétrons e pósitrons a frequência de plasma dos elétrons é igual a dos pósitrons, $\omega_{pe^+} = \omega_{pe^-}$ e $\eta_{e^+} = \eta_{e^-} = \eta$. A equação (3.28) torna-se então

$$\epsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k}) = \delta_{ij} - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\eta)} \delta_{ij}, \quad (3.29)$$

onde $\omega_p^2 = \omega_{pe^+}^2 + \omega_{pe^-}^2$. Temos que η_e é a frequência de colisão de Coulomb, para elétrons $\eta_e = 2.91 \times 10^{-6} n_e \ln \Lambda T^{-3/2} (eV)s^{-1}$, onde n_e é a densidade de elétrons e $\ln \Lambda = \ln 4\pi n_e \lambda_D^3$ é o logaritmo de Coulomb. Para o caso de um plasma de elétrons e prótons após a nucleossíntese primordial, $\eta_p = 4.78 \times 10^{-18} n_e T^{-3/2} \ln \Lambda (eV)s^{-1}$. Obtemos então

$$\Lambda_{ij} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega+i\eta)} & 0 & 0 \\ 0 & 1 - \frac{c^2 k^2}{\omega^2} - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega+i\eta)} & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \frac{c^2 k^2}{\omega^2} - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega+i\eta)} \end{pmatrix}. \quad (3.30)$$

Podemos escrever as flutuações de campo magnético no espaço de frequência ω e número de onda k , como função da temperatura

$$\frac{\langle B^2 \rangle_{k\omega}}{8\pi} = \frac{2\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/k_B T} - 1} \eta \omega_p^2 \times \frac{k^2 c^2}{(\omega^2 + \eta^2) k^4 c^4 + 2\omega^2 (\omega_p^2 - \omega^2 - \eta^2) k^2 c^2 + [(\omega^2 - \omega_p^2)^2 + \eta^2 \omega^2] \omega^2}, \quad (3.31)$$

(Tajima *et al.* 1992; de Souza & Opher 2008). Para um plasma primordial onde efeitos relativísticos são importantes fazemos a associação $\omega_p \rightarrow \omega_p / \sqrt{\gamma}$, onde $\gamma = 1 / \sqrt{1 - v^2/c^2}$ é o fator de Lorentz.

3.3 Espectro de Frequência dos Campos Magnéticos

A equação (3.31) tem um limite bem conhecido, se fizermos $\eta \rightarrow 0$ e $\omega_p \rightarrow 0$ (um limite onde não há plasma), chegamos na equação para um corpo negro no vácuo

$$\frac{\langle B^2 \rangle_\omega}{8\pi} = \int dk \frac{\langle B^2 \rangle_{k\omega}}{8\pi} = \frac{1}{2} \frac{\pi \hbar}{e^{\hbar\omega/k_B T} - 1} \frac{\omega^3}{c^3}, \quad (3.32)$$

ou seja, a presença do plasma modifica as flutuações magnéticas. Desejamos inicialmente encontrar o espectro de flutuações em função da frequência $\langle B^2 \rangle_\omega$. Integrando a equação (3.31), obtemos

$$\frac{\langle B^2 \rangle_\omega}{8\pi} = \frac{1}{\pi^2} \frac{\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/k_B T} - 1} \frac{2\eta}{\omega_{pe}^2} \left(\frac{\omega_{pe}}{c}\right)^3 \int_0^\infty dx \frac{x^4}{(\omega'^2 + \eta'^2)x^4 + \dots}, \quad (3.33)$$

onde $x = kc/\omega_{pe}$, $\omega' = \omega/\omega_{pe}$ e $\eta' = \eta/\omega_{pe}$. Note entretanto, que esta equação diverge para altos números de onda. Esta divergência ocorre, pois a análise feita é baseada em equações clássicas, e para números de onda muito grandes (ou pequenos comprimentos de onda) os efeitos das colisões tornam-se importantes e a descrição de fluido torna-se falha.

Considere uma onda eletromagnética se propagando no plasma. A relação de dispersão das ondas é fortemente dependente dos efeitos coletivos do plasma. Ondas de menor comprimento de onda são menos afetadas pelo plasma. Se ela tiver um comprimento de onda muito menor que a escala de colisão $\sim c/\omega_p$, irá viajar pelo plasma como se estivesse viajando pelo espaço vazio. Como vimos anteriormente, o espectro para frequências muito maiores que ω_p , tende ao espectro

de corpo negro. Então podemos considerar o limite de alto número de onda fazendo $\eta \rightarrow 0$, obtendo desta forma

$$\frac{\langle B^2 \rangle_{\mathbf{k}\omega}}{8\pi} = \frac{2\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/k_B T} - 1} \omega_p^2 k^2 c^2 \pi \delta \left[\frac{\omega(\omega^2 - c^2 k^2 - \omega_p^2)}{\omega^2 - c^2 k^2} \right] \frac{1}{(\omega^2 - c^2 k^2)^2}. \quad (3.34)$$

Integrando a equação (3.34) sobre $4\pi k^2 dk$ de 0 até ∞ , obtemos

$$\frac{\langle B^2 \rangle_\omega}{8\pi} = \frac{k_B T}{2\pi} \delta(\omega) \int \frac{\omega_p^2}{\omega_p^2 + c^2 k^2} k^2 dk + \frac{1}{2\pi c^3} \frac{\hbar}{e^{\hbar\omega/k_B T} - 1} (\omega^2 - \omega_p^2)^{3/2}. \quad (3.35)$$

Podemos dividir a equação (3.33) em duas partes, uma de 0 até k_{cut} ($x_{cut} = k_{cut}c/\omega_{pe}$), e outra de k_{cut} até ∞ , onde na primeira parte mantemos η , pois os efeitos colisionais são importantes para baixas frequências como discutimos anteriormente. Para a segunda integral podemos tomar $\eta \rightarrow 0$, visto que os efeitos colisionais são desprezíveis. Obtemos assim

$$\begin{aligned} \frac{\langle B^2 \rangle_\omega}{8\pi} &= \frac{1}{\pi^2} \frac{\hbar\omega'}{e^{(\hbar\omega_{pe}/k_B T)\omega'} - 1} 2\eta' \left(\frac{\omega_{pe}}{c} \right)^3 \int_0^{x_{cut}} dx \frac{x^4}{(\omega'^2 + \eta'^2)x^4 + \dots} \\ &\quad + \frac{\hbar(\omega'^2 - \omega_p'^2)^{3/2}}{2\pi[e^{\hbar\omega_{pe}/k_B T} - 1]} \left(\frac{\omega_{pe}}{c} \right)^3 \Theta(\omega - \sqrt{c^2 k_{cut}^2 + \omega_p^2}), \end{aligned} \quad (3.36)$$

onde Θ é a função degrau de Heaviside². Note que a divergência para $\omega \rightarrow 0$ foi removida,

$$\lim_{\omega \rightarrow 0} \frac{\langle B^2 \rangle_\omega}{8\pi} = \frac{\hbar\omega'}{\pi^2(e^{\hbar\omega_{pe}\omega'/k_B T} - 1)} 2 \left(\frac{\omega_{pe}}{c} \right)^3 \frac{1}{\eta'} \int_0^{x_{cut}} dx = \frac{2k_B T}{\pi^2 \eta' \omega_{pe}} \left(\frac{\omega_{pe}}{c} \right)^3 x_{cut}. \quad (3.37)$$

A escolha de x_{cut} é feita de forma a termos uma junção suave entre o espectro no

$${}^2\Theta(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x < 0 \\ \frac{1}{2} & \text{se } x = 0 \\ 1 & \text{se } x > 0 \end{cases}$$

limite de baixas frequências e o espectro de corpo negro para altas frequências. Teremos então que $k_{cut} \sim \omega_{pe}/c$ ($x_{cut} \sim 1$).

Da mesma forma, integrando a equação (3.31) sobre ω , teremos o espectro em k ,

$$\frac{\langle B^2 \rangle_k}{8\pi} = \frac{k_B T}{2} \left[\frac{1}{1 + k^2 c^2 / \omega_p^2} + \frac{\hbar}{e^{\hbar(\omega_p^2 + k^2 c^2)^{1/2}} - 1} \frac{k^2 c^2}{(\omega_p^2 + k^2 c^2)^{1/2}} \right], \quad (3.38)$$

o primeiro termo da equação (3.38), surge apenas na presença de um plasma sendo mais importante no regime de pequenos números de onda k . O segundo termo corresponde a radiação de corpo negro modificada pela presença do plasma. No limite de $\hbar \rightarrow 0$, temos a lei da equipartição,

$$\frac{\langle B^2 \rangle_k}{8\pi} = \frac{k_B T}{2}. \quad (3.39)$$

O espectro de frequência próximo de $\omega = 0$, (onde os efeitos de plasma são relevantes) é dado por

$$\frac{\langle B^2 \rangle_{\omega=0}}{8\pi} = \frac{3}{2\pi^3} \sqrt{\frac{3}{\pi}} k_B T \left(\frac{\omega_p}{c} \right)^3. \quad (3.40)$$

Isto significa que as flutuações magnéticas são proporcionais à temperatura e a densidade ($n_e^{3/2}$) do plasma. Estas flutuações não são importantes em plasmas atuais, devido à baixa temperatura e densidade, contudo no Universo primordial podem ser bastante significativas.

3.4 Evolução das Flutuações Primordiais

Como vimos anteriormente, o plasma primordial pode ter flutuações magnéticas significativas. Estas flutuações, também chamadas bolhas magnéticas, surgem e decaem espontaneamente a todo instante. Estas pequenas bolhas podem entretanto coalescer em bolhas maiores em um processo de auto-organização.

Podemos analisar este processo de ponto de vista de uma equação de Boltzmann para um espaço em expansão,

$$\frac{\partial n_i}{\partial t} = -\frac{n_i}{\tau i^2} + 3Hn_i + n_{i-1}\langle n_1 v \sigma \rangle, \quad (3.41)$$

onde consideramos a formação de uma estrutura composta por i bolhas magnéticas, sendo n_i a densidade de bolhas em uma estrutura de ordem i . Na equação acima, τ é o tempo de vida da bolha, σ sua seção de choque, v a sua velocidade média da bolha e H é o parâmetro de Hubble. Como estamos interessados em analisar a evolução destas flutuações, ao longo da expansão do Universo, todas as quantidades consideradas são comóveis. Utilizamos o modelo cosmológico padrão Λ CDM (mais detalhes no apêndice C) para evoluir nossas equações. Neste caso o parâmetro de Hubble pode ser escrito da forma

$$H(z) = H_0 \sqrt{\Omega_{m0}(1+z)^3 + \Omega_\Lambda + \Omega_{r0}(1+z)^4}, \quad (3.42)$$

onde $H_0 = 72 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$, é a constante de Hubble, $\Omega_m = 8\pi G\rho/3H^2 = 0.28$ (parâmetro de densidade da matéria), $\Omega_\Lambda = \lambda c^2/3H^2 = 0.72$ (parâmetro de densidade do vácuo), $\Omega_r = 32\pi G\sigma T/3H^2 c^3$ (parâmetro de densidade da radiação). O índice 0 refere-se as quantidades medidas hoje, $z=0$, (Weinberg 2008).

Consideramos flutuações de campo magnético criadas no plasma primordial imediatamente após a transição de fase quark-hádron. Consideramos um plasma de elétrons, pósitrons e fótons após a TFQH.

As flutuações eletromagnéticas em nosso plasma primordial podem ser divididas principalmente em duas categorias: uma com grandes comprimentos de onda ($k \lesssim \omega_{pe}/c$) e próximas da frequência zero ($\omega \ll \omega_{pe}$) e outras com comprimentos de onda bem pequenos ($k \gg \omega_{pe}/c$) e frequência bem maior que ω_{pe} . Os modos $k \lesssim \omega_{pe}/c$ são significativamente modificados pelo plasma.

Podemos estimar a intensidade dos campos magnéticos para um dado comprimento de onda λ ,

$$\langle B^2 \rangle_\lambda / 8\pi = (k_B T / 2) (4\pi / 3) \lambda^{-3}, \quad (3.43)$$

para $\lambda = 2\pi c / \omega_p$,

$$(\langle B^2 \rangle_{\lambda_p})^{1/2} = 1.4 \times 10^{-12} [n / (10^4 \text{cm}^3)]^{3/4} [T / (10^4 \text{K})]^{1/2} G. \quad (3.44)$$

Intuitivamente podemos interpretar este teorema, imaginando que um certo modo individual do campo, decai por algum efeito dissipativo, aumentando a energia das partículas e excitando outros modos. Este processo se repete gerando uma certa quantidade de flutuações relacionadas à dissipação do meio. Imagine elétrons se propagando no plasma. Eles podem contribuir para as flutuações de corrente devido à sua característica colisional. Flutuações eletromagnéticas serão induzidas por estas flutuações de corrente. Entretanto as componentes de baixa frequência não se propagam no plasma. Logo, isto irá gerar um amortecimento nas flutuações do campo. O tempo de vida destas flutuações é relacionado ao tempo de colisão

(ou a algum mecanismo de dissipação cinética) característico do meio.

Podemos escrever a relação de dispersão pra estes modos da forma (Tajima *et al.* 1992)

$$\omega^2 - k^2 c^2 - \frac{\omega_p^2}{1 + i\eta/\omega} = 0. \quad (3.45)$$

No limite de baixas frequências a equação (3.45) torna-se:

$$\omega = i\eta \frac{k^2 c^2}{\omega_p^2}. \quad (3.46)$$

O tamanho espacial λ das flutuações de campo magnético é relacionado com τ , o tempo de vida da flutuação, por

$$\lambda(\tau) = 2\pi \frac{c}{\omega_p} (\eta_e \tau)^{1/2}, \quad (3.47)$$

(Tajima *et al.* 1992). O tamanho médio destas flutuações é dado por

$$\bar{\lambda} = \frac{\int \lambda [\langle B^2 \rangle_\lambda / 8\pi] d\lambda}{\int [\langle B^2 \rangle_\lambda / 8\pi] d\lambda} = \frac{7\pi}{3} (c/\omega_p). \quad (3.48)$$

Usando o modelo de Tajima *et al.* (1992). Nós assumimos que estas flutuações podem ser descritas por uma bolha de tamanho $\bar{\lambda}$ aproximada por um dipolo magnético com intensidade do campo dada pela equação (3.43).

As bolhas magnéticas estavam na temperatura do plasma e colidiam e coalesciam em um tempo dado por $t_{coal} = \bar{\lambda}/v_{bub}$, onde v_{bub} é a velocidade térmica da bolha. O tempo de coalescência t_{coal} foi calculado, mostrando-se menor que o tempo de vida τ das bolhas no Universo primordial. Ele era de $\sim 10^{-5}$ s instantes após a TFQH em $t \sim 10^{-4}$ s após o *big bang*. Antes do campo magnético se dissi-

par, as bolhas podiam coalescer uma com a outra. Bolhas maiores foram formadas com tempo de vida $\tau \propto \lambda^2$, bolhas maiores vivem mais e têm maior possibilidade de colidir com outras, ocorrendo preferencialmente a formação de grandes bolhas.

Iniciamos nossos cálculos imediatamente após a TFQH e continuamos até $z \sim 10$ ($\sim 10^9$ anos após o *big bang*), quando as galáxias começam a se formar. Estes campos magnéticos foram amplificados adiabaticamente quando a matéria bariônica colapsou formado as galáxias.

Embora a densidade de energia dos dipolos magnéticos vizinhos seja da mesma ordem da densidade de energia do campo magnético médio quando eles não estão a uma distância curta um do outro, a densidade de energia magnética cresce apreciavelmente quando os dipolos vizinhos se aproximam. Como o campo magnético do dipolo é proporcional a r^{-3} , onde r é a distância entre eles, a densidade de energia magnética entre os dipolos vizinhos é proporcional a r^{-6} . Conseqüentemente, a densidade de energia magnética das bolhas magnéticas adjacentes com distâncias de separação muito curtas é muito maior que a densidade média de energia magnética.

Os dipolos tendem a se alinhar devido a intensificação da energia de interação magnética a uma curta distância inter-dipolar. A taxa de interação entre os dipolos depende da sua velocidade. Nós usamos como velocidade característica a velocidade da massa da bolha de plasma, a qual está em equilíbrio térmico com a temperatura do Universo em um dado desvio para o vermelho z .

Quando os dipolos estão orientados de forma oposta e interagindo, dois processos opostos ocorrem: o alinhamento e a reconexão. Como os dipolos atuam um no outro eles tendem a se alinhar em um tempo de giro $\tau_{flip} \sim 10^{-5}$ s instantes após a TFQH em $t \sim 10^{-4}$ s, onde τ_{flip} é o tempo no qual o dipolo alinha com o

seu vizinho devido o torque magnético. Nós temos que $\tau_{flip} \propto (I/N_{mag})^{1/2}$, onde N_{mag} é o torque magnético e I é o momento de inércia da bolha. Por outro lado, dipolos com campos magnéticos opostos se reconectam em um *tearing mode time* τ_{tear} . O menor τ_{tear} é de $\bar{\tau}_{tear} \cong 10^{0.20} \tau_A^{1/2} \tau_R^{1/2}$, onde $\tau_A = L/v_A$ é o tempo de Alfvén e $\tau_R = 4\pi L^2/c\eta$ o tempo de difusão (Sturrock 1994). O mais curto *tearing time* instantes após a TFQH é $\sim 10^{15}$ s. Assim $\tau_{flip} \ll \bar{\tau}_{tear}$ pouco após 10^{-4} s e permanece assim por todas as épocas de interesse. A fig. 3.1 mostra τ_{flip} , a fig. 3.2 mostra τ_{tear} e a fig. 3.3 sua razão, no intervalo de tempo $\sim 10^{-4} - 10^2$ s.

O tempo final usado nas figuras 3.1-3.3 é de ~ 100 s. Este é o tempo no qual o campo magnético nas bolhas necessita da idade do Universo para difundir totalmente. A difusão magnética é inversamente proporcional ao quadrado do diâmetro da bolha, sendo relevante apenas em instantes iniciais do nosso cálculo, quando as bolhas eram pequenas. O campo magnético inicial na bolha difunde totalmente em um tempo $\tau_{diff} = 4\pi\sigma L^2$, onde L é o diâmetro da bolha e σ é a condutividade elétrica (Grasso & Rubinstein 2001).

No regime de altas temperaturas ($T > 1$ MeV) nós seguimos o tratamento de Ahonen & Enqvist (1996), que resolveram numericamente a equação de Boltzmann para o Universo primitivo. Para $T \lesssim 100$ MeV eles encontraram uma condutividade de $\sigma \simeq 0.76T$. Como imediatamente após a TFQH, a temperatura do Universo era ~ 100 MeV, nós usamos $\sigma \simeq 0.76T$ para $T > 1$ MeV.

Para temperaturas $T < 1$ MeV a condutividade pode ser aproximada por

$$\sigma = \frac{m_e}{\alpha \ln \Lambda} \left(\frac{2T}{\pi m_e} \right)^{3/2}, \quad (3.49)$$

onde $\Lambda = (1/6\pi^{1/2})(1/\alpha^{1/2})(m_e^3/n_e)^{1/2}(T/m_e)$, e α , m_e , e n_e é a constante de estru-

tura fina, a massa do elétron, e a densidade do elétron, respectivamente (Jackson 1975). Para $L \sim 1$ U.A., τ_{diff} é igual a idade do Universo (Grasso & Rubinstein). Em nosso modelo as bolhas alcançam o tamanho de ~ 1 U.A. em um tempo ~ 100 s. Nas figs. 3.1-3.3 τ_{flip} e τ_{tear} estão traçados desde o instante da TFQH ($\sim 10^{-4}$ s) até ~ 100 s.

O campo magnético na bolha deveria dissipar antes dela coalescer se o tempo de difusão magnética fosse menor que o tempo de coalescência. Na fig. 3.4, nós traçamos a razão entre o tempo de coalescência τ_{coal} e o tempo de difusão τ_{diff} . Pode ser visto na fig. 3.4 que a razão permanece muito menor que a unidade em tempos remotos.

Em tempos mais tardios, quando o tempo de giro magnético (i.e., o tempo para que dipolos adjacentes se alinhem) era muito maior que o tempo de Hubble, os dipolos magnéticos permaneceram randômicos. O instante de transição, quando os campos randômicos começam a existir, é $z \sim 10^8$. Nesta época, o tamanho comóvel das bolhas era ~ 1 pc. De forma a explicar os campos magnéticos galácticos com este modelo, nós precisamos avaliar o campo sobre a escala de uma protogaláxia, ~ 200 kpc ($\sim 2Mpc$ comóveis em $z = 10$), que sofreu um colapso gravitacional no processo de formação das galáxias até a escalas de ~ 30 kpc.

O campo magnético na bolha diminui adiabaticamente com a expansão do Universo. Uma vez que o fluxo é conservado, nós temos

$$B = \frac{B_0}{a^2}, \quad (3.50)$$

onde a é o fator de escala cósmico. Podemos avaliar o valor de a resolvendo a equação $\dot{a}(t)/a(t) = H(t)$ (Weinberg 2008).

Nas figs. 3.5 e 3.6, nós mostramos a evolução do tamanho das bolhas como função do tempo, desde imediatamente após a TFQH em $t \sim 10^{-4}$ s até o $z \sim 10$ no instante $t \sim 10^{16}$ s. Inicialmente, o tamanho das bolhas aumenta rapidamente, como mostrado na fig. 3.5. Neste gráfico, nós observamos o tamanho físico da bolha aumentando desde 10^{-8} cm em $t \approx 10^{-4}$ até 1 cm em um tempo de 10^{-7} s. Ela continua a aumentar nesta taxa até alcançar o tamanho de $\sim 10^7$ cm. A taxa de crescimento então diminui, como mostrado na fig. 3.6. Em $z \sim 10^8$ ($t \sim 3000$ s), o tamanho físico da bolha era $\sim 10^{10}$ cm (i.e., um tamanho comóvel ~ 1 pc).

Podemos escrever a média do campo magnético em escalas escalas cosmológicas usando a análise utilizada por Grasso & Rubinstein (2001). O valor médio do campo magnético de tamanho r em um dado instante de tempo t sobre uma região de tamanho L é proporcional a $(r/L)^p$, onde podemos ter $p = 1/2, 1$ ou $3/2$,

$$\langle B(L, t) \rangle_{rms} = B_0 \left(\frac{a_0}{a(t)} \right)^2 \left(\frac{r}{L} \right)^p. \quad (3.51)$$

Se nós estamos interessados em uma média volumétrica de uma distribuição randômica de dipolos em uma esfera de diâmetro L , e cada dipolo é uma célula de diâmetro r , o campo magnético médio é proporcional a $(r/L)^{3/2}$ com $p = 3/2$ na equação (3.51) (Widrow 2002). Entretanto, se nós estivermos interessados em um campo magnético médio na linha de visada, sentido por partículas de raios cósmicos ou fótons (i.e. nas medidas de Rotação Faraday) o campo magnético médio é proporcional a $(r/L)^{1/2}$, com $p = 1/2$ na equação (3.51).

Uma discussão detalhada de procedimentos de média de campos magnéticos foi feita por Hindmarsh & Everett (1998). O campo magnético nas bolhas como função do tempo é mostrado na fig. 3.7. Na fig. 3.8, a evolução da média volu-

métrica e na linha de visada sobre uma distância comóvel de ~ 1 Mpc é mostrada como função do tempo desde $t \simeq 3 \times 10^3$ s até $z \sim 10$ ($\sim 10^{16}$ s). A tabela (3.1) mostra o crescimento do campo magnético em nosso modelo e o tamanho das bolhas até $z \sim 10$. O z de equipartição na tabela (3.1) foi obtido da relação $(1 + z_{eq}) \approx 2.3 \times 10^4 \Omega_m h^2$ (Padmanabhan 1993). A tabela (3.2) mostra o crescimento do campo magnético médio na linha de visada sobre o tamanho comóvel de uma protogaláxia $L \sim 1$ Mpc.

3.5 Considerações

Um campo magnético médio não desprezível pode ser importante na formação das primeiras estrelas e na reionização do Universo. A formação dos primeiros objetos marca a transformação do Universo de um estado inicial suave até o estado atual de aglomerações. Em modelos cosmológicos usuais, as primeiras fontes de luz começam a se formar em $z \sim 30$ e reionizaram a maioria do hidrogênio do Universo por volta de $6 < z < 14$ (Barkana & Loeb 2001; Cooke *et al.* 2009). Em geral, se tem achado dificuldades em reionizar o Universo com uma função da massa inicial de Salpeter para as primeiras fontes estelares formadas por flutuações padrão no espectro de matéria escura (Cen 2003; Fukugita & Kawasaki 2003; Ciardi *et al.* 2003; Somerville & Livio 2003; Haiman & Holder 2003). Campos magnéticos primordiais produzem flutuações adicionais nos bárions pela força de Lorentz (Tashiro & Sugiyama 2006). A tensão magnética é mais efetiva em escalas pequenas onde o emaranhamento dos campos magnéticos é grande. Tashiro & Sugiyama concluíram que fótons ionizantes das estrelas de População III formadas em halos escuros poderiam facilmente ter reionizado o Universo por volta de z

$\simeq 10 - 20$, considerando que a intensidade do campo magnético atual é $B_0 \sim \text{nG}$ em uma escala comóvel de $\sim 0.1 \text{ Mpc}$. Uma força de Lorentz relevante no colapso da matéria bariônica é proporcional a

$$\vec{\nabla} \cdot \left[(\vec{\nabla} \times \vec{B}_0(\vec{x})) \times \vec{B}_0(\vec{x}) \right] \sim \frac{B_0^2}{L^2} \equiv F. \quad (3.52)$$

Assim, Tashiro & Sugiyama (2006) encontraram que o valor de $F \sim 10^{-28} G^2 / pc^2$ é importante na formação dos primeiros objetos. Em nosso modelo a valor atual do campo magnético médio sobre uma escala comóvel L é $B_0 \sim 0.1 \mu\text{G} (L(\text{pc}))^{-3/2}$. Nós temos então $F = [10^{-14} / L^2] G^2 / pc^2$. Obtemos o valor de F igual ao de Tashiro & Sugiyama com $L \sim \text{kpc}$. Nós achamos que uma região comóvel $L \sim \text{kpc}$ em nosso modelo produz uma força de Lorentz que pode ser importante na formação das primeiras fontes estelares e na reionização do Universo. Este comprimento é maior que o comprimento magnético de Jeans. Seus respectivos números de onda, dados por Tashiro & Sugiyama (2006), são $k_{MJ} \sim 32 \text{ Mpc}^{-1} B_0^{-1} (\text{nG})$ e $k_c \sim 102 \text{ Mpc}^{-1} B_0^{-1} (\text{nG})$. Colocando nossa média volumétrica do campo magnético B_0 sobre $L \sim 1 \text{ kpc}$ nestas expressões, nós obtemos $k_{MJ} \sim 10 \text{ kpc}^{-1}$ e $k_c \sim 34 \text{ kpc}^{-1}$. Deve ser notado que uma esfera de diâmetro comóvel $\sim 1 \text{ kpc}$ contém uma massa $\sim 10^3 M_\odot$ para o modelo cosmológico adotado.

Em $z = 10$, a intensidade do campo magnético na bolha cujo tamanho comóvel é $\sim 1 \text{ pc}$ era $\sim 9 \mu\text{G}$. Tomando a média na linha de visada sobre uma escala comóvel de 1 Mpc ($\sim 100 \text{ kpc}$ em $z \sim 10$), o campo magnético médio em $z = 10$ era $9 \times 10^{-3} \mu\text{G}$. No colapso de uma região comóvel de 1 Mpc em $z = 10$ em uma galáxia (tamanho comóvel $\sim 30 \text{ kpc}$), o campo é amplificado para $\sim 10 \mu\text{G}$. Isto indica que os campos magnéticos criados imediatamente após a TFQH podem ser

a origem dos campos magnéticos da ordem de $\sim \mu\text{G}$ observados em galáxias em alto e baixo desvio para o vermelho.

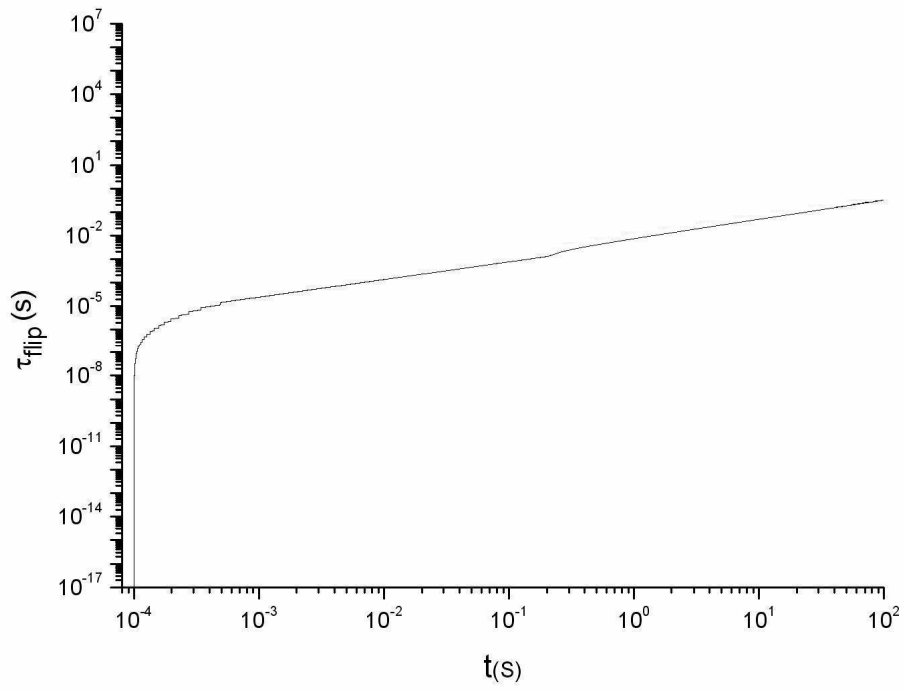


Figura 3.1: Evolução do tempo de giro τ_{flip} (s) das bolhas magnéticas em função do tempo t (s).

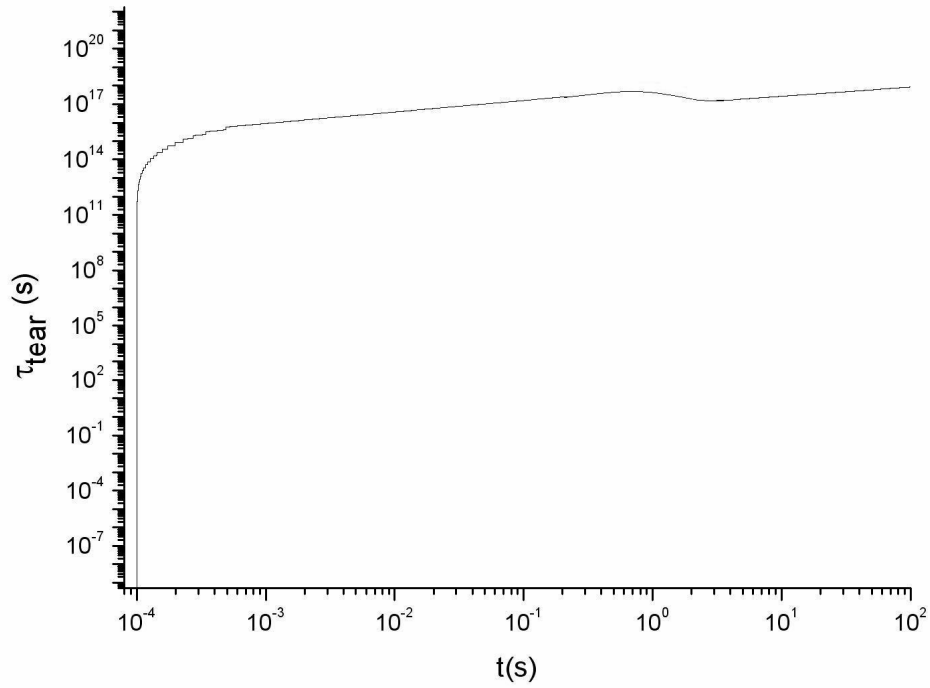


Figura 3.2: Evolução do tempo de reconexão τ_{tear} (s) das bolhas magnéticas em função do tempo t (s).

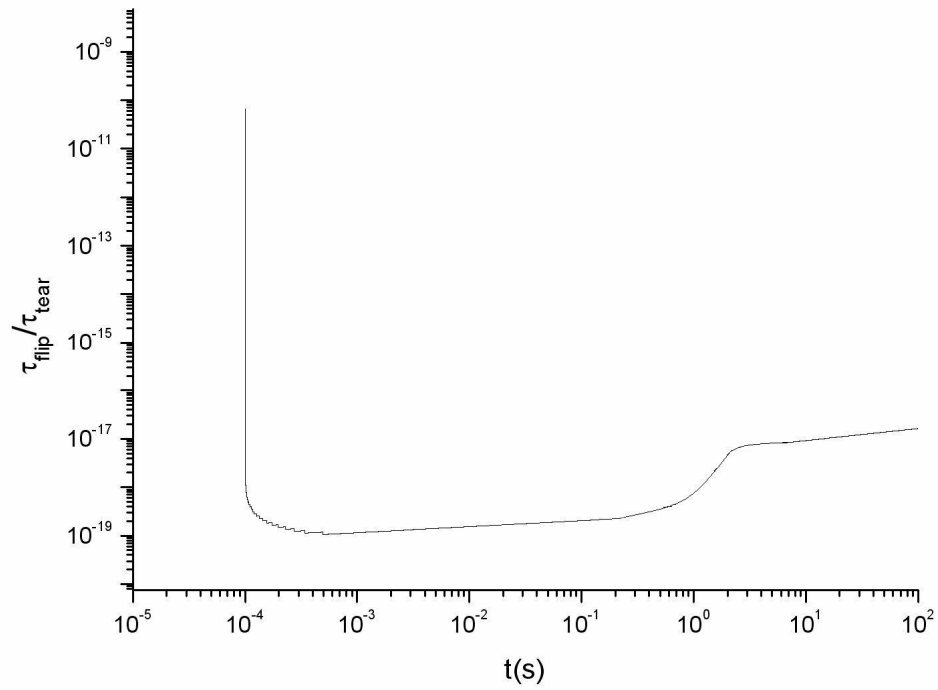


Figura 3.3: Razão entre o tempo de giro τ_{flip} e o tempo de reconexão τ_{tear} das bolhas magnéticas em função do tempo t (s).

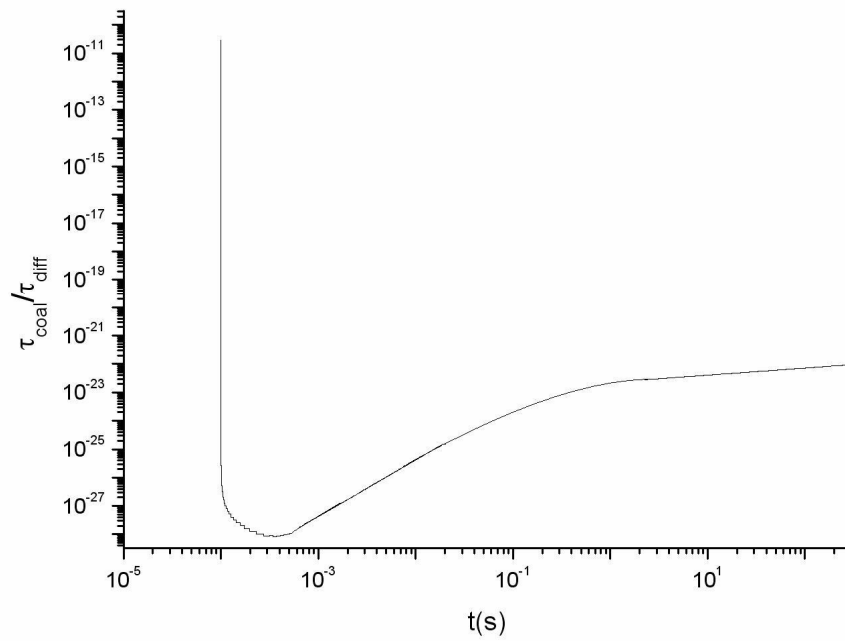


Figura 3.4: Razão entre o tempo de coalescência τ_{coal} e o tempo de difusão das bolhas magnéticas τ_{diff} .

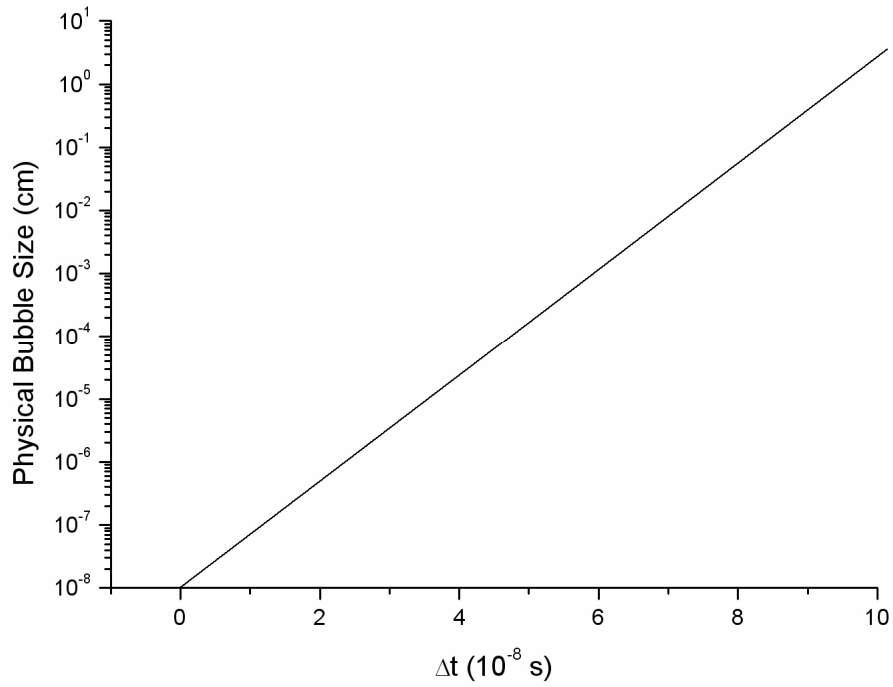


Figura 3.5: Evolução inicial do tamanho físico das bolhas magnéticas, criadas imediatamente após a TFQH, como função do tempo, $t \equiv t_0 + \Delta t$, para $t_0 = 10^{-4}$ s, e $0 < \Delta t(10^{-8} \text{ s}) \leq 10$.

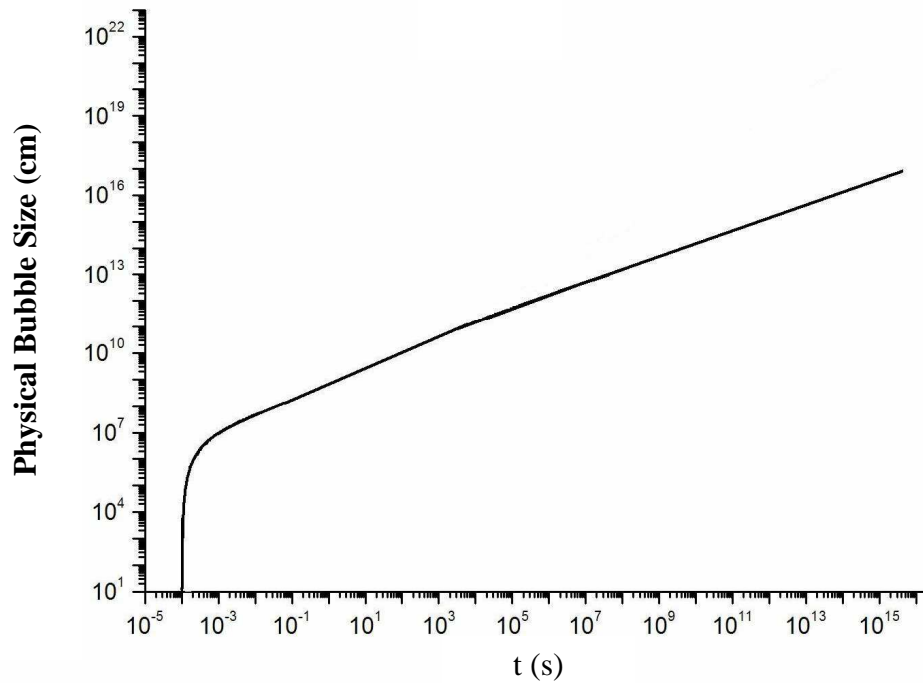


Figura 3.6: Evolução do tamanho físico das bolhas magnéticas em função do tempo t , a partir de $\sim 0.1s$.

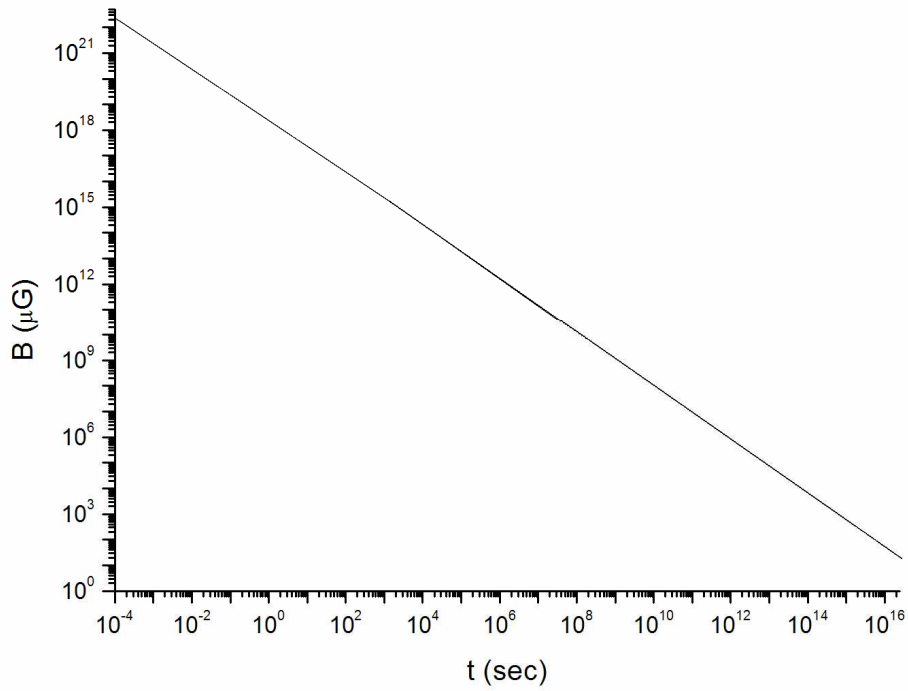


Figura 3.7: Evolução da intensidade do campo magnético $B(\mu\text{G})$ nas bolhas, criado imediatamente após a TFQH, em função do tempo $t(\text{s})$.

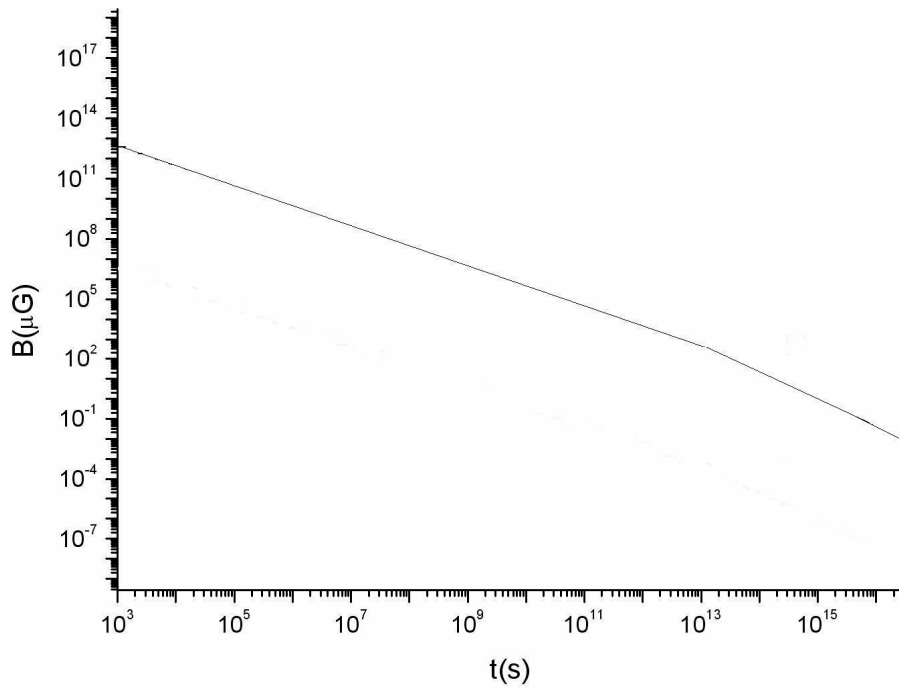


Figura 3.8: Evolução da média do campo magnético $B(\mu G)$ ao longo da linha de visada, sobre uma região comóvel de ~ 1 Mpc como função do tempo $t(s)$, desde $t \simeq 3 \times 10^3$ s até $t \sim 10^{16}$ s ($z \sim 10$), quando surgiram as primeiras galáxias.

Tabela 3.1: Tamanho e intensidade das bolhas de campo magnético.

Época	B (μG)	z	t (s)	L (cm)
Logo após TFQH	10^{22}	6×10^{11}	10^{-4}	10^{-12}
Aniquilação e^-e^+	10^{18}	10^{10}	1	10^8
Nucleossíntese	10^{15}	$10^8 - 10^9$	1 – 500	10^{10}
Equipartição	2×10^5	3600	10^{12}	3×10^{14}
Recombinação	2×10^2	1100	8×10^{12}	10^{15}
Protogaláxias	9	~ 10	10^{16}	10^{17}

Tabela 3.2: Média do campo magnético na linha de visada.

Época	B (μG)	z	t (s)	L (cm)
Equipartição	10^4	3600	10^{12}	10^{18}
Recombinação	300	1100	8×10^{12}	4×10^{22}
Protogaláxias	9×10^{-3}	~ 10	10^{16}	10^{23}

Capítulo 4

Origem dos Campos Magnéticos Galácticos

A existência dos campos magnéticos galácticos foi primeiramente inferida por (Alfvén 1937a,b) e (Fermi 1949), devido às propriedades dos raios cósmicos. Esta inferência foi posteriormente confirmada por dados observacionais de Hiltner (1949) e Hall & Mikesell (1949). Observações indicam que nossa galáxia possui campos magnéticos com uma componente de grande escala (\approx kpc) com intensidades de vários μ G. Observamos também campos magnéticos com intensidades e escalas de coerência similares em outras galáxias (Kronberg 1994; Beck 2008). Tradicionalmente, a explicação teórica para os campos magnéticos galácticos foi abordada utilizando-se a teoria de dínamo de campo médio (Parker 1979; Kulsrud & Zweibel 2008; Steenbeck *et al.* 1966). A idéia essencial é avaliar a média volumétrica do campo magnético sob duas hipóteses. Primeiro nós assumimos que o campo semente inicial é pequeno, e então durante os estágios iniciais de sua evolução, o campo magnético é fraco e não exerce influência nos movimentos

hidrodinâmicos. As forças de Lorentz podem então ser negligenciadas e o campo magnético considerado passivo, gerando a chamada aproximação cinemática. Em segundo lugar os campos magnéticos em grandes escalas são considerados muito mais intensos que qualquer flutuação em pequena escala.

Ao longo dos anos, um dos mais populares mecanismos de amplificação de campos magnéticos sementes em discos galácticos é o dínamo $\alpha - \Omega$. Faremos uma breve revisão sobre este mecanismo e algumas críticas feitas a ele. Vamos analisar como dínamos em pequena escala poderiam amplificar de forma mais eficaz nossos campos sementes. Este mecanismo possui uma taxa de amplificação bem maior que o dínamo em larga escala. Utilizamos esta análise, introduzindo como condição inicial, os campos magnéticos previstos por nosso modelo baseado no TFD (de Souza & Opher 2008). Estudamos como estes campos sementes poderiam explicar os campos magnéticos observados em galáxias.

4.1 Dínamo $\alpha - \Omega$

Faremos uma breve revisão sobre a teoria de dínamo de campo médio, introduzida inicialmente por Steenbeck *et al.* (1966). Consideramos um campo magnético inicial fraco o suficiente, tal que os movimentos no plasma possam ser considerados independentes deste campo magnético (também chamado limite cinemático). Podemos avaliar a evolução do nosso campo magnético através da equação de indução,

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) + \frac{\eta c^2}{4\pi} \nabla^2 \mathbf{B}. \quad (4.1)$$

Podemos negligenciar o termo de resistividade, como podemos ver com uma simples análise dimensional. Se fizermos a aproximação de $\nabla^2 \mathbf{B}$ como \mathbf{B}/L^2 e definirmos o último termo como \mathbf{B}/t_{dec} , podemos escrever o termo de resistividade $\eta c^2/4\pi \approx 10^7 \text{cm}^2 \text{s}^{-1}$ para um plasma de temperatura 10^4 Kelvin como

$$t_{dec} \approx 10^{26} L_{pc}^2 \text{anos}, \quad (4.2)$$

onde L_{pc} é a escala de tamanho em *parsecs* e t_{dec} é o tempo de decaimento. Para uma escala $L > 10^{12}$ cm o tempo de decaimento efetivo é maior que o tempo de Hubble. Logo para análise de teorias sobre origem de campos magnéticos em galáxias, cujas escalas são de vários kpc; o uso da equação

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \quad (4.3)$$

é perfeitamente plausível.

Podemos escrever o campo de velocidades \mathbf{v} em duas partes: uma associada aos movimentos turbulentos randômicos $\delta \mathbf{v}$, e outra \mathbf{U} que descreve a parte média e coerente. Para o caso galáctico \mathbf{U} é a rotação diferencial da galáxia.

$$\mathbf{v} = \mathbf{U} + \delta \mathbf{v} \quad (4.4)$$

Podemos escrever o campo magnético como uma combinação de um termo médio $\bar{\mathbf{B}}$ e uma parte randômica $\delta \mathbf{B}$, então

$$\mathbf{B} = \bar{\mathbf{B}} + \delta \mathbf{B}. \quad (4.5)$$

Substituindo na equação (4.3) e realizando uma média sobre os termos turbulentos, temos

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{B}}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{U} \times \bar{\mathbf{B}}) + \nabla \times (\langle \delta \mathbf{v} \times \delta \mathbf{B} \rangle). \quad (4.6)$$

Podemos ver o surgimento de um termo extra na equação anterior associado com os movimentos randômicos. O termo devido aos campos randômicos pode ser escrito como

$$\langle \delta \mathbf{v} \times \delta \mathbf{B} \rangle = \alpha \bar{\mathbf{B}} - \beta \nabla \times \bar{\mathbf{B}}, \quad (4.7)$$

onde os termos α e β podem ser definidos da forma

$$\alpha = -\frac{\tau}{3} \langle \mathbf{v} \cdot \nabla \times \mathbf{v} \rangle, \quad (4.8)$$

$$\beta = \frac{\tau}{2} \langle \mathbf{v}^2 \rangle, \quad (4.9)$$

sendo τ é o tempo de correlação dos movimentos turbulentos (Kulsrud 2005). Podemos substituir estes termos na (4.7), chegando na famosa equação para o dínamo $\alpha - \Omega$

$$\frac{\partial \bar{\mathbf{B}}}{\partial t} = \nabla \times (\mathbf{U} \times \bar{\mathbf{B}}) + \nabla \times (\alpha \bar{\mathbf{B}}) + \beta \nabla^2 \bar{\mathbf{B}}. \quad (4.10)$$

Podemos aplicar esta equação ao disco galáctico, onde podemos usar coordenadas cilíndricas r, θ, z , e mantendo derivadas apenas da direção fina do disco, z , teremos

$$\begin{aligned} \frac{\partial B_r}{\partial t} &= -\frac{\partial}{\partial z}(\alpha B_\theta) + \beta \frac{\partial^2 B_r}{\partial z^2}, \\ \frac{\partial B_\theta}{\partial t} &= -\Omega B_r + \beta \frac{\partial^2 B_\theta}{\partial z^2}. \end{aligned} \quad (4.11)$$

Nós substituímos a expressão para rotação galáctica $r\Omega\hat{\theta}$ no lugar de \mathbf{U} , onde Ω é a velocidade angular em um raio r , usamos o fato de que $r\Omega$ é uma constante e achamos assim a expressão $d\Omega/dr = -\Omega/r$. Podemos descartar o termo $\partial_z(\alpha B_r)$ na equação para B_θ , pois este é negligenciável em relação a rotação diferencial.

O procedimento usual para resolver a equação (4.11) é olhar para os modos de crescimento, proporcionais a $e^{\gamma t}$ e resolver um problema de autovalores. As condições iniciais que normalmente são utilizadas, assumem que o disco está confinado a uma região $-h < z < h$. Outra hipótese é que o coeficiente β é muito grande fora do disco, e o campo magnético é tomado como zero para $|z| > h$. Como consequência, B_r e B_θ se anulam para $|z| = h$. Estas hipóteses são chamadas de condições de contorno de vácuo. Estes pressupostos são de extrema importância para a validade desta teoria.

Podemos ver que estas condições estão diretamente relacionadas à mudança de fluxo no disco, integrando a equação (4.11)

$$\frac{d}{dt} \int_{-h}^{+h} B_r = \beta \frac{\partial B_r}{\partial z} \Big|_{-h}^{+h} - \alpha B_\theta \Big|_{-h}^{+h}, \quad (4.12)$$

onde B_r , B_θ são considerados simétricos. Podemos ver que o primeiro termo $-\beta \partial B_r / \partial z$ é a taxa de escape do fluxo de B_r através da região de contorno. Devido as condições de contorno para B_r e B_θ , o segundo termo é nulo. Embora neste caso as linhas de fluxo do campo magnético não estejam congeladas no plasma, o fluxo total dentro do disco continua satisfazendo a relação de conservação (4.12). O fluxo de B_θ não é conservado *per se*, uma vez que ele cresce conforme o fluxo de B_r se esvai, contudo isto não muda o número total de linhas de força. Estas condições de contorno são necessárias se imaginamos que o fluxo que alcança as bordas

do disco escapa instantaneamente. Contudo, é difícil imaginar que esta situação seja fisicamente realista. O congelamento do fluxo implica que qualquer fluxo que escape do disco, estará imerso no meio interestelar. Logo, para o dínamo trabalhar, uma grande porção do meio interestelar precisa ser removida a cada *efolding* do campo magnético. Considere que uma fração f do meio interestelar seja removida a cada aumento exponencial do campo magnético. Então, se a intensidade do campo aumenta de B_0 até B_1 , a massa do meio interestelar precisa diminuir de M_0 até $M_1 = M_0(B_1/B_0)^{-f}$. Para amplificarmos um campo de $B_0 = 10^{-16}$ G para $B_1 = 10^{-6}$ G com $f = 1/3$ deveríamos precisar de $M_0 \sim 2000M_1$, sendo um processo pouco provável de ocorrer (Kulsrud & Zweibel 2008).

Podemos obter uma idéia aproximada do tamanho de β no meio interestelar, levando em conta a velocidade turbulenta randômica $\delta v \approx 10\text{km/s}$, e o comprimento de correlação $\delta v \tau \approx 100$ pc, (Parker 1979; Ruzmaikin *et al.* 1988). Que nos dá $\beta \approx 1.5 \times 10^{26}$ cm²/s. Um possível valor para altura do disco galáctico é $h \sim 300$ pc, resultando em uma taxa de crescimento do dínamo da ordem de $1.5 \times 10^{16}\text{s} = 5 \times 10^8$ anos.

Para obter um campo magnético da ordem de $\sim \mu\text{G}$ em ~ 10 bilhões de anos, precisamos iniciar com um campo semente de $\sim 10^{-13}\text{G}$. Observações indicam a presença de campos magnéticos de $\sim \mu\text{G}$ em aglomerados de galáxias e galáxias em alto desvio para o vermelho z (Perry 1994; Kronberg 1994). Isto é difícil de explicar com a teoria de dínamo galáctica $\alpha - \Omega$ (Zweibel & Heiles 1997).

Como podemos ver, existem alguns problemas cruciais com a teoria clássica $\alpha - \Omega$, sendo necessário uma investigação mais profunda de como um campo magnético semente pode evoluir ao longo da formação dos discos galácticos.

4.2 Turbulência em Pequena Escala

Podemos pensar em duas escalas de atuação dos dínamos. Podemos dividi-los em dínamos de pequena e grande escala. Os de grande escala mostram grande escala espacial de coerência. Eles também mostram um termo de alta ordem temporal, onde seu ciclo em geral é muito maior que a escala de tempo dos movimentos turbulentos. Dínamos em pequena escala produzem campos magnéticos correlacionados em escalas da ordem ou menores que a escala de energia transportada pelo campo de velocidade. Estes dínamos em pequena escala são importantes por várias razões. Eles têm uma taxa de crescimento muito maior que os dínamos de grande escala. Eles podem ser muito importantes em regiões onde o dínamo de grande escala não atua, tais como aglomerados de galáxias e galáxias elípticas, onde os efeitos de rotação são desprezíveis.

A dinâmica das flutuações magnéticas pode ser melhor estudada em termos da dinâmica de suas funções de correlação. Kazantsev (1968) derivou as equações para as correlações longitudinais em um plasma isotrópico, homogêneo, assumindo uma turbulência Markoviana e sem helicidade média. Vainshtein & Kichatinov (1986) incorporou os efeitos de helicidade e derivou as equações para correlações tanto longitudinais quanto helicoidais.

Subramanian (1999) e Brandenburg & Subramanian (2000) derivaram a evolução das equações para as correlações magnéticas, levando em conta os efeitos de *back reaction* devido às forças de Lorentz, causada pela difusão ambipolar. Utilizamos em nosso trabalho a abordagem discutida acima, incluindo como condição inicial, o campo magnético semente previsto pelo TFD. Analisamos como estes campos podem ser amplificados pela turbulência gerada na região protogaláctica.

A equação para evolução do campo magnético em um gás parcialmente ionizado é governado pela equação de indução,

$$(\partial \mathbf{B} / \partial t) = \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B} - \eta \nabla \times \mathbf{B}), \quad (4.13)$$

onde \mathbf{B} é o campo magnético, \mathbf{v} é a velocidade da componente iônica do fluido e η é a resistividade ohmica. Os íons experimentam uma força de Lorentz devido ao campo magnético. Isto vai causar uma difusão em relação aos componentes neutros do fluido. Se as colisões de íons-neutros são rápidas o suficiente, podemos assumir que a força de Lorentz nos íons é balanceada pela fricção com os neutros. Sobre esta aproximação, a equação de Euler para os íons torna-se

$$\rho_i \nu_{in} (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_n) = [(\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}] / (4\pi), \quad (4.14)$$

onde ρ_i é a densidade de massa dos íons, ν_{in} a frequência de colisão íons-neutros e \mathbf{v}_n é a velocidade de partículas neutras. Definimos a velocidade de difusão ambipolar \mathbf{v}_D , como $(\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_n)$.

Usando a equação de Euler para os íons e substituindo por \mathbf{v}_i , a equação de indução torna-se uma equação não linear

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times [\mathbf{v}_n \times \mathbf{B} + a [(\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}] - \eta \nabla \times \mathbf{B}], \quad (4.15)$$

onde definimos

$$a = \frac{1}{4\pi \rho_i \nu_{in}}. \quad (4.16)$$

O campo de velocidade é assumido ser independente do campo magnético. Vamos considerar que \mathbf{v}_n tem uma componente estocástica \mathbf{v}_T , além da componente

média \mathbf{v}_0 , isto é $\mathbf{v}_n = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}_T$. Uma vez que \mathbf{v}_T é estocástica a equação (4.15) torna-se uma equação diferencial a derivadas parciais estocástica. Sua solução depende de propriedades estatísticas do campo de velocidades \mathbf{v}_T .

No caso em que a velocidade turbulenta \mathbf{v}_T é isotrópica, homogênea, com um campo randômico gaussiano de média nula, podemos definir a função de correlação de dois pontos do campo de velocidades da forma $\langle v_T^i(x, t)v_T^j(y, s) \rangle = T^{ij}(r)\delta(t-s)$, com

$$T^{ij}(r) = T_{NN} \left[\delta^{ij} - \frac{r^i r^j}{r^2} \right] + T_{LL} \frac{r^i r^j}{r^2} + C \epsilon_{ijf} r^f. \quad (4.17)$$

O símbolo $\langle \rangle$ representa a média sobre as velocidades estocásticas, $r = |x - y|$, $r^i = x^i - y^i$, onde $T_{LL}(r)$ e $T_{NN}(r)$ são as correlações longitudinais e transversas do campo de velocidades e $C(r)$ representa a parte helicoidal das correlações de velocidades. Se \mathbf{v}_T é assumido ter divergência nula, então

$$T_{NN}(r) = \frac{1}{2r} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 T_{LL}(r)), \quad (4.18)$$

com

$$T_{LL}(0) = \frac{1}{3} \int_0^t \langle v(t) \cdot v(t') \rangle dt', \quad (4.19)$$

onde $T_L(0)$ é o coeficiente de difusão turbulenta para o campo médio.

Considerando as flutuações isotrópicas e homogêneas, podemos escrever a correlação de dois pontos para o campo magnético como,

$$\langle B^i(\mathbf{x}, t) B^j(\mathbf{y}, t) \rangle = M^{ij}(r, t), \quad (4.20)$$

onde

$$M^{ij} = M_N \left[\delta^{ij} - \left(\frac{r^i r^j}{r^2} \right) \right] + M_L \left(\frac{r^i r^j}{r^2} \right) + H \epsilon_{ijk} r^k, \quad (4.21)$$

(Subramanian 1999). $M_L(r, t)$ e $M_N(r, t)$ são as correlações longitudinais e transversais do campo magnético e $H(r, t)$ é o termo de correlação helicoidal.

A equação da indução magnética pode ser escrita como uma equação pra evolução de M_L e H (mais detalhes sobre a dedução no apêndice B)

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_L}{\partial t}(r, t) &= \frac{2}{r^4} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^4 \kappa_N(r, t) \frac{\partial M_L(r, t)}{\partial r} \right) \\ &+ G(r) M_L(r, t) + 4 \alpha_N H(r, t), \end{aligned} \quad (4.22)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial t}(r, t) &= \frac{1}{r^4} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^4 \frac{\partial}{\partial r} [2 \kappa_N(r, t) H(r, t) \right. \\ &\left. - \alpha_N(r, t) M_L(r, t)] \right], \end{aligned} \quad (4.23)$$

onde

$$\kappa_N(r, t) = \eta + T_{LL}(0) - T_{LL}(r) + 2a M_L(0, t), \quad (4.24)$$

$$\alpha_N(r, t) = 2C(0) - 2C(r) - 4a H(0, t), \quad (4.25)$$

e

$$G(r) = -4 \left\{ \frac{d}{dr} \left[\frac{T_{NN}(r)}{r} \right] + \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} [r T_{LL}(r)] \right\}, \quad (4.26)$$

(Subramanian 1999). Estas equações formam um conjunto fechado de equações diferenciais para evolução de M_L e H , descrevendo a evolução das correlações magnéticas em pequena e grande escala.

Os termos envolvendo κ_N nas equações (4.22) e (4.23), representam os efeitos

da difusão nas correlações magnéticas. O coeficiente de difusão inclui os efeitos da difusão microscópica η e a difusão turbulenta dependente da escala $T_{LL}(0) - T_{LL}(r)$. O efeito da difusão ambipolar, sob esta aproximação gaussiana, adiciona uma quantidade $2aM_L(0, t)$ ao coeficiente de difusão; o termo é proporcional à densidade de energia das flutuações do campo. Analogamente α_N representa a dependência da escala do efeito α , $(2C(0) - 2C(r))$ e o efeito da difusão ambipolar é diminuir por um fator $4aH(0, t)$ a quantidade proporcional à helicidade de corrente média das flutuações do campo.

4.3 Turbulência Protogaláctica

Devido às inúmeras dificuldades com o modelo $\alpha - \Omega$, para explicar a origem dos campos magnéticos galácticos, é interessante considerar a possibilidade destes campos serem gerados durante a época na qual a própria galáxia se formou. Esta teoria foi inicialmente proposta por Pudritz & Silk (1989). A idéia principal é que devemos ter uma turbulência considerável gerada durante o colapso do plasma cósmico que gera a protogaláxia. Ela ocorre devido às ondas de choque originadas pelas instabilidades geradas pelo colapso gravitacional. Este processo cria uma turbulência do tipo Kolmogorov (Kulsrud & Zweibel 2008).

A teoria de Kolmogorov é muito útil por ser de fácil aplicação e muito bem suportada tanto observacionalmente quanto em simulações numéricas. Podemos imaginar uma injeção de energia em um fluido, como por exemplo o meio interestelar, através de estrelas ou supernovas, em grandes escalas. Esta energia em geral é inserida através de grandes vórtices. Estes vórtices se quebram em vórtices com metade do tamanho original até uma escala onde os efeitos de viscosidade

destroem os vórtices mais rápido do que eles são capazes de transferir energia para vórtices ainda menores, denominada escala de corte da turbulência. A razão entre a escala dos maiores vórtices e a escala de corte devido a viscosidade em geral é muito grande, e a faixa entre estas duas escalas é denominada faixa inercial. Nesta faixa esperamos que a turbulência seja igual em todas as escalas. Isto têm sido estabelecido por várias simulações numéricas de formação de estruturas (Ryu *et al.* 1993; Kang *et al.* 1994). Uma das características da turbulência de Kolmogorov é a existência de um grande número de vórtices, em várias escalas. Grandes vórtices dão surgimento a vórtices cada vez menores, até a escala de corte dada pela viscosidade do meio L_{visc} . A idéia principal é que uma dada fração de energia E , seja transferida de grandes para pequenos vórtices. O regime onde ocorre a turbulência pode ser estabelecido entre a região do maior vórtice L , e a escala de corte L_{visc} . O maior vórtice em nossa análise é comparável ao tamanho da protogaláxia (Schekochihin *et al.* 2002) .

Podemos desprezar o termo de acoplamento $\alpha_N H$ com excelente acurácia, em nossa análise da evolução de M_L (Brandenburg & Subramanian 2005). Para o dínamo em pequena escala, considerando uma turbulência do tipo Kolmogorov, podemos modelar $T_{LL}(r)$ da forma (Brandenburg & Subramanian 2005):

$$T_{LL}(r) = \frac{V_c L_c}{3} \left[1 - R_e^{1/2} \left(\frac{r}{L} \right)^2 \right] \quad 0 < r < l_c \quad (4.27)$$

$$T_{LL}(r) = \frac{V_c L_c}{3} \left[1 - \left(\frac{r}{L} \right)^{4/3} \right] \quad l_c < r < L, \quad (4.28)$$

$$T_{LL}(r) = 0 \quad r > L, \quad (4.29)$$

onde $R_e = VL/\nu$ é o número Reynolds hidrodinâmico, e ν é a viscosidade cinemá-

tica, $l_c \sim LR_e^{-3/4}$ é a escala de corte devido a viscosidade, L e V são o tamanho e velocidades do maior vórtice turbulento respectivamente.

Supondo que os movimentos turbulentos ocorram em uma dada escala L , com uma velocidade V , podemos definir o número de Reynolds magnético $R_m = VL/\eta$, onde η é a resistividade do meio. Para turbulência Kolmogorov, a velocidade dos vórtices turbulentos em uma dada escala l , é $v_l \propto l^{1/3}$, dentro da faixa inercial. Logo a dependência com a escala do coeficiente de difusão é $v_l l \propto l^{4/3}$. Esta forma de lei de potência característica do espectro de Kolmogorov serviu de motivação para a modelagem de T_{LL} . Usando esta relação podemos definir o número de Reynolds magnético associado com uma dada escala l , como $R_m(l) = v_l l / \eta = R_m(l/L_c)^{4/3}$. Esperamos que a taxa de crescimento do campo magnético Γ , referente a uma dada escala l seja $\Gamma_l \sim v_l / l \propto l^{-2/3}$.

Como estamos interessados em avaliar a amplificação do nosso campo semente na era de formação das galáxias, precisamos dos parâmetros associados ao plasma nesta época. O gás é muito quente em protogaláxias, podendo ser considerado totalmente ionizado (Schekochihin *et al.* 2002). O número de Reynolds é muito grande, logo a turbulência se desenvolve em uma grande faixa de escalas, desde a maior escala da ordem do tamanho da protogaláxia, terminando na escala de corte devido a viscosidade.

Consideramos valores da literatura como modelo fiducial (Malyskin & Kulsrud 2002; Schekochihin *et al.* 2002). Variamos estes parâmetros de forma a analisar a sensibilidade do nosso resultado em relação às condições iniciais. Valores típicos da massa total M da protogaláxia são de $\sim 10^{12} M_\odot$, sua temperatura é da ordem de $T \sim 10^6$ K, o tamanho típico é $L_{PG} \sim 200$ kpc. A viscosidade cinemática é $\sim 10^7$ cm/s, a resistividade de Spitzer $\eta_s = 6.53 \times 10^{12} T^{-3/2} \ln \Lambda \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1} \sim 8 \times$

$10^4 \text{cm}^2 \text{s}^{-1}$. As velocidades típicas dos maiores vórtices são da ordem de $V_{PG} \sim 10^7$.

Nós resolvemos numericamente a equação (4.22) utilizando como condição inicial nosso espectro previsto para um campo magnético sobre uma determinada escala r , (de Souza & Opher 2008). Nas figuras 4.1, 4.2, 4.3 e 4.4 avaliamos M_L para os parâmetros característicos das protogaláxias.

Podemos fazer uma conta simples para entender o papel da turbulência protogaláctica na amplificação dos nossos campos sementes no espaço de número de onda k . Podemos escrever o espectro de vorticidade da forma

$$\omega^2 = \int J(k) dk. \quad (4.30)$$

O espectro de vorticidade terá uma dependência com o número de onda k , $\omega(k)$. O espectro será dado por k vezes a velocidade prevista pelo espectro de Kolmogorov,

$$\omega^2(k) = kJ(k) = k_0^{2/3} k^{4/3} v_0^2, \quad (4.31)$$

logo

$$\omega = \omega_0 \left(\frac{k}{k_0} \right)^{2/3}, \quad (4.32)$$

onde $\omega_0 = k_0 v_0$ é a vorticidade na maior escala k_0 .

Assumindo que não existe acoplamento entre as diversas escalas, considerando o dínamo gerado pela vorticidade e o termo de difusão causado pelo relaxamento da tensão das linhas de campo magnéticas, que se dá a uma taxa proporcional à velocidade Alfvén, podemos escrever a taxa de variação do campo magnético para

um dado número de onda k da forma,

$$\frac{dB(k)}{dt} = \omega(k)B(k) - \frac{kB^2(k)}{\sqrt{4\pi\rho}}. \quad (4.33)$$

Para resolver esta equação podemos usar como condição inicial nosso campo semente calculado no capítulo anterior, $B(L) = 10^{-5}(0.1pc/r)^{3/2}G$. A solução da equação (4.33) para um dado valor de campo magnético inicial B_0 será

$$B(k, t) = \frac{B_0 e^{\omega(k)t} \sqrt{4\pi\rho}}{B_0 k (e^{\omega(k)t} - 1) + \omega(k) \sqrt{4\pi\rho}}. \quad (4.34)$$

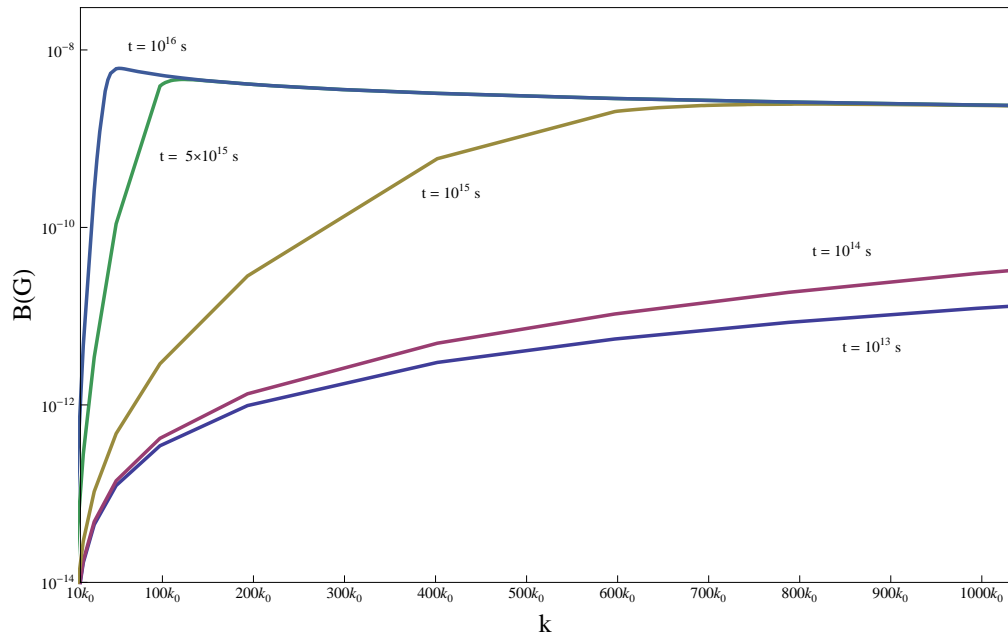


Figura 4.1: Valores de $B(k)$ como função do número de onda $k_0(k_0 = 2\pi/L_{PG})$ em diversos instantes de tempo.

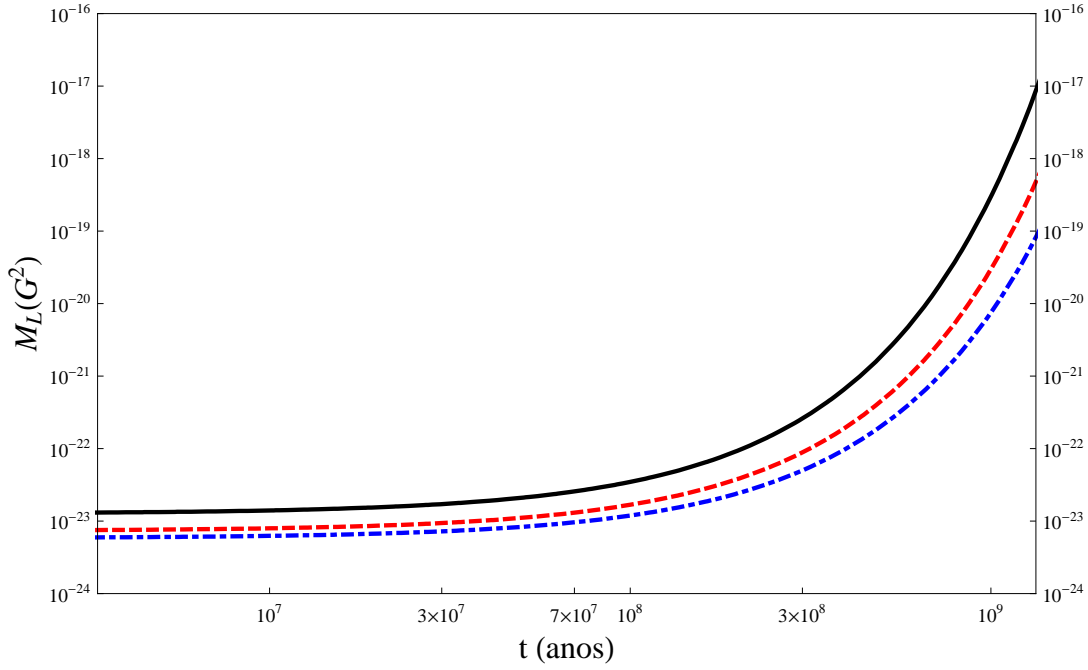


Figura 4.2: Valores de $M_L(G^2)$ como função do tempo t (anos). A curva preta contínua representa os valores de referência: $L_c = 200 \text{ kpc}$, $r = 3 \text{ kpc}$, $V_c = 10^7 \text{ cm s}^{-1}$ e $M_L(r, 0) = 10^{-11} (0.1 \text{ pc}/r)^3 G^2$. Nós variamos r : curva vermelha tracejada $r = 4 \text{ kpc}$, curva azul ponto-traço-ponto $r = 5 \text{ kpc}$.

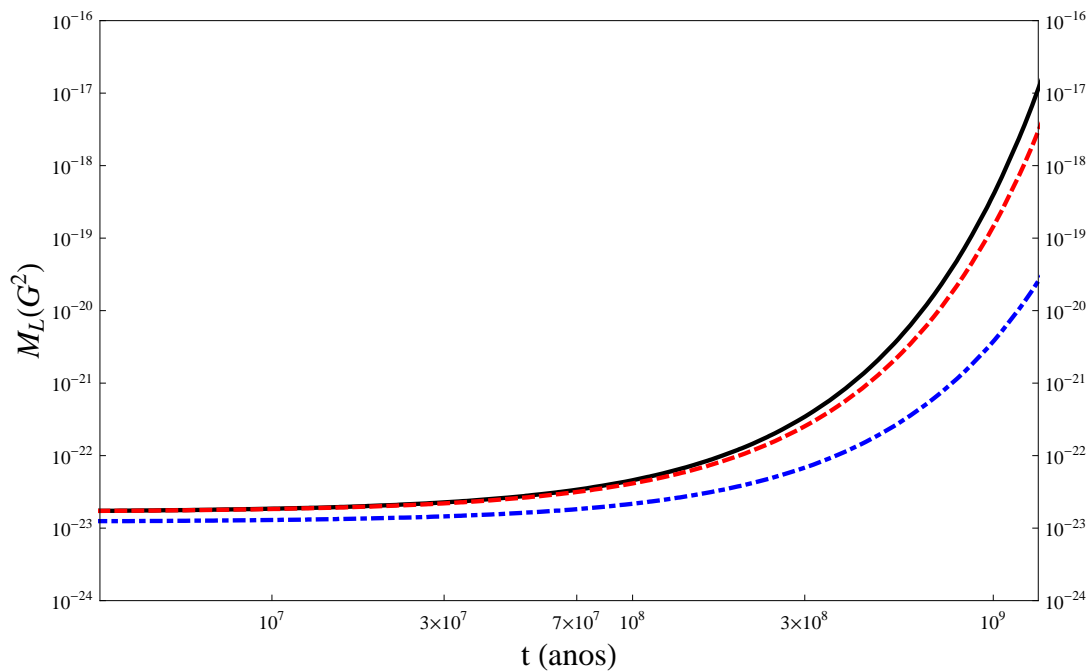


Figura 4.3: Valores de $M_L(G^2)$ como função do tempo t (anos). A curva preta contínua representa os valores de referência (veja fig. 4.2). Nós variamos V_c : curva vermelha tracejada $V_c = 8 \times 10^6 \text{ cm/s}$, curva azul ponto-traço-ponto $V_c = 6 \times 10^6 \text{ cm/s}$.

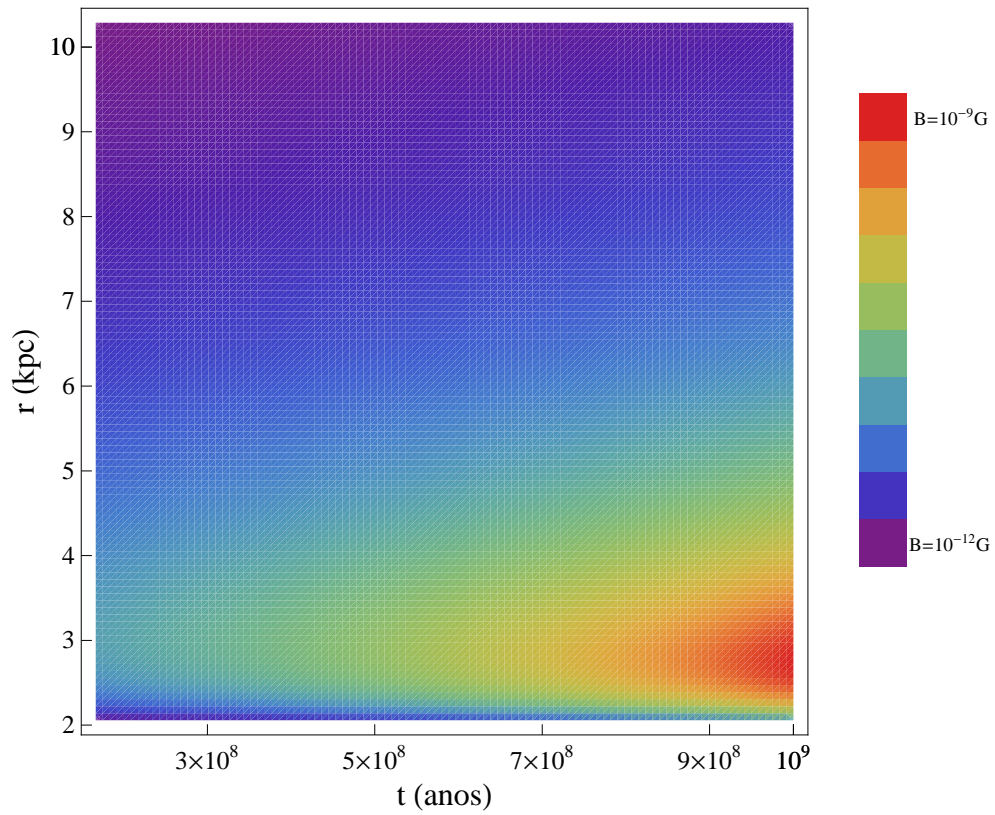


Figura 4.4: Valores do campo magnético B (G) como função do tempo (anos) e r (kpc) para os valores de referência (veja fig. 4.2).

Como podemos ver em nossos cálculos, encontramos campos magnéticos da ordem de $10^{-9} - 10^{-8}$ G em escalas de 1-5 kpc, em $z \sim 10$. Da equação (3.51), teremos um campo médio na linha de visada na escala de 200 kpc de $\sim 10^{-9}$ G. Esta escala representa o tamanho da região protogaláctica que irá colapsar gerando as galáxias. Devido a conservação do fluxo magnético, este campo semente será amplificado neste processo pelo fator $\sim (L_{PG}/L_G)^2 \sim 10^3$, onde $L_{PG} \sim 10^{24}$ cm é o tamanho típico da protogaláxia e $L_G \sim 10^{22}$ cm, o tamanho da região galáctica após o colapso. Este modelo prevê um campo médio observado através de medidas de rotação Faraday com um valor de $\sim 10^{-6}$ G sobre escalas de 5-10 kpc em acordo com os campos magnéticos observados atualmente (Beck 2008; Kulsrud & Zweibel 2008; Widrow 2002).

4.4 Considerações

A origem dos campos magnéticos galácticos pode ser pensada em três principais estágios. Inicialmente temos a formação de um campo magnético fraco, no segundo estágio este campo magnético seria amplificado e por último estes campos seriam modelados e amplificados da forma como são observados hoje em galáxias e protogaláxias.

Neste trabalho consideramos a possibilidade do primeiro estágio ocorrer devido a criação de campos magnéticos no universo primordial, como consequência do teorema da flutuação dissipação. Por muito tempo acreditou-se que a amplificação de qualquer campo semente ocorreria devido ao mecanismo de dínamo $\alpha - \Omega$. Contudo, temos várias dificuldades com esta teoria. Inicialmente temos problemas com o congelamento do fluxo magnético que impede que o fluxo total mude de 0

até um valor finito em uma região finita do plasma. Esta condição é satisfeita na teoria padrão $\alpha - \Omega$, pela imposição de condições de contorno, que implicam que durante qualquer amplificação do campo magnético por um valor finito, teríamos a remoção de uma quantidade de fluxo do disco, deixando pra trás um aumento no valor de fluxo de sinal oposto. Este fluxo seria conservado como um todo, mas não na região do disco. Entretanto, este modelo tem grandes dificuldades de ser explicado assumindo campos sementes fracos (Kulsrud & Zweibel 2008).

O modelo padrão $\alpha - \Omega$, provavelmente não é capaz de explicar a amplificação destes campos sementes em galáxias de alto desvio para o vermelho. Neste caso o passo intermediário seria a amplificação através da turbulência em pequena escala na era protogaláctica. O mecanismo é capaz de amplificar nosso campo semente até as escalas de μG observadas tanto em alto quanto baixo z .

Capítulo 5

Origem de Campos Magnéticos em Objetos Compactos

Vários autores já sugeriram uma origem gravitacional para os campos magnéticos em corpos celestes. Estes estudos foram motivados, em parte, pela conjectura de Schuster-Blackett (S-B), onde foi sugerido que o campo magnético presente em planetas e estrelas surgiu devido à sua rotação (Schuster 1980). Neste cenário, uma corrente de massa neutra gera campos magnéticos, implicando na existência de um acoplamento entre o campo magnético e a rotação de um objeto. Uma vez gerado o campo semente através deste mecanismo, outros mecanismos atuariam de forma concomitante, tais como dínamos astrofísicos em geral. Uma das primeiras tentativas no sentido de explorar a conjectura S-B sob a abordagem de uma teoria gravitacional foi feita por Pauli (Pauli 1933). Durante as décadas de 40 e 50, após Blackett ressuscitar a conjectura (Blackett 1947), muitos autores, entre eles Bennett *et al.* (1949), Papapetrou (1950), Luchak (1952) e Mikhail *et al.* (1995), tentaram construir uma teoria gravitacional para explicar a relação. Mais

tarde nos anos 80, Barut & Gornitz também estudaram a conjectura S-B (Barut & Gornitz 1985) baseados no formalismo 5-dimensional de Kaluza-Klein (Kaluza 1921; Klein 1926). Este formalismo foi usado com o intuito de descrever uma teoria unificada entre gravitação e eletromagnetismo, onde poderíamos derivar a conjectura S-B a partir de primeiros princípios. Opher & Wichoski (1997) propuseram que o campo magnético $B \sim 10^{-6} - 10^{-5}$ G em galáxias espirais poderia ser diretamente obtido desta relação. Investigamos neste trabalho a possibilidade desta conjectura poder explicar as observações tanto de magnetares quanto *gamma ray bursts*.

5.1 Conjectura Schuster-Blackett

A conjectura S-B, sugere a geração de campos magnéticos por objetos neutros em rotação. A magnitude do campo é determinada em analogia com o campo magnético gerado por cargas elétricas em rotação. Em particular, Pauli (1933) encontrou um acoplamento anômalo do campo eletromagnético, no qual a razão entre o momento magnético anômalo e o *spin* de uma partícula elementar era

$$\frac{\sqrt{G}}{c}, \tag{5.1}$$

onde devido ao termo extra, ele concluiu que uma massa eletricamente neutra com um spin não nulo precisa ter um pequeno momento magnético. Barut & Gornitz (1985) sugeriram que em um corpo macroscópico, cada partícula elementar terá um momento magnético anômalo igual ao seu *spin* S , multiplicado por \sqrt{G}/c . Para um objeto macroscópico em rotação, teríamos um acúmulo do momento de

dipolo magnético \mathbf{m} , que poderia ser relacionado ao seu momento angular \mathbf{L} :

$$\mathbf{m} = \left[\beta \frac{\sqrt{G}}{2c} \right] \mathbf{L}, \quad (5.2)$$

onde β é uma constante, G a constante de gravitação Newtoniana, e c é a velocidade da luz. O momento angular \mathbf{L} é

$$\mathbf{L} = I\boldsymbol{\Omega}, \quad (5.3)$$

onde $\boldsymbol{\Omega} = 2\pi P^{-1}$ é a velocidade angular, P o período de rotação e I o momento de inércia do objeto. O momento de dipolo magnético \mathbf{m} é relacionado com o campo magnético \mathbf{B} por

$$\mathbf{B} = \frac{3(\mathbf{m} \cdot \mathbf{r})\mathbf{r} - m\mathbf{r}^2}{r^5}, \quad (5.4)$$

onde \mathbf{r} é a distância de \mathbf{m} até o ponto no qual \mathbf{B} é medido.

Outra possibilidade de obter esta relação de primeiros princípios foi proposta por Mikhail *et al.* (1995), no contexto de uma teoria generalizada de gravitação,

$$\begin{aligned} G_{\mu\nu} + H_{\mu\nu} &= -\kappa T_{\mu\nu}, \\ F_{\mu\nu} &\neq 0, \end{aligned} \quad (5.5)$$

onde

$$H_{\mu\nu} := \lambda \left[\gamma_{\alpha\beta\mu} \gamma^{\alpha\beta}{}_{\nu} + \gamma_{\alpha\beta\mu} \gamma_{\nu}{}^{\alpha\beta} + \gamma_{\alpha\beta\nu} \gamma_{\mu}{}^{\alpha\beta} + g_{\mu\nu} \left(\gamma_{\alpha\beta\sigma} \gamma^{\sigma\beta\alpha} - \frac{1}{2} \gamma_{\alpha\beta\sigma} \gamma^{\alpha\beta\sigma} \right) \right], \quad (5.6)$$

e

$$F_{\mu\nu} := \lambda [\Phi_{\mu,\nu} - \Phi_{\nu,\mu} - \Phi_{,\alpha} (\gamma^{\alpha}_{\mu\nu} - \gamma^{\alpha}_{\nu\mu}) + \gamma_{\mu\nu}{}^{,\alpha}{}_{;\alpha}]. \quad (5.7)$$

Onde recuperamos as equações de campo de Einstein para $\lambda = 0$. Eles calcularam as soluções com simetria esférica para esta teoria, no sistema de coordenadas de um objeto em rotação. Para isto, utilizaram a métrica de Reissner-Nordström,

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu = -f dt^2 + \frac{dr^2}{f} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2),$$

$$f(r) = 1 - \frac{2M}{r} + \frac{Q^2}{r^2}. \quad (5.8)$$

As componentes x^μ representam coordenadas espaço-temporais e $\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$. M e Q são a massa e a carga do objeto respectivamente. Mikhail *et al.* calcularam as equações de campo para esta métrica, avaliaram o tensor eletromagnético $F^{\mu\nu}$, em um sistema de coordenadas em rotação fazendo $Q = 0$. Mesmo tomando como nulo o termo de carga neste sistema de coordenadas em rotação, continuaram encontrando uma contribuição para o campo magnético como efeito puramente devido à rotação do objeto, dada por:

$$B_p = \frac{9}{4} \sqrt{\frac{2M}{R}} \Omega \cos(\theta), \quad (5.9)$$

onde B_p é o campo magnético gerado pelo objeto, M a sua massa, R o raio, Ω sua velocidade angular e θ o ângulo entre o dipolo magnético gerado e o vetor momento angular do corpo.

Sirag (1979) comparou as previsões da conjectura S-B para objetos do sistema solar: Terra, Sol, Lua, Mercúrio, Vênus, Júpiter, Saturno; para a estrela 78 Vir e a

estrela de nêutrons Her X-1, como podemos ver na figura 5.1. Ele encontrou valores para o parâmetro β da equação (5.4) entre 0.02-0.77, com exceção da estrela 78 Vir como podemos ver na tabela (5.1). Woodward (1989) examinou a conjectura com pulsares de curto período. Eles acharam que β não é o mesmo para todos os pulsares. Pulsares jovens mantém seu valor individual de β constante apenas por um certo período de tempo. Eles acharam valores de β para os pulsares na faixa de 0.001 to 0.01.

Table 1 Maximum and minimum data for ratio of magnetic moment to angular momentum for massive bodies

Body (refs)	f	m Mass (kg)	r Radius (m)	ω Angular velocity (rad s ⁻¹)	B Magnetic field (T)	U Angular momentum $\frac{2}{5} f \omega m r^2$ (J s)	P Magnetic moment $\frac{1}{2} \frac{4\pi}{\mu_0} B r^3$ (A m ²)	P/U $\times 10^{-11}$ (C kg ⁻¹)	$\beta \dagger$ $\frac{P}{U} + \frac{G \ddagger}{2k^2}$
Earth (1, 15-17)	0.88	5.98×10^{24}	6.378×10^6	7.272×10^{-5}	7.0×10^{-5} 2.5×10^{-5}	6.22×10^{33}	9.1×10^{22} 3.2×10^{22}	1.5 0.51	0.35 0.12
Sun (15, 16, 18, 19)	0.16	1.99×10^{30}	6.960×10^8	2.9×10^{-6} 2.7	27×10^{-4} 0.8×10^{-4}	1.79×10^{41} 1.67×10^{41}	4.6×10^{30} 0.14×10^{30}	2.7 0.078	0.63 0.02
78 Vir (1-3)	0.16	4.8×10^{30} 4.4×10^{30}	1.8×10^9 1.0×10^9	5×10^{-4} 0.5×10^{-4}	0.2 0.1	5.0×10^{44} 0.14×10^{44}	5.8×10^{33} 0.5×10^{33}	41 0.1	9.8 0.02
Moon (3, 15, 16)	0.88	7.35×10^{22}	1.738×10^6	2.66×10^{-6}	10.3×10^{-8} 3.8×10^{-8}	2.08×10^{29}	2.7×10^{18} 1.0×10^{18}	1.3 0.48	0.30 0.11
Mercury (4, 6, 15)	0.88	3.3×10^{23}	2.434×10^6	1.24×10^{-6}	4×10^{-7} 2×10^{-7}	8.5×10^{29}	2.8×10^{19} 1.4×10^{19}	3.3 1.6	0.77 0.37
Venus (6, 15)	0.88	4.87×10^{24}	6.052×10^6	2.99×10^{-7}	5.9×10^{-8} 2.7×10^{-8}	1.88×10^{31}	6.5×10^{19} 3×10^{19}	0.35 0.16	0.08 0.04
Jupiter (5, 6, 15)	0.66	1.90×10^{27}	7.143×10^{-7}	1.773×10^{-4}	14×10^{-4} 3×10^{-4}	4.54×10^{38}	26×10^{26} 5.5×10^{26}	0.57 0.12	0.13 0.03
Saturn (6, 15, 20)	0.66	5.69×10^{26}	5.98×10^7	1.706×10^{-4}	3×10^{-4} 1×10^{-4}	9.16×10^{37}	3.2×10^{26} 1.2×10^{26}	0.35 0.13	0.08 0.03
Her X-1* (7, 8, 21, 22)	0.88	3.5×10^{30}	1×10^4 0.7×10^4	5.076	7×10^8 5×10^8	3.1×10^{38} 1.8×10^{38}	35×10^{25} 8.6×10^{26}	1.9 0.28	0.44 0.07

Tabela 5.1: Tabela extraída de Sirag (1979), onde nós temos os dados da razão máxima e mínima do momento angular e magnético para corpos celestes.

Nas próximas seções faremos uma análise destas relações, como um possível candidato para origem dos campos magnéticos em magnetares e GRBs.

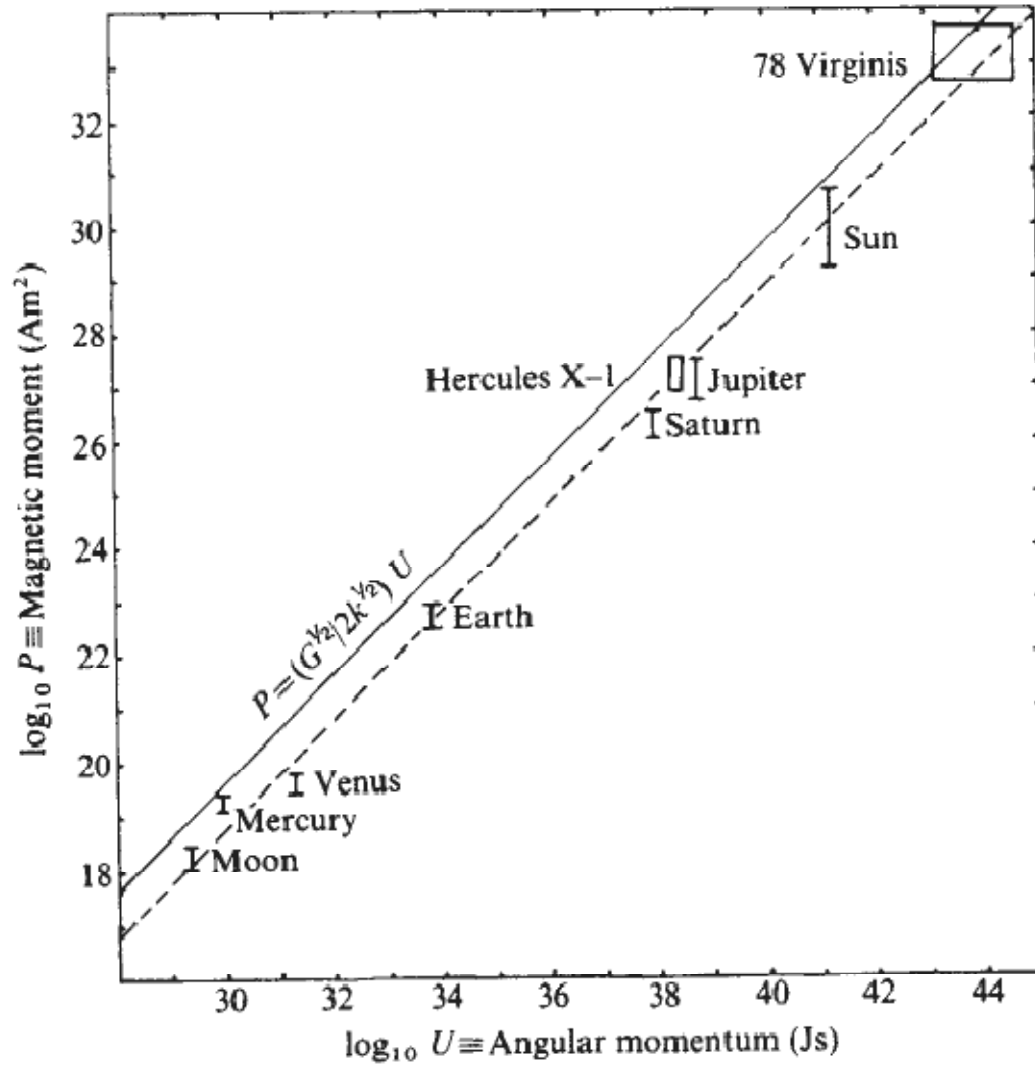


Figura 5.1: Gráfico extraído de Sirag (1979), onde temos um diagrama da razão momento magnético P e momento angular U . Temos a linha contínua representando a previsão da conjectura $S - B$, $P = (G^{1/2}/2k^{1/2})U$. A linha pontilhada representa a regressão linear para os dados dos objetos.

5.2 Magnetares

Magnetares são estrelas de nêutrons cujo valor do campo magnético é maior que o valor quântico crítico, $B_{QED} = 4.4 \times 10^{13} G$, onde os níveis de energia dos elétrons se iguala à sua massa de repouso. Seus campos magnéticos têm intensidades típicas de 100-1000 vezes maiores que uma estrela de nêutrons típica, como os rádio pulsares. Juntos com outras classes de estrelas de nêutrons observadas em todo espectro, eles indicam que os clássicos rádio pulsares descobertos inicialmente eram apenas uma das diversas manifestações das estrelas de nêutrons. O modelo de magnetar foi introduzido por Duncan & Thompson (1992); Thompson & Duncan (1995). Podemos dividir os magnetares em duas classes que foram descobertas de forma independente, os *Anomalous X-ray pulsars* (AXPs) e os *Soft Gamma-ray Repeaters* (SGRs).

SGRs foram inicialmente descobertos através da detecção de surtos curtos, na faixa dos raios-X duros e raios- γ moles. Foram inicialmente considerados uma sub-classe de *gamma-ray bursts* (Laroës *et al.* 1986; Atteia *et al.* 1987). AXPs foram inicialmente detectados na faixa dos raios-X moles (<10 keV), suas propriedades peculiares fizeram com que fossem classificados como uma classe diferente de pulsares Mereghetti & Stella (1995). Observações indicam certas similaridades entre estes dois objetos. Então o modelo de magnetar inicialmente desenvolvido para explicar as propriedades dos SGRs, foi também aplicado aos AXPs (Thompson & Duncan 1996).

AXPs possuem um espectro em raios-X não Planckiano, sendo em geral descrito por uma função empírica tipo corpo negro ($k_B T \sim 0.3 - 0.6 keV$) mais uma lei de potência. Algumas das características dos AXPs são a falta de evidência de uma

companheira, possuem períodos de rotação na faixa de 5-15 segundos, espectro em raios-X moles e ausência de emissão em rádio e uma taxa de variação do seu período $\dot{P} \sim 10^{-11} ss^{-1}$. Os SGRs possuem surtos de radiação- γ mole $\sim 100ms$, possuem períodos de rotação na faixa de 5-8 segundos, com $\dot{P} \sim 10^{-10} ss^{-1}$. Atualmente conhecemos 16 magnetares, dos quais 6 SGRs (4 confirmados e 2 candidatos) e 10 AXPs (9 confirmados e 1 candidato), como podemos ver nas tabelas (5.3) e (5.2).

Podemos argumentar que estes objetos possuem altos campos magnéticos analisando a taxa de decaimento de sua rotação. Assumindo que este decaimento ocorre devido à perda de energia gerada pela radiação de dipolo magnético no vácuo, a intensidade deste campo pode ser estimada por

$$B_{dip} = 2.48 \times 10^{14} (P/6s)^{1/2} (\dot{P}/10^{11} ss^{-1})^{1/2} G. \quad (5.10)$$

Para uma estrela de nêutrons, o momento de inércia característico é $I = 10^{45} gcm^2$ e seu raio é de $R = 10km$. Neste contexto, o campo magnético associado com os AXPs excede $B \gtrsim 5 \times 10^{13} G$.

A formação dos magnetares, em especial a origem dos seus altos campos magnéticos permanece um problema em aberto na astrofísica. Os modelos pra sua origem podem ser divididos em dois grandes cenários. Podemos considerar que estes campos magnéticos foram gerados por algum mecanismo de dínamo ou assumir que são campos fósseis já existentes nos progenitores destes magnetares.

Duncan & Thompson (1992) exploraram a amplificação turbulenta destes campos magnéticos na zona convectiva do progenitor destas estrelas, assim como devido a rotação diferencial das estrelas de nêutrons na época do seu nascimento, concluindo que em princípio campos magnéticos de até $\sim 3 \times 10^{17} G$ poderiam

ser criados. Entretanto este mecanismo necessita que a estrela de nêutrons no momento da sua criação tenha uma rotação extremamente rápida com período de alguns milisegundos. E a população observada de magnetares possui períodos na faixa de $\sim 2 - 12$. Logo este cenário tem problemas em explicar o fato dos magnetares terem períodos maiores do que o previsto.

Outro cenário proposto sugere um campo magnético fóssil. Eles consideram que estes campos podem ter vindo de estrelas O e B, com altos campos magnéticos ($\sim 10^4\text{G}$). Durante a sua transformação em estrelas de nêutrons, este campo inicial seria amplificado até os valores observados nos magnetares (Vink & Kuiper 2006). Contudo, isto só transfere o problema, pois precisamos explicar os altos campos magnéticos na estrela progenitora.

Iremos analisar a previsão da conjectura S-B para estes objetos, de forma a considerar uma hipótese alternativa para origem de tais campos. Podemos escrever o campo magnético de uma estrela de nêutrons previsto pela conjectura S-B da forma

$$\begin{aligned} B_{S-B} &= \beta c^{-1} G^{1/2} I r^{-3} 2\pi P^{-1} G \\ &\simeq 5.414 \times 10^{13} \beta P^{-1} G. \end{aligned} \tag{5.11}$$

Se quisermos associar as equações (5.4) e (5.9), basta consideramos β não mais uma constante, mas sim proporcional ao potencial gravitacional $\phi = 2M/R$ do objeto

$$\beta = \frac{45c}{8G^{1/2}\phi^{1/2}}. \tag{5.12}$$

Devemos comparar os campos magnéticos previstos pelas expressão (5.10) com

previsões das equações (5.4), e (5.9). Para isto, utilizamos dados da literatura dos períodos dos AXPs e SGRs¹. Calculamos o valor do parâmetro β para equação (5.4) e de θ em (5.9) utilizando a função de verossimilhança $\mathcal{L} \propto \exp(-\chi^2/2)$, onde

$$\chi_1^2(\beta) = \sum_{i=1}^N \frac{[B_{dip}^i(P, \dot{P}) - B_{S-B}^i(P, \beta)]^2}{\sigma_i^2}, \quad (5.13)$$

$$\chi_2^2(\theta) = \sum_{i=1}^N \frac{[B_{dip}^i(P, \dot{P}) - B_p^i(P, \theta)]^2}{\sigma_i^2}, \quad (5.14)$$

onde N é o número de magnetares da amostra.

Nas figs. 5.2 e 5.3 mostramos a distribuição de probabilidade dos parâmetros β e θ para a nossa amostra. Como podemos observar, o melhor ajuste do modelo gera $\beta \sim 17 \pm 13.64$ e $\theta \sim 0 \pm 0.3\pi$. Podemos concluir comparando o valor de β encontrado que, apesar de haver uma correlação entre o momento angular e o momento magnéticos de objetos celestes em diversas escalas, a relação (5.4) não ajusta todas as observações com um β constante. Podemos imaginar duas possibilidades para esta discrepância, no caso da conjectura S-B ser verdadeira. A primeira é o fato de haver outros mecanismos concomitantes que não permitiriam uma medida exata apenas do campo magnético gerado pela conjectura S-B, como por exemplo efeitos de dínamo. A segunda opção é que β não seja uma constante, e sim dependa do potencial gravitacional do objeto, como sugeriu Mikhail *et al.* (1995).

Como podemos ver na fig. (5.3), o modelo para β proporcional ao potencial gravitacional do objeto, se ajusta muito bem aos dados, tendo como melhor ajuste

¹<http://www.physics.mcgill.ca/pulsar/magnetar/main.html>

um alinhamento do momento magnético próximo ao momento angular do magnetar.

Os campos magnéticos intensos $\sim 10^{15}$ G, observados nos magnetares não são facilmente produzidos por mecanismos usuais. Nós examinamos a possibilidade deles serem produzidos por algum tipo de acoplamento entre o campo gravitacional e eletromagnético dos objetos celestes. Obtivemos valores em acordo com os observados considerando o modelo de β variável. Isto indica que se a conjectura S-B estiver correta, poderíamos ter uma explicação simples para origem dos campos magnéticos em magnetares.

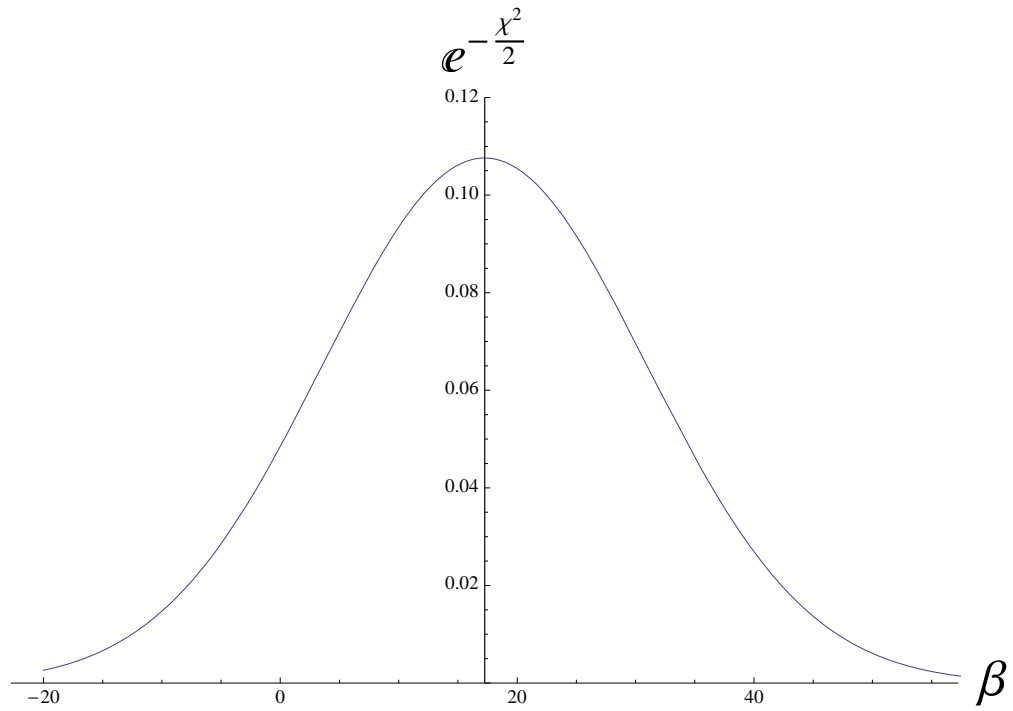


Figura 5.2: Distribuição de verossimilhança do parâmetro β para os dados de AXPs e SGRs.

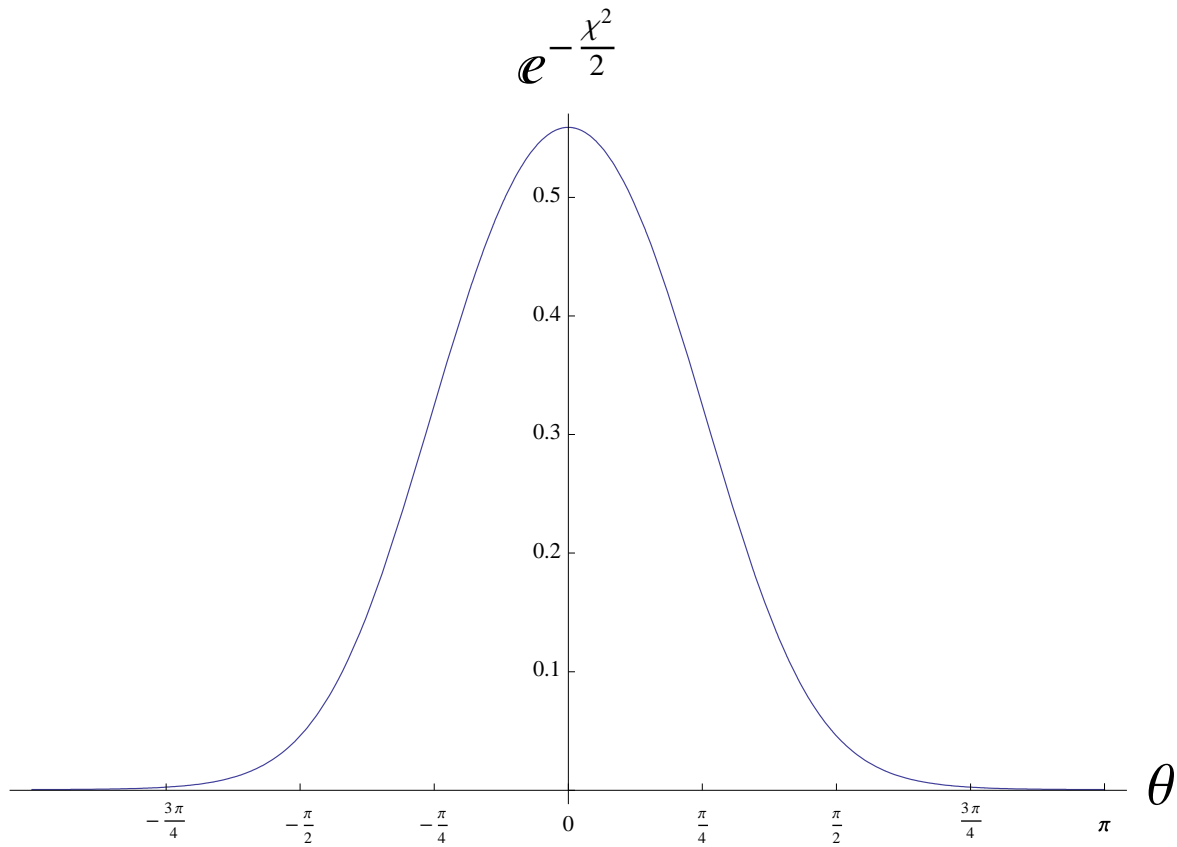


Figura 5.3: Distribuição de verossimilhança do parâmetro θ para os dados de AXPs e SGRs.

Tabela 5.2: *Soft Gamma-ray Repeaters*. Col(1): Nome dos SGRs; Col(2): Período dos SGRs; Col(3): *Spindown* dos SGRs.

Nome	P(s)	$\dot{P}(ss^{-1})$
SGR 1900+14	5.16891778(21)	7.783(8)
SGR 1627-41	6.41318(3)	**
SGR 1806-20	7.55592(5)	54.9(9)
SGR 0526-66	8.0470(2)	6.5(5)
SGR 1801-23	**	**
SGR 0501+4516	5.7620699(4)	0.5(1)

Tabela 5.3: *Anomalous X-ray pulsars*. Col(1): Nome dos AXPs; Col(2): Período dos AXPs; Col(3): *Spindown* dos AXPs.

Nome	P(s)	$\dot{P}(ss^{-1})$
1E 1547.0-5408	2.06983302(4)	2.318(5)
XTE J1810-197	5.539425(16)	0.81(7)
1E 1048.1-5937	6.45207658(54))	2.70
AX J1845-0258	6.97127(28)	**
1E 2259+586	6.9789484460(39)	0.048430(8)
CXOU J010043.1-721134	8.020392(9)	1.88(8)
4U 0142+61	8.68832973(8)	0.1960(2)
CXO J164710.2-455216	10.6107(1)	0.24(6)
1RXS J170849.0-400910	10.9990355(6)	1.945(2)
1E 1841-045	11.7750542(1)	4.1551(14)

5.3 *Gamma Ray Bursts*

Gamma ray bursts (GRBs) são as mais concentradas e brilhantes explosões eletromagnéticas do Universo, gerando pulsos intensos de raios- γ . Os surtos duram de uma fração até centenas de segundos. Os GRBs podem chegar de distâncias cosmológicas e direções aleatórias do céu. Possuem luminosidades da ordem de $10^{51} - 10^{53} \text{ergs s}^{-1}$. Os candidatos para a classe de surtos longos de raios- γ são em geral estrelas massivas colapsando em buracos negros, enquanto os surtos curtos, têm como possível progenitor a coalescência de estrelas de nêutrons binárias ou um sistema binário com uma estrela de nêutrons e um buraco negro (Meszaros 2006). Investigamos o cenário onde GRBs consistem em um buraco negro com um campo magnético ao redor. A fonte de energia neste caso seria dada pela rotação do buraco negro que seria extraída através do fluxo de *Poyting* (Piran 2005).

A energia necessária para gerar os GRBs $10^{51} - 10^{53} \text{ergs s}^{-1}$ pode ser compreendida de forma mais clara em comparação com a energia associada à massa de repouso do Sol, da ordem de 2×10^{54} ergs. Ficando evidente que um bom modelo para região interna do GRB precisa ser capaz de extrair uma quantidade significativa de energia de sua fonte progenitora, sendo ela uma estrela de nêutrons ou um buraco negro. Outro critério é a necessidade de poder extrair energia da fonte por um período de pelo menos ~ 1000 s de forma a explicar os surtos de longa duração (Lee *et al.* 2000).

A quantidade de energia que pode ser extraída de um buraco negro, sem violar a segunda lei da termodinâmica, é da ordem de sua energia de rotação dada por

$$E_{rot} = Mc^2 - M_{irr}c^2, \quad (5.15)$$

onde

$$M_{irr} = \sqrt{\frac{S_{BN}}{4\pi k_B}} M_{Planck}. \quad (5.16)$$

M_{irr} é a massa irreduzível do buraco negro, S_{BN}^2 a sua entropia e M_{Planck}^3 é a massa de Planck. A energia de rotação de um buraco negro com momento angular J é uma fração de sua massa M ,

$$E_{rot} = f(\alpha) M c^2 \quad (5.17)$$

$$f(\alpha) = 1 - \sqrt{\frac{1}{2}[1 + \sqrt{1 - \alpha^2}]}, \quad (5.18)$$

onde $\alpha = Jc/M^2G$ é o parâmetro de rotação. Para um buraco negro com rotação máxima ($\alpha = 1$), $f = 0.294$. Para o caso em que a extração é máxima podemos escrever a potência do fluxo de *Poynting* emitida pelo buraco negro da forma

$$P_{BZ} = 6.7 \times 10^{50} \left(\frac{B}{10^{15}}\right)^2 \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^2 \text{ ergss}^{-1}, \quad (5.19)$$

(Lee *et al.* 2000). Se a forma de transporte de energia for feita através de um fluxo de *Poynting*, a escala de tempo deste processo pode ser calculada como a razão entre a massa do buraco negro e potência transportada através da superfície do buraco negro $\propto R^2 c B^2$,

$$\begin{aligned} \tau_{BZ} &\sim \frac{M c^2}{B^2 R^2 c} \\ &= 2.7 \times 10^3 \left(\frac{10^{15}}{B}\right)^2 \left(\frac{M_\odot}{M}\right) \text{ s}, \end{aligned} \quad (5.20)$$

onde M é a massa do buraco negro, R é o raio do horizonte $\sim GM/c^2$, e B o

² $S_{BN} = A_{BH} k_B c^3 / 4G\hbar$, onde A_{BH} é a área superficial do buraco negro.

³ $M_{Planck} = \sqrt{c\hbar/G}$

campo magnético no horizonte.

Para analisar a previsão da conjectura S-B nos GRBs, precisamos de uma estimativa do parâmetro de rotação do buraco negro central. Uma estimativa razoável é considerar o parâmetro de rotação dos buracos negros seja da ordem da 0.5-1.0 (Popham *et al.* 1999).

Usando as equações. (5.4) e (5.9), o campo magnético na vizinhança do buraco negro pode ser escrito como

$$B_{S-B} = \frac{G^{3/2} M^2 \alpha \beta}{c^2 R^3} \approx 225 \left(\frac{M}{M_\odot} \right)^2 \left(\frac{R}{R_\odot} \right)^3 \alpha \beta \text{ G}, \quad (5.21)$$

$$B_p = \frac{9}{4} M \sqrt{\frac{5G\alpha}{R^3 c}} \approx 8.13 \times 10^8 \left(\frac{M}{M_\odot} \right) \alpha^{1/2} \left(\frac{R}{R_\odot} \right)^{-3/2} \text{ G}. \quad (5.22)$$

Podemos calcular a previsão das equações (5.4) e (5.9) utilizando alguns valores característicos. Segundo Lee *et al.* (2000), esperamos que $\alpha \sim 0.1 - 1$ e $M \sim 2.5 M_\odot$. O raio de um buraco negro de Kerr é dado por

$$R_{BN} = \frac{R_{Sh}}{2} \left[1 + \sqrt{1 - \alpha^2} \right], \quad (5.23)$$

onde $R_{Sh} = 2GM/c^2$ é o raio de Schwarzschild.

A previsão dada por (5.4), considerando $\beta \sim 0.01 - 0.1$ é $B_{S-B} \sim 10^{15} - 10^{16}$ G. Enquanto a previsão da equação (5.9) para os mesmos parâmetros é $B_p \sim 10^{16}$ G. Utilizando as expressões (5.19) e (5.20) com estes valores de campo magnético, podemos concluir que a intensidade dos mesmos é capaz de gerar uma energia da ordem de $10^{51} - 10^{53}$ ergs. Podendo suprir o GRBS por intervalos de tempo de até 2.3×10^3 s.

5.4 Considerações

Observações indicam a presença de intensos campos magnéticos em GRBs e magnetares. Teorias astrofísicas usuais têm grande dificuldade em explicar tais campos. Neste trabalho avaliamos a previsão oriunda da conjectura S-B para estes objetos, como uma explicação alternativa para estes campos.

Em GRBs, a existência de campos magnéticos de $\sim 10^{15}$ G poderia explicar o fluxo de Poynting requerido para suprir a energia necessária aos surtos observados. Contudo não há um bom modelo para explicar a existência destes campos, se consideramos a conjectura S-B verdadeira, podemos explicar tais campos na região do horizonte do buraco negro.

Da mesma forma avaliamos os valores a previsão da conjectura S-B em estrelas de nêutrons com altos campos magnéticos denominadas magnetares. Não é fácil produzir intensos campos magnéticos nestes objetos. Mostramos aqui, que se a conjectura S-B é verdadeira, poderíamos explicar naturalmente a origem destes campos.

Capítulo 6

Efeitos de Campos Magnéticos e Turbulência em Aglomerados de Galáxias

Os aglomerados de galáxias são as maiores estruturas virializadas (ou próximas do estado de equilíbrio) no Universo. Dentro do cenário hierárquico de formação de estruturas, eles teriam se formado em $z \lesssim 1$. Aglomerados são poderosas ferramentas, sendo capazes de vincular os valores da matéria e energia escura. Muitos estudos necessitam do valor da massa total do aglomerado, entretanto este valor é difícil de ser medido com acurácia. Dados em raios-X são freqüentemente usados na determinação da distribuição da massa de aglomerados de galáxias. Neste método, o equilíbrio hidrostático é em geral assumido e as observações da densidade e temperatura do gás intraglomerado são utilizadas para inferir sua pressão térmica, de modo a avaliar sua massa dinâmica (e.g., David *et al.* 1995; White & Fabian 1995; Finoguenov *et al.* 2001; Reiprich & Böhringer 2002).

O método de determinação de massa através de medidas de raios-X utiliza os perfis tanto da densidade do gás quanto da temperatura do meio intraglomerado. Com estes dados podemos resolver a equação do equilíbrio hidrostático para obtenção do perfil da massa total assumindo simetria esférica. Outros métodos muito utilizados são a estimativa da massa de virial através de medidas de dispersão de velocidades ou através de medidas de lentes gravitacionais.

Em geral apenas a pressão térmica do gás é considerada na equação de equilíbrio hidrostático. Neste trabalho incluímos os efeitos das pressões não térmicas P_{NT} , compostas pela pressão magnética (P_B) e pressão turbulenta (P_{turb}) na determinação da massa de aglomerados.

Apesar da dificuldade em calcular acuradamente as propriedades do campo magnético na região intraglomerado, a existência deles é bem estabelecida por estudos de rotação Faraday e emissão síncrotron de fontes difusas (e.g., Andernach *et al.* 1988; Giovannini *et al.* 1993; Taylor *et al.* 1994, 2002; Govoni & Feretti 2004). Campos magnéticos intensos podem contribuir significativamente ao suporte de pressão do gás (Loeb & Mao 1994), contribuindo como um componente não térmico na equação de equilíbrio hidrostático (Dolag *et al.* 2001b). De fato, campos magnéticos da ordem de 10-100 μG foram achados nos aglomerados de Hydra A (Taylor *et al.* 1993), Cygnus A (Dreher *et al.* 1987) e 3C 295 (Perley & Taylor 1991).

Testes utilizando simulações cosmológicas em aglomerados mostram a presença de fluxos subsônicos no gás, mesmo em aglomerados relaxados (Lau *et al.* 2009). Estes movimentos podem ser gerados pela contínua acreção de gás em aglomerados ao longo de filamentos, devido a *mergers* ou movimentos de galáxias através do meio intraglomerado. Ondas de choque podem gerar turbulência em escalas

comparáveis ao tamanho do aglomerado (Lau *et al.* 2009). Estes grandes vórtices podem transferir energia em cascata para escalas menores gerando um espectro de turbulência no aglomerado. Em escalas menores a turbulência pode ser gerada pelo movimento de galáxias, assim como pelos jatos oriundos de núcleos ativos de galáxias. Análises de aglomerados simulados mostram que $\approx 10\% - 20\%$ do suporte de pressão em aglomerados vêm de movimentos subsônicos do gás (Rasia *et al.* 2004, 2006). Vários estudos nos últimos anos, têm considerado os efeitos tanto da pressão magnética quanto da pressão turbulenta em aglomerados simulados (Dolag *et al.* 2001a; Colafrancesco & Giordano 2007; Dolag *et al.* 2005; Rasia *et al.* 2004, 2006, entre outros). Nosso objetivo neste trabalho é quantificar estes dois efeitos em aglomerados reais. Para isto, utilizamos dados de cinco aglomerados de Abell observados pelo XMM-Newton¹: A496, A2050, A1689, A2667 e A2631. Em nossa análise, utilizamos os perfis de temperatura e densidade de Laganá *et al.* (2008) e introduzimos a contribuição das pressões não térmicas P_{NT} na equação de equilíbrio hidrostático.

6.1 Dados da Amostra

Os dados referentes aos cinco aglomerados de Abell utilizados na análise, estão disponíveis no arquivo público do XMM-Newton na faixa de desvio para o vermelho $0.03 < z < 0.3$. Estes aglomerados foram previamente analisados por Laganá *et al.* (2008), que derivaram os parâmetros dos seus perfis de densidade para inferência de suas massas.

Apesar de não ter sido utilizado nenhum critério de seleção morfológica para

¹<http://xmm.esac.esa.int/xsa/>

Tabela 6.1: Propriedades gerais dos aglomerados. Col (1): nome do aglomerado; Col (2): Ascensão reta; Col (3): Declinação; Col (4): Desvio para o vermelho; Col (5): Raio do aglomerado.

Aglomerado	α (J2000)	δ (J2000)	z	r_{500} $h_{70}^{-1} kpc$
A496	04 33 37.1	-13 14 46	0.033	1480
A2050	15 16 21.6	+00 05 59	0.1183	2172
A1689	13 11 34.2	-01 21 56	0.1823	1785
A2667	23 51 47.1	-26 00 18	0.23	2153
A2631	23 37 39.7	+00 17 37	0.273	1976

esta seleção dos aglomerados, todos eles, com exceção de A2631, têm aparentemente isofotas simétricas em raios-X, sugerindo que eles são suficientemente relaxados. Desvios do brilho superficial do perfil de A2631, apesar de presentes, não são grandes o bastante para invalidar a hipótese de simetria esférica.

Na tabela (6.1), nós apresentamos os cinco aglomerados de Abell utilizados no trabalho, especificando r_{500} , o raio dentro do qual a densidade média excede a densidade crítica ρ_{crit}^2 do universo por um fator de 500. Todas as massas foram computadas dentro de r_{500} , este é o maior raio para o qual os dados em raios-X não requerem nenhum modelo de extrapolação (Vikhlinin *et al.* 2006; Lacey & Cole 1993).

Em geral, a massa dos aglomerados é medida utilizando-se apenas a hipótese de equilíbrio hidrostático, sem levar em conta a contribuição de pressões não térmicas. Neste caso, o cálculo da massa total, necessita apenas dos perfis de densidade e temperatura do gás.

Satélites com melhor resolução espacial (tais como XMM-Newton e Chandra³) mostram uma diferença significativa entre os dados de brilho superficial e o modelo

² $\rho_{crit} \approx 1.88h^2 \times 10^{-29} gcm^{-3}$

³<http://chandra.harvard.edu/>

β (Cavaliere & Fusco-Femiano 1976, 1978) em raios pequenos para aglomerados *cool-core* (CC) (Jones & Forman 1984; Xue & Wu 2000). Devido a esta diferença observacional o modelo β foi utilizado para descrever a distribuição de densidade em aglomerados *non-cool core* (NCC), enquanto o perfil Sérsic (Pislar *et al.* 1997; Demarco *et al.* 2003) foi usado para caracterizar os aglomerados CC. Para A2050 A2631, a densidade do gás (ρ_g) é descrita por

$$\rho_g(r) = \rho_0 \left(1 + \frac{r^2}{r_c^2} \right)^{-3\beta/2}, \quad (6.1)$$

onde ρ_0 e r_c são a densidade do gás central e o raio do *core*, respectivamente. O parâmetro β determina o comportamento da lei de potência para grandes raios.

Para A496, A1689 e A2667 (aglomerados CC) o perfil de densidade do gás foi ajustado pelo modelo de Sérsic dado por

$$\rho_g(r) = \rho_0 \left(\frac{r}{a} \right)^{-p'} \exp \left[- \left(\frac{r}{a} \right)^\nu \right], \quad (6.2)$$

onde $p' = p/2$, $p = 1 - 0.6097\nu + 0.05563\nu^2$ e $a = a' 2^{1/\nu}$, onde a, ν e p , são parâmetros ajustados pelas observações (Durret *et al.* 2005; Laganá *et al.* 2008).

6.2 O perfil do Campo Magnético

Não temos medidas de campos magnéticos para os aglomerado de nossa amostra, de forma a vincular precisamente o perfil do campos magnético, sendo necessário uma estimativa baseada nos dados da literatura para outros aglomerados.

Jaffe (1980) sugeriu que a distribuição do campo magnético intraglomerado deveria depender da densidade térmica do gás e da distribuição das galáxias massivas.

Como consequência teríamos um perfil que diminuiria com o raio do aglomerado. Observações podem impor vínculos sobre o gradiente radial deste campo magnético (Brunetti 2001; Govoni *et al.* 2001; Feretti *et al.* 2004b). A intensidade destes campos deveria diminuir com o raio em relação à região central do aglomerado de forma similar ao gás intraglomerado.

Utilizando simulações magnetohidrodinâmicas, uma importante caracterização da distribuição de campos magnéticos em aglomerados foi feita por Dolag *et al.*, (1999); Dolag *et al.* (2002). Estes autores acharam que os campos magnéticos observados no gás intraglomerado poderiam ser reproduzidos pela evolução de um campo magnético inicial em $z = 15$, que foi amplificado pela compressão gravitacional durante o colapso do aglomerado. Outro resultado interessante foi que a intensidade do campo magnético em um dado ponto é proporcional à densidade do gás.

Colafrancesco & Giordano (2007) estudaram a influência dos campos magnéticos nas propriedades de grupos e aglomerados de galáxias virializados, assumindo que eles escalam com a densidade do gás da forma $B(r) \propto \rho^\alpha$. A mesma dependência em lei de potência foi usada por Zhang (2004) para estimar o efeito do campo magnético intraglomerado no espectro de potência do efeito Sunyaev-Zel'dovich. Motivados pelos trabalhos mencionados anteriormente, assumimos um perfil de lei de potência para distribuição radial do campo magnético,

$$B(r) = B_0 \left(\frac{\rho_g(r)}{\rho_0} \right)^\alpha, \quad (6.3)$$

onde B_0 é o valor do campo magnético na região central e α é um parâmetro de forma. A intensidade da pressão magnética P_B pode ser relacionada com a

intensidade do campo magnético da forma

$$P_B(r) = \frac{\langle B(r) \rangle^2}{8\pi}. \quad (6.4)$$

Feretti *et al.* (1999) estimaram que o campo magnético no meio intraglomerado de A119 deveria estar na faixa de $5 - 10 \mu G$. Bagchi *et al.* (1998) acharam $B \approx 1 \mu G$ para a intensidade dos campos magnéticos na escala de aglomerados.

Clarke, Kronberg, & Böhringer (2001) estudaram uma amostra de 16 aglomerados em $z < 0.1$, achando que o meio intraglomerado é permeado com um campo magnético de intensidades de $4-8 \mu G$. Taylor *et al.* (1993) acharam grandes valores para os campos centrais, $B \sim 6 - 30 \mu G$. Allen (2001) considerou que os valores centrais dos campos magnéticos podem ser de $B = 12 \mu G$ e Carilli & Taylor (2002) afirmaram que a intensidade dos campos na região central dos aglomerados podem alcançar intensidades de $10 - 40 \mu G$.

Levando em conta estes resultados observacionais, consideramos valores de B em acordo com os valores médios da literatura. De forma a testar os efeitos da pressão magnética na determinação da massa, utilizamos valores entre $5 - 30 \mu G$. Consideramos uma variação nos valores de α baseados nos resultados de Dolag *et al.* (2001a). Variamos nosso parâmetro entre $0.5 < \alpha < 0.9$.

6.3 Turbulência em Aglomerados de Galáxias

É amplamente aceito que o meio intraglomerado é turbulento, *mergers* podem ser um dos mecanismos de maior injeção de energia em aglomerados (veja Sarazin 2002; Brunetti 2003; Lazarian 2006, e referências). Em geral estes modelos

assumem um cenário com escalas de injeção de energia de 100-500 kpc e velocidades da ordem de 10^3 km/s.

Uma vez que a taxa de dissipação da energia turbulenta não pode exceder a luminosidade em raios-X (L_X) do aglomerado no estado estacionário, i.e., $\frac{1}{2}v_0^3/l_0 \lesssim L_X/M_g$, onde v_0 e l_0 são as velocidades e escalas de turbulência respectivamente, e M_g é a massa do gás intraglomerado. Temos um limite superior para as velocidades turbulentas como segue (Subramanian 2006a)

$$v_0 \lesssim 180 \frac{\text{km}}{\text{s}} \left(\frac{l_0}{200 \text{kpc}} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{L_X}{10^{45} \text{erg/s}} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{M_g}{10^{14} M_\odot} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (6.5)$$

Norman & Bryan (1999) acharam que o meio intraglomerado torna-se turbulento durante a formação do aglomerado, com velocidades turbulentas da ordem de ~ 400 km/s dentro de 1Mpc de distância ao centro do aglomerado. Esta turbulência possui vórtices com tamanhos entre 50 e 500 kpc. Usando um modelo de *mergers* para os aglomerados, Ricker & Sarazin (2001) acharam uma turbulência em grande escala com vórtices do tamanho de vários kpc e velocidades entre $\sim 100 - 400$ km/s.

Através de observações em raios-X, Schuecker *et al.* (2004) argüiram que a escala de turbulência do aglomerado de Coma é de ~ 100 kpc. Eles consideraram uma velocidade turbulenta de ~ 250 km/s nesta escala.

Para quantificar a contribuição da pressão turbulenta devido os movimentos randômicos do gás intraglomerado, podemos escrever a seguinte relação para turbulência isotrópica P_{turb} :

$$P_{\text{turb}} = \frac{1}{3} \rho_g (\sigma_r^2 + \sigma_t^2), \quad (6.6)$$

onde σ_r e σ_t são as dispersões de velocidade radiais e tangenciais do gás intraglo-

merado respectivamente. Utilizamos para os perfis de dispersão de velocidades os resultados de simulações numéricas de Lau *et al.* (2009).

6.4 Determinação da Massa Incluindo Efeitos das Pressões não Térmicas

Para estimar a massa dos aglomerados consideramos as componentes gravitacional, magnética, turbulenta e térmica do gás. Assumimos simetria esférica, e contabilizamos o balanço entre a pressão magnética, turbulenta e térmica contra a gravidade. Podemos escrever:

$$\frac{d(P_g + P_B + P_{\text{turb}})}{dr} = -\rho_g \frac{GM_{\text{PNT}}(r)}{r^2}, \quad (6.7)$$

onde $P_g = \rho_g k_B T / \mu m_p$ é a pressão do gás à uma temperatura T , a pressão magnética P_B é dada por $\langle B^2 \rangle / 8\pi$ e a pressão turbulenta P_{turb} é $\frac{1}{3}\rho_g(\sigma_r^2 + \sigma_t^2)$, G é a constante gravitacional e M_{PNT} é a massa total dentro de um raio r .

Em nossa análise, consideramos a massa dentro de um raio de r_{500} . Considerando os efeitos tanto do campo magnético, quanto da turbulência podemos escrever a seguinte expressão para massa do aglomerado

$$M_{\text{PNT}}(r) = -\frac{k_B T}{G\mu m_H} r \left(\frac{d \ln \rho_g}{d \ln r} + \frac{d \ln T}{d \ln r} \right) - \frac{r^2}{8\pi\rho_g G} \frac{dB(r)^2}{dr} - \frac{r^2}{2\rho_g G} \frac{d}{dr}(\rho_g \sigma_r^2) - \frac{r}{G}(2\sigma_r^2 - \sigma_t^2), \quad (6.8)$$

onde μ é o peso molecular médio, m_H é a massa do hidrogênio.

6.5 Resultados

Na tabela (6.2), nós apresentamos a diferença de massa estimada considerando a influência das pressões não térmicas. A variação na massa δM_{PNT} é dada por

$$\delta M_{\text{PNT}} = \frac{M_{\text{PNT}}(r) - M(r)}{M(r)}. \quad (6.9)$$

Quando a diferença de massa é estimada para baixos valores do campo magnético central (isto é, $B_0 = 5$ e $10\mu\text{G}$), a influência dos termos não térmicos é menor que 5%, a influência da pressão não térmica é desprezível nestes casos. Entretanto, quando consideramos valores mais altos para o campo central $B_0 = 30\mu\text{G}$, associado com um parâmetro de forma $\alpha = 0.5$, a variação na estimativa da massa do aglomerado pode chegar a $\sim 40\%$ e os termos não térmicos tornam-se bastante significativos nestes casos.

Podemos analisar estes resultados olhando o perfil de massa calculado para os mesmos. Na fig. 6.3, nós mostramos os perfis de massa para A1689 (um aglomerado CC) e para A2050 (aglomerado NCC). Nestas figuras não podemos distinguir claramente a diferença entre as curvas para as massas determinadas com e sem os termos não térmicos, com os valores de $B_0 = 5$ e $10\mu\text{G}$, contudo vemos claramente que o perfil difere para valores de $B_0 = 30\mu\text{G}$ com $\alpha = 0.5$.

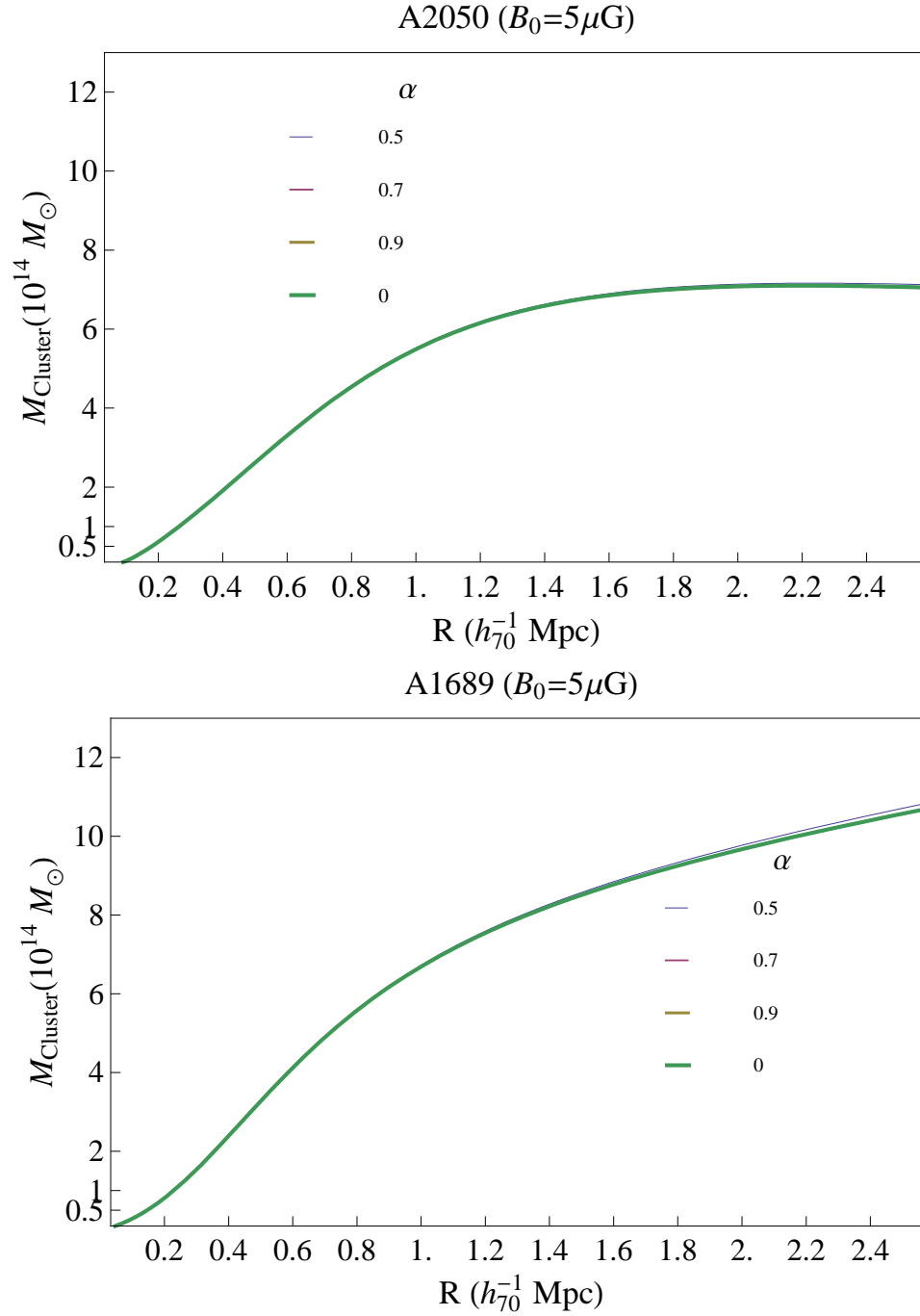


Figura 6.1: Para A2050 e A1689, nós mostramos os perfis de massa determinados sem a consideração da pressão não térmica P_{NT} (curva verde) comparado com os perfis, incluindo as pressões turbulenta e magnética. Estas três curvas representam os perfis de massa, $\alpha = 0.5$ (curva azul), $\alpha = 0.7$ (curva rosa) e $\alpha = 0.9$ (curva amarela), considerando campos magnéticos centrais de $5\mu\text{G}$.

Tabela 6.2: Determinação da massa. Col (1): nome do aglomerado; Col(2): Modelo de perfil de densidade do gás (Laganá *et al.* 2008); Col.(3), (4) e (5): Determinação da massa incluindo pressão não térmica, assumindo $B_0 = 10 \mu\text{G}$ e $\alpha = 0.5, 0.7, 0.9$, respectivamente. Col.(6), (7) and (8): Determinação da massa, incluindo pressão não térmica assumindo $B_0 = 30 \mu\text{G}$ e $\alpha = 0.5, 0.7, 0.9$, respectivamente.

Aglomerado	Modelo	$\delta M_{NTP(10)}$ (%)			$\delta M_{NTP(30)}$ (%)		
		$\alpha = 0.5$	$\alpha = 0.7$	$\alpha = 0.9$	$\alpha = 0.5$	$\alpha = 0.7$	$\alpha = 0.9$
A496	Sérsic	0.96	0.06	0.03	34.67	2.02	0.11
A1689	Sérsic	1.12	0.07	0.004	40.14	2.49	0.14
A2050	β	0.71	0.14	0.02	25.39	5.26	1.00
A2631	β	0.46	0.05	0.005	16.63	1.80	0.18
A2667	Sérsic	0.82	0.06	0.004	29.84	2.16	0.14

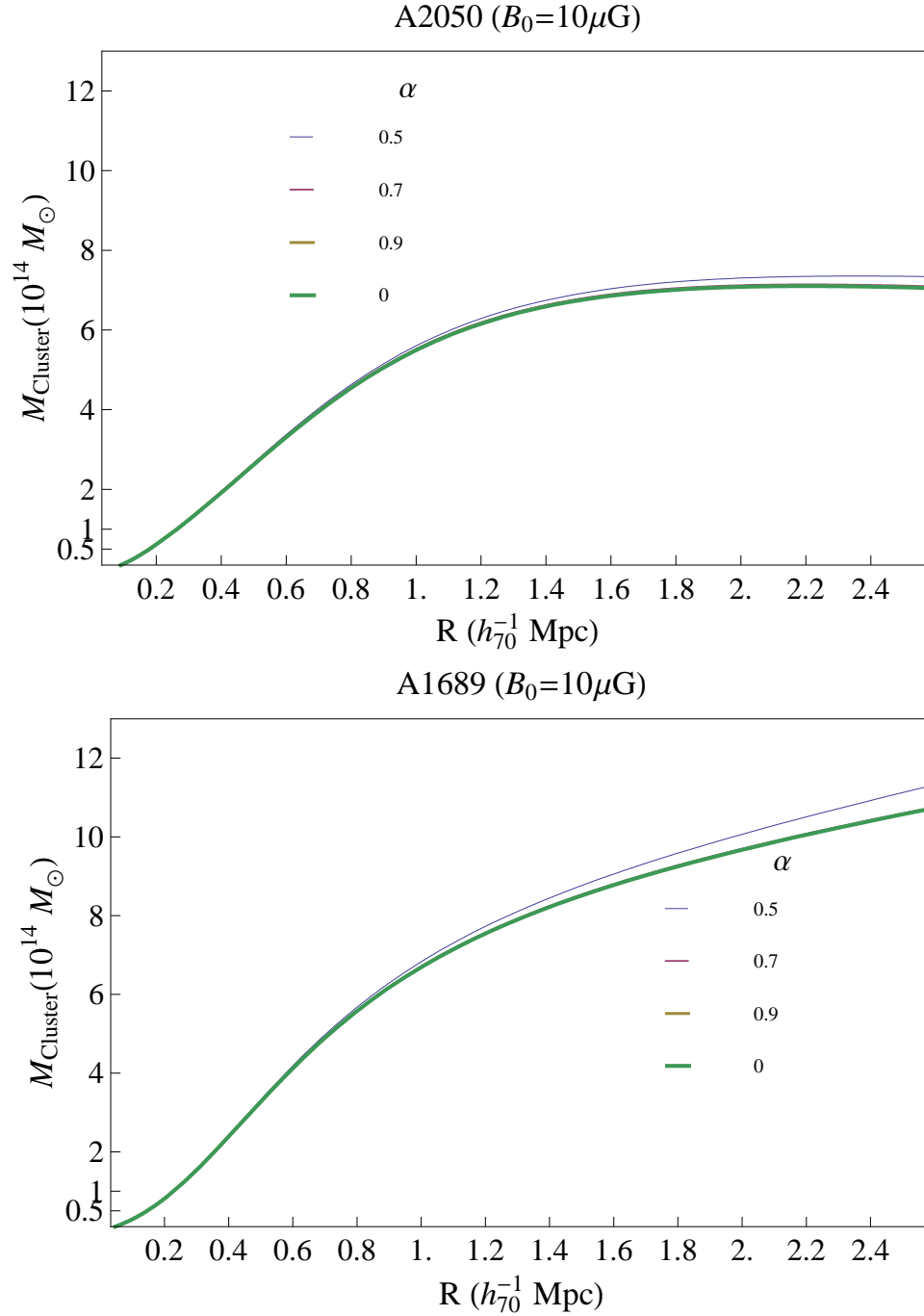


Figura 6.2: Para A2050 e A1689, nós mostramos os perfis de massa determinados sem a consideração da pressão não térmica P_{NT} (curva verde) comparado com os perfis, incluindo as pressões turbulenta e magnética. Estas três curvas representam os perfis de massa, $\alpha = 0.5$ (curva azul), $\alpha = 0.7$ (curva rosa) e $\alpha = 0.9$ (curva amarela), considerando campos magnéticos centrais de $10\mu\text{G}$.

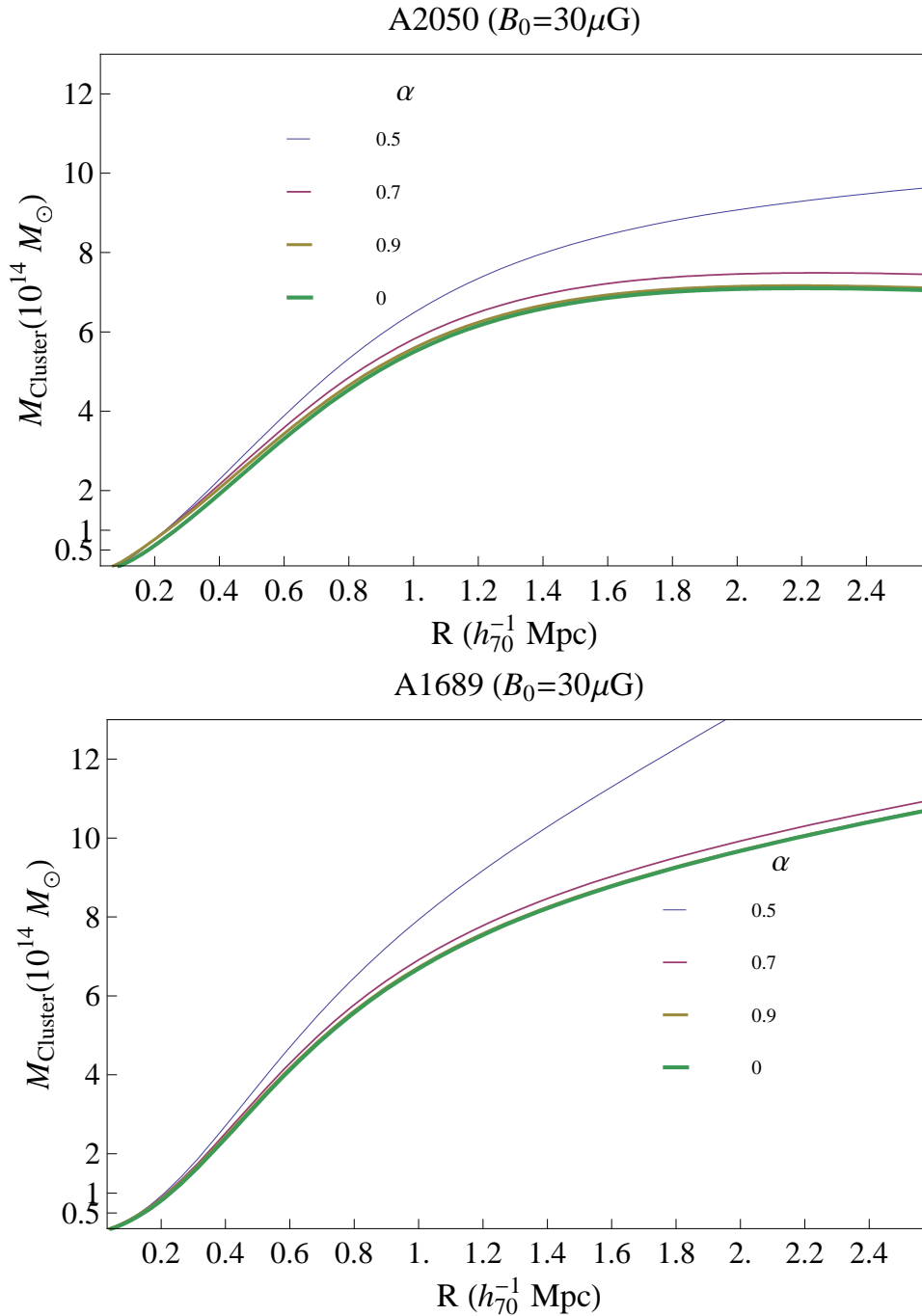


Figura 6.3: Para A2050 e A1689, nós mostramos os perfis de massa determinados sem a consideração da pressão não térmica P_{NT} (curva verde) comparado com os perfis, incluindo as pressões turbulenta e magnética. Estas três curvas representam os perfis de massa, $\alpha = 0.5$ (curva azul), $\alpha = 0.7$ (curva rosa) e $\alpha = 0.9$ (curva amarela), considerando campos magnéticos centrais de $30\mu\text{G}$.

Na fig. 6.4 temos uma melhor visualização da variação da massa em função dos parâmetros centrais e de forma. Podemos verificar que uma mudança considerável na estimativa de massa ocorre apenas para a combinação de baixos valores no parâmetro de forma e altos valores dos campos magnéticos centrais.

Considerando os resultados presentes, vemos que na maioria dos casos a influência destes termos é pequena. Entretanto para alguns casos particulares podemos ter mudanças bastante significativas de até 40% na determinação da massa.

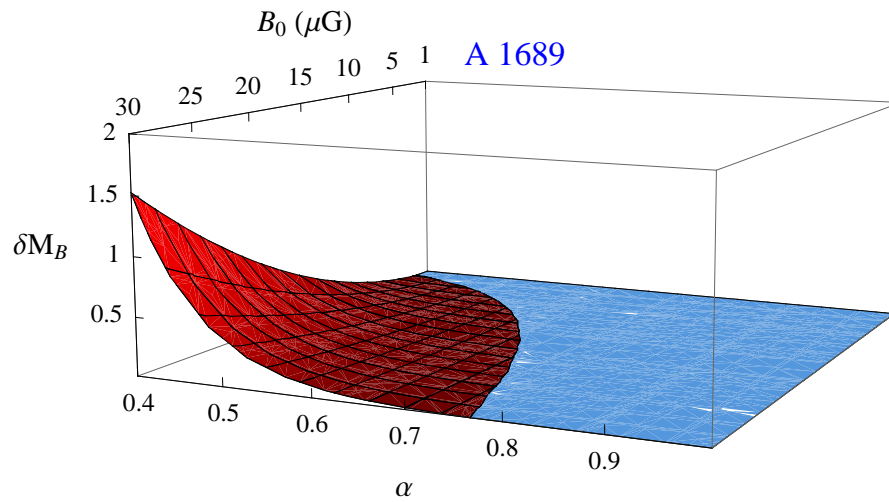
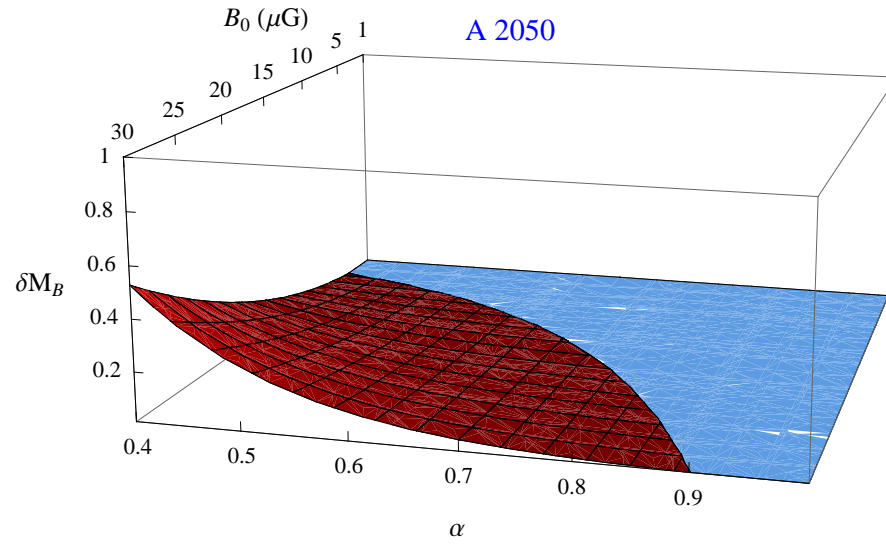


Figura 6.4: Gráficos de A2050, representando os aglomerados NCC e A1689, representando os aglomerados CC. Mostramos o gráfico da variação da massa em função do valor central do campo magnético B_0 , e do parâmetro de forma α .

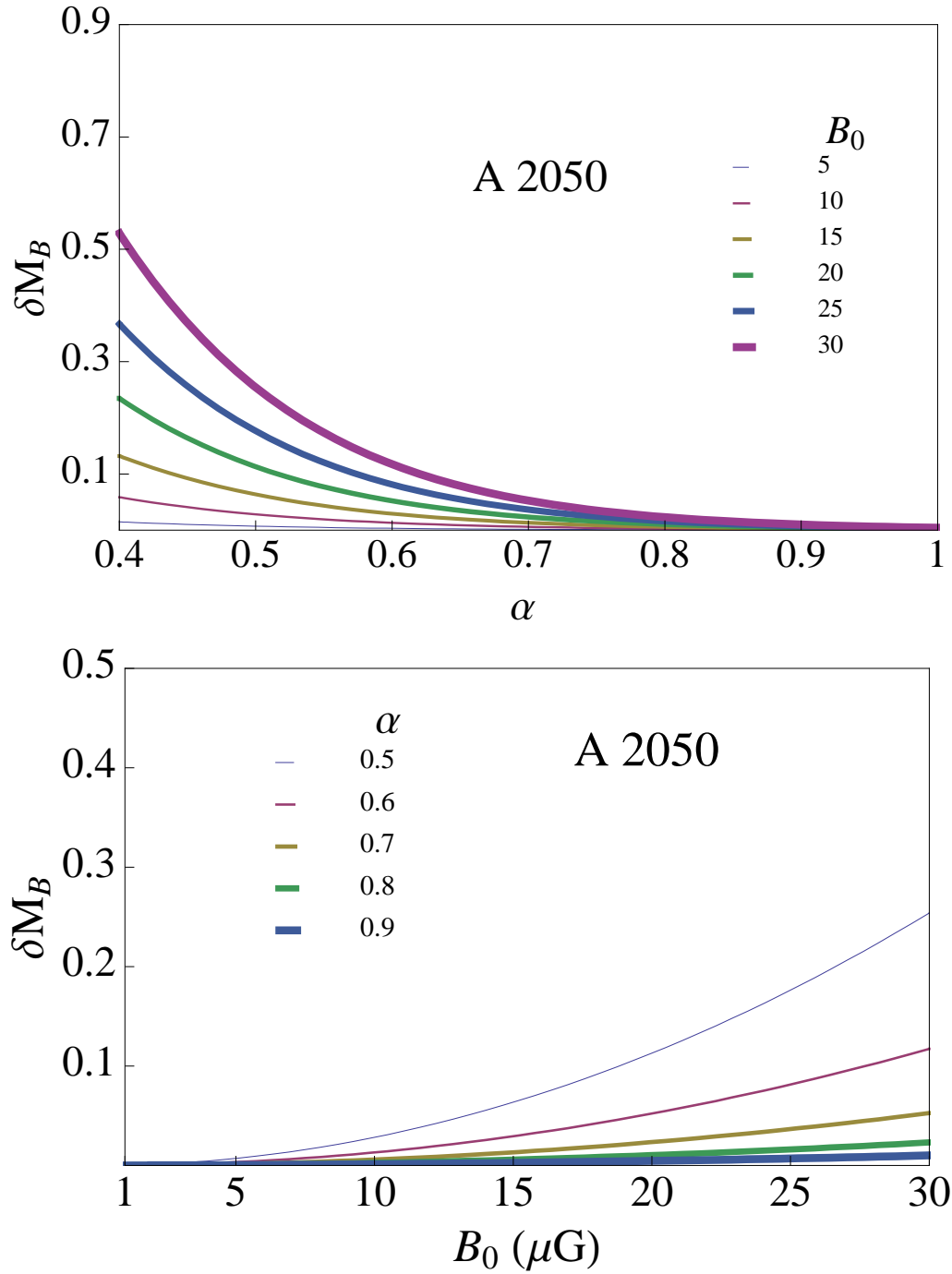


Figura 6.5: Gráficos de A2050, representando os aglomerados NCC. No gráfico superior apresentamos a projeção da variação da massa como função de α para vários valores de B_0 e no gráfico inferior mostramos a projeção da variação da massa como função do campo magnético central B_0 para vários valores de α .

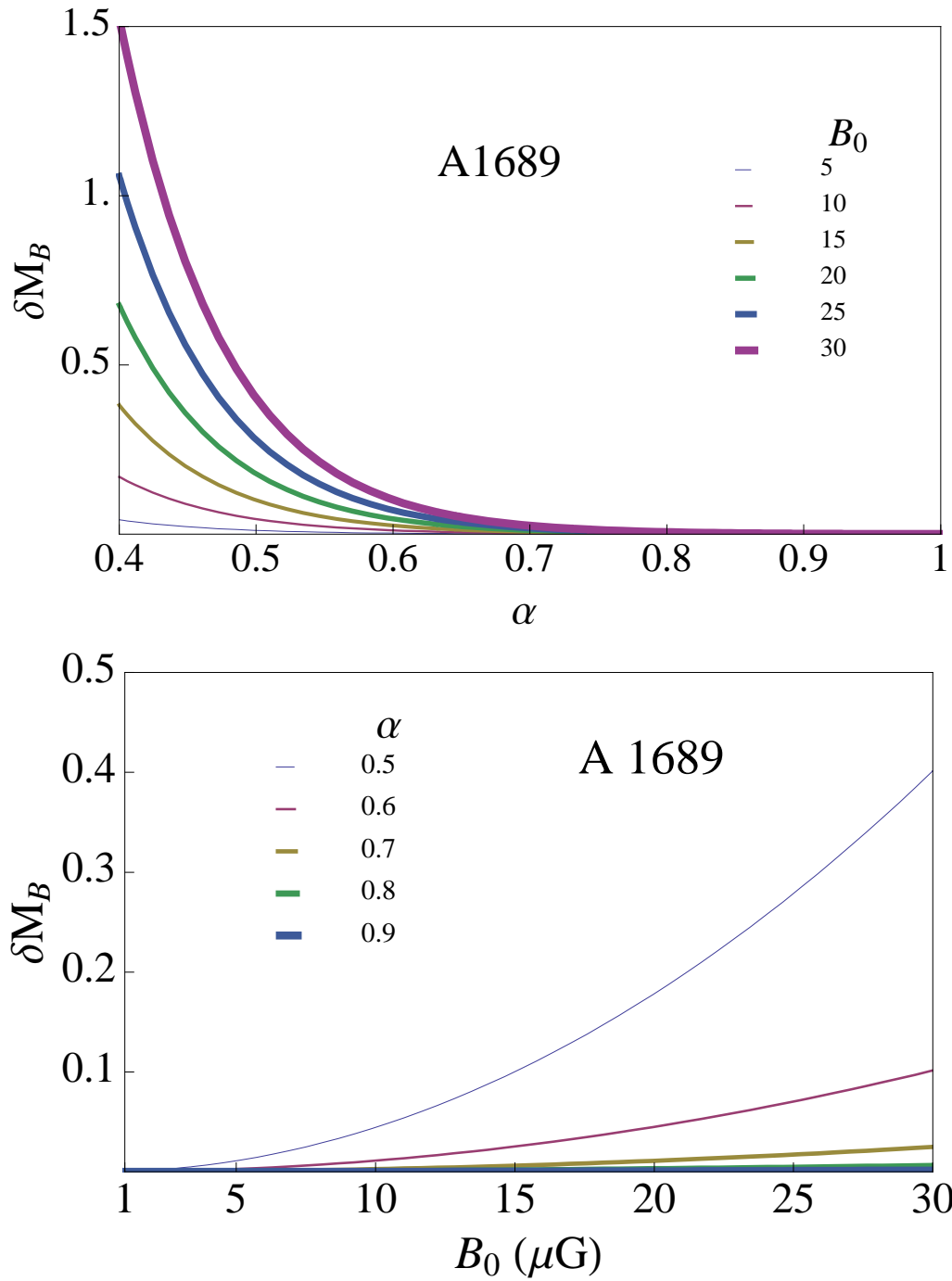


Figura 6.6: Gráficos de A1689, representando os aglomerados CC. No gráfico superior apresentamos a projeção da variação da massa como função de α para vários valores de B_0 e no gráfico inferior mostramos a projeção da variação da massa como função do campo magnético central B_0 para vários valores de α .

6.6 Considerações

Consideramos os efeitos das componentes magnética e turbulenta na estimativa de massa de 5 aglomerados de Abell. As massas derivadas considerando apenas a pressão térmica foram apresentados no trabalho anterior de Laganá *et al.* (2008).

Resumimos nossos resultados abaixo:

- A inclusão dos termos de pressão não térmica na descrição do gás intraglomerado é motivada pelas evidências da presença tanto de campos magnéticos quanto de movimentos turbulentos em aglomerados de galáxias. Nós assumimos um perfil para os campos magnéticos dados por $B(r) \propto B_0 \rho_g^\alpha$, considerando valores $5\mu G < B_0 < 30\mu G$, para cada um destes valores nós variamos o parâmetro de forma, $\alpha = 0.5$ até $\alpha = 0.9$. Incluímos um termo de turbulência isotrópica $P_{\text{turb}} = \frac{1}{3}\rho_g(\sigma_r^2 + \sigma_t^2)$, onde ρ_g é definido nas equações. (6.1) e (6.2) de acordo com o aglomerado. O perfil de velocidades turbulentas foram retirados de simulações numéricas de Lau *et al.* (2009).
- Considerando $B_0 = 5 - 10\mu G$, a variação da massa, incluindo a pressão não térmica é desprezível. Entretanto, assumindo que o valor central para o campo magnético pode alcançar valores de até $30\mu G$, a determinação da massa poderia ser afetada em até 35-40% se associada ao parâmetro de forma $\alpha = 0.5$.
- Este foi o primeiro estudo a considerar os efeitos da pressão não térmica em estimativas de massa de aglomerados reais. É necessária uma maior investigação para uma descrição detalhada das propriedades do gás intraglomerado como apontado por Colafrancesco & Giordano (2007), a combinação de da-

dos em raios-X e rádio podem ter um papel importante nesta investigação. A falta de acurácia na determinação da massa de aglomerados pode introduzir um bias nos vínculos cosmológicos de Ω_M baseados em medidas de raios-X destes aglomerados. Isto ocorre pois este cálculo é baseado na fração de massa de gás em relação a massa total do aglomerado.

Em uma época onde a quantidade de dados aumenta consideravelmente melhorando cada vez mais nossa amostragem, é imperativo a necessidade de uma melhor análise física dos sistemas estudados, de forma a minimizar um possível viés inserido por uma má modelagem. Deste modo, apesar dos efeitos não térmicos aparentemente não alterarem muito as medidas da massa dos aglomerados, é necessário uma análise mais detalhada de forma a termos uma estimativa acurada da sua real contribuição no suporte de pressão dos mesmos.

Capítulo 7

Conclusões e Perspectivas

Ao longo desse trabalho, analisamos a origem, evolução e importância dos campos magnéticos em diversos ambientes astrofísicos. Mostramos que flutuações eletromagnéticas geradas no universo primordial logo após a TFQH, constitui um forte candidato para origem dos campos magnéticos cosmológicos. Estudamos a evolução destas flutuações iniciais desde $t = 10^{-4}$ s até $z \sim 10$. Achamos campos de $\sim 10\mu\text{G}$ sobre um tamanho comóvel de ~ 1 pc nesta época. Utilizando nossa previsão primordial, consideramos a possibilidade destes campos servirem de semente para o mecanismo de dínamo em pequena escala existente nas protogaláxias. Achamos campos magnético da ordem de $10^{-9} - 10^{-8}\text{G}$ em regiões de 50 kpc comóvel. Estes campos magnéticos durante o processo de formação galáctica, são amplificados de forma concomitante ao colapso da região protogaláctica até as escalas de μG observadas hoje.

É importante notar que nosso modelo sugerido para origem dos campos magnéticos é qualitativamente diferente dos modelos discutidos na seção 2.3. Estas sugestões em geral requerem condições físicas muito especiais. Em nosso modelo,

entretanto, os campos magnéticos surgem naturalmente de flutuações do plasma primordial, descritos pelo teorema da Flutuação-Dissipação.

Outro tema de nosso interesse, foi a origem de campos magnéticos em objetos compactos. Observações indicam a presença de intensos campos magnéticos em magnetares e possivelmente em GRBs. Teorias astrofísicas usuais tem grande dificuldade em explicar tais campos, deste modo avaliamos a previsão oriunda da conjectura S-B de forma a testar uma explicação alternativa para origem do campo magnético nestes objetos.

Em GRBs, a existência de campos magnéticos de $\sim 10^{15}$ G, poderia explicar o fluxo de *Poynting* requerido para suprir a energia necessária para explicar os surto de raios- γ observados. Contudo não há um bom modelo para explicar a existência destes campos, se consideramos a conjectura S-B verdadeira, podemos explicar tais campos na região do horizonte do buraco negro.

Da mesma forma avaliamos os valores do parâmetro β da conjectura S-B em estrelas de nêutrons com altos campos magnéticos denominadas magnetares. Fizemos uma análise estatística de forma a mostrar que a previsão da conjectura S-B não pode ser descartada pelos dados atuais, contudo para uma análise mais robusta faz-se necessário uma maior amostragem de forma a termos estatística suficiente para discriminar diferentes modelos.

Além da origem dos campos magnéticos, estudamos sua importância no suporte gravitacional de aglomerados de galáxias junto com efeitos de turbulência. Vimos como a medida da massa destes aglomerados poderia mudar considerando uma análise mais realista de sua estrutura. A inclusão dos termos de pressão não térmica na descrição do gás intraglomerado é motivada pelas evidências da presença de campos magnéticos e turbulência nestes aglomerados.

Vimos ao longo desta tese a importância dos campos magnéticos para astrofísica. Campos magnéticos podem influenciar na formação das primeiras estrelas, sendo importantes na época de reionização do universo. Estes campos podem alterar a taxa de formação estelar, assim como sua função de massa inicial, podem modificar os modelos de colapso esférico incluindo direções preferenciais no colapso dependendo de sua geometria, podem deixar assinaturas na radiação cósmica de fundo, assim como influenciar na nucleossíntese primordial. Um dos nossos objetivos futuros é investigar a influência destes campos magnéticos primordiais na formação das primeiras estruturas, assim como possíveis assinaturas destes campos primordiais na radiação cósmica de fundo.

Outro aspecto de nosso interesse, será estudar possíveis maneiras de diferenciar modelos de geração destes campos. Em princípio estes modelos podem ser vinculados por mapas de rotação Faraday feitas pela próxima geração de radio telescópios, tais como o SKA¹ e por medidas provenientes da radiação cósmica de fundo pelo satélite Planck².

¹<http://www.skatelescope.org/>

²<http://www.rssd.esa.int/index.php?project=Planck>

Apêndice A

Dedução do Teorema da Flutuação-Dissipação

Devemos agora demonstrar que a representação espectral das funções de correlação é determinada pelas propriedades dissipativas do meio. Para isto precisamos avaliar a média do produto $j_i^\dagger(\mathbf{k}, \omega)$ e $j_j(\mathbf{k}', \omega)$. Se o sistema está bem definido em um estado estacionário n , a média quântica é definida como o elemento da matriz diagonal do operador

$$[j_i^\dagger(\mathbf{k}, \omega)j_j(\mathbf{k}', \omega)]_{nm} = \sum_m j_i^\dagger(\mathbf{k}, \omega)_{nm}j_j(\mathbf{k}', \omega)_{nm}, \quad (\text{A.1})$$

onde o somatório é feito sobre todos os estados quânticos do sistema. Os elementos da matriz do operador $\mathbf{j}_{\mathbf{k}, \omega}$, entre os estados estacionário de energia E_m e E_n têm a seguinte estrutura

$$(j_{\mathbf{k}\omega})_{nm} = 2\pi(j_{\mathbf{k}})_{nm}\delta(\omega + \omega_{nm}), \quad (\text{A.2})$$

onde $\omega_{nm} = (E_n - E_m)$ é a frequência de transição entre os estados n e m . Substituindo esta expressão e uma similar para $(j_{\mathbf{k}\omega}^\dagger)_{nm}$ em (A.1), e efetuando uma média obtemos

$$\langle j_i^\dagger(\mathbf{k}, \omega) j_j(\mathbf{k}', \omega') \rangle = 2\pi \langle j_i^\dagger(\mathbf{k}) j_j(\mathbf{k}') \rangle_\omega \delta(\omega - \omega'), \quad (\text{A.3})$$

$$\langle j_i^\dagger(\mathbf{k}) j_j(\mathbf{k}') \rangle_\omega = 2\pi \sum_{mn} f(E_n) [j_i^\dagger(\mathbf{k})]_{nm} [j_j(\mathbf{k}')]_{mn} \delta(\omega - \omega_{nm}), \quad (\text{A.4})$$

onde $f(E_n)$ é a função de distribuição estatística para todos os diferentes estados quânticos do sistema. Se consideramos o sistema em equilíbrio, esta função será a distribuição de Gibbs,

$$f(E_n) = e^{(F-E_n)/k_B T}. \quad (\text{A.5})$$

Sendo F a energia livre do sistema e T sua temperatura. Devemos conectar a função de correlação (A.3), com a energia absorvida pelo sistema devido a dissipação. Para isto devemos assumir a existência de uma perturbação periódica, com energia V proporcional a j , atuando no sistema. Se consideramos j a densidade de corrente elétrica, V assume a forma

$$V = - \int (\mathbf{A}(\mathbf{r}, t) \cdot \mathbf{j}(\mathbf{r}, t)) d^3 \mathbf{r}, \quad (\text{A.6})$$

onde \mathbf{A} é o potencial vetor da perturbação. Tomando a transformada espacial de Fourier de \mathbf{A} e j , podemos escrever

$$V = -\frac{1}{2} Re \sum_k (A_k(t) \cdot j_k^\dagger(t)), \quad (\text{A.7})$$

onde A_k por definição é uma função harmônica do tempo

$$A_k(t) = A_{\mathbf{k}\omega} e^{-i\omega t}. \quad (\text{A.8})$$

Transições entre diferentes estados do sistema são possíveis devido à ação da perturbação de V . Usando as equações (A.2) e (A.7), podemos avaliar os elementos da matriz de perturbação correspondente à transição $n \rightarrow m$:

$$V_{nm} = -\pi \sum_k \left\{ (A_{\mathbf{k}\omega} \cdot (j_{\mathbf{k}}^\dagger)_{nm}) \delta(\omega - \omega_{nm}) + (A_{\mathbf{k}\omega}^* \cdot (j_{\mathbf{k}}^\dagger)_{nm}) \delta(\omega + \omega_{nm}) \right\}. \quad (\text{A.9})$$

Como conseqüência, a probabilidade de transição de um sistema por unidade de tempo é igual a

$$\begin{aligned} w_{nm} = & \frac{\pi}{2\hbar^2} \sum_{k,k',i,j} A_i(k, \omega) A_j^*(k', \omega) \left\{ j_i^\dagger(k)_{nm} j_j(k')_{mn} \delta(\omega - \omega_{nm}) \right. \\ & \left. + j_i^\dagger(k)_{mn} j_j(k')_{nm} \delta(\omega + \omega_{nm}) \right\}. \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

Em cada transição de $n \rightarrow m$ o sistema absorve uma energia $\hbar\omega_{mn}$; a fonte desta energia é a perturbação externa. A energia absorvida pelo sistema por unidade de tempo pode ser escrita como

$$Q_n = \sum_m w_{nm} \hbar\omega_{nm}. \quad (\text{A.11})$$

Podemos encontrar a energia média absorvida pelo sistema realizando a média de

(A.11) sobre todos os estados n :

$$Q = \sum_{m,n} f(E_n) w_{nm} \hbar \omega_{nm}. \quad (\text{A.12})$$

Substituindo a equação (A.10) em (A.12) e usando o fato que em sistemas em equilíbrio $f(E_n)$ é dado pela função de Gibbs, podemos escrever

$$\begin{aligned} Q &= \frac{\pi\omega}{2\hbar} [e^{\hbar\omega/k_B T} - 1] \sum_{k,k',i,j} A_i(k, \omega) A_j^*(k', \omega) \\ &\times \sum_{m,n} e^{(E-E_n)/k_B T} j_i^\dagger(k)_{nm} j_j(k')_{mn} \delta(\omega - \omega_{nm}). \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

Comparando a expressão anterior com a equação (A.4), nós achamos a seguinte relação entre a energia média absorvida pelo sistema por unidade de tempo e a função de correlação,

$$Q = \frac{\omega}{4\hbar} [e^{\hbar\omega/k_B T} - 1] \sum_{k,k',i,j} A_i(k, \omega) A_j(k', \omega) \langle j_i^\dagger(k) j_j(k') \rangle_\omega. \quad (\text{A.14})$$

Por outro lado, a energia absorvida Q pode ser conectada com parâmetros macroscópicos, característicos das propriedades dissipativas do sistema. Quando não existe perturbação externa, temos $\langle j \rangle = 0$. A ação da perturbação (A.6), gera uma média não nula de j , o qual está relacionada com a magnitude do potencial perturbativo A ,

$$j_i = \sum_j \hat{\alpha}_{ij} A_j, \quad (\text{A.15})$$

onde $\hat{\alpha}_{ij}$ é um operador linear espaço-temporal. Podemos escrever a relação em

termos das suas componentes de Fourier

$$j_i(\mathbf{k}, \omega) = \sum_j \alpha_{ij}(\mathbf{k}, \omega) A_j(\mathbf{k}, \omega), \quad (\text{A.16})$$

onde $\alpha_{ij}(\mathbf{k}, \omega)$ é um tensor caracterizando as propriedades dissipativas do meio, denominado tensor resposta do sistema. A mudança de energia interna de será igual a média da derivada temporal do hamiltoniano do sistema. Como no hamiltoniano, apenas a perturbação V depende explicitamente do tempo, a mudança da energia interna do sistema pode ser escrita como

$$\frac{\partial U}{\partial t} = - \int (\dot{A}(r, t) \cdot j(r, t)) d^3r. \quad (\text{A.17})$$

Para obter a energia média por unidade de tempo da energia absorvida Q , podemos usar a Eq. (A.15), e efetuar uma média da expressão anterior. Podemos escrever Q da forma

$$Q = \frac{1}{4} i \omega \sum_{k,i,j} (\alpha_{ij}^* - \alpha_{ji}) A_i(\mathbf{k}, \omega) A_j^*(\mathbf{k}, \omega). \quad (\text{A.18})$$

Comparando esta equação com a (A.14), nós achamos que

$$\langle j_i^\dagger(k) j_j(k') \rangle_\omega = \frac{8\pi^3 \hbar}{e^{\hbar\omega/k_B T} - 1} i (\alpha_{ij}^* - \alpha_{ij}) \delta(k - k'). \quad (\text{A.19})$$

Esta expressão nos dá uma conexão entre a função de correlação das flutuações das quantidades físicas do nosso sistema e de suas propriedades características, representadas pelos coeficientes de α_{ij} . Usando as equação (A.3) e (3.5), podemos

escrever a seguinte expressão para a densidade espectral das flutuações de corrente

$$\langle \dot{J}_i \dot{J}_j \rangle_{\mathbf{k}\omega} = \frac{\hbar}{e^{\hbar\omega/k_B T} - 1} i[\alpha_{ij}^*(\omega, \mathbf{k}) - \alpha_{ij}(\omega, \mathbf{k})]. \quad (\text{A.20})$$

Esta expressão é denominada relação de flutuação dissipação, e determina completamente as flutuações de um sistema em equilíbrio.

Apêndice B

Evolução do Tensor de Correlação das Flutuações Magnéticas

Mostraremos alguns passos principais da derivação destas equações, de forma a dar uma idéia geral da análise feita por Subramanian (1999). Sabemos que

$$\begin{aligned}(\partial M_{ij}/\partial t) &= (\partial/\partial t)(\langle \delta B_i(\mathbf{x}, t)\delta B_j(\mathbf{y}, t) \rangle) \\ &= [(\partial/\partial t)(\langle B_i B_j \rangle) - (\partial/\partial t)(\langle B_i \rangle \langle B_j \rangle)].\end{aligned}\quad (\text{B.1})$$

O segundo termo pode ser avaliado usando a equação do campo médio. O primeiro termo pode ser calculado usando a equação (4.15) e o fato de que

$$(\partial/\partial t)(B_i(\mathbf{x}, t)B_j(\mathbf{y}, t)) = B_i(\mathbf{x}, t)(\partial B_j(\mathbf{y}, t)/\partial t) + (\partial B_i(\mathbf{x}, t)/\partial t)B_j(\mathbf{y}, t).\quad (\text{B.2})$$

A equação resultante pode ser resolvida iterativamente pegando a equação para $(\partial M_{ij}/\partial t)$ o qual depende das correlações do campo de velocidades turbulento T_{ij} ,

do campo de velocidades médio \mathbf{v}_0 e do campo magnético médio \mathbf{B}_0 e dos termos não lineares oriundos dos efeitos da difusão ambipolar. Temos então

$$\begin{aligned}
\frac{\partial M_{ij}}{\partial t} &= \langle \int {}^y R_{jppq} [v_T^p(\mathbf{y}, t) {}^x R_{ilm}(v_T^l(\mathbf{x}, s)[M_{mq} + B_0^m(\mathbf{x})B_0^q(\mathbf{y})]) ds \rangle \\
&+ \langle \int {}^x R_{ippq} [v_T^p(\mathbf{x}, t) {}^y R_{jlm}(v_T^l(\mathbf{y}, s)[M_{qm} + B_0^q(\mathbf{x})B_0^m(\mathbf{y})]) ds \rangle \\
&+ \langle \int {}^y R_{jppq} (v_T^p(\mathbf{y}, t) {}^y R_{qlm}(v_T^l(\mathbf{y}, s)M_{im})) ds \rangle \\
&+ \langle \int {}^x R_{ippq} (v_T^p(\mathbf{x}, t) {}^x R_{qlm}(v_T^l(\mathbf{x}, s)M_{mj})) ds \rangle \\
&+ \eta[\nabla_y^2 M_{ij} + \nabla_x^2 M_{ij}] + {}^y R_{jppq} (v_0^p(\mathbf{y})M_{iq}) + {}^x R_{ippq} (v_0^p(\mathbf{x})M_{qj}) \\
&+ {}^y R_{jppq} (\langle v_D^p(\mathbf{y})\delta B_i(\mathbf{x})B_q(\mathbf{y}) \rangle) + {}^x R_{ippq} (\langle v_D^p(\mathbf{x})B_q(\mathbf{x})\delta B_j(\mathbf{y}) \rangle),
\end{aligned} \tag{B.3}$$

onde definimos os operadores

$${}^x R_{ippq} = \epsilon_{ilm}\epsilon_{mpq}(\partial/\partial x^l) \text{ e } {}^y R_{jppq} = \epsilon_{ilm}\epsilon_{mpq}(\partial/\partial y^l). \tag{B.4}$$

O primeiro termo da equação (B.3) é dado por

$$\begin{aligned}
\langle \int {}^y R_{jppq} (v_T^p(\mathbf{y}, t) {}^x R_{ilm}(v_T^l(\mathbf{x}, s)M_{mq})) ds \rangle &= \\
& - \epsilon_{itu}\epsilon_{ulm}\epsilon_{jrs}\epsilon_{spq} \frac{\partial^2}{\partial r^r \partial r^t} [T^{lp} M_{mq}].
\end{aligned} \tag{B.5}$$

Para examinar a evolução de M_L devemos multiplicar as equações anteriores por $r^i r^j / r^2$. Podemos simplificar a equação resultante usando a seguinte identidade

$$r^i r^j \frac{\partial^2 A}{\partial r^r \partial r^t} = \frac{\partial^2 (Ar^i r^j)}{\partial r^r \partial r^t} - \delta_{jt} r^i \frac{\partial A}{\partial r^r} - \delta_{ir} r^j \frac{\partial A}{\partial r^t} - \delta_{jt} \delta_{ir} A, \tag{B.6}$$

onde $A = T^{lp}M_{mq}$. Então usando $\epsilon_{itu}\epsilon_{ulm} = \delta_{il}\delta_{tm} - \delta_{im}\delta_{tl}$, e a definição de T_{LL}, T_{NN} e C , podemos chegar na contribuição do primeiro termo de (B.3)

$$\frac{\partial M_L}{\partial t} = -\frac{1}{r^4} \frac{\partial}{\partial r} (r^4 T_{LL} \frac{\partial M_L}{\partial r}) + \frac{G}{2} M_L + 4CH. \quad (\text{B.7})$$

O segundo termo da equação (B.3) dá uma contribuição idêntica.

Para derivar a evolução de H devido estes termos, multiplicamos a equação (B.5) por $\epsilon_{ijf}r^f$. Usando o fato que a velocidade turbulenta e o campo em pequena escala têm divergência nula, temos então $M_{ij,j} = 0$ e $T_{ij,j} = 0$. Simplificando a contribuição do primeiro termo de (B.3)

$$\frac{\partial H}{\partial t} = -\frac{\epsilon_{ijf}r^f}{2r^2} [T_{ij,tr}M_{tr} + T_{tr}M_{ij,tr} - T_{ir,t}M_{tj,r} - T_{tj,r}M_{ir,t}]. \quad (\text{B.8})$$

Os primeiros dois termos da equação (B.8) podem ser simplificados notando que $\epsilon_{ijf}T_{ij} = 2Cr^f$ e $\epsilon_{ijf}M_{ij} = 2Hr^f$. Temos então

$$\begin{aligned} & - \frac{\epsilon_{ijf}r^f}{2r^2} [T_{ij,tr}M_{tr} + T_{tr}M_{ij,tr}] = \\ & - [T_{LL}H'' + T'_{LL}H' + \frac{4T_{LL}H'}{r} + M_L C'' + M'_L C' + \frac{4M_L C'}{r}], \end{aligned} \quad (\text{B.9})$$

onde o sinal ' denota derivada com respeito a r . Para avaliar a contribuição dos últimos dois termos da equação (B.8) é conveniente abrir os tensores M_{ij} e T_{ij} em uma parte simétrica e uma anti-simétrica. Utilizamos o índice S para parte simétrica e A para parte anti-simétrica. Desta forma podemos escrever

$$\begin{aligned} & \frac{\epsilon_{ijf}r^f}{2r^2} [T_{ir,t}M_{tj,r} + T_{tj,r}M_{ir,t}] = \frac{\epsilon_{ijf}r^f}{r^2} [T_{ir,t}^S M_{tj,r}^A + T_{ir,t}^A M_{tj,r}^S] \\ & = - \left[HT''_{LL} + CM''_L + T'_{LL}H' + M'_L C' + \frac{4HT'_{LL}}{r} + \frac{4CM'_L}{r} \right]. \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

Adicionando as contribuições das equação (B.9) e (B.10) temos

$$\frac{\partial H}{\partial t} = -\frac{1}{r^4} \frac{\partial}{\partial r} (r^4 \frac{\partial}{\partial r} [T_{LL}H + CM_L]). \quad (\text{B.11})$$

O segundo termo da equação (B.3) gera uma contribuição idêntica.

Os primeiros dois termos da equação (B.3) representam o efeito das correlações de velocidade nas flutuações magnéticas (M_{ij}) e no campo médio (B_0^i). Os dois termos seguintes estão ligados ao transporte turbulento das flutuações pelo campo de velocidades turbulento, o quinto e sexto termos representam os efeitos de difusão. Os sétimo e oitavo termos representam o transporte das flutuações magnéticas pelo campo de velocidades médio. Os últimos dois termos são devido

aos efeitos da difusão ambipolar.

De forma a obter equações para M_L e H , multiplicamos a equação (B.3) por $(r^i r^j)/r^2$ e $\epsilon_{ijf} r^f$ e usamos a identidade:

$$M_L(r) = M_{ij}(r^i r^j / r^2), \quad H(r) = M_{ij} \epsilon_{ijf} r^f / (2r^2). \quad (\text{B.12})$$

O terceiro e quarto termos adicionam a seguinte contribuição

$$4C(0)\epsilon_{jqm}(\partial M_{im}/\partial r^q) + 2T_{LL}(0)\nabla^2 M_{ij} \quad (\text{B.13})$$

na equação (B.3), justificando assim o termo transporte turbulento de M_{ij} . Devemos avaliar os últimos dois termos devido a difusão ambipolar. Eles adicionam uma contribuição de $-8aH(0, t)\epsilon_{jqm}(\partial M_{im}/\partial r^q) + 4aM_L(0, t)\nabla^2 M_{ij}$ na Eq. (B.3). Juntando todos os termos, nós chegamos em uma equação acoplada para evolução de M_L e H :

$$\frac{\partial M_L}{\partial t} = \frac{2}{r^4} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^4 \kappa_N \frac{\partial M_L}{\partial r} \right) + GM_L - 4\alpha_N, \quad H \quad (\text{B.14})$$

$$\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{1}{r^4} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^4 \frac{\partial}{\partial r} (2\kappa_N H + \alpha_N M_L) \right), \quad (\text{B.15})$$

onde nós definimos:

$$\begin{aligned} \kappa_N &= \eta + T_{LL}(0) - T_{LL}(r) + 2aM_L(0, t), \\ \alpha_N &= 2C(0) - 2C(r) - 4aH(0, t), \\ G &= -4 \left[\frac{d}{dr} \left(\frac{T_{NN}}{r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} (rT_{LL}) \right]. \end{aligned} \quad (\text{B.16})$$

Estas equações formam um conjunto de fechado de equações a derivadas parciais para evolução das correlações do campo magnético.

Apêndice C

Modelo Cosmológico Padrão

C.1 Métrica de Friedman-Robertson-Walker

Evidências observacionais como a isotropia da radiação cósmica de fundo nos levam a crer que o universo é um hiperespaço quadridimensional composto por uma direção temporal e uma variedade tridimensional espacial homogênea e isotrópica.

A métrica de Friedman-Robertson-Walker (FRW) pode ser obtida partindo apenas dessas hipóteses.

O elemento de linha mais geral para um universo homogêneo e isotrópico é dado por:

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) \left[\frac{1}{1 - kr^2} dr^2 + r^2(d\theta^2 + \text{sen}^2\theta d\phi^2) \right], \quad (\text{C.1})$$

onde $a(t)$ é o fator de escala da expansão e t o tempo no referencial de um observador comóvel (cujo deslocamento se deve apenas à expansão), também chamado

tempo cósmico.

A partir da equação (C.1), e de posse do formalismo da Relatividade Geral, onde o elemento de linha é dado por:

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu, \quad (\text{C.2})$$

podemos reconhecer a métrica FRW no tensor métrico representado por:

$$g_{\mu\nu} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{a^2(t)}{1-kr^2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -a^2(t)r^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -a^2(t)r^2 \text{sen}^2\theta \end{pmatrix}.$$

C.2 Tensor Energia-Momento

O conteúdo do universo pode ser aproximado por um fluido perfeito, onde existe interação entre as partículas mas não há troca de calor nem viscosidade. A forma mais simples do tensor energia-momento para um fluido com essas características pode ser escrita como:

$$T^{\mu\nu} = \rho u^\mu u^\nu + p S^{\mu\nu}, \quad \text{onde} \quad S^{\mu\nu} = a u^\mu u^\nu + b g^{\mu\nu}. \quad (\text{C.3})$$

Aqui, a e b são constantes. Impondo que as leis de conservação de energia e momento ($\nabla_\beta T^{\alpha\beta} = 0$) sejam respeitadas, o tensor energia-momento para um fluido perfeito é dado por:

$$T^{\mu\nu} = (\rho + p)u^\mu u^\nu - pg^{\mu\nu}, \quad (\text{C.4})$$

ou seja,

$$T^\mu_\nu = \begin{pmatrix} \rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -p & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -p & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -p \end{pmatrix}.$$

A componente temporal das equações de conservação resulta em:

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}(\rho + p) = 0, \quad (\text{C.5})$$

onde o ponto representa a derivada em relação ao tempo cósmico.

A homogeneidade espacial nos garante que tanto a pressão como a densidade são funções apenas do tempo.

C.3 Equações de Einstein

Com o intuito de estudar a dinâmica envolvida na evolução temporal de um universo homogêneo e isotrópico, devemos utilizar a métrica de FRW e o tensor energia-momento junto com as equações de Einstein, dadas por:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}(R + 2\Lambda)g_{\mu\nu} = 8\pi GT_{\mu\nu}, \quad (\text{C.6})$$

onde $R_{\mu\nu}$ é o tensor de Ricci, R o escalar de curvatura e Λ a constante cosmológica.

As componentes do tensor de Ricci são dadas por:

$$R_{00} = 3\frac{\ddot{a}}{a} = -4\pi G(\rho + p) + \Lambda, \quad (\text{C.7})$$

$$R_{0i} = 0, \quad (\text{C.8})$$

$$R_{ij} = -\frac{g_{ij}}{a^2}[2k + (a\ddot{a} + 2\dot{a}^2)] = 4\pi Gg_{ij}(p - \rho) + g_{ij} \Lambda. \quad (\text{C.9})$$

Utilizando estas expressões junto com (C.4) na equação (C.6), temos:

$$H^2 = \left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G}{3}\rho - \frac{k}{a^2} + \frac{\Lambda}{3} \quad (\text{C.10})$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p) + \frac{\Lambda}{3}. \quad (\text{C.11})$$

A expressão (C.10) é chamada *equação de Friedman*, H é conhecido como *parâmetro de Hubble* e a equação (C.11) como *equação da aceleração*. Nessas expressões, a densidade e a pressão correspondem a todo o conteúdo material do universo. Caso este possua mais de uma componente, ρ e p devem ser substituídos por suas respectivas somatórias sobre os constituintes em questão.

As equações de Einstein descrevem a evolução do universo com base em duas equações (equações (C.10) e (C.11)) e três incógnitas (a , ρ e p). Logo, precisamos de uma terceira equação independente das duas anteriores para encontrar a solução

do sistema. Para isto, podemos utilizar uma equação de estado

$$p = w\rho, \quad (\text{C.12})$$

onde w varia conforme o constituinte considerado.

Podemos definir a *densidade crítica* de energia, que pode ser utilizada para comparar as contribuições de cada componente para a densidade de energia total do universo. Podemos obtê-la dividindo a expressão (C.10) por H^2 :

$$1 = \frac{8\pi G}{3H^2}\rho_m - \frac{k}{a^2H^2} + \frac{\Lambda}{3H^2}. \quad (\text{C.13})$$

A densidade crítica é definida como a densidade total de energia em um universo com curvatura nula e sem constante cosmológica, logo,

$$\rho_{cr} = \frac{3H^2}{8\pi G}. \quad (\text{C.14})$$

A partir dela, podemos definir um parâmetro de densidade associado com cada constituinte, matéria, constante cosmológica, curvatura e radiação

$$\Omega_m = \frac{\rho_m}{\rho_{cr}}, \quad \Omega_\Lambda = \frac{\Lambda}{3H^2}, \quad \Omega_k = -\frac{k}{a^2H^2}, \quad \Omega_r = \frac{32\pi G\sigma T}{3H^2c^3}, \quad (\text{C.15})$$

assim, podemos escrever:

$$1 - \Omega_k = \Omega_{total} = \Omega_m + \Omega_\Lambda. \quad (\text{C.16})$$

Dados de cinco anos do *WMAP*, combinados com observações de Oscilações Acústicas de Bárions (*Baryon Acoustic Oscillations*-BAO) e supernovas do Tipo Ia, indicam valores de $H_0 = 70.5 \pm 1.3 \text{ km/s/Mpc}$, $\Omega_m h^2 = 0.1358^{+0.0037}_{-0.0036}$, $-0.0179 < \Omega_k < 0.0081$ e $\Omega_\Lambda = 0.726 \pm 0.015$, onde $H = 100h \text{ kms}^{-1}/\text{Mpc}$ (Komatsu *et al.* 2009).

Referências Bibliográficas

- Abassi, R. V. *et al.*, ApJ, 610, L73 (2004).
- Ahonen, J. & Enqvist, K., Phys. Lett. B, 382, 40, (1996).
- Akhiezer, A. I., Plovin, R. V., Sitenko, A. G., & Stepanov, K. N., *Plasma Electrodynamics* (Pergamon: Oxford 1975).
- Alfvén, H., Ark. Mat. Astron. Fys., 25B, 29, (1937).
- Alfvén, H., Z. Physik, 107, 579, (1937).
- Allen, S. W., Taylor, G. B., Nulsen, P. E. J., *et al.*, MNRAS, 324, 842, (2001).
- Andernach, H., Han Tie, Sievers, A., *et al.*, A&A, 73, 265, (1988).
- Arge, C. N., Mullan, D. J. & Dolginov, A. Z., ApJ, 443, 795, (1995).
- Atteia, J.-L., Boer, M., Hurley, K., *et al.*, ApJ, 320, L105, (1987).
- Bagchi, J., Pislar, V., & Lima Neto, G. B., MNRAS, 296, L23, (1998).
- Bagchi, J. Ensslin, T. A., Miniati, F., Stalin, C. S., Singh, M., Raychaudhury, S., Humeshkar, N. B., New Astron., 7, 249, (2002).
- Banerjee, R. & Jedamzik, K., Phys. Rev. D, 70, 123003, (2004).
- Barkana, R. & Loeb, A., Phys. Repts. 349, 125, (2001).
- Barnes, I., & Efstathiou, G., ApJ, 319, 575, (1987).
- Barut, A. O. and Gornitz, T., Found. Phys., 15, 433, (1985).
- Baym, G., Bödeker, D., & McLerran, L., Phys. Rev. D, 53, 662, (1996).
- Beck, R., Branderburg, A., Moss, D., Shukurov, A., and Sokoloff, D., ARA&A, 34, 155,

- (1996).
- Beck, R., AIP Conference Proceedings, 1085, 83, (2008).
- Bennet et al., Proc. R. Soc. London A, 198, 39, (1949).
- Biermann, L., Z. Naturforsch., 5a, 65, (1950).
- Biskamp, D. & Welter, H., Phys. Rev. Lett., 44, 16, (1980).
- Blackett, P. M. S., Nature, 159, 658, (1947).
- Blandford, R. D., & Znajek, R. L., Mon. Not. R. Astron. Soc. 179, 433, (1977).
- Blasi, P., Burles, S., & Olinto, A. V., ApJ, 514, 79, (1999).
- Boyanovsky, D., *NATO Advanced Study Institute on Phase Transitions in the Early Universe: Theory and Observations*, ed. de Vega, H. J., Khalatnikov, M., & Snachez, N. (Kluwer: Dordrecht/London 2001).
- Boyd, T. J. M. & Sanderson, J. J., *The Physics of Plasmas*(Cambridge University Press, 2003).
- Braginskii, S. I., Rev. Plas. Phys., 1, 205, (1965).
- Brandenburg, A. and Subramanian, K., A&A, 361, L33, (2000).
- Brandenburg, A. and Subramanian, K., Phys. Rep., 417, 1, (2005).
- Brunetti, G., *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, ed. S. Bowyer & C.-Y. Hwang, 349, (2003).
- Brunetti, G., Setti, G., Feretti, L., & Giovannini, G., MNRAS, 320, 365, (2001).
- Buren, V., ApJ, 294, 567, (1985).
- Carilli, C. L. & Taylor, G. B., A&RA, 40, 319, (2002).
- Cavaliere, A. & Fusco-Femiano, R., A&A, 49, 137, (1976).
- Cavaliere, A. & Fusco-Femiano, R., A&A, 70, 677, (1978).
- Cen, R., ApJ, 591, 12, (2003).
- Cheng, B., & Olinto, A. V., Phys. Rev. D, 50, 2421, (1994).
- Ciardi, B., Ferrara, A., White, S. D. M., MNRAS, 344, L7, (2003).

- Clarke, T. E., Kronberg, P. P., & Böhringer, H., *ApJ*, 547, 111, (2001).
- Cocconi, G., *Nuovo Cimento*, 3, 1422, (1956).
- Colafrancesco, S. & Giordano, F., *A&A*, 466, 421, (2007).
- Cooke, J., *et al.*, The Astronomy and Astrophysics Decadal Survey, Science White Papers, 53, (2009).
- Daly, R. A. and Loeb, A., *ApJ*, 364, 451, (1990).
- David, L. P., Jones, C., & Forman, W., *ApJ*, 445, 578, (1995).
- Dawson, J. M., *Adv. Plasma Phys.*, 1, 1, (1968).
- Demarco, R., Magnard, F., Durret, F., & Márquez, I., *A&A*, 407, 437, (2003).
- de Souza, R. S. and Opher, R., *Phys. Rev. D*77, 043529 (2008).
- Dolag, K., Bartelmann, M., & Lesch, H., *A&A*, 348, 351, (1999).
- Dolag, K. & Schindler, S., *A&A*, 364, 491, (2000).
- Dolag, K., Evrard, A., & Bartelmann, M., *A&A*, 369, 36, (2001a).
- Dolag, K., Schindler, S., Govoni, F., & Feretti, L., *A&A*, 378, 777, (2001b).
- Dolag, K., Bartelmann, M., & Lesch, H., *A&A*, 387, 383, (2002).
- Dolag, K., Grasso, D., Springel, V., & Tkachev, I., *JETP Lett*, 79, 583, (2004).
- Dolag, K., Grasso, D., Springel, V., & Tkachev, I., *JCAP*, 01, 09, (2005).
- Dolag, K., Vazza, F., Brunnetti, G., & Tormen, G., *MNRAS*, 364, 753, (2005).
- Dolgov, A., & Silk, J., *Phys. Rev. D*, 47, 3144, (1993).
- Dreher, J. W., Carilli, C. L., & Perley, R. A., *ApJ*, 316, 611, (1987).
- Duncan, R. C., Thompson, C., *ApJ*, L9, 392, (1992).
- Durret, F., Lima Neto, G. B., & Forman, W., *A&A*, 432, 809, (2005).
- Efstathiou, G. & Jones, B. J. T., *MNRAS*, 186, 133, (1979).
- Enqvist, K., & Olesen, P., *Phys. Lett. B*, 319, 178, (1993).
- Enqvist, K. Rez, A. I. & Semioz, V. B., *Nucl. Phys. B*, 436, 49, (1995).
- Farrar, G. R., & Piran, T., *Phys. Rev. Lett.*84, 3527, (2000).

- Feretti, L., Dallacasa, D., Govoni, F., *et al.*, A&A, 344, 472, (1999).
- Feretti, L., & Johnston-Hollitt, M., NewAR, 48, 1145, (2004).
- Feretti, L., Orr'ú, E., Brunetti, G., *et al.*, A&A, 423, 111, (2004).
- Feretti, L., Dallacasa, D., Govoni, F., *et al.*, A&A, 344, 472, (1999).
- Fermi, E., Phys. Rev., 75, 1169, (1949).
- Finoguenov, A., Reiprich, T. H., & Böhringer, H., A&A, 368, 749, (2001).
- Fukugita, M. & Kawasaki, M., MNRAS, 343, L25, (2003).
- Giovannini, G., Feretti, L., Venturi, T., Kim, K.-T., & Kronberg, P. P., ApJ, 406, 399, (1993).
- Giovannini, M., New Astron. 5, 335, (2000).
- Giovannini, M., Int. J. of Mod.Phys. D, 13, 391, (2004).
- Gnedin, N. Y., Ferrara, A., & Zweibel, E. G., ApJ, 539, 505, (2000).
- Govoni, F., Enßlin, T. A., Feretti, L., & Giovannini, G., A&A, 369, 441, (2001).
- Govoni, F., Taylor, G. B., Dallacasa, D., Feretti, L., & Giovannini, G., IAUJD 10, 16, (2002).
- Govoni, F. & Feretti, L., International Journal of Modern Physics D, 13, 1549, (2004).
- Grasso, D., & Rubinstein, H. R., Phys. Rep., 348, 163, (2001).
- Grasso, D., & Rubinstein, H. R., Phys. Lett. B, 379, 73, (1996).
- Haiman, Z. & Holder, G., P., ApJ, 595, 1, (2003).
- Halcomb, K. A. & Tajima, T., Phys. Rev. D, 40, 3809, (1989).
- Hall, J. S., & Mikesell, A. M. AJ, 54, 187, (1949).
- Han, J. L., Wielebinski, R., Chinese Journal of Astronomy and Astrophysics, 2, 293, (2002).
- Hiltner, W. A., ApJ, 109, 471, (1949).
- Hindmarsh, M., Everett, A., Phys. Rev. D, 58, 103505, (1998).
- Hogan, C. J., Phys. Rev. Lett., 51, 1488, (1983).

- Jackson, J. D., *Classical Electrodynamics* (John Wiley & Sons, New York 1975).
- Jafelice, L. C., Opher, R., Assis, A. S., & Busnardo-Neto, J., ApJ, 348, 61, (1990).
- Jafelice, L. C., Opher, R., MNRAS, 257, 135, (1992).
- Jaffe, W., ApJ, 241, 925, (1980).
- Jones, C. & Forman, W., ApJ, 276, 38, (1984).
- Kahniashvili, T., Maravin, Y., Kosowsky, A., astro-ph/0806.1876v1, (2008).
- Kaluza, T., Sitzungsber. Preuss. Akad. Wiss., Math. Klasse, 10, 966, (1921).
- Kang, H., Cen, R., Ostriker, J. P., & Ryu, D., ApJ, 428, 1, (1994).
- Katz, J. I., ApJ, 432, 107, (1994).
- Kazantsev, A. P., Sov. Phys. JETP, 26, 1031, (1968).
- Kim, K. T., Kronberg, P. P., Giovannini, G., & Venturi, T. Nature, 341, 720, (1989).
- Kim, K.-T., Kronberg, P. P., & Tribble, P. C., ApJ, 379, 80, (1991).
- Klein, O., Z. Phys., 37, 895, (1926).
- Komatsu, E., Dunkley, J., Nolta, M. R., Bennett, C. L., Gold, B., Hinshaw, G., Jarosik, N., Larson, D., Limon, M., Page, L., Spergel, D. N., Halpern, M., Hill, R. S., Kogut, A., Meyer, S. S., Tucker, G. S., Weiland, J. L., Wollack, E. & Wright, E. L., ApJS, 180, 330, (2009).
- Kritsuk & Norman, ApJ, 580, 51, (2002).
- Kronberg, P. P., Perry, J. J. & Zukowski, E. L. H., ApJ Letters, 355, 31, (1990).
- Kronberg, P. P., Rep. Prog. Phys., 57, 325, (1994).
- Kubo, R., J. Phys. Soc. Japan, 12, 570, (1957).
- Kulsrud, R. M., ARA&A, 37, 37 (1999).
- Kulsrud, R. M., *Plasma Physics for Astrophysics*(Princeton University Press, 2005)
- Kulsrud, R. M. & Zweibel, E. G., Rep. Prog. Phys. 71, 046901 (2008).
- Lacey, C. & Cole, S., MNRAS, 262, 627, (1993).
- Laganá, T. F., Lima Neto, G. B., Andrade-Santos, F., & Cypriano, E. S., A&A, 485,

- 633, (2008).
- Landau, L. D., and Lifshitz, E. M., *Fluid Mechanics* (Oxford; Pergamon, 1987).
- Laros, J. G., Fenimore, E. E., Fikani, M. M., Klebesadel, R. W., & Barat, C., *Nature*, 322, 152, (1986).
- Lau, E. T., Kravtsov, A. V., Nagai, D., astro-ph/0903.4895, (2009).
- Lazarian, A., *Astronomische Nachrichten*, 327, 609, (2006).
- Lee, H. K.; Wijers, R. A. M. J. & Brown, G. E., *Phys. Rep.*, 325, 83, (2000).
- Lei, W. H., Wang, D. X., Ma & R. Y., *Chin. J. Astron. Astrophys.*, 5, (2005).
- Lei, W. H., Wang, D. X., Zou, Y. C. & Lei, Z., *Chin. J. Astron. Astrophys.*, 8, 404, (2008).
- Lloyd, N. M., & Petrosian, V. *ApJ*, 543, 722, (2000).
- Loeb, A. & Mao, S., *ApJ*, 435, L109, (1994).
- Luchak, G., *Can. J. Phys.*, 29, 470, (1952).
- Malyshkin, L., & Kulsrud, R. M., *ApJ*, 571, 619, (2002).
- Markevitch, M. & Vikhlinin, A., *PhysicResp*, 443, 1, (2007).
- Matarrese, S., Mollerach, S., Notari, A. & Riotto, A., *Phys. Rev. D*, 71, 043502, (2005).
- Mereghetti, S. & Stella, L., *ApJ*, 442, L17, (1995).
- McComb, W. D., *The Physics of Fluid Turbulence* (Oxford: Clarendon 1990).
- Medina-Tanco, G., Ensslin, T. A., *Astropart. Phys.*, 16, 47, (2001).
- Meszáros, P., Rees, M. J., & Wijers, R. A. M. J., *ApJ*, 499, 301, (1998).
- Meszáros, P., *Rep. Prog. Phys.*, 69, 2259, (2006).
- Mikhail, F. I., Wanas, M. I. & Eid, A. M., *Ap&SS*, 228, 221, (1995).
- Miranda, O. D. & Opher, R., *MNRAS*, 283, 912, (1996).
- Miranda, O. D. & Opher, R., *ApJ*, 482, 573, (1997).
- Miranda, O., Opher, M., & Opher, R., *MNRAS*, 301, 547, (1998).
- Modjaz, M., Moran, J.M. Greenhill, L.J. & Kondratko, P.T., *Magnetic Fields in the*

- Accretion Disks of AGN: NGC 4258*, in: *Quasar Cores and Jets, 25th meeting of the IAU, Joint Discussion 18*, Sydney, Australia, (2003).
- Monin, A. S. & Yaglom, A. A., *Statistical Fluid Mechanics*, (Vol. 2 Cambridge: MIT Press, 1975).
- Morrison, P., *Rev. Mod. Phys.*, 29, 235, (1957).
- Naoz, S., Noter, S., Barkana, R., *MNRAS*, 376, 98, (2006).
- Norman, M. L. & Bryan, G. L., *Lecture Notes in Physics, Berlin Springer Verlag, Vol. 530, The Radio Galaxy Messier 87*, ed. H.-J. Röser & K. Meisenheimer, 106, (1999).
- Opher, M., & Opher, R., *Phys. Rev. Lett.*, 79, 2628, (1997a).
- Opher, M., & Opher, R., *Phys. Rev. D*, 56, 3296, (1997b).
- Opher, M., & Opher, R., *Phys. Rev. D*, 82, 4835, (1999).
- Opher, R. & Wichoski, U. F., *Phys. Rev. Lett.*, 78, 787, (1997).
- Padmanabhan, T., *Structure Formation in the Universe* (Cambridge: Univ. Press 1993).
- Papapetrou, A., *Philos. Mag.*, 41, 399, (1950).
- Parker, E. N., *J. Geophys. Res.*, 62, 509, (1957).
- Parker, L., *Phys. Rev. Lett.*, 21, 562, (1968).
- Parker, E. N., *ApJ*, 163, 255 (1971).
- Parker, E. N., *Cosmical Magnetic Fields* (Clarendon Press: Oxford 1979).
- Passavano *et al.*, *ApJ*, 584, 797, (2003).
- Pauli, W., *Ann. Phys.*, 18, 305, (1933).
- Peebles, P. J. E., *ApJ*, 147, 859, (1967).
- Peebles, P. J. E., *ApJ*, 155, 393, (1969).
- Peebles, P. J. E., *Principles of Physical Cosmology* (Princeton: Princeton Univ. Press 1993).
- Perley, R. A. & Taylor, G. B., *AJ*, 101, 1623, (1991).
- Perry, J. J., *In Cosmical Magnetism*. (ed. Lyndon-Bell, 144, 51, Cambridge 1994).

- Piffaretti, R. & Valdarnini, R., arXiv:0808.1111, (2008).
- Piran, T., Rev. Mod. Phys., 76, 1143, (2005).
- Pislar, V., Durret, F., Gerbal, D., Lima Neto, G. B., & Slezak, E., A&A, 322, 53, (1997).
- Pollack, L. K., Taylor, G. B., & Allen, S. W., MNRAS, 359, 1229, (2005).
- Popham R., Woosley S. E. & Fryer C., ApJ, 518, 356, (1999).
- Pudritz, R. E., & Silk, J., ApJ, 342, 650, (1989).
- Quashnock, J. M., Loeb, A., & Spergel, D. N., ApJ, 344, L49, (1989).
- Rasia, E., Tormen, G., & Moscardini, L., 351, 237, MNRAS, (2004).
- Rasia, E., Ettori, S., Moscardini, L., Mazzotta, P., Borgani, S., Dolag, K., Tormen, G., Cheng, L. M., & Diaferio, A., MNRAS, 369, 2013, (2006).
- Rees, M. J., & Rheinhardt, M., A&A, 19, 189, (1972).
- Rees, M. J., QJRAS, 28, 197, (1987).
- Rees, M. J., *Cosmical Magnetism*, ed. D.Lynden-Bell (Dordrecht: Kluwer, 155, 1994).
- Reiprich, T. H. & Böhringer, H., ApJ, 567, 716, (2002).
- Ricker, P. M. & Sarazin, C. L., ApJ, 561, 621, (2001).
- Rosner, R. & Deluca, E., IAUS, 136, 319, (1989).
- Rostoker, N., Aamodt, R., & Eldridge, O., Ann. Phys., 31, 243, (1965).
- Ruzmaikin, A. A, Shukurov, A. M., & Sokoloff, D. D., *Magnetic Fields of Galaxies* (Kluwer Academic publisher: Dordrecht 1988).
- Radiative Process in Astrophysics*, (Wiley-Interscience publication 1979).
- Ryu, D., Kang, H., & Biermann, P. L., A&A, 335, 19, (1998).
- Ryu, D., Ostriker, J. P., Kang, H., & Cen, R., ApJ, 414, 1, (1993).
- Ryu, D., Kang, H., Cho, J. & Das, S., Science, 320, 909, (2008).
- Sanchez-Salcedo, F. J., Brandenburg, A., & Shukurov, A., ApSS, 263, 87, (1999).
- Sarazin, C. L., Reviews of Modern Physics, 58, 1, (1986).
- Sarazin, C. L., *Astrophysics and Space Science Library, Vol. 272, Merging Processes in*

- Galaxy Clusters*, ed. L. Feretti, I. M. Gioia, & G. Giovannini, 1–38, (2002).
- Sari, R., Piran, T., & Narayan, R., *ApJ*, 497, L17, (1998).
- Schekochihin, A. A., Boldyrev, S. A., Kulsrud, R. M., *ApJ*, 567, 828, (2002).
- Schuecker, P., Finoguenov, A., Miniati, F., Böhringer, H., & Briel, U. G., *A&A*, 426, 387, (2004).
- Schuster, A., *Proc. R. Inst.*, 13, 273, (1980).
- Shklovskij, I., *Dokl. Akad. Nauk. USSR*90, 983, (1953).
- Shu, F. H., *Gas Dynamics, V.II of The Physics of Astrophysics* (University Science Books 1992).
- Sigl, G., Olinto, A., & Jedamkiz, K., *Phys. Rev. D*, 55, 4582, (1997).
- Sigl, G., Miniati, F., & Ensslin, T. A., *Phys. Rev. D*, 68, 043002, (2003).
- Sirag, S. P., *Nature*, 278, 535, (1979).
- Sitenko, A. G., *Electromagnetic Fluctuations in Plasma* (NY:Academic Press 1967).
- Soker, N. & Sarazin, C. L., *ApJ*, 348, 73, (1990).
- Soltan, A. *MNRAS*, 200, 115, (1982).
- Somerville, R., S., & Livio, M., *ApJ*, 593, 611, (2003).
- Spitzer Jr, L., *Physics of fully ionized gases*, (New York: Wiley, 1962).
- Steenbeck, M., Krause, F., & Rädler, K. H., *Z. Naturforsch.*, 21a, 369, (1966).
- Sturrock, P. A. , *Plasma Physics* (Cambridge: Cambridge Univ. Press 1994).
- Subramanian, K., Narasimha, D., & Chitre, S. M., *MNRAS*, 271, 15, (1994).
- Subramanian, K., *Phys. Rev. Lett.*, 83, 2957, (1999).
- Subramanian, K., *Astron. Nachr.*, 327, 403, (2006a).
- Subramanian, K., Shukurov, A., & Haugen, N. E. L., *MNRAS*, 366, 1437, (2006b).
- Tajima, T., Sakai, J., Nakajima, H., Kosugi, T., Brunel, F., & Kundu, M. R., *ApJ*, 321, 1031, (1987).
- Tajima, T., Cable, S., Shibata, K., & Kulsrud, R. M., *ApJ*, 390, 309, (1992).

- Tajima, T., Cable, S., & Kulsrud, R. M., *Phys. Fluids B*, 4, 2338, (1992).
- Takahashi, K., Ichiki, K., Ohno, H., & Hanayama, H., *Phys. Rev. Lett.*, 95, 121301, (2005).
- Tashito, H. & Sugiyama, N., *MNRAS*, 368, 965, (2006).
- Taylor, G. B. & Perley, R. A., *ApJ*, 416, 554, (1993).
- Taylor, G. B., Barton, E. J., & Ge, J., *AJ*, 107, 1942, (1994).
- Taylor, G. B., Fabian, A. C., & Allen, S. W., *MNRAS*, 334, 769, (2002).
- Thompson, C., Duncan, R. C., *MNRAS*, 275, 255, (1995).
- Thompson, C., Duncan, R. C., *ApJ*, 473, 322, (1996).
- Turner, M. S., Widrow, L. M., *Phys. Rev. D*, 37, 2743, (1988).
- Uzdensky, D. A., The Astronomy and Astrophysics Decadal Survey, *Science White Papers*, 302, (2009).
- Vachaspati, T., *Phys. Lett. B*, 265, 258, (1991).
- Vainshtein, S. I., & Ruzmaikin, A. A., *Sov. Astron.*, 15, 714, (1972).
- Vainshtein S. I. & Kichatinov, L. L., *JFM*, 168, 73, (1986).
- Vallée, J. P., *Fund. Cosm. Phys.*, 19, 1, (1997).
- Vallée, J. P., *New Astronomy Reviews*, 48, 763, (2004).
- Vikhlinin, A., Kravtsov, A., Forman, W., *et al.*, *ApJ*, 640, 691, (2006).
- Vink, J., Kuiper, L., *MNRAS*, 370, 14, (2006).
- Vogt, C., & Ensslin, T. A., *A&A*, 412, 373, (2003).
- Volonteri, M. *et al.*, *ApJ*, 620, 69, (2005).
- Walsh, W., Beck, R., Thuma, G., *et al.*, *A&A* 388, 7, (2002).
- Wang, J. M., Chen, Y. M., Ho, L. C., & McLure, R. J., *ApJ*, 642, 10, (2006).
- Wasserman, I., *ApJ*, 224, 337, (1978).
- Weinberg, S., *Cosmology* (Oxford, University Press, 2008).
- Westerhoff, S. *et al.*, *Nucl. Phys. B*, 46, 136, (2004).

- White, S. D. M., ApJ, 286, 38, (1984).
- White, D. A. & Fabian, A. C., MNRAS, 273, 72, (1995).
- Widrow, L. M., Rev. Mod. Phys., 74, 775, (2002).
- Woodward, J. F., Found. Phys. 19, 1345, (1989).
- Wu, X. P. & Fang, L.-Z., ApJ, 483, 62, (1997).
- Xue, Y. J. & Wu, X.-P., MNRAS, 318, 715, (2000).
- Zavala, R.T. & Taylor, G.B., New Astron. Rev., 47, 589, (2003).
- Zel'dovich, Y. B., Ruzmaikin, A. A., & Sokoloff, D. D., *Magnetic Fields in Astrophysics*
(New York: Gordon & Breach 1983).
- Zhang, P., MNRAS, 348, 1348, (2004).
- Zweibel, G. & Heiles, C., Nature 385, 131, (1997).

Origin of primordial magnetic fields

Rafael S. de Souza* and Reuven Opher†

IAG, Universidade de São Paulo, Rua do Matão 1226, Cidade Universitária, CEP 05508-900, São Paulo, SP, Brazil
(Received 30 May 2007; published 28 February 2008)

Magnetic fields of intensities similar to those in our galaxy are also observed in high redshift galaxies, where a mean field dynamo would not have had time to produce them. Therefore, a primordial origin is indicated. It has been suggested that magnetic fields were created at various primordial eras: during inflation, the electroweak phase transition, the quark-hadron phase transition (QHPT), during the formation of the first objects, and during reionization. We suggest here that the large-scale fields $\sim \mu\text{G}$, observed in galaxies at both high and low redshifts by Faraday rotation measurements (FRMs), have their origin in the electromagnetic fluctuations that naturally occurred in the dense hot plasma that existed just after the QHPT. We evolve the predicted fields to the present time. The size of the region containing a coherent magnetic field increased due to the fusion of smaller regions. Magnetic fields (MFs) $\sim 10 \mu\text{G}$ over a comoving $\sim 1 \text{ pc}$ region are predicted at redshift $z \sim 10$. These fields are orders of magnitude greater than those predicted in previous scenarios for creating primordial magnetic fields. Line-of-sight average MFs $\sim 10^{-2} \mu\text{G}$, valid for FRMs, are obtained over a 1 Mpc comoving region at the redshift $z \sim 10$. In the collapse to a galaxy (comoving size $\sim 30 \text{ kpc}$) at $z \sim 10$, the fields are amplified to $\sim 10 \mu\text{G}$. This indicates that the MFs created immediately after the QHPT (10^{-4} s), predicted by the fluctuation-dissipation theorem, could be the origin of the $\sim \mu\text{G}$ fields observed by FRMs in galaxies at both high and low redshifts. Our predicted MFs are shown to be consistent with present observations. We discuss the possibility that the predicted MFs could cause non-negligible deflections of ultrahigh energy cosmic rays and help create the observed isotropic distribution of their incoming directions. We also discuss the importance of the volume average magnetic field predicted by our model in producing the first stars and in reionizing the Universe.

DOI: [10.1103/PhysRevD.77.043529](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.77.043529)

PACS numbers: 52.35.Bj, 94.30.Kq, 98.80.Cq

I. INTRODUCTION

The origin of galactic and extragalactic magnetic fields is one of the most challenging problems in modern astrophysics [e.g., [1,2]]. Magnetic fields on the order of $\sim \mu\text{G}$ are detected in galaxies as well as in clusters of galaxies. It is generally assumed that the coherent large-scale $\sim \mu\text{G}$ magnetic fields observed in disk galaxies are amplified and maintained by an $\alpha - \omega$ dynamo, which continuously generates new fields by the combined action of differential rotation (ω) and helical turbulence (α). However, the dynamo mechanism needs seed magnetic fields and sufficient time in order to amplify them.

There have been many attempts to explain the origin of seed fields. One of the most popular is that they are generated by the Biermann mechanism [3]. It has been suggested that this mechanism acts in diverse astrophysical systems, such as large-scale structure formation [4–6], cosmological ionizing fronts [7], and formation of supernova remnants of the first stars [8]. Outflows is an additional means of filling protogalaxies with magnetic fields. For example, in Sec. III G, we discuss outflows of magnetic fields from extragalactic jets, as suggested in [9].

Another suggestion for the origin of seed fields is that they were created by different mechanisms in the very early Universe, before galaxy formation took place. For example, such fields may have been created during the quark-hadron phase transition (QHPT), when the Universe was at a temperature $T_{\text{QHPT}} \cong 10^{12} \text{ K}$ (Sec. III A), during the electroweak phase transition (Sec. III B), or in the inflation era (Sec. III C).

One major difficulty with most scenarios for the creation of magnetic fields in the very early primordial Universe ($\ll 1 \text{ sec}$), such as those discussed in Secs. III A, III B, and III C, is the small coherence lengths of the fields at redshifts $z \lesssim 10$. The coherence length is limited by the radius of the horizon at the time of the creation of the magnetic field. When expanded to the present time, the coherence length is too small to explain the existing observed large coherent magnetic fields on the order of the size of galaxies.

In this paper, we suggest that the observed magnetic fields have their origin in the electromagnetic fluctuations in the hot dense plasmas of the very early Universe. This is a natural way to create magnetic fields and circumvents the problem of small coherence lengths. The fluctuation-dissipation theorem predicts very large magnetic fields in the equilibrium plasma immediately after the QHPT. We evolve these fields to a redshift $z \sim 10$, when galaxies were beginning to form and find them to be sufficiently strong to

*Rafael@astro.iag.usp.br

†Opher@astro.iag.usp.br

explain the magnetic field observations in both high and low redshift galaxies.

We investigate the magnitude of the present magnetic fields in galaxies and the intergalactic medium created by the plasma fluctuations shortly after the QHPT, when the plasma properties are well understood. The magnetic fields, created by the plasma fluctuations before the QHPT, are poorly understood and we leave their evaluation for a future investigation.

Using the fluctuation-dissipation theorem (FDT), Opher and Opher [10–12] studied the magnetic fluctuations as a function of frequency in the primordial nucleosynthesis era and found that they were very large, in particular, at zero frequency. This can be compared with the blackbody prediction which has a zero amplitude magnetic fluctuation at zero frequency.

Tajima *et al.* [13] suggested that the large magnetic fluctuations predicted by the FDT at an early epoch did not dissipate, but continued to exist to the present epoch and now contribute to the dominant magnetic field. This scenario is investigated in detail here. Since the largest magnetic fluctuations in the plasma occurred shortly after the QHPT, we begin our calculations at this epoch.

Primordial magnetic fields can effect the incoming directions of ultrahigh energy cosmic rays (UHECRs) above 3×10^{18} eV. In the last section (Sec. VI) we discuss the possible importance of our predicted primordial magnetic fields on UHECRs.

We review the observations of astrophysical magnetic fields in Sec. II Previous suggestions for creating primordial magnetic fields are given in Sec. III. The creation of magnetic fields in the fluctuations of the hot dense primordial plasma is discussed in Sec. IV. In Sec. V, we discuss our model, based on the analysis in Sec. IV. Our conclusions as well as a discussion of our results are presented in Sec. VI.

II. OBSERVATIONS OF COSMIC MAGNETIC FIELDS

The magnetic fields in our Galaxy have been studied by several methods. Measurements of the Zeeman effect in the 21 cm radio line in galactic HI regions reveal magnetic fields $\approx 2\text{--}10 \mu\text{G}$. Similar values for the magnetic fields in other galaxies have been obtained from Faraday rotation surveys.

Observations of a large number of Abell clusters have provided information on magnetic fields in clusters of galaxies [14–16]. The typical magnetic field strength in the cluster is $\sim 1\text{--}10 \mu\text{G}$, coherent over 10–100 kpc.

High resolution Faraday rotation measurements (FRMs) of high z quasars allow for the probing of magnetic fields in the past. A magnetic field of $\sim \mu\text{G}$ in a relatively young spiral galaxy at $z = 0.395$ was measured by FRMs from the radio emission of the quasar PKS 229-021, lying be-

hind the galaxy, at $z = 1.038$ [17]. Magnetic fields $\sim \mu\text{G}$ are also observed in $L\gamma\alpha$ clouds at redshifts $z \sim 2.5$ [1].

III. PREVIOUS SUGGESTIONS FOR CREATING PRIMORDIAL MAGNETIC FIELDS

There have been various scenarios suggested for the source of primordial magnetic fields. In this section, we review some of the most important ones.

A. Magnetic fields created at the quark-hadron phase transition

In the magnetogenesis scenario at the QHPT, proposed by Quashnock *et al.* [18], an electric field was created behind the shock fronts due to the expanding bubbles of the phase transition. The baryon asymmetry, which was presumed to have already been present, resulted in a positive charge on the baryonic component and a negative charge on the leptonic component of the primordial plasma, so that the charge neutrality of the Universe was preserved. As a consequence of the difference between the equations of state of the baryonic and leptonic fluids, a strong pressure gradient was produced by the passage of the shock wave, giving rise to a radial electric field behind the shock front. Quashnock *et al.* [18] estimated the strength of the electric field to be

$$eE \approx 15 \left(\frac{\epsilon}{0.1} \right) \left(\frac{\delta}{0.1} \right) \left(\frac{kT_{\text{QHPT}}}{150 \text{ MeV}} \right) \left(\frac{100 \text{ cm}}{l} \right) \frac{\text{keV}}{\text{cm}}, \quad (1)$$

where ϵ is the ratio of the energy density of the two fluids, $\delta \equiv (l\Delta p/p)$, Δp is the pressure gradient, and l is the average comoving distance between the nucleation sites. They suggested that non-negligible fields were produced when shock fronts collided, giving rise to turbulence and vorticity on scales of order l . It was found that the magnetic field produced on the comoving scale ~ 1 AU has a present magnitude $\sim 2 \times 10^{-17}$ G.

Cheng and Olinto [19] showed that strong magnetic fields might have been produced during the coexistence phase of the QHPT, during which a baryon excess builds up in front of the bubble wall as a consequence of the difference of the baryon masses in the quark and hadron phases. In this scenario, magnetic fields were generated by the peculiar motion of the dipoles, which arose from the convective transfer of the latent heat released by the expanding walls. The field created at the QHPT was estimated by Cheng and Olinto [19] to be $\approx 10^{-16}$ G at the present epoch, on a comoving coherence length ≈ 1 pc. On a comoving galactic length scale, they estimated the field to be $\approx 10^{-20}$ G.

Sigl *et al.* [20] predicted a present magnetic field $\approx 10^{-9}$ G. However, they used very special conditions, such as efficient amplification by hydromagnetic instabilities during the QHPT.

B. Magnetic fields from the electroweak phase transition

There have been some suggestions made for the origin of primordial magnetic fields based on the electroweak phase transition (EWPT). A first order EWPT could possibly have generated magnetic fields [20,21]. During the EWPT, the gauge symmetry broke down from the electroweak group $SU(2)_L \times U(1)_Y$ to the electromagnetic group $U(1)_{EM}$. The transition appears to have been weakly first order, or possibly second order, depending upon various parameters, such as the mass of the Higgs particle [21,22]. If it were first order, the plasma would have supercooled below the electroweak temperature, ≈ 100 GeV. Bubbles of broken symmetry would have nucleated and expanded, eventually filling the Universe. At the time of the EWPT, the typical comoving size of the Hubble radius and the temperature were $L_H \approx 10$ cm and $T_H \approx 100$ GeV, respectively. A comoving bubble of size $L_B = f_B L_H$ would have been created with $f_B \approx 10^{-3}$ – 10^{-2} [21]. The fluids would have become turbulent when two walls collided. Fully developed MHD turbulence would have led rapidly to equipartition of the field energy up to the scale of the largest eddies in the fluid, assumed to have been comparable to L_B . The magnetic field strength at the EWPT would have been

$$B \simeq (4\pi\epsilon)^{1/2} (T_{EW}) T_{EW}^2 \left(\frac{v_{wall}}{c} \right)^2 \simeq (7 \times 10^{21}) - (2 \times 10^{24}) \text{ G}, \quad (2)$$

where $\epsilon = g_* a T_{EW}^4 / 2 \simeq 4 \times 10^{11} \text{ GeV fm}^{-3}$ is the energy density at the time of the EWPT [23].

Magnetic fields could also have arisen in cosmological phase transitions even if they were of second order [24]. In the standard model, the EWPT occurred when the Higgs field ϕ acquired a vacuum expectation value η . To estimate the field strength on larger scales, Vachaspati [24] assumed that ϕ executed a random walk on the vacuum manifold with step size ξ . Over a distance $L = N\xi$, where N is a large number, the field ϕ changes on the average by $N^{1/2} \eta^{-1}$. On a comoving galactic scale, $L = 100$ kpc, at the recombination era ($z \sim 1100$), Vachaspati [24] found a magnetic field $\simeq 10^{-23}$ G.

C. Magnetic fields generated during inflation

Inflation naturally produced effects on large scales, very much larger than the Hubble horizon, due to microphysical processes operating in a causally connected volume before inflation [25]. If electromagnetic quantum fluctuations were amplified during inflation, they could appear today as large-scale coherent magnetic fields. The main obstacle to the inflationary scenario is the fact that in a conformally flat metric, such as the Robertson-Walker, the background gravitational field does not produce relativistic particles if

the underlying theory is conformally invariant [26]. This is the case for photons, for example, since classical electrodynamics is conformally invariant in the limit of vanishing fermion masses (i.e., masses much smaller than the inflation energy scale). Several ways of breaking conformal invariance have been proposed. Turner and Widrow [25] considered three possibilities:

- (1) introducing a gravitational coupling, such as $RA_\mu A^\mu$ or $R_{\mu\nu} A^\mu A^\nu$, where R is the Ricci scalar, $R_{\mu\nu}$ the Ricci tensor, and A^μ is the electromagnetic field. These terms break gauge invariance and give the photons an effective time-dependent mass. Turner and Widrow [25] showed that for some suitable (though theoretically unmotivated) choice of parameters, such a mechanism could give rise to galactic magnetic fields, even without invoking the galactic dynamo;
- (2) introducing terms of the form $R_{\mu\nu\lambda\kappa} F^{\mu\nu} F^{\lambda\kappa} / m^2$ or $RF^{\mu\nu} F_{\mu\nu}$, where m is some mass scale, required by dimensional considerations. Such terms arise due to one loop vacuum polarization effects in curved space-time. They can account, however, for only a very small primordial magnetic field; and
- (3) coupling of the photon to a charged field that is not conformally coupled or anomalous coupling to a pseudoscalar field.

Dolgov and Silk [27] proposed a model invoking a spontaneous breaking of the gauge symmetry of electromagnetism, implying nonconservation of the electric charge in the early evolution of the Universe.

D. Generation of the primordial magnetic fields during the reionization epoch

Gnedin, Ferrara, and Zweibel [7] investigated the generation of magnetic fields by the Biermann battery in cosmological ionization fronts, using simulations of reionization by stars in protogalaxies. They considered two mechanisms: (1) the breakout of ionization fronts from protogalaxies; and (2) the propagation of ionization fronts through high-density neutral filaments. The first mechanism was dominant prior to the overlapping of ionized regions ($z \approx 7$), whereas the second mechanism continued to operate after that epoch as well. After overlap, the magnetic field strength at $z \approx 5$ closely traced the gas density and was highly ordered on comoving megaparsec scales. The present mean field strength was found to be $\approx 10^{-19}$ G in their simulation. Their results corroborate those of Subramanian *et al.* [28].

E. Generation of magnetic fields due to nonminimal gravitational-electromagnetic coupling after recombination

The generation of magnetic fields by nonminimal coupling was investigated by Opher and Wichoski [29]. From

general relativity, it can be shown that, if we have a mass spinning at the origin, the space-time metric g_{oi} is equal to the vector product of the angular momentum L and the radial vector r , times $2G/c^3 r^3$, where G is the gravitational constant. Opher and Wichoski [29] suggested that the magnetic field created is proportional to the curl of g_{oi} , where the proportionality constant $\sim(G)^{1/2}/2c$ was used, based on the data of the planets in our solar system [30,31].

Angular momentum in galaxies has been previously suggested to have been created by tidal torques between protogalaxies [32–35]. The spin parameter λ is defined as the ratio of the angular velocity of the protogalaxy to the angular velocity required for the protogalaxy to be supported by rotation alone. Numerical simulations find $\lambda \sim 0.05$, while observations of spiral galaxies show $\lambda \sim 0.5$. Since λ is proportional to the square root of the binding energy, it increases by a factor of 10 in the formation of a galaxy due to an increase of the binding energy by a factor of 100 (i.e., the radius of the protogalaxy decreases by a factor of 100).

In their calculations, Opher and Wichoski [29] investigated models in which the angular momentum of a galaxy increased until the decoupling redshift z_d and remained constant thereafter. At the decoupling redshift, the spin parameter was $\lambda \sim 0.05$. They found present galactic magnetic fields $\sim 0.58 \mu\text{G}$ for a decoupling redshift $z_d = 100$ and noted that galactic magnetic fields $\sim \mu\text{G}$ could be produced by this mechanism without the need for dynamo amplification.

F. Creation of magnetic fields from primordial supernova explosions

Primordial supernova explosions could also be the origin of magnetic fields in the Universe [8,36,37]. The scenario investigated was a generic multicycle explosive model, in which a Population III object collapsed and then exploded, creating a shock. Matter was swept up by the shock, increasing the density by a factor of 4 (for the case of a strong shock). This matter was heated to a high temperature, which then cooled down. Eventually spheres of radii of approximately half the shell thickness formed and subsequently collapsed into Population III stars. They then exploded, starting a new cycle. The supernova shells produced eventually coalesced. It was assumed that the gradients of temperature and density in the resultant shell were not parallel and that, therefore, a magnetic field was created due to the Biermann mechanism. The rate of change of the magnetic field with time is equal to the vector product of the density gradient and the temperature gradient times $4\pi k_B/\pi en$, where n is the particle density and k_B is the Boltzmann constant. It was found that this process creates a galactic seed magnetic field $\sim 10^{-16}$ G, which could be later amplified by a dynamo mechanism.

G. The origin of intergalactic magnetic fields due to extragalactic jets

Jafelice and Opher [9] suggested that the large-scale magnetization of the intergalactic medium is due to electric current carrying extragalactic jets, generated by active galactic nuclei at high z . The action of the Lorentz force on the return current expanded it into the intergalactic medium. Magnetic fields created by these currents were identified as the origin of the intergalactic magnetization. They found magnetic fields $\sim 10^{-8}$ G over comoving Mpc regions.

H. Magnetic field generation from cosmological perturbations

Another class of magnetic field generation studies are those based on cosmological perturbations. A recent article on this subject is that of Takahashi *et al.* [38]. They studied the evolution of a three component plasma (electron, proton, and photon), taking into account cosmological perturbations. The collision term between electrons and photons was evaluated up to second order and was shown to induce a magnetic field $\sim 10^{-19}$ G on a 10 Mpc comoving scale at decoupling.

I. Magnetic field generation due to primordial turbulence

Turbulence has been suggested as the primordial source of magnetic fields. Banerjee and Jedamzik [39] has made a detailed study of this scenario. We summarize here their analysis and results and compare them with the analysis and results of the present paper.

It was assumed by Banerjee and Jedamzik [39] that nonstandard out-of-equilibrium stochastic magnetic fields were created at high cosmic temperatures $T \sim 100 \text{ MeV} - 100 \text{ GeV}$, corresponding to quark-hadron or electroweak phase transitions. Their numerical simulations were performed using the ZEUS-3D code. Gaussian random fields were used to create the nonstandard initial turbulent fluctuations. A power law with distance l was assumed for the magnetic amplitudes, ($B \propto l^{-n}$, $n = 1-2$). The initial stochastic velocity field was generated in the same way as the initial magnetic field. A correlation length scale L was defined which contains most of the magnetic and fluid kinetic energy. The dissipation of the energy into heat occurs via energy cascading from large eddies ($\sim L$) to small eddies ($\sim l_{\text{diss}}$).

Ever since the work of Kolmogorov, it has been known that cascading of energy occurs due to eddies on a scale l breaking up into smaller eddies ($\sim l/2$). Typical energy dissipation times due to the eddy flows from large to small flows are given by the eddy turnover time on the scale L . In the article of Banerjee and Jedamzik [39], the turnover time on the scale L is comparable to the Hubble time. Thus, the turbulent energy introduced in the magnetogenesis era is dissipated in one Hubble time. For example, the dissipation time is $\sim 10^{-4}$ s for the quark-hadron transition.

The predicted present magnetic field in this turbulent eddy scenario depends on the turbulent spectrum assumed at the quark-hadron or electroweak phase transitions. Banerjee and Jedamnik [39] found the present magnetic field to be correlated with the comoving correlation length L_c : $B \approx 5 \times 10^{-15} L_c$ G, where L_c is measured in pc. Typically, it was found that $L_c \sim 10^{-2}$ [Eq. (52) in [39]]. Thus, the turbulent eddy scenario, with the large eddy energy transfers to small scales, where energy dissipation rapidly occurs, typically predicts $\sim 10^{-16}$ G on $\sim 10^{-2}$ pc scales. There can be substantial energy transfer to larger scales if the turbulent magnetic field possesses some magnetic helicity [40].

The above can be compared with the magnetogenesis in the present paper, due to the natural fluctuations in thermal equilibrium plasmas. Initially, the magnetic fluctuations had an average size $\bar{\lambda} = 7\pi/3(c/\omega_p)$ [Eq. (15)], where ω_p is the plasma frequency and c is the velocity of light. They have an average intensity $\langle \bar{B}^2 \rangle / 8\pi = (T/2) \times (4\pi/3) / \bar{\lambda}^{-3}$, where T is the temperature. Describing the magnetic fluctuations as dipoles, the magnetic field over a distance l due to the randomly oriented magnetic fields follows a power law: $B = \bar{B}(\bar{\lambda}/l)^{3/2}$. This power-law dependence is similar to the power-law dependence in the turbulent magnetogenesis model, but without a transfer of energy from large to small scales. For a thermal equilibrium plasma, the eddy turnover velocity of size l is the thermal rotation velocity of the mass of plasma with a diameter l . In the power-law spectrum $B = \bar{B}(\bar{\lambda}/l)^{3/2}$ with $l > \bar{\lambda}$, the eddy turnover time is greater than the Hubble time. There is thus negligible energy transfer from the large scale l to the small scale $\bar{\lambda}$. On the small scale $\bar{\lambda}$, dissipation, has already been taken into account by the fluctuation-dissipation theorem.

The present predicted magnetic field in our magnetogenesis model can be compared with the predicted magnetic field of the turbulent eddy model. Whereas, in the turbulent eddy model, a present magnetic field $\sim 10^{-16}$ G over a comoving correlation length $\sim 10^{-2}$ pc is predicted, our model predicts a present magnetic field $\sim 10^{-7}$ G over a comoving length ~ 1 pc. The predicted magnetic field in our model is, thus, 9 orders of magnitude greater (over a comoving length 2 orders of magnitude greater) than that in the turbulent magnetogenesis model. This large difference is due to the fast energy transfer from large to small dissipation scales in a Hubble time in the turbulent magnetogenesis model, which does not occur in our model.

IV. CREATION OF MAGNETIC FIELDS DUE TO THE ELECTROMAGNETIC FLUCTUATIONS IN HOT DENSE EQUILIBRIUM PRIMORDIAL PLASMAS

Thermal electromagnetic fluctuations are present in all plasmas, including those in thermal equilibrium, the level of which is related to the dissipative characteristics of the

medium, as described by the FDT [41] [see also Akhiezer *et al.* [42], Dawson [43], Rostoker *et al.* [44], Sitenko [45]. The spectrum of the fluctuations of the electric field is given by

$$\frac{1}{8} \langle E_i E_j \rangle_{k\omega} = \frac{i}{2} \frac{\hbar}{e^{\hbar\omega/T-1}} (\Lambda_{ij}^{-1} - \Lambda_{ij}^{-1*}), \quad (3)$$

$$\Lambda_{ij}(\omega, \mathbf{k}) = \frac{k^2 c^2}{\omega^2} \left(\frac{k_i k_j}{k^2} - \delta_{ij} \right) + \epsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k}), \quad (4)$$

where $\epsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k})$ is the dielectric tensor of the plasma, ω the frequency, and \mathbf{k} is the wave number of the fluctuation. From Faraday's law, $\mathbf{B} = c\mathbf{k}/\omega \times \mathbf{E}$, and setting $\mathbf{k} = k\hat{\mathbf{x}}$, we find for the perpendicular B_2 and B_3 magnetic fluctuations

$$\frac{\langle B_2^2 \rangle_{k\omega}}{8\pi} = \frac{i}{2} \frac{\hbar}{e^{\hbar\omega/T-1}} \frac{c^2 k^2}{\omega^2} (\Lambda_{33}^{-1} - \Lambda_{33}^{-1*}), \quad (5)$$

and

$$\frac{\langle B_3^2 \rangle_{k\omega}}{8\pi} = \frac{i}{2} \frac{\hbar}{e^{\hbar\omega/T-1}} \frac{c^2 k^2}{\omega^2} (\Lambda_{22}^{-1} - \Lambda_{22}^{-1*}), \quad (6)$$

where the subscripts 1, 2, and 3 refer to the x , y , z directions. We then have for the total magnetic fluctuations

$$\frac{\langle B^2 \rangle_{k\omega}}{8\pi} = \frac{i}{2} \frac{\hbar}{e^{\hbar\omega/T-1}} \frac{c^2 k^2}{\omega^2} (\Lambda_{22}^{-1} + \Lambda_{33}^{-1} - \Lambda_{22}^{-1*} - \Lambda_{33}^{-1*}). \quad (7)$$

In order to obtain $\Lambda_{ij}(\omega, \mathbf{k})$ from the equations of motion of the plasma, a multifluid model for the plasma is introduced:

$$m_\alpha \frac{d\mathbf{v}_\alpha}{dt} = e_\alpha \mathbf{E} - \eta_\alpha m_\alpha \mathbf{v}_\alpha, \quad (8)$$

where α is a particle species label and η_α the collision frequency of the species. From a Fourier transformation of the above equation and rearranging terms, the dielectric tensor can be obtained:

$$\epsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k}) = \delta_{ij} - \sum_\alpha \frac{\omega_{p\alpha}^2}{\omega(\omega + i\eta_\alpha)} \delta_{ij}, \quad (9)$$

where $\omega_{p\alpha}$ is the plasma frequency of the species α . For, an electron-positron plasma, the plasma frequency of the electrons is equal to that of the positrons, $\omega_{pe^+} = \omega_{pe^-}$, and the collision frequencies of the electrons and positrons are equal, $\eta_{e^+} = \eta_{e^-} = \eta$. The dielectric tensor from Eq. (9) then becomes

$$\epsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k}) = \delta_{ij} - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\eta)} \delta_{ij}, \quad (10)$$

where $\omega_p^2 = \omega_{pe^+}^2 + \omega_{pe^-}^2$. For electrons, the Coulomb collision frequency is $\eta_e = 2.91 \times 10^{-6} n_e \ln \Lambda T^{-3/2} (\text{eV}) \text{s}^{-1}$, where n_e is the electron density.

The collision frequency for the case of an electron-proton plasma, which dominates after the primordial nucleosynthesis era, is $\eta_p = 4.78 \times 10^{-18} n_e \ln \Lambda T^{-3/2}$ (eV)s⁻¹. It describes the binary collisions in a plasma, which we assume to be the dominant contribution to η . We then obtain

$$\Lambda_{ij} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega+i\eta)} & 0 & 0 \\ 0 & 1 - \frac{c^2 k^2}{\omega^2} - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega+i\eta)} & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \frac{c^2 k^2}{\omega^2} - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega+i\eta)} \end{pmatrix}. \quad (11)$$

From Eqs. (7)–(11), the total magnetic field fluctuations as a function of frequency and wave number k were found to be [13]

$$\frac{\langle B^2 \rangle_{k,\omega}}{8\pi} = \frac{2\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/T} - 1} \eta \omega_p^2 \frac{k^2 c^2}{(\omega^2 + \eta^2) k^4 c^4 + 2\omega^2(\omega_p^2 - \omega^2 - \eta^2) k^2 c^2 + [(\omega^2 - \omega_p^2)^2 + \eta^2 \omega^2] \omega}. \quad (12)$$

V. OUR MODEL

Our model is based on the magnetic fluctuations in the plasma created immediately after the QHPT, which are described by the FDT in the previous section. This plasma was composed primarily of electrons, photons, neutrinos, muons, baryons, and their antiparticles. The baryons were essentially stationary and did not contribute to the fluctuations while the muons also contributed very little and for a very short time. Since neutrinos are essentially massless and act qualitatively like photons, albeit with much smaller cross sections, we assume that they also affect the magnetic fluctuations very little. Therefore we consider only an electron-positron-photon plasma before the electron-positron annihilation era and an electron-proton plasma thereafter.

Most of the electromagnetic fluctuations in the primordial plasma that were created immediately after the QHPT fall into two broad categories: those with large wavelengths ($k \lesssim \omega_{pe}/c$) at near zero frequency ($\omega \ll \omega_{pe}$) and those with very small wavelengths ($k \gg \omega_{pe}/c$) and frequencies greater than ω_{pe} . The modes $k \lesssim \omega_{pe}/c$, denominated “soft” or “plastic” photons by Tajima *et al.* [13], were significantly modified. It is these plastic photons and their magnetic fields in which we are interested.

From Eq. (12), we obtain the strength of the magnetic field whose wavelengths are larger than a size λ ,

$$\langle B^2 \rangle_{\lambda}/8\pi = (T/2)(4\pi/3)\lambda^{-3}, \quad (13)$$

which decreases rapidly with wavelength. Thus, the magnetic field in Eq. (13) was concentrated near the wavelength λ . The spatial size λ of the magnetic field fluctuations is related to τ , the lifetime of the fluctuation, by [13]

$$\lambda(\tau) = 2\pi \frac{c}{\omega_p} (\eta_e \tau)^{1/2}. \quad (14)$$

The average size of the magnetic fluctuations was

$$\bar{\lambda} = \frac{\int \lambda [\langle B^2 \rangle_{\lambda}/8\pi] d\lambda}{\int [\langle B^2 \rangle_{\lambda}/8\pi] d\lambda} = \frac{7\pi}{3} (c/\omega_p). \quad (15)$$

Using the model of Tajima *et al.* [13], we assume that a fluctuation predicted by the FDT can be described by a bubble of size $\bar{\lambda}$. It contains a magnetic dipole whose field intensity is given by Eq. (13).

The magnetic bubbles were at the temperature of the plasma. We assume that they touched each other and coalesced in a time $t_{\text{coal}} = \bar{\lambda}/v_{\text{bub}}$, where v_{bub} was the thermal velocity of the bubble. The coalescence time t_{coal} was found to be much shorter than the lifetime τ of the bubbles in the primordial Universe, for example, $\sim 10^{-5}$ s shortly after $t \sim 10^{-4}$ s. Before the magnetic fields dissipated, the bubbles coalesced with one another. Once a larger bubble was formed, its lifetime, which is proportional to the square of its size, was longer. Larger bubbles lived longer and, thus, had more opportunities to collide with other bubbles. In this way, a preferential formation of larger bubbles occurred.

Magnetic field fluctuations are created immediately after the QHPT as predicted by the FDT, which we evolve to the recombination era and beyond. Magnetic field fluctuations are also predicted to be created by the FDT at the recombination era. Since the created magnetic field fluctuations $\langle B \rangle^2$ are proportional to $Tn^{3/2}$, the evolved magnetic fields from the QHPT at the recombination era are very much greater than the created magnetic fields at the recombination era. The latter source of primordial magnetic fields was thus neglected in our investigation. Tajima *et al.* [13] previously suggested that the evolved primordial fields might continue to exist at the present epoch. No explicit calculation was, however, made. Thus, previously it was not known whether these fields would continue to exist or not to the present era. We show here that these fields do indeed continue to exist and are not destroyed in their evolution by diffusion or reconnection. We also evaluate their structure and intensity as a function of redshift.

We begin our calculations immediately after the QHPT and continue to $z \sim 10$. Magnetic fields were adiabatically

amplified at $z \sim 10$ as the baryon matter collapsed to form galaxies.

Although the magnetic energy density of neighboring magnetic dipoles is of the same order as the energy density of the average magnetic field when they are not at the average distance from each other, the magnetic energy density appreciably increases when the neighboring dipoles approach each other. Since the field of a dipole is proportional to r^{-3} , where r is the distance from the dipole, the magnetic energy density of neighboring dipoles is proportional to r^{-6} . Decreasing the separation distance by a factor of 2(4), for example, increases the energy density by a factor 64(4096). Thus, the magnetic energy density of adjacent magnetic bubbles at very short separation distances is very much greater than the average magnetic energy density.

The dipoles tended to align as they interacted due to the intensification of the magnetic interaction energy at shorter interdipole distances. The interaction rate of the dipoles depended on their thermal velocity. We used as the thermal velocity the velocity of the mass of the plasma bubble which is in thermal equilibrium at the temperature of the Universe at a given redshift. When the dipoles were oppositely oriented and interacting, two opposing processes occurred: alignment and reconnection. As the dipoles approached each other, they tended to align in a flip time $\tau_{\text{flip}} \sim 10^{-5}$ s shortly after the QHPT at $t \sim 10^{-4}$ s, where τ_{flip} is the time in which a bubble aligns with a neighboring bubble due to the magnetic torque. We have $\tau_{\text{flip}} \propto (I/N_{\text{mag}})^{1/2}$, where N_{mag} is the magnetic torque and I is moment of inertia of the bubble. On the other hand, the opposite magnetic fields of the dipoles reconnected in a tearing mode time τ_{tear} . The shortest τ_{tear} is estimated to be $\bar{\tau}_{\text{tear}} \cong 10^{0.20} \tau_A^{1/2} \tau_R^{1/2}$, where $\tau_A = L/v_A$ is the Alfvén time and $\tau_R = 4\pi L^2/c\eta$ is the resistive time [46]. The

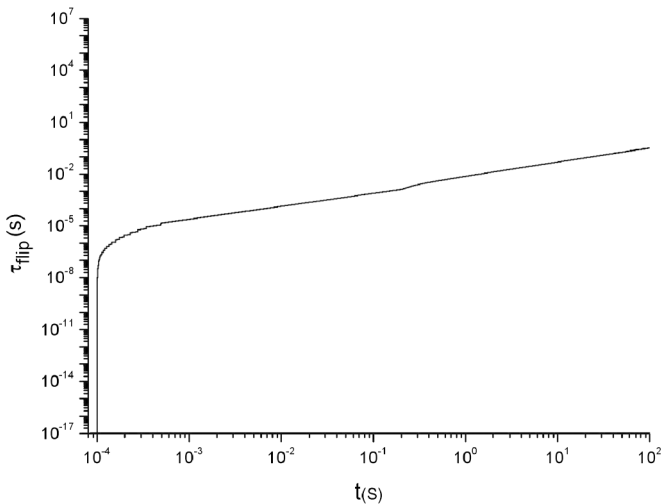


FIG. 1. Evolution of the flip time τ_{flip} (s) of the bubbles as a function of time t (s).

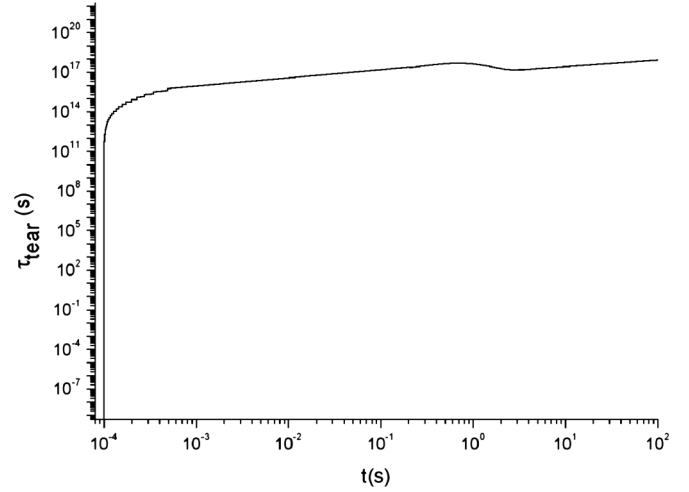


FIG. 2. Evolution of the tearing time τ_{tear} (s) of the bubbles as a function of time t (s).

shortest tearing time shortly after the QHPT was $\sim 10^{15}$ s. Thus, $\tau_{\text{flip}} \ll \bar{\tau}_{\text{tear}}$ shortly after 10^{-4} s and remains so for all times of interest. Figure 1 plots τ_{flip} , Fig. 2 plots τ_{tear} , and Fig. 3 their ratio, in the time interval $\sim 10^{-4}$ – 10^2 sec.

The final time plotted in Figs. 1–3, ~ 100 s, is the time in which the magnetic field in a bubble requires the age of the Universe to diffuse away. Magnetic diffusion, inversely proportional to the square of the diameter of the bubble, is only important at early times, when the bubbles were small. An initial magnetic field in a bubble diffused away in a time $\tau_{\text{diff}} = 4\pi\sigma L^2$, where L is the diameter of the bubble and σ is the electrical conductivity [47].

In the high temperature regime ($T > 1$ MeV), we followed the treatment of Ahonen and Enqvist [48] who solved numerically the Boltzmann equation in the early Universe. For $T \lesssim 100$ MeV, they found for the conductivity $\sigma \approx 0.76T$. Since immediately after the QHPT the

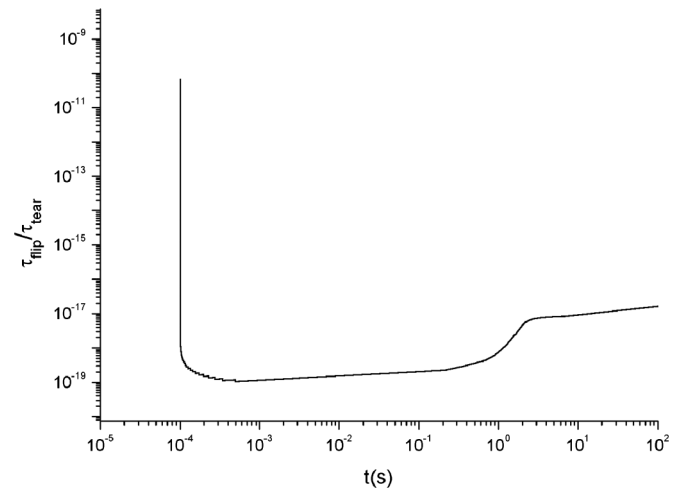


FIG. 3. Ratio of the flip time τ_{flip} of the bubbles to the tearing time τ_{tear} as a function of time t (s).

temperature of the Universe was ~ 100 MeV, we used $\sigma \simeq 0.76T$ for $T > 1$ MeV.

At temperatures $T < 1$ MeV the conductivity can be approximated as

$$\sigma = \frac{m_e}{\alpha \ln \Lambda} \left(\frac{2T}{\pi m_e} \right)^{3/2}, \quad (16)$$

where $\Lambda = (1/6\pi^{1/2})(1/\alpha^{1/2})(m_e^3/n_e)^{1/2}(T/m_e)$, and α , m_e , and n_e are the fine structure constant, the electron mass, and the electron density, respectively [49]. For $L \sim 1$ AU, τ_{diff} is equal to the age of the Universe [47]. In our model the bubbles reached a size ~ 1 AU in a time ~ 100 s. In Figs. 1–3 τ_{flip} and τ_{tear} are thus plotted from the time of the QHPT ($\sim 10^{-4}$ s) to ~ 100 s.

The magnetic field in a bubble would dissipate before coalescence of the bubble occurred if the magnetic diffusion time was smaller than the coalescence time. In Fig. 4 we plot the ratio of the coalescence time τ_{coal} to the diffusion time τ_{diff} . It can be seen in Fig. 4 that this ratio remains very much less than unity at early times.

At late times, when the magnetic field flip time (i.e., the time for adjacent dipoles to align) was greater than the Hubble time, the magnetic dipoles remained random. The transition redshift, when random fields began to exist, was $z \sim 10^8$. At this epoch, the comoving size of the bubbles was ~ 1 pc. In order to explain galactic magnetic fields, we need to evaluate the field over the comoving scale of a protogalaxy, ~ 1 Mpc, which eventually collapsed to the comoving scale of a galaxy, ~ 30 kpc.

The magnetic field in a bubble decreased adiabatically as the Universe expanded. Since magnetic flux is conserved, we have

$$B = \frac{B_0}{a^2}, \quad (17)$$

where a is the cosmic scale factor. A Λ CDM model

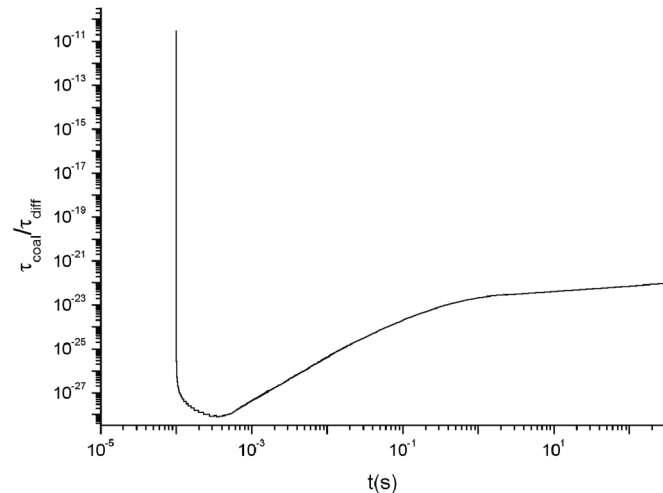


FIG. 4. Ratio of the coalescence time τ_{coal} of the bubbles to the diffusion time τ_{diff} as a function of time $t(s)$.

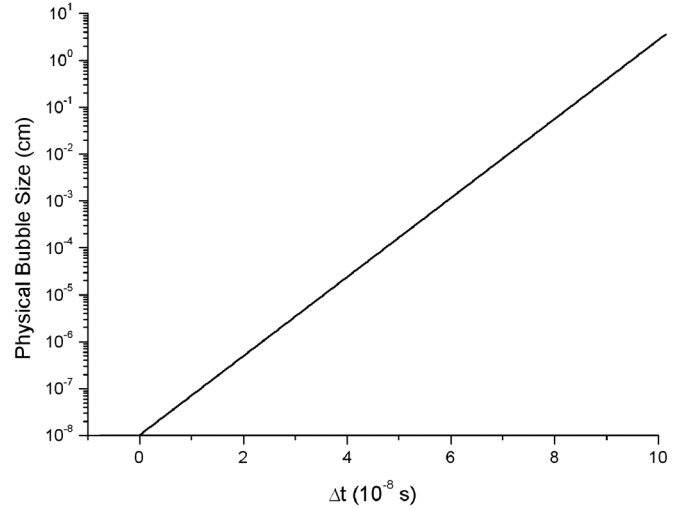


FIG. 5. Initial evolution of the physical size of the magnetic bubbles, created immediately after the QHPT, as a function of time, $t \equiv t_0 + \Delta t$, for $t_0 = 10^{-4}$ s, and $0 < \Delta t(10^{-8} \text{ s}) \leq 10$.

was used to evolve a as a function of time, with $\Omega_m = 0.3$, $\Omega_\Lambda = 0.7$, and a Hubble constant $h \equiv H/100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1} = 0.72$.

In Figs. 5 and 6, we show the evolution of the size of the bubbles as a function of time, from immediately after the QHPT at 10^{-4} s to a redshift $z \sim 10$ at a time $\sim 10^{16}$ sec. Initially, the size of the bubbles increased rapidly, as shown in Fig. 5. From Fig. 5, we observe that the physical size of a bubble increased from 10^{-8} cm at $t \approx 10^{-4}$ to 1 cm in a time 10^{-7} sec. It continued to increase at this rate until it reached a size $\sim 10^7$ cm. The growth rate then decreased, as shown in Fig. 6. At the redshift $z \sim 10^8$ ($t \sim 3000$ s), the physical size of the bubble was $\sim 10^{10}$ cm (i.e., a comoving size ~ 1 pc).

The manner in which we extrapolated the field amplitude to cosmological scales followed the phenomenologi-

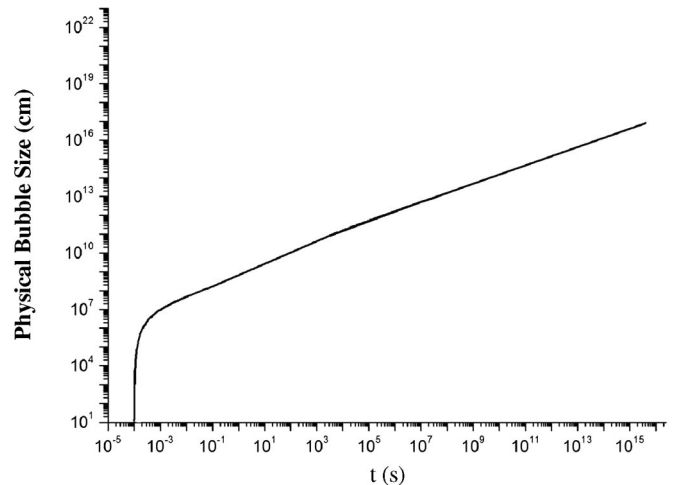


FIG. 6. Evolution of the physical size of the magnetic bubbles as a function of time from $t \sim 0.1$ s.

cal analysis of random distributions of size L , in the review article of Grasso and Rubinstein [47]. Their generic average magnetic field over a distance D at a time t is proportional to $(L/D)^p$, where $p = 1/2, 1$, or $3/2$,

$$\langle B(L, t) \rangle_{\text{rms}} = B_0 \left(\frac{a_0}{a(t)} \right)^2 \left(\frac{L}{D} \right)^p. \quad (18)$$

If we are interested in the volume average magnetic field of a random distribution of dipoles in a sphere of diameter D , and each dipole is in a cell of diameter L , the average magnetic field is proportional to $(L/D)^{3/2}$ and $p = 3/2$ in Eq. (18) [23]. If, however, we are interested in a line-of-sight average magnetic field felt by a cosmic ray particle or a photon (e.g. in Faraday rotation measurements), the average magnetic field is proportional to $(L/D)^{1/2}$, and $p = 1/2$ in Eq. (18).

The non-negligible volume average magnetic field can be important in the formation of the first stars and in reionizing the Universe. The formation of the first objects marks the transformation of the Universe from its smooth initial state to its clumpy current state. In popular cosmological models, the first sources of light began to form at a redshift $z \sim 30$ and reionized most of the hydrogen in the Universe by $z \sim 7$ [50]. In general, it is found difficult to reionize the Universe with a standard Salpeter initial mass function for the first stellar sources formed by a standard fluctuation dark matter spectrum [51–55]. Primordial magnetic fields produce additional fluctuations of baryons by the Lorentz force [56]. The magnetic tension is more effective on small scales where the entanglements of magnetic fields are larger. Tashiro and Sugiyama [56] found that ionizing photons from Population III stars formed in dark halos could easily have reionized the Universe by $z \approx 10$ – 20 if the present intensity of the primordial magnetic

field is $B_0 \sim \text{nG}$ on a comoving scale ~ 0.1 Mpc. The relevant Lorentz force causing the collapse of baryon matter is proportional to

$$\vec{\nabla} \cdot [(\vec{\nabla} \times \vec{B}_0(\vec{x})) \times \vec{B}_0(\vec{x})] \sim \frac{B_0^2}{D^2} \equiv F. \quad (19)$$

Thus, Tashiro and Sugiyama [56] found that a value $F \sim 10^{-28} G^2 / pc^2$ is important in forming the first objects. In our model a present volume average magnetic field over a comoving scale D is $B_0 \sim 0.1 \mu\text{G} (D(\text{pc}))^{-3/2}$. We thus have $F = [10^{-14}/D^2] G^2 / pc^2$ and obtain a Tashiro and Sugiyama [56] value of F with $D \sim \text{kpc}$. We thus find that a $D \sim \text{kpc}$ comoving region in our model produces a Lorentz force which could be important in forming the first stellar sources and in reionizing the Universe. This length is larger than the magnetic Jeans length and the cutoff length due to direct cascade. Their respective wave numbers, given by Tashiro and Sugiyama [56], are $k_{\text{MJ}} \sim 32 \text{ Mpc}^{-1} B_0^{-1}(\text{nG})$ and $k_c \sim 102 \text{ Mpc}^{-1} B_0^{-1}(\text{nG})$. Putting our volume average magnetic field B_0 over $D \sim 1 \text{ kpc}$ into these expressions we obtain $k_{\text{MJ}} \sim 10 \text{ kpc}^{-1}$ and $k_c \sim 34 \text{ kpc}^{-1}$. It is to be noted that a sphere of comoving diameter $\sim 1 \text{ kpc}$ contains a mass $\sim 10^3 M_\odot$ for a reduced matter density $\Omega_m \sim 0.3$ and Hubble parameter $h \sim 0.72$.

A detailed discussion on average procedures of tangled magnetic fields can be found in Hindmarsh and Everett [57]. Table I shows the growth of the magnetic field in our model and the size of the bubbles down to the redshift $z \sim 10$. The equipartition redshift in Table I was obtained from the relation $(1 + z_{\text{eq}}) \approx 2.3 \times 10^4 \Omega_m h^2$ [58]. Table II shows the growth of the line-of-sight average magnetic field over a comoving protogalactic size $L \sim 1 \text{ Mpc}$.

TABLE I. Size and strength of magnetic fields in bubbles

Epoch	Magnetic field (μG)	Redshift	Time (sec)	Size (cm)
Immediately after the QHPT	10^{22}	6×10^{11}	10^{-4}	10^{-12}
Electron-positron annihilation era	10^{18}	10^{10}	1	10^8
Nucleosynthesis era	10^{15}	10^8 – 10^9	1–500	10^{10}
Equipartition era	2×10^5	3600	10^{12}	3×10^{14}
Recombination era	2×10^2	1100	8×10^{12}	10^{15}
Galaxy formation era	9	~ 10	10^{16}	10^{17}

TABLE II. Line-of-sight average magnetic fields in protogalaxies of comoving size $\sim 1 \text{ Mpc}$.

Epoch	Magnetic field (μG)	Redshift	Time (sec)	Size (cm)
Beginning of random fields	9.5×10^{11}	10^8	3×10^3	10^{-12}
Equipartition era	10^4	3600	10^{12}	10^{18}
Recombination era	300	1100	8×10^{12}	4×10^{22}
Galaxy formation era	9×10^{-3}	~ 10	10^{16}	10^{23}

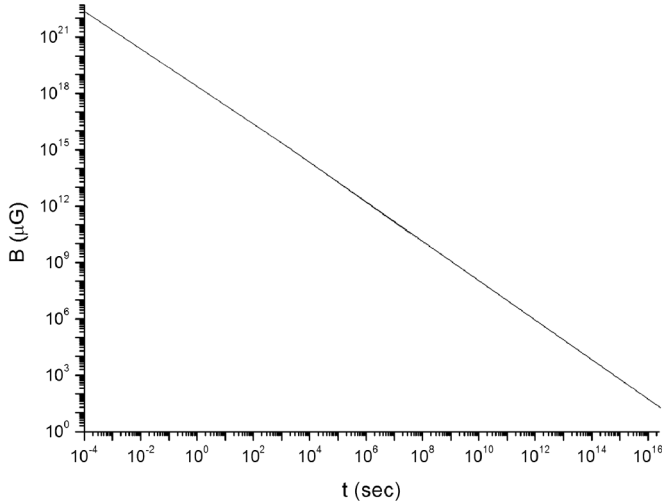


FIG. 7. Evolution of the magnetic field $B(\mu\text{G})$ in the bubbles, created immediately after the QHPT, as a function of time, t (sec).

At $z = 10$, the intensity of the magnetic field in a bubble whose comoving size is ~ 1 pc was $\sim 9 \mu\text{G}$. Taking the line-of-site average over the comoving scale of 1 Mpc (~ 100 kpc at $z \sim 10$), the rms magnetic field at $z = 10$ was $9 \times 10^{-3} \mu\text{G}$. The magnetic field in the bubbles as a function of time is shown in Fig. 7. In Fig. 8, the evolution of the line-of-sight average and volume average magnetic field of comoving size ~ 1 Mpc is shown as a function of time from $t \approx 3 \times 10^3$ sec, when random fields began to exist, to $z \sim 10$. In the collapse of the comoving 1 Mpc region at $z = 10$ to a galaxy (comoving size ~ 30 kpc), the field is amplified to $\sim 10 \mu\text{G}$. This indicates that the magnetic fields created immediately after the QHPT could

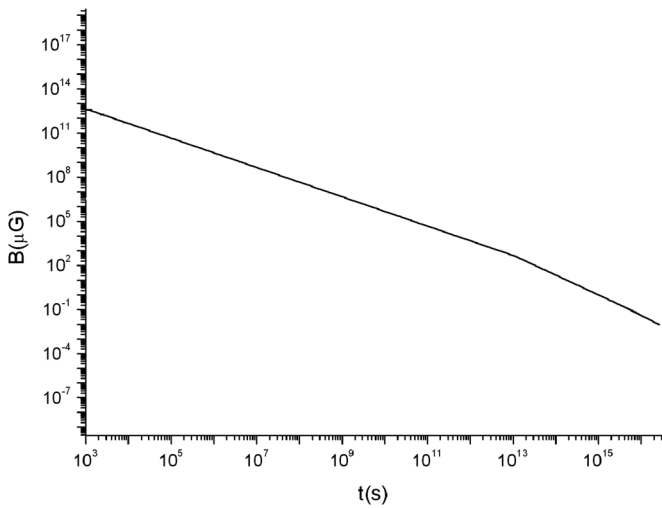


FIG. 8. Evolution of the line-of-sight average magnetic field $B(\mu\text{G})$ of comoving size ~ 1 Mpc as a function of time t (sec) from $t \approx 3 \times 10^3$ sec, when random fields began to exist, to $t \sim 10^{16}$ sec ($z \sim 10$), when galaxies began to form.

be the origin of the $\sim \mu\text{G}$ fields observed in galaxies at high and low redshifts.

VI. CONCLUSIONS AND DISCUSSION

We showed that the electromagnetic fluctuations in the primordial plasma immediately after QHPT constitute a strong candidate for the origin of primordial magnetic fields in galaxies and clusters of galaxies. We calculated the magnetic field fluctuations in the plasma after this transition and evaluated their evolution with time. Intense magnetic field fluctuations on the order of 10^{16} G existed at $t = 10^{-4}$ sec after the QHPT. These fields formed a spatial linkage due to the process of successive coalescence. We showed that magnetic bubbles created immediately after the transition could survive to $z \sim 10$ and could explain the observed magnetic fields at high and low redshifts determined by FRMs. We found: (1) $\sim 10 \mu\text{G}$ magnetic fields (MFs) over a comoving ~ 1 pc region at a redshift $z \sim 10$; (2) line-of-sight average MFs, important in Faraday rotation measurements, $\approx 10^{-2} \mu\text{G}$ over a 1 Mpc comoving region at $z \sim 10$ which in the collapse to a galaxy comoving size ~ 30 kpc, are amplified to $\sim 10 \mu\text{G}$; and (3) volume average MFs over a comoving 1 kpc region that could be important in forming the first stellar sources and in reionizing the Universe [56,59].

We found that the magnetic fields in the bubbles, created originally at the QHPT, had a value $\sim 10 \mu\text{G}$ at the redshift $z \sim 10$ and a size 0.1 pc (Table I). At the present time, these bubbles have a comoving length ~ 1 pc and a field $\sim 0.1 \mu\text{G}$. We can compare these results with previous calculations of the creation of magnetic fields at the QHPT. Cheng and Olinto [19], for example, found a much smaller magnetic field, $\sim 10^{-10} \mu\text{G}$, over the same comoving size with their mechanism. Quashnock *et al.* also found a much smaller resultant magnetic field, $\sim 2 \times 10^{-11} \mu\text{G}$, over a much smaller comoving size, $\sim 10^{-5}$ pc.

It is to be noted that the origin of primordial magnetic fields suggested here is qualitatively different from the other previous suggestions discussed in Sec. III A, III B, III C, III D, III E, III F, and III G. These previous suggestions require special physical initial conditions. Our model, however, does not. The magnetic fields in our model arise from the natural fluctuations in the equilibrium plasma that existed in the primordial Universe, described by the fluctuation-dissipation theorem.

In Sec. III H, we discussed the model of Takahashi *et al.* [38] which, like our model, is based on natural fluctuations that exist in nature. Our model, however, predicts very much larger magnetic amplitudes on a comoving protogalactic scale ~ 1 Mpc. Takahashi *et al.* [38] found a magnetic field $B \sim 10^{-25}$ G on a $\lambda = 10$ Mpc comoving scale. Since their field is $\propto k^3 P(k)$, where k is the wave number ($k = 2\pi/\lambda$), and the fluctuation power spectrum $P(k) \propto k^n$ with $n \sim -2$ for $\lambda < 10$ Mpc, the Takahashi *et al.* [38] prediction is $B \sim 10^{-23}$ G at present for $\lambda \sim 1$ Mpc. This

can be compared with our prediction for the same comoving scale, which is many orders of magnitude greater.

Our predicted magnetic fields are consistent with present observations. Extragalactic magnetic fields as strong as $\sim 1 \mu\text{G}$ in sheets and filaments in the large-scale galaxy distribution, such as in the local superclusters, are compatible with existing FRMs [1,60–65]. These limits are consistent with our predicted fields. There is mounting evidence from diffuse radiosynchrotron clusters [66] and a few cases of filaments [67,68] that magnetic fields $\sim 0.1\text{--}1.0 \mu\text{G}$ exist in the low density outskirts of cosmological collapsed objects. These fields may have their origin in the primordial magnetic fields that we predict.

In contrast to the previous models suggested in Sec. III, our model predicts relatively intense magnetic fields over small regions in the intergalactic medium. This prediction may help to solve the long-standing problem of ultrahigh energy cosmic rays (UHECRs) ($> 3 \times 10^{18}$ eV): their extreme isotropy. The UHECRs are extragalactic since their Larmor radii are comparable or greater than the size of the galaxy [69,70]. There are only a few nearby sources that could be the origin of these cosmic rays. However, the observed arrival directions of the UHECRs are highly isotropic [71,72].

The importance of intergalactic magnetic fields in creating an isotropic distribution of UHECRs has been discussed in the literature. However, different articles arrived at opposite conclusions. Whereas Farrar and Piran [73] argue that the magnetic fields created the observed isotropic distribution, Dolag *et al.* [74,75] argue that they are unimportant. Medina-Tanco and Ensslin [76] argue that only weak intergalactic magnetic fields making small angular deflections of the UHECRs may be necessary, since the number of UHECRs sources may be much larger than those that are presently observed and that it is possible that fossil cocoons, so-called radio ghosts, contribute to the isotropization of the UHECR arrival directions [76].

Primordial magnetic fields have been previously assumed to exist, without an explanation for their origin. Dolag *et al.* [74,75], for example, assumed the existence of a homogeneous primordial magnetic field $\sim 10^{-3} \mu\text{G}$ at

$z \sim 20$. They made a magnetohydrodynamic simulation of cosmic structure formation that reproduces the positions of known galaxy clusters in the local universe. Protons of energy $\geq 4 \times 10^{19}$ eV were found to have deflections, which do not exceed a few degrees over most of the sky, up to a propagation distance of ~ 500 Mpc. It is difficult to explain, however, an isotropic distribution of UHECRs with their analysis.

Relatively intense magnetic fields have been predicted to exist in filaments in the intergalactic medium. Such a filament might exist between us and the powerful radio galaxy, Cen A. For example, Farrar and Piran [73] suggested that Cen A, at a distance of 3.4 Mpc, could be the source of most UHECRs observed. The extragalactic magnetic field was estimated to be $\sim 0.3 \mu\text{G}$. They argue that this scenario can account for the spectrum of UHECRs down to $\approx 10^{18.7}$ eV, including its isotropy and spectral smoothness.

If our predicted magnetic fields are not spread uniformly over space but, as expected, are concentrated into the web of filaments, predicted by numerical simulations, appreciable deflections of UHECRs propagating along the filaments could occur. The deflection in a distance D of a UHECR with energy $E \equiv E_{20} \times 10^{20}$ eV by magnetic bubbles of size λ and magnetic field B is [73]

$$\delta(\theta) \sim 0.5^0 [D(\text{Mpc})\lambda(\text{Mpc})]^{1/2} B(n\text{G})/E_{20}. \quad (20)$$

We predicted magnetic bubbles with $B \sim 10 \mu\text{G}$ and $\lambda \sim 0.1$ pc at $z \sim 10$. Let us assume that λ increased with the cosmic scale factor and that $\lambda \sim 1$ pc at $z \sim 10$, and that the magnetic fields, trapped in the filaments, decreased slightly to $B \sim 1\text{--}10 \mu\text{G}$. From Eq. (18), with a distance $D \sim 100$ Mpc, we obtain $\delta(\theta) \sim 5^0 - 50^0/E_{20}$. Appreciable deflections could, thus, occur along filaments.

ACKNOWLEDGMENTS

R. S. S. thanks the Brazilian agency FAPESP for financial support (04/05961-0). R. O. thanks FAPESP (00/06770-2) and the Brazilian agency CNPq (300414/82-0) for partial support.

-
- [1] P. P. Kronberg, Rep. Prog. Phys. **57**, 325 (1994).
 - [2] M. J. Rees, Q. J. R. Astron. Soc. **28**, 197 (1987).
 - [3] L. Biermann, Z. Naturforsch. **5a**, 65 (1950).
 - [4] P. J. E. Peebles, Astrophys. J. **147**, 859 (1967).
 - [5] M. J. Rees and M. Rheinhardt, Astron. Astrophys. **19**, 189 (1972).
 - [6] I. Wasserman, Astrophys. J. **224**, 337 (1978).
 - [7] N. Y. Gnedin, A. Ferrara, and E. G. Zweibel, Astrophys. J. **539**, 505 (2000).
 - [8] O. Miranda, M. Opher, and R. Opher, Mon. Not. R. Astron. Soc. **301**, 547 (1998).
 - [9] L. C. Jafelice and R. Opher, Mon. Not. R. Astron. Soc. **257**, 135 (1992).
 - [10] M. Opher and R. Opher, Phys. Rev. Lett. **79**, 2628 (1997).
 - [11] M. Opher and R. Opher, Phys. Rev. D **56**, 3296 (1997).
 - [12] M. Opher and R. Opher, Phys. Rev. Lett. **82**, 4835 (1999).
 - [13] T. Tajima, S. Cable, K. Shibata, and R. M. Kulsrud, Astrophys. J. **390**, 309 (1992).

- [14] F. Govoni, G. B. Taylor, D. Dallacasa, L. Feretti, and G. Giovannini, in *Proceedings of the XXIVth General Assembly of the IAU–2000, Manchester, England*, edited by H. Rickman (Astronomical Society of the Pacific, San Francisco, 2002), p. 5376.
- [15] L. K. Pollack, G. B. Taylor, and S. W. Allen, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **359**, 1229 (2005).
- [16] C. Vogt and T. A. Ensslin, *Astron. Astrophys.* **412**, 373 (2003).
- [17] P. P. Kronberg, J. J. Perry, and E. L. H. Zukowski, *Astrophys. J. Lett.* **355**, L31 (1990).
- [18] J. M. Quashnock, A. Loeb, and D. N. Spergel, *Astrophys. J.* **344**, L49 (1989).
- [19] B. Cheng and A. V. Olinto, *Phys. Rev. D* **50**, 2421 (1994).
- [20] G. Sigl, A. Olinto, and K. Jedamzik, *Phys. Rev. D* **55**, 4582 (1997).
- [21] G. Baym, D. Bödeker, and L. McLerran, *Phys. Rev. D* **53**, 662 (1996).
- [22] D. Boyanovsky, *Phase Transitions in the Early Universe: Theory and Observations*, edited by H. J. de Vega, M. Khalatnikov, and N. Snachez, NATO Advanced Study Institute (Kluwer, Dordrecht, 2001), p. 3.
- [23] L. M. Widrow, *Rev. Mod. Phys.* **74**, 775 (2002).
- [24] T. Vachaspati, *Phys. Lett. B* **265**, 258 (1991).
- [25] M. S. Turner and L. M. Widrow, *Phys. Rev. D* **37**, 2743 (1988).
- [26] L. Parker, *Phys. Rev. Lett.* **21**, 562 (1968).
- [27] A. Dolgov and J. Silk, *Phys. Rev. D* **47**, 3144 (1993).
- [28] K. Subramanian, D. Narasimha, and S. M. Chitre, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **271**, 15 (1994).
- [29] R. Opher and U. F. Wichoski, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 787 (1997).
- [30] P. M. S. Blackett, *Nature (London)* **159**, 658 (1947).
- [31] A. Schuster, *Proc. R. Inst.* **13**, 273 (1890); *Proc. Phys. Soc. London* **24**, 121 (1911).
- [32] I. Barnes and G. Efstathiou, *Astrophys. J.* **319**, 575 (1987).
- [33] G. Efstathiou and B. J. T. Jones, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **186**, 133 (1979).
- [34] P. J. E. Peebles, *Astrophys. J.* **155**, 393 (1969).
- [35] S. D. M. White, *Astrophys. J.* **286**, 38 (1984).
- [36] O. D. Miranda and R. Opher, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **283**, 912 (1996).
- [37] O. D. Miranda and R. Opher, *Astrophys. J.* **482**, 573 (1997).
- [38] K. Takahashi, K. Ichiki, H. Ohno, and H. Hanayama, *Phys. Rev. Lett.* **95**, 121301 (2005).
- [39] R. Banerjee and K. Jedamzik, *Phys. Rev. D* **70**, 123003 (2004).
- [40] A. Brandenburg, K. Enqvist, and P. Olesen, *Phys. Rev. D* **54**, 1291 (1996).
- [41] R. Kubo, *J. Phys. Soc. Jpn.* **12**, 570 (1957).
- [42] A. I. Akhiezer, R. V. Plovin, A. G. Sitenko, and K. N. Stepanov, *Plasma Electrodynamics* (Oxford, Pergamon, 1975).
- [43] J. M. Dawson, *Adv. Plasma Phys.* **1**, 1 (1968).
- [44] N. Rostoker, R. Aamodt, and O. Eldridge, *Ann. Phys. (Leipzig)* **31**, 243 (1965).
- [45] A. G. Sitenko, *Electromagnetic Fluctuations in Plasma* (Academic Press, New York, 1967).
- [46] P. A. Sturrock, *Plasma Physics* (Cambridge University Press, Cambridge, England, 1994).
- [47] D. Grasso and H. R. Rubinstein, *Phys. Rep.* **348**, 163 (2001).
- [48] J. Ahonen and K. Enqvist, *Phys. Lett. B* **382**, 40 (1996).
- [49] J. D. Jackson, *Classical Electrodynamics* (Wiley, New York, 1975).
- [50] R. Barkana and A. Loeb, *Phys. Rep.* **349**, 125 (2001).
- [51] R. Cen, *Astrophys. J.* **591**, 12 (2003).
- [52] B. Ciardi, A. Ferrara, and S. D. M. White, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **344**, L7 (2003).
- [53] M. Fukugita and M. Kawasaki, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **343**, L25 (2003).
- [54] Z. Haiman and G. P. Holder, *Astrophys. J.* **595**, 1 (2003).
- [55] R. S. Somerville and M. Livio, *Astrophys. J.* **593**, 611 (2003).
- [56] H. Tashiro and N. Sugiyama, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **368**, 965 (2006).
- [57] M. Hindmarsh and A. Everett, *Phys. Rev. D* **58**, 103505 (1998).
- [58] T. Padmanabhan, *Structure Formation in the Universe* (Cambridge University Press, Cambridge, England, 1993).
- [59] K. Subramanian, *Astron. Nachr.* **327**, 403 (2006).
- [60] P. Blasi, S. Burles, and A. V. Olinto, *Astrophys. J.* **514**, L79 (1999).
- [61] T. E. Clarke, P. P. Kronberg, and H. Böhringer, *Astrophys. J.* **547**, L111 (2001).
- [62] J. L. Han and R. Wielebinski, *Chin. J. Astron. Astrophys.* **2**, 293 (2002).
- [63] D. Ryu, H. Kang, and P. L. Biermann, *Astron. Astrophys.* **335**, 19 (1998).
- [64] G. Sigl, F. Miniati, and T. A. Ensslin, *Phys. Rev. D* **68**, 043002 (2003).
- [65] J. P. Vallée, *Fundam. Cosm. Phys.* **19**, 1 (1997).
- [66] M. Giovannini, *New Astron. Rev.* **5**, 335 (2000).
- [67] J. Bagchi, T. A. Ensslin, F. Miniati, C. S. Stalin, M. Singh, S. Raychaudhury, and N. B. Humeshkar, *New Astron. Rev.* **7**, 249 (2002).
- [68] K. T. Kim, P. P. Kronberg, G. Giovannini, and T. Venturi, *Nature (London)* **341**, 720 (1989).
- [69] G. Cocconi, *Nuovo Cimento* **3**, 1433 (1956).
- [70] P. Morrison, *Rev. Mod. Phys.* **29**, 235 (1957).
- [71] R. V. Abassi *et al.*, *Astrophys. J.* **610**, L73 (2004).
- [72] S. Westerhoff *et al.*, *Nucl. Phys.* **B46**, 136 (2004).
- [73] G. R. Farrar and T. Piran, *Phys. Rev. Lett.* **84**, 3527 (2000).
- [74] K. Dolag, D. Grasso, V. Springel, and I. Tkachev, *JETP Lett.* **79**, 583 (2004).
- [75] K. Dolag, D. Grasso, V. Springel, and I. Tkachev, *J. Cosmol. Astropart. Phys.* **01** (2005) 09.
- [76] G. Medina-Tanco and T. A. Ensslin, *Astropart. Phys.* **16**, 47 (2001).

The Origin of Magnetic Fields in Galaxies

Rafael S. de Souza* and Reuven Opher†

*IAG, Universidade de São Paulo, Rua do Matão 1226,
Cidade Universitária, CEP 05508-900, São Paulo, SP, Brazil.*

Abstract

Microgauss magnetic fields are observed in all galaxies at low and high redshifts. The origin of these intense magnetic fields is a challenging question in astrophysics. We recently showed that the natural plasma fluctuations in the primordial universe, as predicted by the Fluctuation-Dissipation Theorem, can produce seed magnetic fields of $\sim 10\mu\text{G}$ over a $L = 0.1$ pc region at $z \sim 10$. Assuming random orientations of the fields, we predict a $3 \times 10^{-10}\text{G}$ magnetic fields over a region $L \sim 100$ pc and a $\sim 3 \times 10^{-12}\text{G}$ field over a region $L \sim 2$ kpc. The amplification of these seed fields by the turbulent dynamo in a galaxy is here investigated. Disks in protogalaxies are, in general, highly turbulent and we assume that the vorticity of the turbulence is on the order of the disk vorticity. Whereas the standard dynamo for a typical disk galaxy creates a 2 e-fold amplification of the field in $\sim 10^9$ years, the turbulent dynamo has an e-fold time much shorter. We use the non-linear evolution equations of the magnetic correlations for this investigation. Starting with a magnetic field of $B \sim 3 \times 10^{-12}\text{G}$ ($L \sim 2\text{kpc}$) we find in 10^9 years that B is amplified to $\sim 10^{-9}\text{G}$, which, corresponds to a ~ 5 e-fold amplifications of the magnetic field in 10^9 years. Collapsing to form galaxies, the density rises by a factor 10^6 , magnetic fields by a factor 10^4 and scale factor decrease by a factor 10^2 . This predicts μG fields over kpc regions in galaxies. The model resolves naturally the problem of the origin of magnetic fields in galaxies in $\lesssim 10^9$ years and the μG fields in high redshift galaxies.

PACS numbers:

*Electronic address: Rafael@astro.iag.usp.br

†Electronic address: Opher@astro.iag.usp.br

I. INTRODUCTION

The origin of large-scale cosmic magnetic fields in galaxies and protogalaxies remains at present, a challenging problem in astrophysics [1, 2]. Over the years, the most popular mechanism of amplifying magnetic fields in disks has been the $\alpha - \Omega$ dynamo, which converts the B_θ fields into a B_r field, which is converted back into a B_θ field due to disk rotation [3–6]. Kulsrud & Zweibel [7] recently made a review of the problems of creating magnetic fields in galaxies. Observational evidence indicates that the field was moderately strong at the beginning of the life of a galaxy and its disk. One argument involves the observed chemical abundance of Be and B produced by cosmic rays requiring a moderately strong magnetic field in the early life of the galaxy [7]. A second argument is the detection of μG fields in high- z galaxies.

A major problem of the popular $\alpha - \Omega$ dynamo theory is that magnetic flux must be removed from the galactic disk. This is a major problem since unless the flux and the interstellar mass are somehow separated, some interstellar mass must also be removed from the galactic gravitational well. It was pointed out by Kulsrud & Zweibel [7] that unless the seed field is much larger than $\sim 10^{-20}$ usually assumed, this separation cannot happen. They suggest that the relatively strong galactic seed field required might have its origin in the turbulence of the protogalaxy or in giant radio jets.

Simplified equations for dynamo amplification in a disk are [8].

$$\frac{\partial B_R}{\partial t} = -\frac{\partial[\alpha B_\theta]}{\partial z} + \beta \frac{\partial^2}{\partial z^2} B_R \quad (1)$$

$$\frac{\partial B_\theta}{\partial t} = -\Omega B_R + \beta \frac{\partial^2}{\partial z^2} B_\theta \quad (2)$$

$$\alpha = \alpha_0 \frac{z}{h} \quad (3)$$

where h is the disk height and Ω the angular velocity of the disk with $\Omega \simeq -rd\Omega/dr \propto 1/r$.

From Eqs (1)-(3), amplification occurs due to the gradients of B_θ and B_R in the z -direction, described by the parameters α and β . We have dynamo amplification if the dynamo number

$$D \equiv -\frac{\Omega h^2 \alpha_0}{\beta^2} < -10 \quad (4)$$

For $D \ll -10$, the amplification rate is $e^{\gamma t}$ with

$$\gamma = \left(\frac{\Omega \alpha_0}{h} \right)^{1/2} - \frac{\pi^2 \beta}{4 h^2} \quad (5)$$

For typical parameters, we have

$$\gamma^{-1} \sim 4 \times 10^8 \text{ yrs} \quad (6)$$

In order to obtain $\sim \mu G$ field in ~ 10 billion years, we need a minimum starting field $\sim 10^{-13} G$.

There are various problems with the $\alpha - \Omega$ dynamo theory [1, 8, 9]. Two of the most serious ones are:

1. It is too slow. Observations indicate the presence of microgauss magnetic fields in galaxy clusters and galaxies at high redshifts [10, 11]. It is hard to explain such strong fields with the galactic dynamo theory [1].
2. Magnetic flux expulsion is required. If the flux is confined, the total radial flux does not change and no amplification occurs. Also the toroidal field near the central plane of the disk has one sign while at the upper and lower edges of the disk it has the opposite sign. Expulsion is required of the reversed field at the edges.

The turbulent dynamo described in the present paper amplifies the magnetic field at a much faster rate and does not have the above problems. Ryu et al. [12] investigated the amplification of magnetic fields due to turbulent vorticity created at cosmological shocks during the formation of large scale structure. They calculated the vorticity from numerical simulations

$$\vec{\omega} \equiv \vec{\nabla} \times \vec{v} \quad (7)$$

where a given vorticity ω can be characterized by a characteristic velocity V_{vort} over a characteristic distance L_{vort} . Ryu et al. find that ω typically is

$$\omega \sim 1 - 3 \times 10^{-16} s^{-1} \quad (8)$$

which corresponds to 10-30 turnovers in the age of the universe. They investigated, in general, $L_{vort} > 1 \text{ Mpc } h^{-1}$. We here investigate $L_{vort} \lesssim 10 \text{ kpc } h^{-1}$.

Magnetic noise, in the form of small-scale fields, builds up much faster than the mean field in a turbulent flow. It results from the tangling of the large-scale field by the turbulence or the operation of a small-scale dynamo. The dominant source of the small scale fields, when one starts from weak large-scale seed fields, is the operation of the small-scale dynamo.

Fluctuating field dynamics is best studied in terms of the dynamics of magnetic correlation functions. Kazantsev [13] derived the equations for the longitudinal correlations in homogeneous, isotropic, Markovian turbulence, without mean helicity. Vainshtein & Kichatinov [14] incorporated the effects of helicity, and derived equations for both helical and longitudinal correlations.

Subramanian [15] and Brandenburg & Subramanian [16] derived the non-linear evolution equations for the magnetic correlations, taking into account the back-reaction of the Lorentz force due to ambipolar drift. We use their formulation and solve the nonlinear equations numerically using as a seed field the magnetic fields generated by the Fluctuation-Dissipation Theorem [2] in the pre-galactic era. In §II we review the Fluctuation-Dissipation Theorem model, in §III the Kazantsev theory of a turbulent plasma and in §IV discuss the important parameters of the plasma to be used in the calculation. In §V we present our results and in §VI our conclusions.

II. CREATION OF MAGNETIC FIELDS DUE TO ELECTROMAGNETIC FLUCTUATIONS IN HOT DENSE EQUILIBRIUM PRIMORDIAL PLASMAS

Thermal electromagnetic fluctuations are present in all plasmas, including those in thermal equilibrium, the level of which is related to the dissipative characteristics of the medium, as described by the Fluctuation-Dissipation Theorem (FDT) [17] [see also Akhiezer et al. [18], Dawson [19], Rostoker et al. [20], Sitenko [21]]. The spectrum of the fluctuations of the electric field is given by

$$\frac{1}{8}\langle E_i E_j \rangle_{k\omega} = \frac{i}{2} \frac{\hbar}{e^{\hbar\omega/T} - 1} (\Lambda_{ij}^{-1} - \Lambda_{ij}^{-1*}), \quad (9)$$

$$\Lambda_{ij}(\omega, \mathbf{k}) = \frac{k^2 c^2}{\omega^2} \left(\frac{k_i k_j}{k^2} - \delta_{ij} \right) + \varepsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k}), \quad (10)$$

where $\varepsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k})$ is the dielectric tensor of the plasma, ω the frequency, and $\bar{\mathbf{k}}$ the wave number of the fluctuation. From Faraday's law, $\mathbf{B} = c\mathbf{k}/\omega \times \mathbf{E}$, and setting $\mathbf{k} = k\hat{\mathbf{x}}$, we find for the

perpendicular B_2 and B_3 magnetic fluctuations:

$$\frac{\langle B_2^2 \rangle_{k\omega}}{8\pi} = \frac{i}{2} \frac{\hbar}{e^{\hbar\omega/T-1}} \frac{c^2 k^2}{\omega^2} (\Lambda_{33}^{-1} - \Lambda_{33}^{-1*}), \quad (11)$$

and

$$\frac{\langle B_3^2 \rangle_{k\omega}}{8\pi} = \frac{i}{2} \frac{\hbar}{e^{\hbar\omega/T-1}} \frac{c^2 k^2}{\omega^2} (\Lambda_{22}^{-1} - \Lambda_{22}^{-1*}), \quad (12)$$

where the subscripts 1, 2, and 3 refer to the x, y, and z directions, respectively. We then have for the total magnetic fluctuations:

$$\frac{\langle B^2 \rangle_{k\omega}}{8\pi} = \frac{i}{2} \frac{\hbar}{e^{\hbar\omega/T-1}} \frac{c^2 k^2}{\omega^2} (\Lambda_{22}^{-1} + \Lambda_{33}^{-1} - \Lambda_{22}^{-1*} - \Lambda_{33}^{-1*}). \quad (13)$$

In order to obtain $\Lambda_{ij}(\omega, \mathbf{k})$ from the equations of motion of the plasma, a multifluid model for the plasma is introduced,

$$m_\alpha \frac{d\mathbf{v}_\alpha}{dt} = e_\alpha \mathbf{E} - \eta_\alpha m_\alpha \mathbf{v}_\alpha, \quad (14)$$

where α is a particle species label and η_α the collision frequency of the species. Making a Fourier transformation of the above equation and rearranging terms, the dielectric tensor is:

$$\epsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k}) = \delta_{ij} - \sum_\alpha \frac{\omega_{p\alpha}^2}{\omega(\omega + i\eta_\alpha)} \delta_{ij}, \quad (15)$$

where $\omega_{p\alpha}$ is the plasma frequency of the species α . For an electron-positron plasma, the plasma frequency of the electrons is equal to that of the positrons, $\omega_{pe^+} = \omega_{pe^-}$, and the collision frequencies of the electrons and positrons are equal, $\eta_{e^+} = \eta_{e^-} = \eta$. The dielectric tensor from Eq. (15) then becomes

$$\epsilon_{ij}(\omega, \mathbf{k}) = \delta_{ij} - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\eta)} \delta_{ij}, \quad (16)$$

where $\omega_p^2 = \omega_{pe^+}^2 + \omega_{pe^-}^2$. For electrons, the Coulomb collision frequency is $\eta_e = 2.91 \times 10^{-6} n_e \ln \Lambda T^{-3/2} (eV)s^{-1}$, where n_e is the electron density and $\ln \Lambda$ the Coulomb logarithm. The collision frequency for the case of an electron-proton plasma, which dominates after the primordial nucleosynthesis era, is $\eta_p = 4.78 \times 10^{-18} n_e \ln \Lambda T^{-3/2} (eV)s^{-1}$. It describes the binary collisions in a plasma, which we assume to be the dominant contribution to η . We then obtain

$$\Lambda_{ij} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\eta)} & 0 & 0 \\ 0 & 1 - \frac{c^2 k^2}{\omega^2} - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\eta)} & 0 \\ 0 & 0 & 1 - \frac{c^2 k^2}{\omega^2} - \frac{\omega_p^2}{\omega(\omega + i\eta)} \end{pmatrix}. \quad (17)$$

From Eqs. (13)- (17), the total magnetic field fluctuation, as a function of frequency and wave number k , is

$$\frac{\langle B^2 \rangle_{k,\omega}}{8\pi} = \frac{2\hbar\omega}{e^{\hbar\omega/T} - 1} \eta \omega_p^2 \frac{k^2 c^2}{(\omega^2 + \eta^2) k^4 c^4 + 2\omega^2 (\omega_p^2 - \omega^2 - \eta^2) k^2 c^2 + [(\omega^2 - \omega_p^2)^2 + \eta^2 \omega^2] \omega}, \quad (18)$$

[22].

Most of the electromagnetic fluctuations in the primordial plasma that were created immediately after the QHPT fall into two broad categories: those with large wavelengths ($k \lesssim \omega_{pe}/c$) at near zero frequency ($\omega \ll \omega_{pe}$) and those with very small wavelengths ($k \gg \omega_{pe}/c$) and frequencies greater than ω_{pe} . The modes $k \lesssim \omega_{pe}/c$, denominated “soft” or “plastic” photons by Tajima et al. [22], are significantly modified. It is these plastic photons and their magnetic fields which we are interested in.

From Eq.(18), we obtain the strength of the magnetic field whose wavelengths are larger than a size λ ,

$$\langle B^2 \rangle_\lambda / 8\pi = (T/2)(4\pi/3)\lambda^{-3}, \quad (19)$$

which decreases rapidly with wavelength. Thus, the magnetic field in Eq.(19) is concentrated near the wavelength λ . The spatial size λ of the magnetic field fluctuations is related to τ , the lifetime of the fluctuation, by

$$\lambda(\tau) = 2\pi \frac{c}{\omega_p} (\eta_e \tau)^{1/2} \quad (20)$$

[22]. The average size of the magnetic fluctuations is

$$\bar{\lambda} = \frac{\int \lambda [\langle B^2 \rangle_\lambda / 8\pi] d\lambda}{\int [\langle B^2 \rangle_\lambda / 8\pi] d\lambda} = \frac{7\pi}{3} (c/\omega_p). \quad (21)$$

We assume that a fluctuation predicted by the FDT can be described by a bubble of size $\bar{\lambda}$. It contains a magnetic dipole whose field intensity is given by Eq. (19). de Souza & Opher [2] found that the magnetic fields in the bubbles, created originally at the quark-hadron phase transition (QHPT), had a value $\sim 9\mu\text{G}$ and a size 0.1 pc at the redshift $z \sim 10$ (Table 1). Assuming that the fields are randomly oriented, the average magnetic field over a larger region D is $B = 9\mu\text{G}(0.1\text{pc}/D)^{3/2}$. We thus have an average field $\sim 3 \times 10^{-10}$ over a region $\sim 100\text{pc}$ and $\sim 3 \times 10^{-12}\text{G}$ over a region $\sim 2\text{kpc}$. We suggest that these fields are amplified in the protogalaxy by the small scale turbulent dynamo.

TABLE I: Size and Strength of Magnetic Fields in Bubbles

Epoch	Magnetic Field (μG)	Redshift	Time (sec)	Size (cm)
Immediately after the QHPT	10^{22}	6×10^{11}	10^{-4}	10^{-12}
Electron positron annihilation era	10^{18}	10^{10}	1	10^8
Nucleosynthesis era	10^{15}	$10^8 - 10^9$	1 - 500	10^{10}
Equipartition era	2×10^5	3600	10^{12}	3×10^{14}
Recombination era	2×10^2	1100	8×10^{12}	10^{15}
Galaxy formation era	9	~ 10	10^{16}	10^{17}

III. TURBULENT DYNAMO

In a partially ionized medium the magnetic field evolution is governed by the induction equation

$$(\partial \mathbf{B} / \partial t) = \nabla \times (\mathbf{v}_i \times \mathbf{B} - \eta \nabla \times \mathbf{B}), \quad (22)$$

where \mathbf{B} is the magnetic field, \mathbf{v}_i the velocity of the ionic component of the fluid and η the ohmic resistivity. The ions experience the Lorentz force due to the magnetic field. This will cause them to drift with respect to the neutral component of the fluid. If the ion-neutral collisions are rapid enough, one can assume that the Lorentz force on the ions is balanced by their friction with the neutrals. Under this approximation the Euler equation for the ions reduces to :

$$\rho_i \nu_{in} (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_n) \equiv \rho_i \nu_{in} \mathbf{v}_D = [(\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}] / (4\pi), \quad (23)$$

where ρ_i is the mass density of ions, ν_{in} the ion-neutral collision frequency and \mathbf{v}_n the velocity of the neutral particles. The ambipolar drift velocity is defined as \mathbf{v}_D .

Using the Euler equation for the ions and substituting for \mathbf{v}_i , the induction equation becomes the nonlinear equation

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \nabla \times [\mathbf{v}_n \times \mathbf{B} + a [((\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}] - \eta \nabla \times \mathbf{B}], \quad (24)$$

where

$$a \equiv \frac{1}{4\pi \rho_i \nu_{in}} \quad (25)$$

The velocity field \mathbf{v}_n is taken to be independent of the magnetic field. We assume \mathbf{v}_n has a turbulent stochastic component \mathbf{v}_T on a smooth component \mathbf{v}_0 , $\mathbf{v}_n = \mathbf{v}_0 + \mathbf{v}_T$. Since \mathbf{v}_T is stochastic, Eq. (24) becomes a stochastic partial differential equation. Its solution depends on the statistical properties of the velocity field \mathbf{v}_T .

We assume \mathbf{v}_T to be an isotropic, homogeneous, Gaussian random velocity field with zero mean. For simplicity, we assume \mathbf{v}_T to have a delta function correlation in time (Markovian approximation) and its two point correlation is specified as

$$\langle v_T^i(\mathbf{x}, t) v_T^j(\mathbf{y}, s) \rangle = T^{ij}(r) \delta(t - s) \quad (26)$$

with

$$T^{ij}(r) = T_{NN}(r) [\delta^{ij} - \frac{r^i r^j}{r^2}] + T_{LL}(r) \frac{r^i r^j}{r^2} + C(r) \epsilon_{ijk} r^k. \quad (27)$$

Here $\langle \rangle$ denotes averaging over an ensemble of the stochastic velocity field \mathbf{v}_T , $r = |\mathbf{x} - \mathbf{y}|$, $r^i = x^i - y^i$ and we have written $T^{ij}(r)$ in the form appropriate for a statistically isotropic and homogeneous tensor [23]. $T_{LL}(r)$ and $T_{NN}(r)$ are the longitudinal and transverse correlation functions for the velocity field and $C(r)$ is the helical part of the velocity correlations. If \mathbf{v}_T is assumed to be divergence free, then

$$T_{NN}(r) = \frac{1}{2r} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 T_{LL}(r)). \quad (28)$$

Eq. (24) can now be converted into equations for the various moments of the magnetic field (see also Zel'dovich et al. [24], Chapter 8).

Consider a system whose size is $\gg L_c$, where L_c is the coherence scale of the turbulence, in Eqs. (26) and (27) for which the mean field, averaged over any scale, is negligible. We take \mathbf{B} to be a homogeneous, isotropic, Gaussian random field with a negligible mean average value. For equal time, the two point correlation of the magnetic field is

$$\langle B^i(\mathbf{x}, t) B^j(\mathbf{y}, t) \rangle = M^{ij}(r, t), \quad (29)$$

where

$$M^{ij} = M_N \left[\delta^{ij} - \left(\frac{r^i r^j}{r^2} \right) \right] + M_L \left(\frac{r^i r^j}{r^2} \right) + H \epsilon_{ijk} r^k, \quad (30)$$

[15, 16]. The symbol $\langle \rangle$ denotes a double ensemble average over both the stochastic velocity and \mathbf{B} fields. $M_L(r, t)$ and $M_N(r, t)$ are the longitudinal and transverse correlation functions, respectively, of the magnetic field, and $H(r, t)$ is the helical term of the correlations. Since $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$, we have $M_N = (1/2r) \partial(r^2 M_L) / (\partial r)$ [25]. The induction equation can be converted into evolution equations for M_L and H :

$$\begin{aligned} \frac{\partial M_L}{\partial t}(r, t) &= \frac{2}{r^4} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^4 \kappa_N(r, t) \frac{\partial M_L(r, t)}{\partial r} \right) \\ &+ G(r) M_L(r, t) + 4 \alpha_N H(r, t), \end{aligned} \quad (31)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial H}{\partial t}(r, t) &= \frac{1}{r^4} \frac{\partial}{\partial r} \left[r^4 \frac{\partial}{\partial r} [2 \kappa_N(r, t) H(r, t) \right. \\ &\left. - \alpha_N(r, t) M_L(r, t) \right], \end{aligned} \quad (32)$$

where

$$\kappa_N(r, t) = \eta + T_{LL}(0) - T_{LL}(r) + 2a M_L(0, t), \quad (33)$$

$$\alpha_N(r, t) = 2C(0) - 2C(r) - 4a H(0, t), \quad (34)$$

and

$$G(r) = -4 \left\{ \frac{d}{dr} \left[\frac{T_{NN}(r)}{r} \right] + \frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} [r T_{LL}(r)] \right\} \quad (35)$$

[15]. These equations form a closed set of nonlinear partial differential equations for the evolution of M_L and H , describing the evolution of magnetic correlations at small and large scales. The effective diffusion coefficient κ_N includes microscopic diffusion (η), a scale-dependent turbulent diffusion $[T_{LL}(0) - T_{LL}(r)]$, and an ambipolar drift $2aM_L(0, t)$, which is proportional to the energy density of the fluctuating fields. Similarly, α_N is a scale-dependent α effect, proportional to $[2C(0) - 2C(r)]$. The nonlinear decrement of the α effect due to ambipolar drift is $4aH(0, t)$, proportional to the mean helicity of the magnetic fluctuations. The $G(r)$ term in equation (31) allows for rapid generation of small scale magnetic fluctuations due to velocity shear [13, 15, 16, 24].

When studying low velocity ($|\mathbf{v}_T| \ll$ velocity of sound) turbulence, it is usually assumed that the fluid is incompressible ($\nabla \cdot \mathbf{v}_T = 0$). The functions T_{NN} and T_{LL} are then related in the way described by Subramanian [15]. We assume that the functions $T_{NN}(r)$ and $C(r)$, that amplifies the magnetic field, have the same power-law form:

$$C(r) = \frac{V_c}{2} \left[1 - \left(\frac{r}{L_c} \right)^{4/3} \right] \quad 0 < r < L_c, \quad (36)$$

$$T_{LL}(r) = \frac{V_c L_c}{3} \left[1 - R_e^{1/2} \left(\frac{r}{L_c} \right)^2 \right] \quad 0 < r < l_c \quad (37)$$

$$T_{LL}(r) = \frac{V_c L_c}{3} \left[1 - \left(\frac{r}{L_c} \right)^{4/3} \right] \quad l_c < r < L_c, \quad (38)$$

$$= 0 \quad r > L_c. \quad (39)$$

$$(40)$$

Here R_e is the fluid Reynolds number $R_e = vL/\nu$, ν the kinematic viscosity, and $l_c \sim LR_e^{-3/4}$ is the cut off scale of the turbulence.

In the galactic context we can neglect the coupling term $\alpha_N H$ as an excellent approximation since it is very small and consider only the evolution of M_L [15].

For turbulent motions on a scale L , with a velocity scale v , the magnetic Reynolds number (MRN) is $R_m = vL/\eta$. One then finds that there is a critical MRN, $R_m = R_c \approx 60$, so that for $R_m > R_c$ [15], modes of the small scale dynamo can be excited. The fluctuating field, correlated on a scale L , grows exponentially with a growth rate $\Gamma_L \sim v/L$ [15].

IV. PARAMETERS OF THE TURBULENT PLASMA

As in the galactic interstellar medium, the protogalactic plasma is expected to have Kolmogorov-turbulence, driven by the shock waves originating from the instabilities associated with gravitational collapse. We use fiducial parameters suggested in the literature for the values of plasma parameters that were present in the protogalaxy [6, 26]. The typical values for the protogalaxy studied are: total mass $M \sim 10^{12}M_{\odot}$, temperature $T \sim 10^6$ K, and size $L_c \sim 200$ kpc. The ion kinematic viscosity is $\sim 10^7 \text{cm}^2/\text{s}$, the Spitzer resistivity $\eta_s = 6.53 \times 10^{12} T^{-3/2} \ln \Lambda \text{cm}^2 \text{s}^{-1} \sim 8 \times 10^4 \text{cm}^2 \text{s}^{-1}$, and the typical eddy velocity $V_c \sim 10^7 \text{cm/s}$.

V. RESULTS

We solve numerically Eq.(31) for different values of $r(\equiv r_0)$. In Figs 1 and 2 we evaluate M_L for various values of r and V_c , respectively. In Fig 3 we evaluate the mean value of the magnetic field as a function of r and t . Since de Souza & Opher [2] predict an average seed magnetic field $\sim 3 \times 10^{-12} \text{G}$ over a region ~ 2 kpc, we are particularly interested in the growth of M_L with an initial value $M_{L0} \sim 10^{-23} G^2$.

VI. CONCLUSIONS AND DISCUSSION

The origin of cosmic magnetic fields is a big challenge in astrophysics. The main problem of the models is how the seed magnetic fields are amplified from $\sim 10^{-20} \text{G}$, the suggested primordial field values, to the current μG fields observed in galaxies. We showed that magnetic fields created immediately after the quark-hadron transition could survive to $z \sim 10$ and be amplified by turbulence in protogalaxies. The model can explain the observed magnetic fields at high and low redshifts determined by Faraday rotation measurements starting from the natural fluctuations in the primordial plasma. From Figs. 1 and 2 we find M_L increases from $\sim 10^{-23} G^2$ (corresponding to a magnetic field $\sim 3 \times 10^{12} \text{G}$) to $M_L \sim 10^{18} G^2$ (corresponding to a field $\sim 10^{-9} \text{G}$). Starting with a value of $B \sim 3 \times 10^{-12} \text{G}$ ($L \sim 2 \text{kpc}$) we find in 10^9 years that B is amplified to $\sim 10^{-9} \text{G}$. This corresponds to a ~ 5 e-fold amplification of B in 10^9 years. Collapsing to form galaxies, the density rises by a factor 10^6 , magnetic fields by a factor 10^4 , and a scale factors decreases by a factor 10^2 .

This predicts μG fields over kpc regions in galaxies. The model studied is able to explain the μG fields observed in high redshift galaxies.

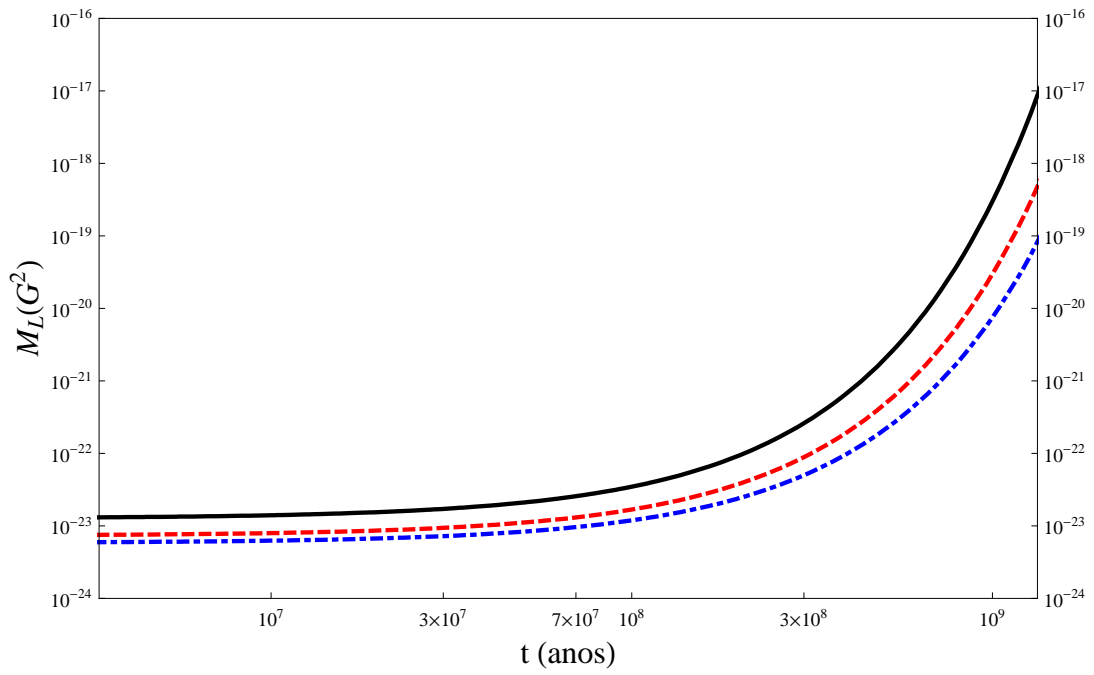


FIG. 1: Values of $M_L(G^2)$ as a function of $t(\text{yrs})$. Solid black line has reference values: $M_L(r, 0) = 10^{-11}(0.1\text{pc}/r)^3 G^2$, $L_c = 200\text{kpc}$, $r = 3 \text{ kpc}$ and $V_c = 10^7$. We vary here r . Dashed red line is for $r = 4\text{kpc}$, and the dotted blue line is for $r = 5\text{kpc}$.

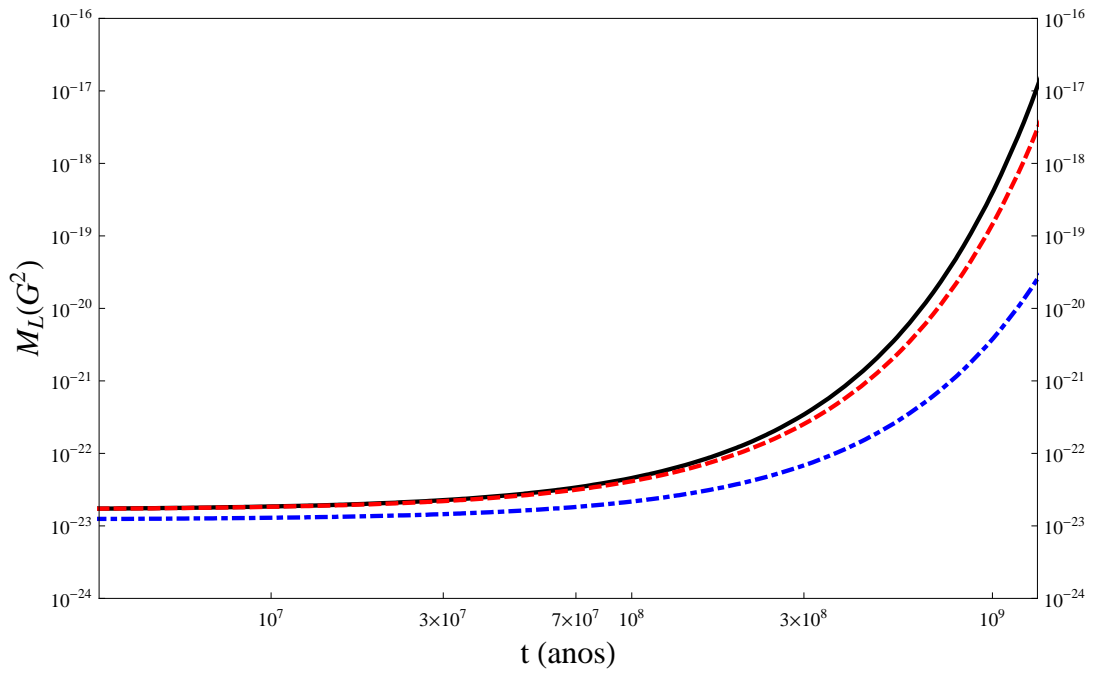


FIG. 2: Values of $M_L(G^2)$ as a function of $t(\text{yrs})$. Solid black line has reference values (see Fig. 1). We vary here V_c . Dashed red line is for $V_c = 8 \times 10^6 \text{ cm/s}$, and the dotted blue line is for $V_c = 6 \times 10^6 \text{ cm/s}$.

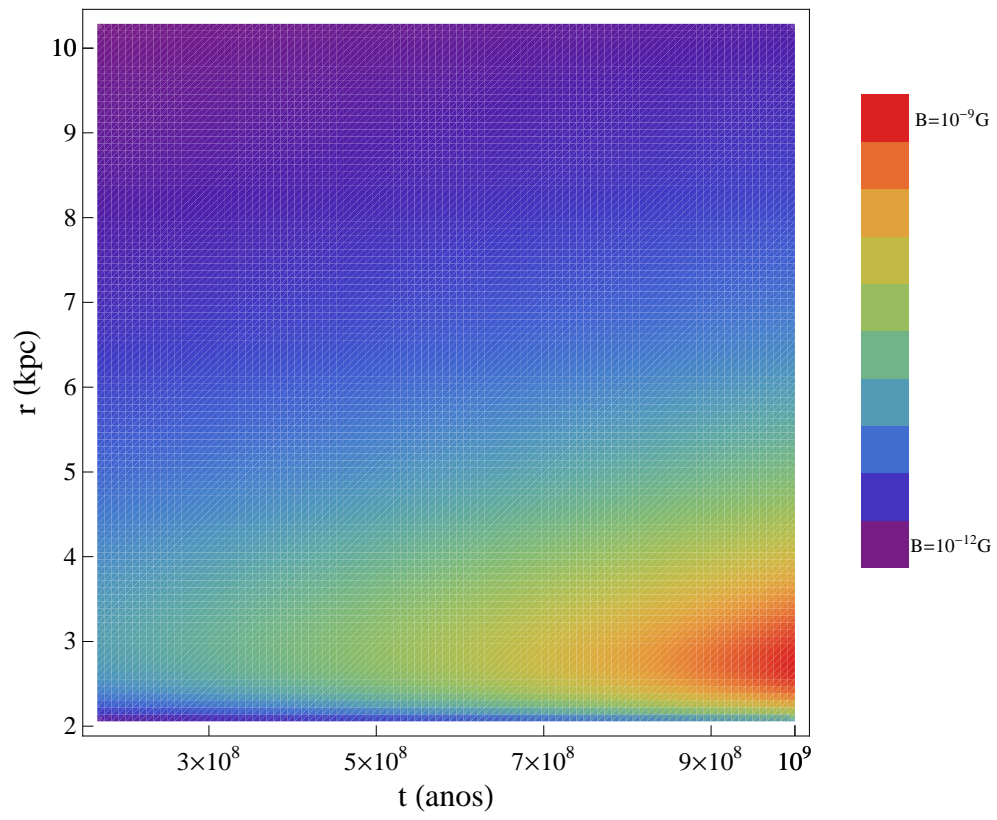


FIG. 3: Values of $B(\text{G})$ as a function of $t(\text{yrs})$ and $r(\text{kpc})$ for reference values (see Fig. 1).

-
- [1] Zweibel, E. G. and Heiles, C., *Nature* 385, 131 (1997).
- [2] de Souza, R. S. and Opher, R., *Phys. Rev. D* 77, 043529 (2008).
- [3] Parker, E. N., *Astrophys. J.* , 163, 255 (1971).
- [4] Vainshtein, S. I., and Ruzmaikin, A. A., *Sov. Astron.*, 15, 714 (1972).
- [5] Beck, R., Branderburg, A., Moss, D., Shukurov, A., and Sokoloff, D., *ARA&A*, 34, 155 (1996).
- [6] Malyshkin, L., and Kulsrud, R. M., *Astrophys. J.* , 571, 619 (2002).
- [7] Kulsrud, R. M., and Zweibel, E. G., *Rep. Prog. Phys.* 71, 046901 (2008)
- [8] Kulsrud, R. M. *ARA&A*, 37, 37, (1999).
- [9] Rosner, R. and Deluca, E., *IAUS*, 136, 319 (1989).
- [10] Perry, J. J., In *Cosmical Magnetism*. (ed. Lyndon-Bell, 144, 51, Cambridge 1994).
- [11] Kronberg, P. P., *Rep. Prog. Phys.*, 57, 325, (1994).
- [12] Ryu, D., Kang, H., Cho, J. and Das, S., *Science*, 320, 909, (2008).
- [13] Kazantsev, A. P., *Sov. Phys. JETP*, 26, 1031, (1968).
- [14] Vainshtein S. I. and Kichatinov, L. L., *JFM*, 168, 73, (1986).
- [15] Subramanian, K., *Phys. Rev. Lett.*, 83, 2957, (1999).
- [16] Brandenburg, A. and Subramanian, K., *A&A*, 361, L33, (2000).
- [17] Kubo, R. 1957, *J. Phys. Soc. Japan*, 12, 570
- [18] Akhiezer, A. I., Plovin, R. V., Sitenko, A. G., & Stepanov, K. N. 1975, *Plasma Electrodynamics* (Pergamon: Oxford)
- [19] Dawson, J. M. 1968, *Adv. Plasma Phys.*, 1, 1
- [20] Rostoker, N., Aamodt, R., & Eldridge, O. 1965, *Ann. Phys.*, 31, 243
- [21] Sitenko, A. G., *Electromagnetic Fluctuations in Plasma* (NY:Academic Press 1967)
- [22] Tajima, T., Cable, S., Shibata, K., & Kulsrud, R. M. 1992, *Astrophys. J.* , 390, 309
- [23] Landau, L. D., and Lifshitz, E. M., *Fluid Mechanics* (Oxford; Pergamon), (1987).
- [24] Zel'dovich, Y. B., Ruzmaikin, A. A., and Sokoloff, D. D., , *Magnetic Fields in Astrophysics* (New York: Gordon & Breach), (1983).
- [25] Monin, A. S. and Yaglom, A. A., *Statistical Fluid Mechanics*, (Vol. 2 Cambridge: MIT Press, 1975).
- [26] Schekochihin, A. A., Boldyrev, S. A., Kulsrud, R. M., *ApJ*, 567, 828, (2002).

- [27] McComb, W. D. , *The Physics of Fluid Turbulence* (Oxford: Clarendon, 1990).
- [28] Braginskii, S. I., *Rev. Plas. Phys.*, 1, 205, (1965).
- [29] Spitzer Jr, L., *Physics of Fully Ionized Gases*, (New York: Wiley, 1962).

Origin of $10^{15} - 10^{16}$ G Magnetic Fields in Gamma Ray Bursts.

Rafael S. de Souza

Reuven Opher

IAG, Universidade de São Paulo, Rua do Matão 1226, Cidade Universitária, CEP 05508-900, São Paulo, SP, Brazil.

Abstract

The origin of magnetic fields in astrophysical objects is a challenging problem in astrophysics. Throughout the years, many scientists have suggested that non-minimal gravitational-electromagnetic coupling (NMGEC) could be the origin of the ubiquitous astrophysical magnetic fields. We investigate here the possible origin of the intense magnetic fields $\sim 10^{15} - 10^{16}$ in gamma-ray bursts by NMGEC. Whereas these intense magnetic fields are difficult to explain astrophysically, we find that they are easily explained by NMGEC.

Key words:

Compact Objects, Magnetic Fields

PACS: 97.60.Lf, 98.54.Aj, 98.70.Rz

1. Introduction

Cosmic magnetic fields pervade the Universe. However, their origin is one of the most challenging problems in modern astrophysics (e.g., [1],[2]). Various authors have suggested a gravitational origin of the magnetic fields in rotating celestial bodies. In particular, a number of studies have been made on nonminimal gravitational electromagnetic coupling (NMGEC). It has been motivated, in part, by the Schuster-Blackett (S-B) conjecture, which suggests that the magnetic fields in planets and stars arise due to their rotation [3]. In this scenario, neutral mass currents generate magnetic fields, implying the existence of a non-minimal coupling between gravitational and electromagnetic fields. An early attempt to encompass the S-B conjecture in a gravitational theory was made by Pauli in the 1930s [4]. During the 1940s and 50s, after Blackett resuscitated the conjecture [5], many authors, such as Bennett et al. [6], Papapetrou [7], Luchak

Email addresses: Rafael@astro.iag.usp.br (Rafael S. de Souza),
Opher@astro.iag.usp.br (Reuven Opher)

[8] and Mikhail *et al.* [9], also attempted to encompass it in a gravitational theory. Later, in the eighties, Barut & Gornitz also studied the NMGEC conjecture [10]. The majority of these studies were based on the five-dimensional Kaluza-Klein formalism. This formalism was used in order to describe a unified theory of gravitation and electromagnetism with NMGEC in such a way that the S-B conjecture is obtained. Opher & Wichoski [11] proposed that the $B \sim 10^{-6} - 10^{-5}$ G magnetic field in spiral galaxies is directly obtained from NMGEC. In this paper, we investigate the possibility that NMGEC is the origin of the intense magnetic fields $10^{15} - 10^{16}$ G connected with gamma ray bursts.

2. Schuster Blackett Conjecture

NMGEC suggests the following relation between the angular momentum \mathbf{L} and the magnetic dipole moment \mathbf{m} :

$$\mathbf{m} = \left[\beta \frac{\sqrt{G}}{2c} \right] \mathbf{L}, \quad (1)$$

where β is a constant, on the order of unity [11], G the Newtonian constant of gravitation, and c the speed of light. The angular momentum \mathbf{L} is

$$\mathbf{L} = I\boldsymbol{\Omega}, \quad (2)$$

where $\boldsymbol{\Omega} = 2\pi P^{-1}$ is the angular velocity, P the rotational period, and I the moment of inertia. The dipole moment \mathbf{m} is related to the magnetic field \mathbf{B} by

$$\mathbf{B} = \frac{3(\mathbf{m} \cdot \mathbf{r})\mathbf{r} - \mathbf{m}|\mathbf{r}|^2}{|\mathbf{r}|^5}, \quad (3)$$

where \mathbf{r} is the distance from \mathbf{m} to the point at which \mathbf{B} is measured.

Another possibility, to obtain the Schuster-Blackett relation from first principles, was proposed by Mikhail *et al.* [9], Mikhail *et al.* [12] and Møller [13], using Møller's tetrad theory of gravitation

$$\begin{aligned} G_{\mu\nu} + H_{\mu\nu} &= -\kappa T_{\mu\nu}, \\ F_{\mu\nu} &\neq 0, \end{aligned} \quad (4)$$

where

$$H_{\mu\nu} := \lambda \left[\gamma_{\alpha\beta\mu} \gamma^{\alpha\beta}{}_{\nu} + \gamma_{\alpha\beta\mu} \gamma_{\nu}{}^{\alpha\beta} + \gamma_{\alpha\beta\nu} \gamma_{\mu}{}^{\alpha\beta} + g_{\mu\nu} \left(\gamma_{\alpha\beta\sigma} \gamma^{\sigma\beta\alpha} - \frac{1}{2} \gamma_{\alpha\beta\sigma} \gamma^{\alpha\beta\sigma} \right) \right] \quad (5)$$

and

$$F_{\mu\nu} := \lambda \left[\Phi_{\mu,\nu} - \Phi_{\nu,\mu} - \Phi_{\alpha} \left(\gamma^{\alpha}{}_{\mu\nu} - \gamma^{\alpha}{}_{\nu\mu} \right) + \gamma_{\mu\nu}{}^{\alpha}{}_{;\alpha} \right]. \quad (6)$$

For $\lambda = 0$, Møller's field equations are identical with Einsteins equations. They evaluated the field equations assuming a symmetric solution for the Reissner-Nordström metric,

$$ds^2 = g_{\mu\nu}dx^\mu dx^\nu = -f dt^2 + \frac{dr^2}{f} + r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\phi^2),$$

$$f(r) = 1 - \frac{2M}{r} + \frac{Q^2}{r^2}. \quad (7)$$

The components x^μ are spatial-temporal coordinates, $\mu, \nu = 0, 1, 2, 3$, and M and Q are the mass and charge of the object, respectively. Mikhail *et al.* [9] evaluated the non-vanishing components of the electromagnetic field tensor $F^{\mu\nu}$. They studied effects of rotation in this model and found an extra term in the electromagnetic tensor, corresponding to a magnetic field, taking the electric charge to be zero. They found, therefore, they found that magnetic fields can be generated as a result of the rotation of the body. The surface magnetic field for a rotating body of mass M (grams), radius R (cm) and angular velocity $\Omega(\text{sec}^{-1})$

$$\mathbf{B}_p = \frac{9}{4} \sqrt{\frac{2M}{R}} \Omega G. \quad (8)$$

Comparing Eq. (8) with Eq. (1), we have

$$\mathbf{B}_p = \frac{4\beta G^{1/2}}{5Rc} M\Omega, \quad (9)$$

and obtain

$$\beta = \frac{45c}{8G^{1/2}\phi^{1/2}}, \quad (10)$$

where $\phi = 2M/R$.

The observations and experiments supporting the S-B conjecture include the early work of Blackett [5], Wilson [18], and Swann and Longacre [19]. More recently, the observational evidence for the S-B conjecture was compiled by [16]. Sirag [16] compared the predictions of Eq.(1) to the observed values of the ratio of the magnetic moment to the angular momentum of the Earth, Sun, the star 78 Vir, the Moon, Mercury, Venus, Jupiter, Saturn, and the neutron star Her X-1. The minimum values for β for these objects were: 0.12, 0.02, 0.02, 0.11, 0.37, 0.04, 0.03, 0.03, and 0.07, respectively. Excluding the star 78 Vir, the maximum value for β was 0.77 for the planet Mercury.

3. Gamma-Ray Bursts

Gamma-Ray Bursts (GRBs) are short and intense pulses of soft γ -rays. The bursts last from a fraction of a second to several hundred seconds. Their isotropic luminosity of $10^{51} - 10^{52} \text{ergs/sec}$ make GRBs the most luminous objects in the sky. Magnetic fields are very important in GRBs [23]. It is generally accepted that the observed afterglow is produced by synchrotron emission

which involves magnetic fields. Synchrotron radiation is also the best model for prompt γ -ray emission. The relativistic outflow is a Poynting flux (with negligible baryon content) [23]. A natural way to produce the Poynting flux is by magnetic reconnection.

A substantial fraction of the rotational energy of a black hole can be extracted through the Poynting vector. The rate of extraction is proportional to the square of the magnetic field strength, B^2 , so that the power can be furnished over varying times, depending upon the value of B . With substantial beaming, $B \sim 10^{15} - 10^{16} \text{G}$ is sufficient to power the most energetic GRBs with $\sim 10^{53}$ erg.

The maximum amount of energy which can be extracted from a black hole is the rotational energy, E_{rot} ,

$$E_{rot} = Mc^2 - M_{irr}c^2, \quad (11)$$

where

$$M_{irr} = \sqrt{\frac{S_{BN}}{4\pi k_B}} M_{Planck}. \quad (12)$$

M_{irr} is the irreducible mass of the black hole, $S_{BN} = A_{BH}k_Bc^3/4G\hbar$ is the entropy, A_{BH} the surface area and $M_{Planck} = \sqrt{c\hbar/G}$ the Planck mass. The rotational energy of a black hole with angular momentum J is a fraction of the black-hole mass M ,

$$E_{rot} = f(\alpha)Mc^2, \quad (13)$$

$$f(\alpha) = 1 - \sqrt{\frac{1}{2}[1 + \sqrt{1 - \alpha^2}]}, \quad (14)$$

where $\alpha = Jc/M^2G$ is the rotation parameter. For a maximally rotating black hole ($\alpha = 1$), $f = 0.294$. Since the energy transport is in the form of a Poynting flow, the outgoing energy flux from the black hole is basically B^2c times its surface area. In the case when we have maximum energy extraction, the Poynting power for the black hole is

$$P_{BZ} = 6.7 \times 10^{50} \left(\frac{B}{10^{15}}\right)^2 \left(\frac{M}{M_\odot}\right)^2 \text{ ergs } s^{-1}, \quad (15)$$

[20]. The time scale for the process can be obtained from the ratio of the black hole mass to the output power from the black-hole surface ($\propto R^2cB^2$),

$$\begin{aligned} \tau_{BZ} &\sim \frac{Mc^2}{B^2R^2c} \\ &= 2.7 \times 10^3 \left(\frac{10^{15}}{B}\right)^2 \left(\frac{M_\odot}{M}\right) s \end{aligned} \quad (16)$$

where M is the black hole mass, R the horizon radius $\sim GM/c^2$, and B the magnetic field near the horizon.

In order to evaluate the S-B conjecture, we need an estimate of the spin parameter for the black hole. Using semi-quantitative arguments, Lee *et al.* [20] found that it is very plausible to have a rapidly rotating black hole as a result of merging binary systems and in hypernovae with large angular momentum progenitors.

Using Eq. (9), the magnetic field at the black hole horizon is

$$B_p = \frac{9}{4}M\sqrt{\frac{5G\alpha}{R^3c}} \approx 8.13 \times 10^8 \left(\frac{M}{M_\odot}\right) \alpha^{1/2} \left(\frac{R}{R_\odot}\right)^{-3/2} G. \quad (17)$$

In order to evaluate Eq. (17), we can use characteristic parameters for the black hole, [20], $\alpha \sim 0.1 - 1$, $M \sim 2.5M_\odot$. The horizon radius for a rotating Kerr black hole is

$$r_{BN} = \frac{r_{Sh}}{2} \left[1 + \sqrt{1 - \alpha^2}\right], \quad (18)$$

where $r_{Sh} = 2GM/c^2$ is the Schwarzschild radius.

The prediction for magnetic fields in GRBs using the S-B conjecture is $B_p \sim 10^{15} - 10^{16}$ G. Using Eqs. (15) and (16), we conclude that the S-B mechanism, from Eq. (16), can generate energies $\sim 10^{51} - 10^{53}$ ergs over a time $\sim 2.3 \times 10^3$ s

4. Conclusions and Discussion

Observations indicate the presence of intense magnetic fields in GRBs. Standard astrophysical theories have difficulty in explaining them. We evaluated the magnetic fields predicted by non-minimal gravitational-electromagnetic coupling, based on the S-B conjecture, for these objects.

In GRBs a magnetic field $\sim 10^{15} - 10^{16}$ G is required to produce the Poynting flux needed to supply the energy observed. This field is predicted by NMGEC to exist outside a rapidly rotating black hole of several solar mass.

It is not easy to produce astrophysically intense magnetic fields. We showed here that such fields are predicted naturally by rapidly rotating black holes by NMGEC. If such intense fields are definitely proven to exist, it would give support for the NMGEC theory.

R.S.S. thanks the Brazilian agency FAPESP for financial support (04/05961-0). R.O. thanks FAPESP (06/56213-9) and the Brazilian agency CNPq (300414/82-0) for partial support.

References

- [1] Rees, M. J., *QJRAS*, 28, 197 (1987).
- [2] Kronberg, P. P., *Rep. Prog. Phys.*, 57, 325 (1994).
- [3] Schuster, A., *Proc. R. Inst.*, 13, 273 (1980)
- [4] Pauli, W., *Ann. Phys. (Leipzig)* 18, 305 (1933).
- [5] Blackett, P. M. S., *Nature*, 159, 658 (1947).
- [6] Bennet et al., *Proc. R. Soc. London A*, 198, 39 (1949).
- [7] Papapetrou, A., *Philos. Mag.*, 41, 399 (1950).
- [8] Luchak, G., *Can. J. Phys.*, 29, 470 (1952).
- [9] Mikhail, F. I., Wanas, M. I. & Eid, A. M., *Ap&SS*, 228, 221, (1995).
- [10] Barut, A. O. and Gornitz, T., *Found. Phys.*, 15, 433 (1985).
- [11] Opher, R. and Wichoski, U. F., *Phys. Rev. Lett.*, 78, 787 (1997).
- [12] Mikhail, F.I., Wanas, M.I., Lashin, E.I., Hindawi, A., *Gen. Rel. Grav.*, 26, 868, (1994).
- [13] Møller, C., *Mat. Fys. Skr. Dan. Vid. Selsk.*, 39, 13, (1978).
- [14] D. V. Ahluwalia and T. -Y. Wu, *Lett. Nuovo Cimento* **23**, 406 (1978).
- [15] J. W. Warwick, *Phys. Earth Planet. Inter.* **4**, 229 (1971).
- [16] Sirag, S. P., *Nature*, 278, 535, (1979).
- [17] Wang, J. M., Chen, Y. M., Ho, L.
- [18] H. A. Wilson, *Proc. R. Soc. London A* **104**, 451 (1923).
- [19] W. F. G. Swann and A. Longacre, *J. Franklin Inst.* **206**, 421 (1928). C., & McLure, R. J., *ApJ*, 642, 10 (2006).
- [20] Lee, H. K.; Wijers, R. A. M. J. & Brown, G. E., *Phys. Rep.*, 325, 83, (2000).
- [21] Volonteri, M. et al., *ApJ*, 620, 69 (2005)
- [22] Soltan, A., *MNRAS*, 200, 115 (1982).
- [23] Piran, T., *Rev. Mod. Phys.*, 76, 1143 (2005)

On the influence of non-thermal pressure on the mass determination of clusters of galaxies

T. F. Laganá^{1*}, R. S. de Souza¹, G. R. Keller¹,

¹*Instituto de Astronomia, Geofísica e C. Atmosféricas - USP,*

R. do Matão 1226, 05508-090.

São Paulo-SP, Brazil

Released Xxxxx XX

ABSTRACT

The main purpose of this paper is to study the influence of non-thermal pressure on the cluster mass determination using public XMM-Newton archival data. The non-thermal pressure considered here, is composed of the magnetic and the turbulent components. To take into account the magnetic pressure, we assume a radial distribution for the magnetic field, $B(r) \propto \rho_g^\alpha$, with α in the range of 0.5 to 0.9, as indicated by observations. Turbulent motions and bulk velocities add a turbulent pressure that is derived assuming equipartition between the kinetic and magnetic energies. Thus, $v_0^2 = B_{\text{eq}}^2/4\pi\rho_g$. Besides the gas (thermal) pressure, we also take into account these two non-thermal components in the magnetohydrostatic equilibrium equation. We compare the total mass estimates with the values obtained assuming hydrostatic equilibrium only. It follows that a consistent description for the non-thermal component yields a negligible change in the mass determination of the cluster of galaxies when the central magnetic field is lower than $10\mu\text{G}$. However, in the presence of high central magnetic fields, the variation in mass can reach $\sim 40\%$. We show that this analysis can be regarded as a starting point for a more detailed and refined exploration of the influence of non-thermal pressure in the intra-cluster medium.

Key words:

* E-mail: tflagana@astro.iag.usp.br

1 INTRODUCTION

X-ray data are often used to determine the mass distribution of clusters of galaxies. In this method, hydrostatic equilibrium is always assumed and the observed gas density and temperature are used to compute the thermal pressure. Thus, the dynamical mass can be evaluated. In most cases, only the gas (thermal) pressure is considered (refs). However, there is also a non-thermal pressure (P_{NT}), composed of the magnetic (P_{B}), turbulent (P_{t}) and cosmic ray (P_{cr}) pressures, that is always assumed to be negligible and thus ignored.

Despite the difficulty to calculate reliably the small-scale properties of the magnetic field, the existence of intra-cluster magnetic fields is well established from the studies of the rotation measure of polarized radio frequencies and synchrotron emission from diffuse sources (e.g., Andernach et al. 1988; Giovannini et al. 1993; Taylor et al. 1994, 2002; Govoni & Feretti 2004). More recently, another indication that the intra-cluster medium (ICM) is permeated by a magnetic field came from the studies of X-ray cold fronts (sharp discontinuities in X-ray surface brightness profile and temperature, Markevitch & Vikhlinin 2007).

Strong magnetic fields can make a significant contribution to the gas pressure support (Loeb & Mao 1994), contributing a non-thermal component in the magnetohydrostatic equilibrium equation (Dolag et al. 2001). Indeed, magnetic fields as high as 10-100 μG were found in Hydra A (Taylor & Perley 1993), Cygnus A (Dreher et al. 1987) and in 3C 295 (Perley & Taylor 1991). Moreover, Dolag et al. (1999) found in simulations that even clusters with an overall small magnetic field can be penetrated partially by regions of high magnetic fields. Even a very weak magnetic field can effectively inhibit transport processes such as thermal conduction and the settling of heavy ions (Sarazin 1986; Soker & Sarazin 1990).

Magnetic fields and turbulence are possibly related to one another. It seems plausible that the turbulent motion of the ICM can maintain the magnetic field by converting kinetic energy into magnetic energy (Sánchez-Salcedo et al. 1999). The observed small-scale turbulence in the ICM can be due to galaxy cluster motion through the ICM, bulk velocities and ongoing merger of substructure. Since the cosmic-ray pressure is orders of magnitudes lower than the other two components (P_{B} and P_{t}) its contribution can be ignored (Loeb & Mao 1994).

Although on the average the magnetic pressure in simulations is much smaller than the thermal pressure ($\sim 5\%$, Dolag & Schindler 2000), there are domains of high magnetic fields approaching or sometimes even exceeding equipartition with the thermal energy. Thus,

previous studies (Dolag et al. 2001; Colafrancesco & Giordano 2007, among others) have analyzed only the effects of the magnetic pressure in simulated galaxy clusters.

To consider deviations from the standard assumptions in computing cluster total mass, the main aim of this work is to analyze the effects of the contribution of the non-thermal pressure considering both components, the magnetic and turbulent pressure. Masses were derived using X-ray observational data of five Abell clusters: A496, A2050, A1689, A2667 and A2631. To do so, we used temperature and density profile fits from a previous work (Laganá et al. 2008) and we introduced the P_{NT} contribution in the magnetohydrostatic equilibrium equation. For these five clusters, we compared the mass determined considering non-thermal pressure, $M_{NTP}(r)$, with the hydrostatic value, $M(r)$.

The paper is organized as follows. We show the data sample in §2. The method of determining the cluster mass, including the effects of the P_{NT} , the structure of intra-cluster magnetic field and the turbulence are discussed in §3. Our results, as well as a discussion of them are presented in §4 and our conclusions in §5.

2 DATA SAMPLE

The objects in our sample were drawn from a set of Abell clusters from data available in the XMM-Newton public archive in the redshift range $0.03 < z < 0.3$. These clusters were previously analyzed by Laganá et al. (2008), who derived the density profile fit parameters to compute the total mass. Although we have not used the object morphology as criterion for cluster selection, all these clusters except A2631, have apparently symmetric X-ray isophotes, suggesting that they are relatively relaxed. The deviations in the surface brightness profile of A2631, although clearly present, are not very large and do not invalidate the assumption of spherical symmetry. However, we are aware of the fact that it may affect total mass reconstruction accounting for underestimated mass determinations (Piffaretti & Valdarnini 2008).

In Table 1, we present the five Abell clusters used in this work, specifying r_{500} , the radius inside of which the mean density exceeds the critical density by a factor of 500. All masses are computed inside r_{500} , as it is the largest radius for which the current X-ray data require no model extrapolation (Vikhlinin et al. 2006) and is about the virial radius (Lacey & Cole 1993)

Usually, the mass of a cluster is determined under the assumption of hydrostatic equi-

Table 1. General cluster properties.

Cluster	R.A (J2000)	DEC (J2000)	z	r_{500} $h_{70}^{-1} kpc$
A496	04 33 37.1	-13 14 46	0.033	1480
A2050	15 16 21.6	+00 05 59	0.1183	2172
A1689	13 11 34.2	-01 21 56	0.1823	1785
A2667	23 51 47.1	-26 00 18	0.23	2153
A2631	23 37 39.7	+00 17 37	0.273	1976

librium without the contribution of non-thermal pressure. In this case, the total mass relies on the temperature and density profiles.

Satellites with better spatial resolution (like the XMM-Newton and Chandra) showed a significant difference between the surface brightness profile data points and the β -model (Cavaliere & Fusco-Femiano 1976, 1978) at small radii for cool-core clusters (Jones & Forman 1984; Xue & Wu 2000). Based on this observational difference, the β -model was used to describe the density distribution of non-cool core (NCC) clusters, while the Sérsic (Pislar et al. 1997; Demarco et al. 2003) model was used to characterize cool-core (CC) clusters. For A2050 and A2631, the gas density (ρ_g) is described by,

$$\rho_g(r) = \rho_0 \left(1 + \frac{r^2}{r_c^2} \right)^{-3\beta/2}, \quad (1)$$

where ρ_0 and r_c are the central gas density and the gas core radius, respectively. The β parameter determines the power-law behavior at large radii. For A496, A1689 and A2667 (CC clusters) the gas density profiles were fitted by the Sérsic model given by

$$\rho_g(r) = \rho_0 \left(\frac{r}{a} \right)^{-p'} \exp \left[- \left(\frac{r}{a} \right)^\nu \right], \quad (2)$$

where $p' = p/2$, $p = 1 - 0.6097\nu + 0.05563\nu^2$ and $a = a' 2^{1/\nu}$ (Durret et al. 2005). The best fit parameters were determined from the X-ray surface brightness profile and were given by Laganá et al. (2008).

3 MASS DETERMINATION INCLUDING THE EFFECTS OF NON-THERMAL PRESSURE

In this work, we consider clusters with a diffuse magnetic field, small-scale turbulent motions and gas emitting X-rays. We have assumed that the cluster is spherically symmetric, the gas is in magnetohydrostatic equilibrium and as a result, the gas pressure, the magnetic pressure and the turbulent pressure support the ICM against gravity. We can then write:

$$\frac{d(P_g + P_B + P_t)}{dr} = -\rho_g \frac{GM_{NTP}(r)}{r^2}, \quad (3)$$

where P_g is the gas pressure at a temperature T ($\rho_g kT / \mu m_p$), the magnetic pressure (P_B) is $\langle B^2 \rangle / 8\pi$, the turbulent pressure (P_t) is $\frac{1}{3} \rho_g (\sigma_r^2 + \sigma_t^2)$, G is the gravitational constant and M_{NTP} is the total mass inside a radius r . In our case, we computed the total masses within r_{500} . Considering the influence of non-thermal pressure (due to magnetic the field and turbulence) in the magnetohydrostatic equilibrium equation, we have the following expression for the total mass of a cluster:

$$M_{\text{PNT}}(r) = -\frac{k_B T}{G \mu m_H} r \left(\frac{d \ln \rho_g}{d \ln r} + \frac{d \ln T}{d \ln r} \right) - \frac{r^2}{8\pi \rho_g G} \frac{dB(r)^2}{dr} - \frac{r^2}{2\rho G} \frac{d}{dr} (\rho_g \sigma_r^2) - \frac{r}{G} (2\sigma_r^2 - \sigma_t^2), \quad (4)$$

where μ is the mean molecular weight, m_H is the hydrogen mass, k is the Boltzman constant, T is the temperature, $B(r)$ is the magnetic profile described below in Sect. 3.2, and σ_r and σ_t are the radial and tangential dispersion velocity of the intracluster gas respectively.

3.1 Measurements of the magnetic field for this sample

Unfortunately, there are no measurements for the magnetic field for any of the clusters in our sample. Clarke et al. (2001a) computed rotation measures for a sample of 16 nearby clusters ($z < 0.1$), which includes A496, finding $RM = 52.91 \text{ rad m}^{-2}$ for this specific cluster. This value is in agreement with $RM = 53 \text{ rad m}^{-2}$ (REF!!). The former authors concluded that all clusters in their sample are permeated with a intra-cluster magnetic field of $\sim 5 - 10(l/10)^{-1/2} h_{75}^{1/2} \mu\text{G}$, where l is the field correlation length in kpc . In what follows, the mass variation for this cluster, with the inclusion of the non-thermal pressure is found to be less than 5%, if $B < 10 \mu\text{G}$, according to our results (see Tab. 2).

3.2 The magnetic profile

Jaffe (1980) was the first to suggest that the intra-cluster magnetic field distribution should depend on the thermal gas density and on the distribution of massive galaxies, so that it would decline with cluster radius. Cluster observations provided constraints on the radial gradient of the cluster magnetic field (Brunetti et al. 2001; Govoni et al. 2001; Feretti et al. 2004). The intensity of the magnetic field was found to decrease smoothly with cluster-centric radius, with a trend similar to that of the thermal gas.

From MHD cosmological simulations, an important characterization of the cluster magnetic distribution was made by Dolag et al. (1999) and Dolag et al. (2002). These authors

found that the observed intra-cluster magnetic field can be reproduced by the evolution of an initial magnetic field at redshift 15 that was amplified by compression during the cluster collapse. One of their important results was that the intra-cluster magnetic field strength is proportional to the gas density at any point.

Colafrancesco & Giordano (2007) studied the influence of magnetic fields on the main structural properties of virialized groups and clusters, assuming that it scales with density such that $B(r) \propto \rho^\alpha$. The same power law dependence on the density was used by Zhang (2004) to estimate the effect of the intra-cluster magnetic field on the Sunyaev-Zel'dovich power spectrum. Motivated by the previous works mentioned above, we assumed a parametric form of the radial distribution of the magnetic field,

$$B(r) = B_0 \left(\frac{\rho_g(r)}{\rho_0} \right)^\alpha, \quad (5)$$

where B_0 is the central value of the magnetic field and α is the shape parameter.

Feretti et al. (1999) estimated that the magnetic field in the ICM of A119 should range between $5 - 10 \mu G$. Bagchi et al. (1998) found $B \approx 1 \mu G$ for the cluster-scale magnetic field strength. In a recent work, Clarke et al. (2001b) studied a sample of 16 “normal” low-redshift ($z < 0.1$) galaxy clusters, finding that the ICM is permeated with magnetic fields at levels of $4-8 \mu G$. Taylor & Perley (1993) found higher central values, $B \sim 6 - 30 \mu G$, for the ICM magnetic fields. Allen et al. (2001) claimed that the central value of the magnetic fields can be $B = 12 \mu G$, and Carilli & Taylor (2002) affirmed that its strength in the center of cooling-core clusters can reach levels of $10 - 40 \mu G$.

Taking these observational results into account, we considered three values for B_0 in order to test the effects of magnetic pressure on the mass determination with the X-ray method: a low value of $5 \mu G$, a moderate value of $10 \mu G$ and a strong value of $30 \mu G$.

Since Dolag et al. (2001) found $\alpha = 0.5$ and $\alpha = 0.9$ we decided to vary the shape parameter within this interval. We thus considered three values for the shape parameter: $\alpha = 0.5; 0.7$ and 0.9 .

3.3 Turbulence in clusters of galaxies

It is widely accepted that the ICM should be turbulent. Mergers of galactic sub-clusters may be one of the major energy injection mechanisms (see Sarazin 2002; Brunetti 2003; Lazarian 2006, and references therein). Generally the models assume a scenario with the scale for the injection of energy of $100-500$ kpc and the injection velocity of the order of 10^3 km/s.

Since the rate of dissipation of the turbulent energy can not exceed the X-ray luminosity of the cluster L_X in a steady-state, i.e., $\frac{1}{2}v_0^3/l_0 \lesssim L_X/M_g$, where v_0 and l_0 are the turbulent speed and the scale, respectively, and M_g is the mass of the ICM. We have an upper limit on the turbulent velocity (Subramanian et al. 2006) as follows

$$v_0 \lesssim 180 \frac{\text{km}}{\text{s}} \left(\frac{l_0}{200\text{kpc}} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{L_X}{10^{45}\text{erg/s}} \right)^{\frac{1}{3}} \left(\frac{M_g}{10^{14}M_\odot} \right)^{\frac{1}{3}}. \quad (6)$$

Norman & Bryan (1999) find that the intra-cluster medium becomes turbulent during cluster formation, with turbulent velocities of about 400 km/s within 1Mpc from the centre of a cluster and eddy sizes ranging from 50 to 500 kpc. In the cluster merger model of Ricker & Sarazin (2001), they found large-scale turbulence with eddy sizes up to several hundred kiloparsecs and turbulent velocities $\sim 100 - 400\text{km/s}$.

From the analysis of pressure fluctuations as revealed in X-ray observations, Schuecker et al. (2004) argue that the integral turbulent scale in the Coma cluster is close to 100 kpc, and they assume a turbulent speed of 250 km/s at that scale.

In order to quantify the importance of pressure support from random gas motions in clusters, we can write the following relation for isotropic turbulent pressure P_{turb} :

$$P_{\text{turb}} = \frac{1}{3}\rho_g(\sigma_r^2 + \sigma_t^2), \quad (7)$$

where σ_r and σ_t are the radial and tangential dispersion velocity of the intracluster gas respectively. We considered for dispersion velocities profiles the results of numerical simulations made by Lau et al. (2009).

4 RESULTS AND DISCUSSION

In Table 2, we present the difference in mass estimates considering the influence of non-thermal pressure. The mass variation given by $\delta M_{\text{NTP(B)}}$ is simply

$$\delta M_{\text{NTP(B)}} = \frac{M_{\text{NTP}}(r) - M(r)}{M(r)}. \quad (8)$$

Since the difference in mass estimates for low central values of the magnetic field (that is, $B_0 = 5$ and $10\mu\text{G}$), are all below 5%, the influence of the non-thermal pressure is negligible to these cases. However, when considering a higher central value, $B_0 = 30\mu\text{G}$, associated with a steeper shape parameter ($\alpha = 0.5$), the variation in mass can reach $\sim 40\%$ and the non-thermal pressure becomes significant in the total mass determination.

Table 2. Mass determination. Column (1): cluster name; Col(2): adopted model to describe the density profile (Laganá et al. 2008); Col. (3),(4) and (5): Mass determination including non-thermal pressure assuming a $B_0 = 5 \mu\text{G}$ and $\alpha = 0.5, 0.7, 0.9$, respectively; Col.(6), (7) and(8): Mass determination including non-thermal pressure assuming a $B_0 = 10 \mu\text{G}$ and $\alpha = 0.5, 0.7, 0.9$, respectively. Col.(9), (10) and (11): Mass determination including non-thermal pressure assuming a $B_0 = 30 \mu\text{G}$ and $\alpha = 0.5, 0.7, 0.9$, respectively.

Cluster	Model	$\delta M_{\text{NTP}(5)} (\%)$			$\delta M_{\text{NTP}(10)} (\%)$			$\delta M_{\text{NTP}(30)} (\%)$		
		$\alpha = 0.5$	$\alpha = 0.7$	$\alpha = 0.9$	$\alpha = 0.5$	$\alpha = 0.7$	$\alpha = 0.9$	$\alpha = 0.5$	$\alpha = 0.7$	$\alpha = 0.9$
A496	Sérsic	0.96	0.06	0.03	3.85	0.22	0.01	34.67	2.02	0.11
A1689	Sérsic	1.12	0.07	0.004	4.46	0.28	0.016	40.14	2.49	0.14
A2050	β	0.71	0.14	0.02	2.82	0.58	0.11	25.39	5.26	1.00
A2631	β	0.46	0.05	0.005	1.85	0.20	0.02	16.63	1.80	0.18
A2667	Sérsic	0.82	0.06	0.004	3.32	0.24	0.016	29.84	2.16	0.14

Another way to show these results is analyzing the mass profile for all these cases. In Fig. 1, we show the mass profiles for A1689 (the most massive CC cluster) and for A2050 (NCC cluster). From these figures, for $B_0 = 5$ and $10\mu\text{G}$, we can barely distinguish the masses determined assuming a non-thermal pressure from the ones computed assuming hydrostatic equilibrium only. We clearly see that the mass profile diverges significantly for one case: a magnetic field $B_0 = 30\mu\text{G}$ with $\alpha = 0.5$.

Although it is expected that hotter clusters suffer milder affects of the magnetic pressure (Colafrancesco & Giordano 2007), A1689, which is the most massive cluster in our sample, had the largest non-thermal effect on the mass determination. This is simply due to the parametrization of the magnetic profile, that depends on the gas profile (as stated in Eq. 5). As this is a CC cluster, its density profile was described by the Sérsic model, which is steeper when compared with the β -model, yielding a larger variation in mass. This result indicates that if the magnetic profile is described as a function of the density profile, CC and NCC clusters should be described differently.

In order to combine the variation in mass due to the central values of the magnetic field with the shape parameters, we present in Figs. 2 and 3, 3D plots and its projections. In summary, we verified that what produces a considerable change in mass estimates when considering P_{NT} , is the combination of smaller values of the shape parameter and higher central values of the magnetic field. Considering the results presented here, the effects of the non-thermal pressure in the mass variation can be as large as 40%.

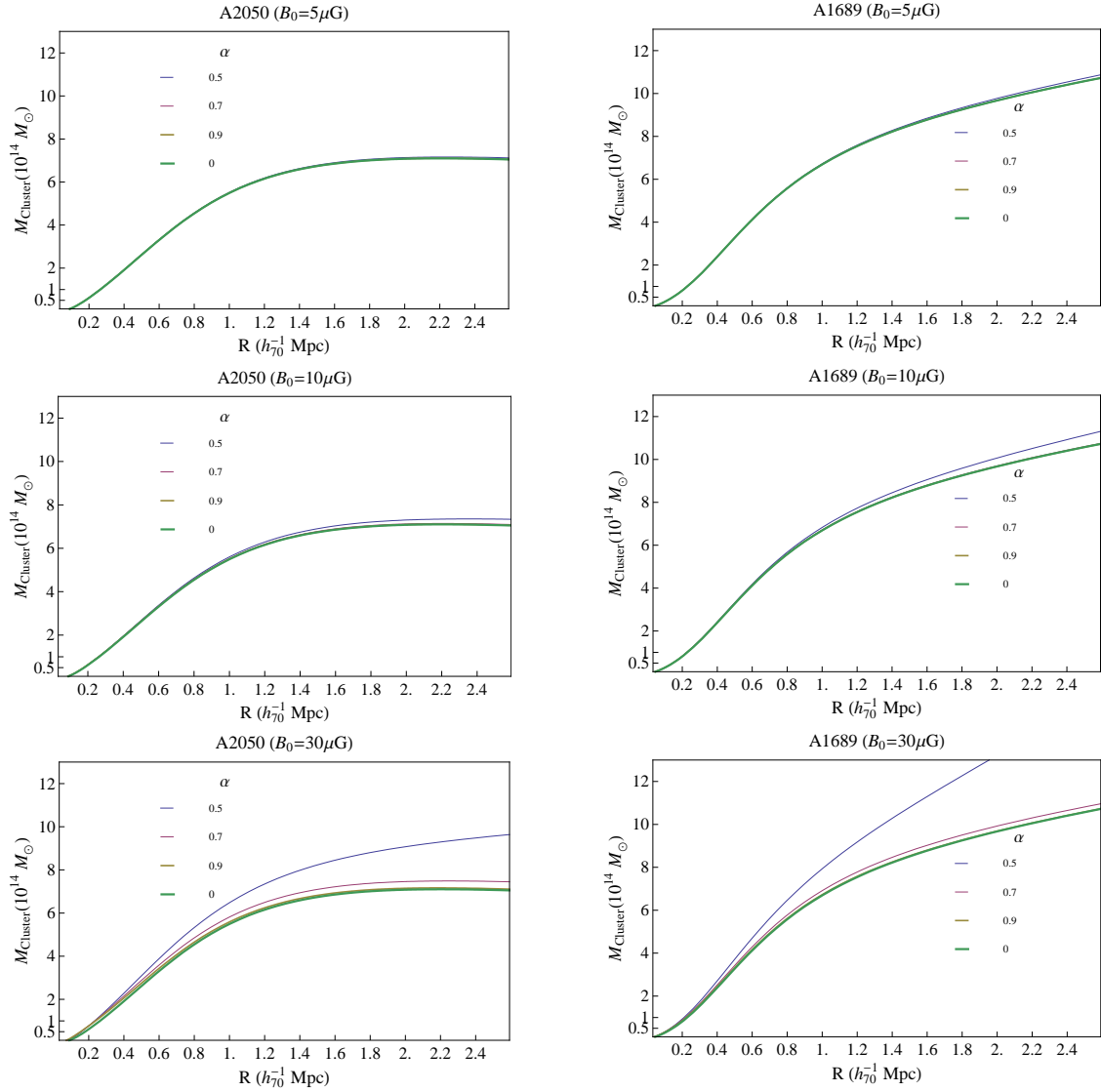


Figure 1. For A2050 and A1689 we show the mass profiles determined without considering the P_{NT} (green line) compared to the mass profile including the non-thermal pressure. The three solid lines represent the mass profiles considering a central magnetic field and $\alpha = 0.5$ (blue line), $\alpha = 0.7$ (pink line) and $\alpha = 0.9$ (yellow line).

5 CONCLUSION

We have taken into account the effects of non-thermal pressure on the X-ray mass estimates for five Abell clusters. The masses derived considering just the thermal pressure were presented in a previous work by Laganá et al. (2008). We summarize our main results below:

- The inclusion of non-thermal pressure in the intra-cluster gas description is motivated by the increasing evidence for the presence of a magnetic field in clusters of galaxies. Magnetic fields and turbulence are possibly related since turbulent motion of the ICM and bulk velocity can maintain the intra-cluster magnetic fields. We assume a magnetic profile given by $B(r) \propto B_0 \rho_g^\alpha$, considering three values for B_0 : 5, 10 and 30 μG and for each central value

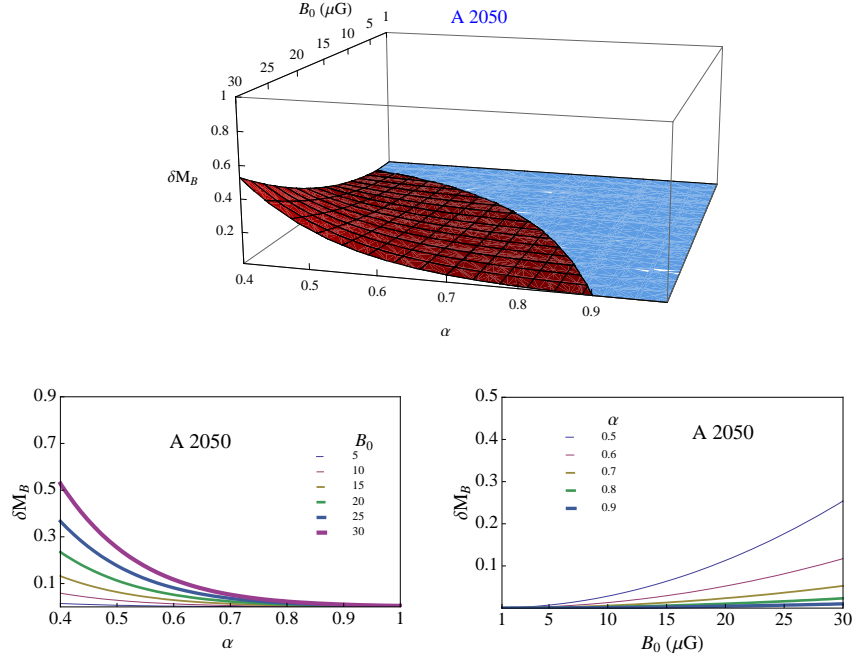


Figure 2. Graphics for A2050, representing the NCC clusters. In the upper panel we show the 3D graphics for the mass variation as a function of the central magnetic value B_0 , and as a function of the shape parameter α . In the lower left panel we present the projection of the mass variation as a function of α for various values of B_0 and in the lower right plot we show the projection of the mass variation as a function of B_0 for various values of α .

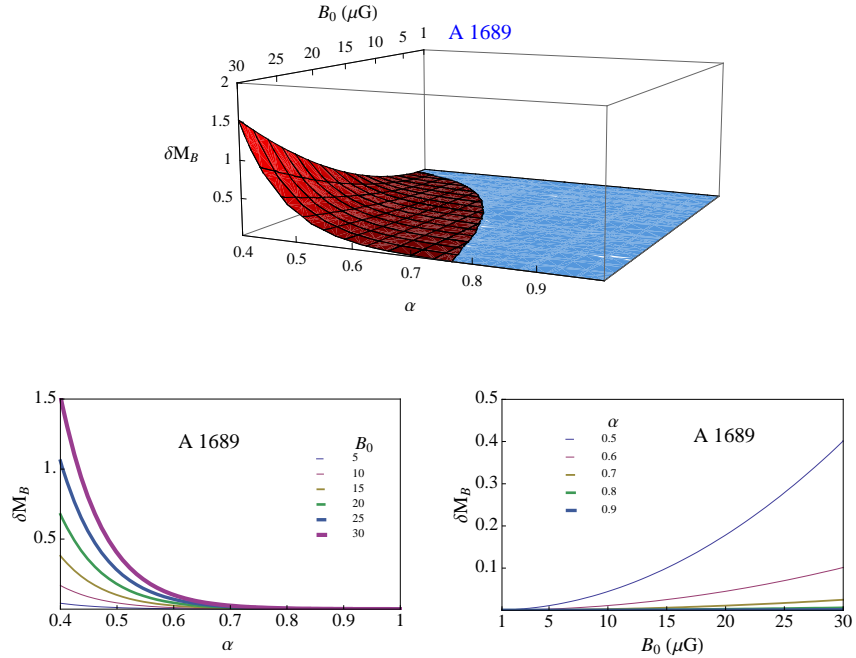


Figure 3. Graphics for A1689, representing the CC clusters. At the upper panel, we show the 3D graphics for the mass variation as a function of the central magnetic value B_0 , and as a function of the shape parameter α . In the lower left panel we present the projection of the mass variation as a function of α for various values of B_0 and in the lower right plot we show the projection of the mass variation as a function of B_0 for various values of α .

we let the shape parameter vary from $\alpha = 0.5$ to $\alpha = 0.9$. Since magnetic field and turbulent velocities are possibly related one another, we assumed equipartition to compute the turbulent pressure. Thus, $P_t = \frac{1}{2} \langle \rho_g v_0^2 \rangle$, where ρ_g is defined from Eqs. (1) and (2) according to the cluster, and the turbulent velocities were derived from the magnetic profiles.

- Considering $B_0 = 5 - 10\mu\text{G}$, the mass variations including non-thermal pressure are negligible. However, assuming that the central values for the magnetic field could reach the strength of $30\mu\text{G}$ the mass determination would be affected by 35% if it is associated with a steep shape parameter parameter (e.g., $\alpha = 0.5$).

- It was suggested that the magnetic pressure could solve the difference in mass estimates via X-ray and lensing (Sarazin 1986; Soker & Sarazin 1990). From observational evidence, we can generally assume that the intra-cluster magnetic field is of the order of μG . Thus, the effects of the magnetic pressure would not explain the difference mass estimates. We thus conclude that the presence of a non-thermal pressure cannot account for the discrepancies of a factor of 2 found between the X-ray and lensing masses (Wu & Fang 1997). It is more likely that projection effects account for the differences found, since the gravitational lensing method is sensitive to all of the mass along the line-of-sight. Other mass concentrations in the line-of-sight can lead to higher lensing masses when compared to X-ray estimates, as mentioned by Dolag & Schindler (2000).

- This is the first study that takes into account the effects of non-thermal pressure on the total mass estimates. The main aim of this work was to consider the magnetic and the turbulent pressure in the magnetohydrodynamic equation. Within the limits of our sample, this investigation indicates that more magnetic field investigations are needed to make a detailed description of the intra-cluster gas properties. As already pointed out by Colafrancesco & Giordano (2007), the combination of X-ray data and radio observations will play an important role in the investigation of magnetic fields present in the intra-cluster gas.

6 ACKNOWLEDGMENTS

The authors acknowledge financial support from the Brazilian agency FAPESP (grants: 03/10345-3, 04/05961-0, 06/58240-3). We thank Florence Durret for the special attention with this manuscript. We thank Reuven Opher by revision of the manuscript. We also thank Gastão B. Lima Neto, Renato A. Dupke and Elisabete M. De Gouveia Dal Pino for fruitful discussions.

REFERENCES

- Allen S. W., Taylor G. B., Nulsen P. E. J., Johnstone R. M., David L. P., Etti S., Fabian A. C., Forman W., Jones C., McNamara B., 2001, *MNRAS*, 324, 842
- Andernach H., Han Tie Sievers A., Reuter H.-P., Junkes N., Wielebinski R., 1988, *A&AS*, 73, 265
- Bagchi J., Pislár V., Lima Neto G. B., 1998, *MNRAS*, 296, L23+
- Brunetti G., 2003, in Bowyer S., Hwang C.-Y., eds, *Astronomical Society of the Pacific Conference Series Vol. 301 of Astronomical Society of the Pacific Conference Series, Modelling the Non-Thermal Emission from Galaxy Clusters*. p. 349
- Brunetti G., Setti G., Feretti L., Giovannini G., 2001, *MNRAS*, 320, 365
- Carilli C. L., Taylor G. B., 2002, *A&RA*, 40, 319
- Cavaliere A., Fusco-Femiano R., 1976, *A&Ap*, 49, 137
- Cavaliere A., Fusco-Femiano R., 1978, *A&Ap*, 70, 677
- Clarke T. E., Kronberg P. P., Böhringer H., 2001a, *ApJL*, 547, L111
- Clarke T. E., Kronberg P. P., Böhringer H., 2001b, *ApJL*, 547, L111
- Colafrancesco S., Giordano F., 2007, *A&Ap*, 466, 421
- Demarco R., Magnard F., Durret F., Márquez I., 2003, *A&Ap*, 407, 437
- Dolag K., Bartelmann M., Lesch H., 1999, *A&Ap*, 348, 351
- Dolag K., Bartelmann M., Lesch H., 2002, *A&A*, 387, 383
- Dolag K., Evrard A., Bartelmann M., 2001, *A&A*, 369, 36
- Dolag K., Schindler S., 2000, *A&A*, 364, 491
- Dolag K., Schindler S., Govoni F., Feretti L., 2001, *A&A*, 378, 777
- Dreher J. W., Carilli C. L., Perley R. A., 1987, *ApJ*, 316, 611
- Durret F., Lima Neto G. B., Forman W., 2005, *A&A*, 432, 809
- Feretti L., Dallacasa D., Govoni F., Giovannini G., Taylor G. B., Klein U., 1999, *A&Ap*, 344, 472
- Feretti L., Orrù E., Brunetti G., Giovannini G., Kassim N., Setti G., 2004, *A&Ap*, 423, 111
- Giovannini G., Feretti L., Venturi T., Kim K.-T., Kronberg P. P., 1993, *ApJ*, 406, 399
- Govoni F., Enßlin T. A., Feretti L., Giovannini G., 2001, *A&Ap*, 369, 441
- Govoni F., Feretti L., 2004, *International Journal of Modern Physics D*, 13, 1549
- Jaffe W., 1980, *ApJ*, 241, 925
- Jones C., Forman W., 1984, *ApJ*, 276, 38

- Lacey C., Cole S., 1993, MNRAS, 262, 627
- Laganá T. F., Lima Neto G. B., Andrade-Santos F., Cypriano E. S., 2008, A&A, 485, 633
- Lau E. T., Kravtsov A. V., Nagai D., , 2009, Turbulence in the intracluster medium and bias in hydrostatic measurements of mass profiles of clusters
- Lazarian A., 2006, Astronomische Nachrichten, 327, 609
- Loeb A., Mao S., 1994, ApJl, 435, L109
- Markevitch M., Vikhlinin A., 2007, PhysicResp, 443, 1
- Norman M. L., Bryan G. L., 1999, in Röser H.-J., Meisenheimer K., eds, The Radio Galaxy Messier 87 Vol. 530 of Lecture Notes in Physics, Berlin Springer Verlag, Cluster Turbulence. p. 106
- Perley R. A., Taylor G. B., 1991, AJ, 101, 1623
- Piffaretti R., Valdarnini R., 2008, arXiv:astro-ph/0808.1111
- Pislar V., Durret F., Gerbal D., Lima Neto G. B., Slezak E., 1997, A&Ap, 322, 53
- Ricker P. M., Sarazin C. L., 2001, ApJ, 561, 621
- Sánchez-Salcedo F. J., Brandenburg A., Shukurov A., 1999, ApSS, 263, 87
- Sarazin C. L., 1986, Reviews of Modern Physics, 58, 1
- Sarazin C. L., 2002, in Feretti L., Gioia I. M., Giovannini G., eds, Merging Processes in Galaxy Clusters Vol. 272 of Astrophysics and Space Science Library, The Physics of Cluster Mergers. pp 1–38
- Schuecker P., Finoguenov A., Miniati F., Böhringer H., Briel U. G., 2004, A&A, 426, 387
- Soker N., Sarazin C. L., 1990, ApJ, 348, 73
- Subramanian K., Shukurov A., Haugen N. E. L., 2006, MNRAS, 366, 1437
- Taylor G. B., Barton E. J., Ge J., 1994, AJ, 107, 1942
- Taylor G. B., Fabian A. C., Allen S. W., 2002, MNRAS, 334, 769
- Taylor G. B., Perley R. A., 1993, ApJ, 416, 554
- Vikhlinin A., Kravtsov A., Forman W., Jones C., Markevitch M., Murray S. S., Van Speybroeck L., 2006, ApJ, 640, 691
- Wu X.-P., Fang L.-Z., 1997, ApJ, 483, 62
- Xue Y.-J., Wu X.-P., 2000, MNRAS, 318, 715
- Zhang P., 2004, MNRAS, 348, 1348