

Universidade de São Paulo
Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas
Departamento de Astronomia

Camile Mendes

Evolução do Campo Magnético em Binárias Relativísticas

São Paulo

2017

Camile Mendes

Evolução do Campo Magnético em Binárias Relativísticas

Versão Corrigida. O original encontra-se disponível na Unidade

Tese/Dissertação apresentada ao Departamento de Astronomia do Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas da Universidade de São Paulo como requisito parcial para a obtenção do título de Doutora em Ciências.

Área de Concentração: Astronomia

Orientador: Prof. Dr. Jorge Ernesto Horvath

São Paulo

2017

À meus pais.

Agradecimentos

Agradeço ao meu orientador Jorge Horvath pela orientação e todos os ensinamentos. Ao amigo Marcio não só pela colaboração neste trabalho, mas também por sua amizade. À minha grande amiga Malu, por todos os cafés, conversas e risadas, todo apoio e incentivo durante esses anos de doutorado, sem todos esses momentos ao lado de uma grande amiga tudo seria mais difícil. Ao colega Luis Kadowaki pela grande ajuda em meus estudos. Aos amigos que fiz durante o meu doutorado no IAG, pelos almoços, cafés e conversas.

Aos meus pais e toda a minha família por todo apoio, compreensão, por sempre acreditarem na minha capacidade de estudar o que sempre sonhei e por entenderem a minha ausência em alguns momentos.

Ao CNPq pelo apoio financeiro e à FAPESP, pelo apoio financeiro, sob o projeto n^o: 2013/04442-8 que me permitiu ter uma dedicação exclusiva à pesquisa durante o período da bolsa.

A Deus, por colocar pessoas maravilhosas no meu caminho e nunca me deixar desanimar.

“Per aspera ad astra”

Resumo

Sabemos atualmente que pulsares são estrelas de nêutrons, objetos extremamente densos e com forte campo magnético, rotacionando a taxas que podem chegar a milissegundos. São objetos que emitem radiação em diversas faixas de frequência, embora tenham sido estudados primeiramente em rádio. O nome, pulsar, tem origem no desalinhamento entre os eixos magnético e rotacional, o que faz com que a radiação emitida pelo eixo magnético seja detectada aqui na Terra como pulsos, em analogia à luz de um farol distante.

Existe uma classe especial de pulsares em sistemas binários que engloba os chamados pulsares “black widow” e “redbacks”, coletivamente denominados “spiders”. Black widows e redbacks foram identificados como duas fases do mesmo sistema binário relativístico.

Nessa tese, estudamos o problema do decaimento do campo magnético nos pulsares black widow. Observa-se que pulsares black widow possuem campo magnético da ordem de 2×10^8 G, muito mais altos do que se esperaria pelos cálculos de sua idade evolutiva. Também se observa que a temperatura desses pulsares é da ordem de 10^{6-7} K. Assim, o problema que nos dispusemos a resolver nessa tese é o problema do decaimento do campo magnético desses pulsares, discutindo possíveis mecanismos físicos para explicar por que esse campo atinge um valor limite (denominado *bottom field*).

Resolvemos o problema integrando numericamente a equação de indução adaptada a cada fase evolutiva do sistema, desde a fase LMXB até a fase final na qual temos o pulsar black widow propriamente dito. As fase evolutivas consideradas foram três, seguindo o cenário proposto por Benvenuto et al., 2012: quando o pulsar estava isolado antes da fase LMXB; uma fase longa de acreção representando a fase LMXB na qual a acreção é contínua, e uma fase posterior com acreção intermitente e por fim uma fase sem acreção já nos estágios nos quais temos de fato o pulsar black widow.

O sistema de equações é resolvido usando o método Crank-Nicolson modificado e supomos que o campo magnético tem geometria dipolar e que os episódios de acreção são sempre acreção esférica.

O pulsar, por sua vez, é modelado como uma estrela hadrônica de massa $1.34 M_{\odot}$ cuja crosta, onde o campo magnético está ancorado, tem o valor do parâmetro de impureza adaptado para cada fase evolutiva, dado que as impurezas influenciam na condutividade elétrica da crosta e, portanto, na evolução do campo magnético.

Os resultados mostram que o campo magnético não decai abaixo de um valor mínimo apesar do longo tempo de evolução do sistema e dos episódios de acreção, que fazem com o campo magnético decaia mais rapidamente do que sem a acreção. No cenário aqui modelado, mostramos que na fase black widow, a evolução do campo magnético é controlada majoritariamente pelo valor da temperatura do pulsar, que ainda se mantém relativamente alta, contrariando os modelos teóricos de resfriamento.

Calculamos, também, o quanto de energia (luminosidade) que deve estar sendo gerada no pulsar para que sua temperatura seja mantida nos valores observados, de modo a manter o campo magnético aproximadamente constante nessa fase evolutiva. Sugerimos, então que deve haver um mecanismo físico ainda não entendido que está aquecendo o pulsar.

Abstract

We now know that pulsars are neutron stars, extremely dense objects with a strong magnetic field, rotating at rates that can reach milliseconds. They are objects that emit radiation in several frequency bands, although they have been studied firstly in radio. The name, pulsar, originates from the misalignment between the magnetic and rotational axes, which causes the radiation emitted by the magnetic axis to be detected here on Earth as pulses in analogy to the light of a distant beacon.

There is a special class of pulsars in binary systems that encompasses the so-called “black widow” and “redbacks” pulsars, collectively called “spiders”. Black widows and redbacks were identified as two phases of the same relativistic binary system.

In this thesis, we study the problem of the decay of the magnetic field in black widow pulsars. It is observed that black widow pulsars have a magnetic field of the order of 2×10^8 G, much higher than would be expected by the calculations of their evolutionary age. It is also observed that the temperature of these pulsars is of the order of 10^{6-7} K. Thus, the problem we intend to solve in this PhD. Thesis is the problem of the decay of the magnetic field of these pulsars, discussing possible physical mechanisms to explain why this field reaches a threshold value (called it bottom field).

We solved the problem by numerically integrating the induction equation adapted to each evolutionary phase of the system, from the LMXB phase to the final phase in which we have the black widow pulsar *per se*. The evolutionary phases considered were three, following the scenario proposed by Benvenuto et al., 2012: when the pulsar is isolated, before the LMXB phase; a long accretion phase representing the LMXB phase in which accretion is continuous, and a later phase with intermittent accretion; and finally a phase without accretion, already in the stages in which we actually have the black widow pulsar.

The system of equations is solved using the modified Crank-Nicolson method and we assume that the magnetic field has dipolar geometry and that the accretion episodes are always of spherical accretion.

The pulsar, in turn, is modeled as a hadronic neutron star of mass $1.34 M_{\odot}$ whose crust, where the magnetic field is anchored, has the value of its impurity parameter adapted for each evolutionary phase, once the impurities influence the electrical conductivity of the crust and, therefore, the evolution of the magnetic field.

The results show that the magnetic field does not fall below a minimum value despite the long evolution time of the system and the episodes of accretion which cause the magnetic field decays faster than without accretion. In the scenario modeled here, we show that in the black widow phase, the evolution of the magnetic field is controlled mainly by the value of the pulsar temperature, which still remains relatively high, contrary to theoretical cooling models.

We also calculate the amount of energy (luminosity) that must be generated in the pulsar so that its temperature is maintained at the observed values, in order to keep the magnetic field approximately constant in this evolutionary phase. We suggest, then, that there must be a physical mechanism not yet understood that is heating up the pulsar.

Lista de Figuras

1.1	Ilustração das linhas do campo magnético em uma estrela de nêutrons e seu eixo de rotação. Fonte: http://scienceofcycles.com/wp-content/uploads/2016/05/pulsargraphic-1.jpg , acesso em 30 de julho de 2017.	24
1.2	Imagem da nebulosa do caranguejo com informações ópticas (vermelho) e raios-X (azul). Optical: NASA/HST/ASU/J. Hester et al. X-Ray: NASA/CXC/ASU/J. Hester et al.	25
1.3	Distribuição de 2016 pulsares no diagrama $P - \log \dot{P}$ (Tauris et al., 2015).	26
1.4	Distribuição de pulsares detectados de acordo com o seu período de rotação.	30
1.5	Ilustração das superfícies equipotenciais de um sistema binário.	32
1.6	Ilustração de um sistema HMXB e um sistema LMXB.	33
1.7	Ilustração da evolução de um sistema binário formado inicialmente por uma estrela de $15M_{\odot}$ e uma estrela de $1.6M_{\odot}$ (Tauris e van den Heuvel, 2006).	36
1.8	Pulsares de milisegundos observados no campo Galáctico, mostrando as posições dos sistemas com pulsares redback e black widow no diagrama (Roberts, 2013).	37
1.9	Representação da estrela companheira sendo iluminada pela emissão de raios-X (Ioannou et al., 2001).	37
1.10	Observações mostrando a existência de disco de acreção em um sistema binário no ano de 2011 e a não existência do disco no fim de 2013.	38
1.11	Ilustração mostrando os ventos de radiação emitidos pelo pulsar barrando a transferência de matéria da estrela companheira para o pulsar (Bogdanov et al., 2015).	39

1.12	Imagem do pulsar B1957+20 composta por uma imagem em raio-X do Chandra (vermelho e branco) e uma imagem no ótico (verde e azul). X-ray: NASA/CXC/ASTRON/B.Stappers et al.; Optical: AAO/J.Bland-Hawthorn & H.Jones	40
1.13	Evolução de sistemas binários em função de seu período P e da massa da estrela doadora M_2 . A linha sólida representa o modelo de evolução e os pontos os sistemas observados (Benvenuto et al., 2012).	41
2.1	Representação da estrutura interna de uma estrela de nêutrons. Fonte: https://asd.gsfc.nasa.gov/Tod.Strohmayer/ns_intro.html . Acesso em 28 de novembro de 2017.	43
2.2	Representação de diversas equações de estado no diagrama massa-raio para algumas equações de estado típicas. As curvas azuis, temos EOS com nucleons; as curvas rosas, EOS com nucleons e matéria exótica; as curvas verdes, EOS com matéria estranha de quark (Demorest et al., 2010).	47
2.3	Medidas observacionais de massa de algumas estrelas de nêutrons. Fonte: https://stellarcollapse.org/nsmasses . Acesso em 10 de setembro de 2017.	50
2.4	Estrutura térmica para uma estrela com uma temperatura superficial de 10^6 K.	52
2.5	Temperatura de fusão para um estrela de nêutrons em função de sua densidade.	54
3.1	A relação massa-período orbital para a estrela companheira para sistemas com uma estrela normal de massa $2M_{\odot}$ e uma estrela de nêutron de massa $1.4M_{\odot}$ em órbita com períodos iniciais P_i de 0.75 d (preto), 0.8 d (vermelho) e 0.85 d (azul) respectivamente (Benvenuto et al., 2012).	60
3.2	Campo magnético final (B_f) como função da taxa de acreção \dot{M} e da densidade central ρ_c (aumentando de ρ_1 para ρ_5) (Konar, 2013).	61
3.3	Evolução da taxa de transferência de massa para a estrela companheira para o caso do período orbital $P_i = 0.8$ d. Após 5 Gyr, aproximadamente, a transferência de massa é dominada pela evaporação devido ao vento gerado pela radiação do pulsar (Benvenuto et al., 2012).	62
4.1	Representação da equação de estado BPS.	79

4.2	Representação da equação de estado NV.	80
4.3	Representação da equação de estado WFF.	81
4.4	Perfil de densidade encontrado através da resolução da TOV utilizando a combinação das EOSs BPS+NV+WFF.	82
4.5	Comparação entre três temperaturas superficiais diferentes e a temperatura de fusão da estrela (curva preta).	84
4.6	Perfil de condutividade para as temperaturas $T = 10^{7.5}$ K (curva vermelha), $T = 10^8$ K (curva azul) e $T = 10^{8.5}$ K (curva verde).	85
4.7	Condutividade para uma temperatura fixa de 10^4 K e as o fator de impureza variando de 1 a 50, crescendo de cima para baixo.	86
4.8	Condutividade para uma temperatura fixa de 10^6 K e as o fator de impureza variando de 1 a 50, crescendo de cima para baixo.	87
4.9	Condutividade para uma temperatura fixa de 10^8 K e as o fator de impureza variando de 1 a 50, crescendo de cima para baixo.	88
4.10	Condutividade para o fator de impureza $Q=0$ e para as temperaturas 10^7 K, $10^{7.5}$ K e 10^8 K, crescendo de cima para baixo.	89
4.11	Condutividade para o fator de impureza $Q=10$ e para as temperaturas 10^7 K, $10^{7.5}$ K e 10^8 K, crescendo de cima para baixo.	90
4.12	Condutividade para o fator de impureza $Q=100$ e para as temperaturas 10^7 K, $10^{7.5}$ K e 10^8 K, crescendo de cima para baixo.	91
4.13	Razão entre a condutividade devido aos fônons e a condutividade devido às impurezas versus a temperatura do pulsar.	92
4.14	Comparação entre τ_{ohm} e τ_{hall} . A linha vertical representa a densidade do “neutron drip”.	94
4.15	Comparação entre o resultado obtido para o decaimento do campo magnético encontrado para uma configuração dipolar (curva azul) e uma configuração poloidal+toroidal(curva vermelha).	95
4.16	Diagrama massa-raio da combinação de equações de estado BPS+NV+WFF.	96
4.17	Diagrama massa-raio da combinação de equações de estado BPS+NV+WFF.	97

4.18	Evolução do campo magnético para as três fases dos sistemas binários com pulsares reback/black widow. As linhas pretas separam as três fases (sem acreção, com acreção + acreção intermitente e ventos do pulsar varrendo massa da estrela companheira)	99
4.19	Evolução do campo magnético na superfície do pulsar para 2×10^9 anos.	100
4.20	Evolução do campo magnético na superfície do pulsar para a fase de acreção + acreção intermitente (estágio reback).	101
4.21	Evolução do campo magnético na superfície do pulsar até 10 Ganos (estágio black widow).	102
4.22	O decaimento do campo magnético quando variamos as impurezas (aumentando de cima para baixo) para a temperatura $T = 10^7$ K (curvas vermelhas) e $T = 10^4$ K (curvas azuis).	103

Lista de Tabelas

2.1	Coefficientes utilizados para encontrar a condutividade devido aos fônons quando considerada a matéria de ^{56}Fe . Em (Itoh et al., 1984) encontram-se as outras composições.	57
4.1	Dados obtidos em 1970 por Baym, Phetick e Sutherland	75
4.2	Equação de estado obtida por Baym, Phetick e Sutherland em 1971.	76
4.3	Coefficientes utilizados para o cálculo da equação de estado da crosta interna.	77
4.4	Equações de estado obtidas for Wiringa, Fiks e Fabrocini (1971).	78

Sumário

1. <i>Introdução</i>	21
1.1 Observação de Pulsares e Estrelas de Nêutrons	23
1.2 Propriedades das Estrelas de Nêutrons e Pulsares	28
1.3 A Evolução Estelar em Estrelas Isoladas	30
1.4 Evolução Estelar de Sistemas Binários	31
2. <i>Física das Estrelas de Nêutrons</i>	43
2.1 TOV	44
2.2 Equação de Estado e Perfil de Densidade	46
2.3 Massa de Estrelas de Nêutrons	46
2.4 Temperatura e Condutividade	49
3. <i>Campo Magnético em Estrelas de Nêutrons</i>	59
3.1 Origem do Campo Magnético	59
3.2 Forma da Evolução do Campo Magnético	63
3.3 Acreção e Transporte do Material na Crosta da Estrela	66
3.4 Geometria do Campo Magnético	66
3.5 Evolução do Campo Magnético em Pulsares “Redback” e “Black Widow”	68
4. <i>Formalismo e Cálculos</i>	69
4.1 Equações de Evolução do Campo Magnético	70
4.2 Transporte de Matéria e Fluxo de Massa	71
4.3 Equação de Estado	72
4.4 Perfil de Densidade do Modelo Estelar Utilizado	77

4.5	Condutividade	83
4.6	Efeito Hall e Geometria do Campo Magnético	93
4.7	<i>Numerical Setup</i>	95
4.8	A Evolução do Campo Magnético	98
5.	<i>Conclusões</i>	105
	<i>Referências</i>	109
	<i>Apêndice</i>	115
A.	<i>Método de Crank-Nicolson Modificado</i>	117
B.	<i>Artigo publicado</i>	119

Introdução

Em astronomia, falamos que um objeto é compacto quando possui uma massa muito grande concentrada em um raio pequeno como por exemplo, buracos negros, anãs brancas e estrelas de nêutrons, por ordem crescente de compacticidade. Podemos medir o quão compacto é um objeto calculando o seu grau de compacticidade que é dado pelo parâmetro $\frac{GM}{c^2R}$. Para uma estrela de nêutrons ($M \approx 1.4M_{\odot}$ e $R = 10$ km) esse parâmetro possui um valor de aproximadamente 0.21 enquanto que para o Sol ($R \approx 7 \times 10^5$ km) o valor do parâmetro é cerca de 2.12×10^{-6} , logo a estrela de nêutrons é um objeto muito mais compacto do que uma estrela do tipo solar. Sabemos que esses objetos compactos se formam quando as estrelas comuns que conhecemos chegam ao final de sua evolução.

Esses três objetos possuem algumas características que os diferenciam de estrelas comuns como o Sol. Por exemplo, eles não utilizam a queima nuclear para contrabalancear o colapso gravitacional, mas são suportados contra o colapso pela pressão de degenerescência dos férmions, elétrons no caso das anãs brancas e nêutrons no caso das estrelas de nêutrons. Já buracos negros são objetos completamente colapsados em uma região inacessível do espaço-tempo. Neste trabalho vamos nos concentrar em estudar apenas um desses objetos compactos, as estrelas de nêutrons.

A ideia das estrelas de nêutrons surgiu pela primeira vez em 1930 com a finalidade de resolver questões como os estágios finais da evolução estelar, a fonte de energia das supernovas e até mesmo especulando a respeito da fonte energia de estrelas comuns. Os primeiros desenvolvimentos teóricos foram feitos pelo físico soviético Lev D. Landau (1908-1968). Já era sabido que acrescentar ou retirar nêutrons dos núcleos podia levar a produção de uma grande quantidade de energia nuclear. Assim, Landau pensou que se houvesse uma grande quantidade de nêutrons no núcleo das estrelas talvez fosse possível gerar uma

grande quantidade de energia, principalmente se esses nêutrons estivessem compactados. O artigo em que Landau fala sobre as estrelas de nêutrons foi publicado em fevereiro de 1932, mas na última linha desse artigo está a data de fevereiro de 1931, indicando que ele teria escrito o artigo antes do nêutron ter sido descoberto (descoberta feita pelo físico inglês James Chadwick em fevereiro de 1932).

O artigo publicado por Landau é dividido basicamente em duas partes. Na primeira parte ele faz o cálculo sobre a massa máxima de uma anã branca e na segunda parte especula sobre a existência de estrelas mais densas, as estrelas de nêutrons. O valor da massa máxima de uma anã branca já havia sido calculado, mas Landau o fez de forma independente, hoje esse valor é chamado de limite de Chandrasekhar. Em seu artigo, Landau apresenta uma forma simples para o cálculo da massa máxima de uma anã branca, mostrada a seguir:

$$M_0 = \frac{3.1}{m^2} \left(\frac{\hbar c}{G} \right)^{3/2}, \quad (1.1)$$

onde \hbar é a constante de Planck, c a velocidade da luz e G a constante gravitacional.

Na segunda parte de seu artigo, ele descreve a existência de estrelas mais densas, comentando a existência de nêutrons em seus núcleos, embora não chegue a falar em estrelas de nêutrons. Diz, no entanto, que essas estrelas possuiriam núcleos tão pesados que até as leis da mecânica quântica não seriam aplicáveis.

A primeira previsão explícita das estrelas de nêutrons surgiu em 1933 quando Walter Baade e Fritz Zwicky propuseram a existência desses objetos, alegando que eles nasciam de explosões de supernovas (Yakovlev et al., 2013), já os primeiros a realizarem cálculos estruturais sobre as estrelas de nêutrons foram realizados por Robert Oppenheimer e George Michael Volkoff em 1939, foram eles que calcularam a primeira massa máxima para as estrelas de nêutrons, de $0.7 M_\odot$ usando uma equação de estado para um gás de nêutrons livres, como será mostrada no próximo capítulo.

Depois desse trabalho, outros foram publicados contendo discussões sobre equações de estado e modelos para as estrelas de nêutrons, mas devido à pouca tecnologia existente na época e à impossibilidade de detectar esses objetos essas estrelas foram um pouco esquecidas pela comunidade astronômica.

Em 1967 esse cenário mudou quando Jocelyn Bell Burnell, que estava trabalhando em um experimento chefiado por Antony Hewish, para a detecção de sinais de rádio, observou

um objeto que emitia sinais periódicos com um período muito estável de 1,3373 segundos. Além de algumas explicações esotéricas, na época chegou-se a pensar que esses sinais provinham de pulsações radiais de estrelas anãs brancas, já que o período de pulsação dessas estrelas são dessa ordem. Até que em 1969 sugeriu-se que esses pulsos eram na verdade de estrelas de nêutrons em rotação, e a esses objetos foi dado o nome de pulsar (Pacini, 1968; Gold, 1969). Em 1974 Hewish recebeu o prêmio Nobel pela descoberta dos pulsares juntamente com o seu colega Martin Ryle, sendo que Jocelyn Bell foi deixada sem o prêmio. A exclusão da cientista causou alguns protestos de alguns astrofísicos. A exclusão de Jocelyn Bell se tornou uma das polêmicas ao redor do prêmio Nobel.

1.1 Observação de Pulsares e Estrelas de Nêutrons

Como já foi dito anteriormente, os pulsares são estrelas de nêutrons em rotação, logo são objetos extremamente densos e uma de suas características mais importantes é a existência de um forte campo magnético. Alguns pulsares podem ter um período de rotação de cerca de milésimos de segundos. O pulsar mais rápido conhecido tem um período de aproximadamente 1.4 ms, próximo da chamada frequência kepleriana para uma estrela em rotação (frequência limite para que a estrela tenha estabilidade) que é dada por (Haensel et al., 2009)

$$f_k(M) \approx C \left(\frac{M}{M_\odot} \right)^{1/2} \left(\frac{R}{10 \text{ km}} \right)^{-3/2}, \quad (1.2)$$

onde M e R são respectivamente a massa e o raio da estrela e $C = 1.08 \text{ kHz}$.

Os pulsares podem emitir em diversas frequências, mas tem sido estudados extensivamente em frequências de rádio. Caso o eixo magnético esteja alinhado com o eixo de rotação do pulsar, não haverá, em princípio, emissão pulsada, ou seja, nesse caso só seria possível detectar a radiação emitida pelo pulsar se o seu eixo também estivesse alinhado com a nossa linha de visada. Desta forma, não detectaríamos uma radiação pulsada, mas sim uma radiação contínua. Sabe-se entretanto que não são todos os pulsares que possuem esse alinhamento e, em sua maioria, o eixo de rotação e o eixo magnético estão desalinhados. Nesse caso, a radiação emitida pelo pulsar só será detectada quando o feixe de radiação passar pela nossa linha de visada. Logo, detectando a radiação emitida pode-se medir com que velocidade esse pulsar está rotacionando.

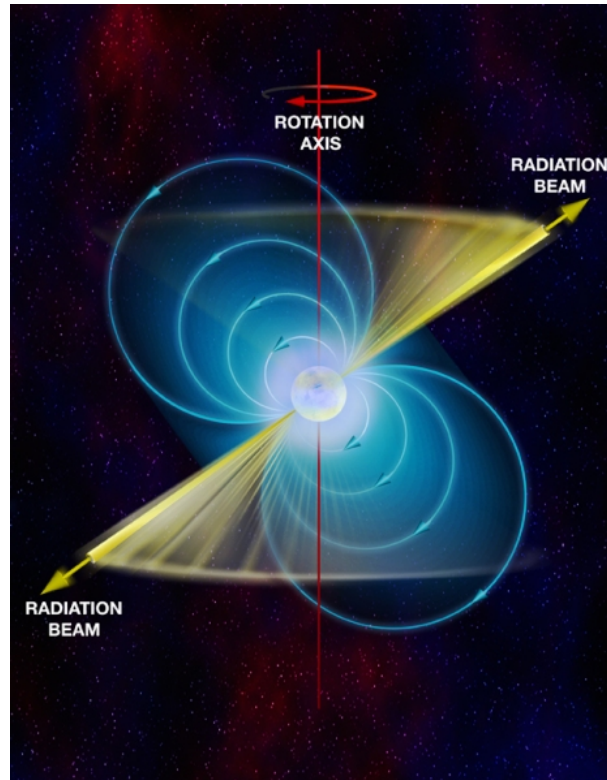


Figura 1.1: Ilustração das linhas do campo magnético em uma estrela de nêutrons e seu eixo de rotação. Fonte: <http://scienceofcycles.com/wp-content/uploads/2016/05/pulsargraphic-1.jpg>, acesso em 30 de julho de 2017.

Na figura [1.1](#) mostramos a geometria típica de um pulsar, enfatizando que vemos os pulsos devido ao desalinhamento entre os eixos de rotação e magnético.

O fato de serem observados pulsos periódicos dessas estrelas faz com que os pulsares sejam considerados ótimos relógios atômicos, já que possuem uma grande estabilidade, ou seja, o valor de \dot{P} dos pulsares é muito menor do que o dos melhores relógios atômicos.

Um dos mais famosos pulsares é o Pulsar do Caranguejo (PSR J0534+2200) descoberto em 1969. Ele está localizado na Nebulosa do Caranguejo, tem cerca de 20 km de diâmetro e um período de rotação de aproximadamente 33 ms. Na figura [1.2](#) podemos observar uma imagem dessa nebulosa energizada pela radiação do pulsar.

Como já foi falado, os pulsares possuem um alto campo magnético (cerca de 10^8 G até 10^{14} G, muito maior do que o campo magnético do Sol que é em média 1 G nos polos podendo chegar a 1000 G em alguns pontos de sua superfície.). Esses altos valores do campo magnético surgem devido à conservação do fluxo magnético de sua estrela progenitora e/ou a ação do dínamo.

Outra característica importante dos pulsares é o seu baixo período rotacional resultante



Figura 1.2: Imagem da nebulosa do caranguejo com informações ópticas (vermelho) e raios-X (azul).
Optical: NASA/HST/ASU/J. Hester et al. X-Ray: NASA/CXC/ASU/J. Hester et al.

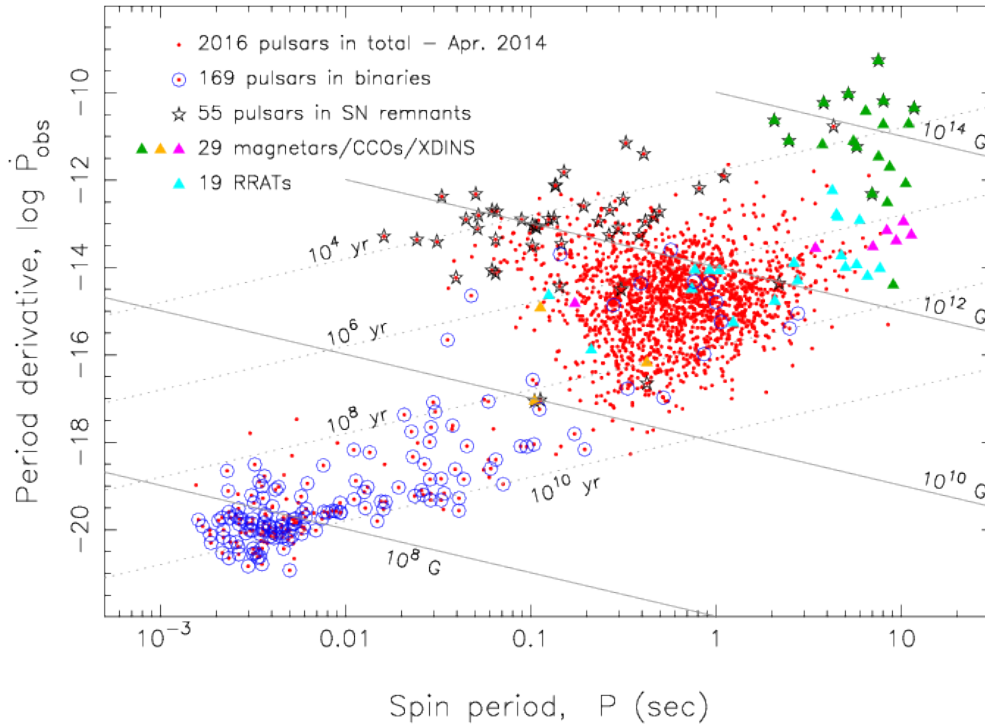


Figura 1.3: Distribuição de 2016 pulsares no diagrama $P - \log \dot{P}$ (Tauris et al., 2015).

da conservação de seu momento angular. Para os pulsares é possível observar uma distribuição bimodal quando graficamos a derivada do seu período rotacional versus o período rotacional. Essa distribuição bimodal pode ser vista na figura 1.3. Nela vemos que temos uma grande maioria dos pulsares com um período rotacional de aproximadamente 0.7 s, alto campo magnético, cerca de 10^{12} G e em sua maioria são pulsares isolados. A segunda população mostrada nessa figura são os pulsares com período rotacional de aproximadamente 1 ms, campo magnético de cerca de 10^8 G e tendem a ser pulsares pertencentes a sistemas binários.

O núcleo da estrela de nêutrons é formado basicamente por nêutrons e prótons supercondutores que, devido à alta velocidade de rotação da estrela, produzem um efeito dínamo, com a conseqüente formação do campo magnético que, por sua vez, gera uma forte corrente elétrica na superfície da estrela. Devido à rotação, as partículas que estão fracamente ligadas à estrela são ejetadas percorrendo as linhas do campo magnético e jogadas ao espaço através dos polos magnéticos da estrela formando um feixe de radiação. Na figura 1.1 podemos observar que o eixo magnético não precisa estar alinhado com o eixo de rotação da estrela de nêutrons.

Existem diversas técnicas de como realizar a medida do campo magnético de estrelas,

uma delas utiliza o chamado efeito Zeeman. Esse efeito é uma reação à existência do campo magnético na estrela. Esse campo faz com que ocorra um desdobramento das linhas do espectro observado. Normalmente essa medida é realizada para campos magnéticos fracos e é possível apenas em alguns casos.

Outra forma de se encontrar o campo magnético de estrelas como os pulsares seria através de sua relação com o período (acessível desde que seja possível realizar um monitoramento da estrela de forma que nos forneça o valor do período e de sua derivada, o qual exige vários anos de trabalho). Como vimos na figura [1.3](#), desde que o torque eletromagnético seja puramente dipolar, existe uma correlação entre o campo magnético e o período de rotação.

A correlação acima é válida quando temos o modelo de um campo magnético puramente dipolar. Para esse modelo, supomos que a estrela de nêutrons rotacionando com uma frequência Ω e possuindo um momento de dipolo \vec{m} orientado a um ângulo α com o eixo de rotação. Para esse modelo, o momento de dipolo m está relacionado com o valor do campo magnético no polo B_p por

$$|\vec{m}| = \frac{B_p R^3}{2}, \quad (1.3)$$

onde R é o raio da estrela.

Essa correlação é dada pela inversão da equação dinâmica e resulta

$$B \propto (P\dot{P})^{1/2}, \quad (1.4)$$

onde P e \dot{P} são o período de rotação e a derivada do período de rotação, respectivamente.

A energia emitida que pode ser calculada integrando o vetor de Poynting em uma esfera em torno do pulsar é

$$\dot{E} = -\frac{2}{3c^2} |\ddot{\vec{m}}|^2. \quad (1.5)$$

Considerando o momento de dipolo

$$\vec{m} = \frac{1}{2} B_p R^3 (\vec{e}_{||} \cos \alpha + \vec{e}_{\perp} \sin \alpha \cos \Omega t + \vec{e}'_{\perp} \sin \alpha \sin \Omega t), \quad (1.6)$$

onde $\vec{e}_{||}$ é o vetor unitário paralelo ao eixo de rotação e \vec{e}_{\perp} e \vec{e}'_{\perp} são, respectivamente, os vetores ortogonal e perpendicular à $\vec{e}_{||}$.

Logo a energia irradiada pela estrela de nêutrons será

$$\dot{E} = -\frac{B_p^2 R^6 \Omega^4 \sin^2 \alpha}{6c^3}. \quad (1.7)$$

Sabendo que a energia cinética de rotação é dada por

$$E = \frac{1}{2} I \Omega^2, \quad (1.8)$$

onde I é o momento de inércia, teremos ainda que

$$\dot{E} = I \Omega \dot{\Omega}. \quad (1.9)$$

Desta forma, pode-se definir a chamada idade característica T dessa estrela

$$T \equiv -\left(\frac{\Omega}{\dot{\Omega}}\right)_0 = \frac{6Ic^3}{B_p^2 R^6 \sin^2 \alpha \Omega_0^2}. \quad (1.10)$$

Integrando essa equação temos

$$\Omega = \Omega_i \left(1 + \frac{2\Omega_i^2 t}{\Omega_0^2 T}\right)^{-1/2}, \quad (1.11)$$

onde Ω_i é a frequência inicial no tempo $t = 0$. Definindo $\Omega = \Omega_0$ podemos encontrar uma relação pela qual é possível encontrar a idade da estrela de nêutrons. Essa relação é dada por

$$t = \frac{T}{2} \left(1 + \frac{2\Omega_i^2}{\Omega_0^2}\right). \quad (1.12)$$

Quando temos $\Omega_0 \ll \Omega_i$ a idade do pulsar será $t \simeq \frac{T}{2}$.

Em 1972 essas equações foram utilizados para encontrar a idade característica do Pulsar do Caranguejo e o valor encontrado foi $T = 2486$ anos (Groth, 1975; Gullahorn et al., 1977). Incertezas de um fator 2 – 3 são esperadas nessa abordagem simples.

1.2 Propriedades das Estrelas de Nêutrons e Pulsares

As estrelas de nêutrons podem ser divididas, do ponto de vista teórico, em três classes diferentes: estrelas de nêutrons (formada essencialmente por nêutrons), estrelas híbridas (formada por nêutrons e quarks a partir das estrelas de nêutrons por um processo chamado de desconfinamento de quarks) e estrelas estranhas (formada por quarks). Todos esses

objetos são muito densos (com densidades médias $\rho \approx 10^{15}$ g/cm³) e com um campo magnético elevado ($B \approx 10^{12-13}$ G). Existe um consenso (dos cálculos teóricos e simulações (Shapiro e Teukolsky, 1983)) de que essas estrelas nascem a partir de explosões que seguem o colapso gravitacional com temperaturas da ordem de 10^{11} K. Em geral, uma estrela de nêutrons possui uma massa de $1M_{\odot}$ e tem cerca de 10 km de raio. A possibilidade de ter estrelas híbridas ou toda de quarks (estranhas) depende da existência de uma transição de fase à matéria de quarks e glúons “frios”, ora estável somente em alta densidade (primeiro caso) ou absolutamente estável (segundo caso).

As estrelas de nêutrons são formadas a partir de supernovas. Com a explosão, parte da matéria do envelope é espalhada pelo espaço e a outra parte se mantém devido a atração gravitacional, que supera a pressão de Fermi dos elétrons, e começa a comprimir a matéria da estrela. Devido a forte pressão sofrida pela estrela, os elétrons são capturados pelo núcleo, acabam interagindo com os prótons ali presentes e dessa interação formam-se os nêutrons e neutrinos. Desta forma, a estrela originada pela remanescente da supernova é formada basicamente por nêutrons. Os neutrinos, inicialmente retidos no núcleo, escoam em um processo difusivo depois de alguns segundos através de alguns processo que serão explicados no próximo capítulo. Desta forma, os neutrinos formados no núcleo da estrela são responsáveis por carregar a energia para fora e levam embora a diferença da energia de ligação entre o caroço de ferro que entrou em colapso e a proto-estrela de nêutrons que é cerca de 10^{53} erg. A partir desses segundos iniciais, depois que a maior parte da energia de ligação foi radiada, os neutrinos continuam esfriando a estrela de nêutrons, agora principalmente devido a um processo chamado de processo URCA.

A compressão sofrida pela estrela de nêutrons também é responsável por sua principal característica, sua alta velocidade de rotação. Quando a estrela sofre a compressão e se contrai ela deve conservar o momento angular e, conforme o pulsar se contrai, sua velocidade de rotação aumenta. Desta forma, podemos classificar os pulsares em dois grupos diferentes devido à sua velocidade rotacional: pulsares de milissegundos (que possuem período de rotação de aproximadamente 1 ms) e pulsares “canônicos” (que possuem período de rotação em torno de segundos). Como vemos na figura 1.4, existe uma quantidade muito maior de pulsares canônicos do que pulsares de milissegundos, que só podem ser formados em sistemas binários nos quais há um longo período de acreção, $\sim 10^8$ anos, para que as estrelas de nêutrons tenham seu período de rotação diminuído via transferência de momento

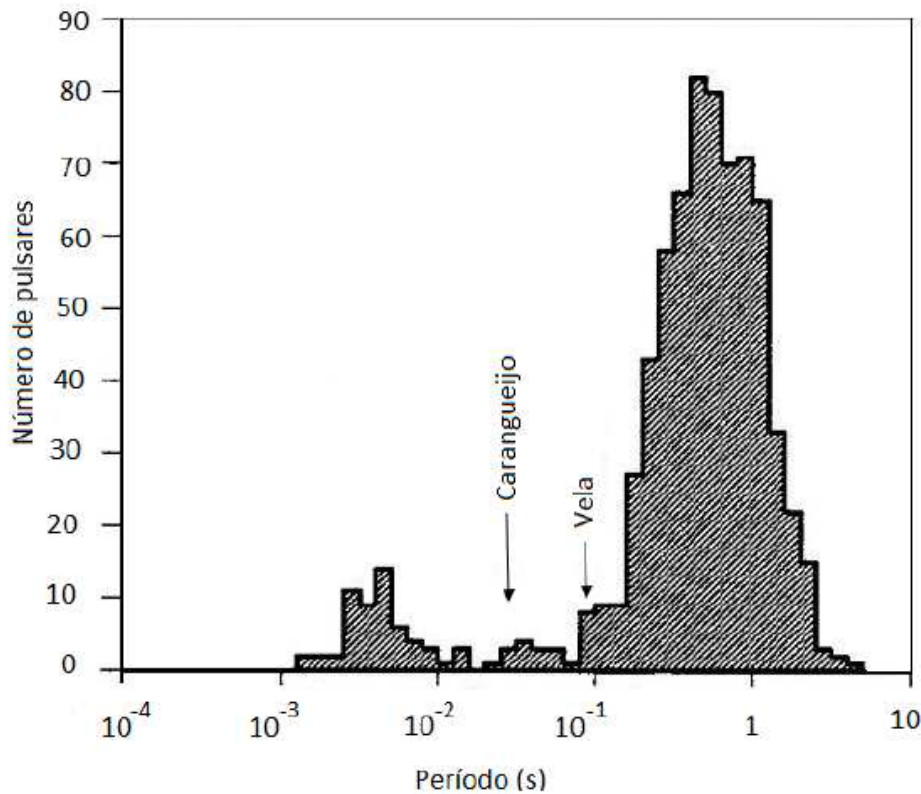


Figura 1.4: Distribuição de pulsares detectados de acordo com o seu período de rotação.

angular da matéria acretada (Phinney e Kulkarni, 1994).

1.3 A Evolução Estelar em Estrelas Isoladas

Sabemos que as estrelas se formam a partir do colapso gravitacional de uma nuvem molecular. A vida das estrelas irá depender de sua massa e de sua temperatura; se uma estrela possui uma massa muito baixa (menor do que $0,08 M_{\odot}$) ela não consegue atingir uma temperatura alta o suficiente para iniciar a fusão de hidrogênio em seu núcleo. Essas estrelas são chamadas de anãs marrons e esfriam lentamente por milhões de anos.

Já as estrelas mais massivas conseguem atingir uma temperatura suficiente para que se inicie a queima de hidrogênio em seu núcleo. Essa fusão faz com que as estrelas atinjam um estado de equilíbrio hidrostático que as impedem de sofrer um colapso gravitacional. Com o início do processo de fusão do hidrogênio as estrelas entram na fase mais longa de sua vida na evolução estelar, a sequência principal (SP). Enquanto houver hidrogênio em seu núcleo para que ocorra a fusão, a estrela permanece na SP. Quando esse hidrogênio acaba ela começa a deixar essa fase e “caminhar” para a fase de subgigantes ou gigantes

vermelhas. O tempo que cada estrela permanece na SP depende de sua massa, as estrelas com maior massa queimam mais rapidamente o hidrogênio de seu núcleo e rapidamente deixam a SP, enquanto que as estrelas de baixa massa permanecem nessa fase por um longo tempo (cerca de bilhões de anos).

O destino das estrelas após deixarem a SP dependerá de sua massa. As estrelas com massas $M < 0.5M_{\odot}$ devem terminar sua evolução como uma anã branca de hélio, e certamente uma composição similar é esperada das progenitoras leves em sistemas binários. Estrelas com massa entre $0.5M_{\odot} < M < 4M_{\odot}$ terminam como uma anã branca de carbono e oxigênio, e as que tem entre $4M_{\odot} < M < 8M_{\odot}$ produzirão anãs brancas mais “*pesadas*” (O, Ne, Mg). As estrelas com massa entre $8M_{\odot} < M < 25M_{\odot}$ devem finalizar sua vida com uma supernova, resultando em uma estrela de nêutrons e finalmente, as estrelas com massa $M > 25M_{\odot}$ também terminam sua evolução como uma supernova (ou um colapso direto) resultando em um buraco negro, embora esses últimos limites sejam incertos.

1.4 Evolução Estelar de Sistemas Binários

Chamamos de sistema binário um sistema de dois corpos celestes que estão orbitando um centro de massa comum. Esses sistemas binários podem ser compostos por estrelas, planetas e até mesmo galáxias.

Nos sistemas binários estelares, foco desse trabalho, a estrela mais brilhante é chamada de estrela primária e a menos brilhante é chamada de secundária ou companheira. A classificação dessas estrelas decorre da maneira a qual foram descobertas. Por razões históricas, são reconhecidas basicamente quatro tipos de estrelas binárias: visuais, astrométricas, espectroscópicas e eclipsantes. As binárias visuais são aquelas que podem ser observadas por um telescópio. As binárias astrométricas são aqueles sistemas em que a estrela mais fraca não pode ser observada, sendo detectada através de variações periódica no movimento da estrela primária do sistema. São denominadas binárias espectroscópicas aquelas que são detectadas através da variação periódica de sua velocidade radial nas linhas observadas. Por fim, são chamadas de binárias eclipsantes os sistemas de estrelas em que o plano de sua órbita está na nossa linha de visada, ou seja, as estrelas do sistema binário eclipsam uma a outra.

O potencial gravitacional efetivo de um sistema binário, também conhecido como po-

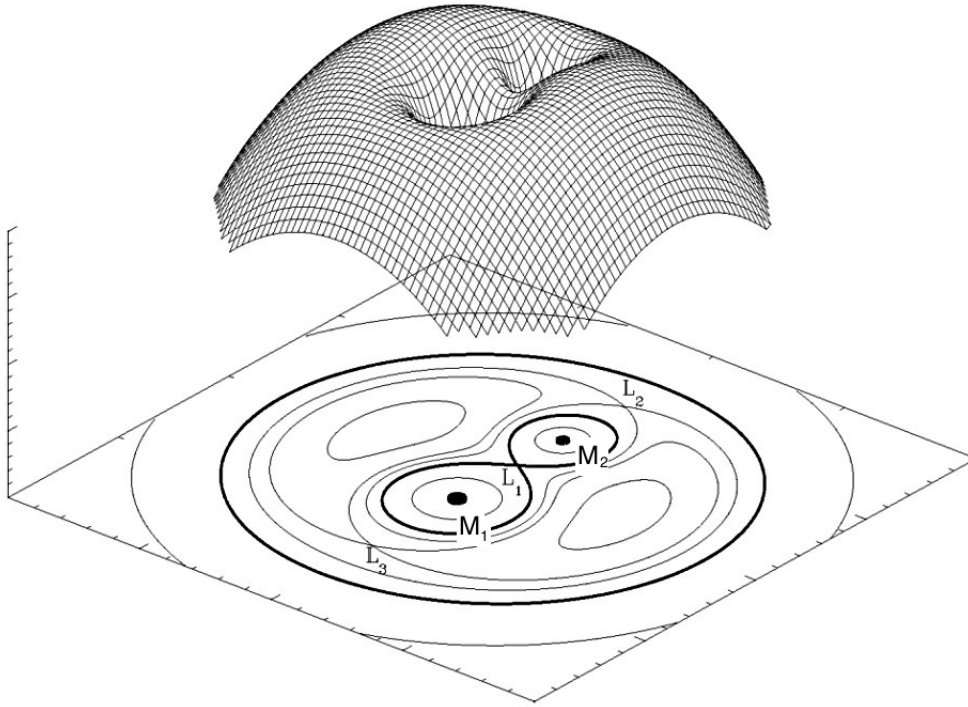


Figura 1.5: Ilustração das superfícies equipotenciais de um sistema binário.

tencial de Roche, é determinado pelas massas das estrelas que compõem o sistema e a força centrífuga que aparece no movimento. Esse potencial gravitacional pode ser escrito como

$$\Phi = -\frac{GM_1}{r_1} - \frac{GM_2}{r_2} - \frac{\Omega^2 r_3^2}{2}, \quad (1.13)$$

onde r_1 e r_2 são as distâncias até o centro de massa do sistema das estrelas com massas M_1 e M_2 , respectivamente; r_3 é a distância até o eixo de rotação da binária; e Ω é a velocidade angular orbital que pode ser escrita como $\Omega = \sqrt{GM/a^3}$, onde $M = M_1 + M_2$ e a é a separação entre as estrelas.

Em um sistema binário temos forças do tipo de maré atuando ao redor da órbita. Desta forma, podemos definir superfícies equipotenciais se movendo juntamente com o sistema. Uma dessas superfícies equipotenciais passa pelo chamado primeiro ponto de Lagrange L_1 do lóbulo de Roche, representado na figura 1.5. Quando a estrela mais massiva do sistema (estrela doadora) evolui até preencher o lóbulo de Roche, ela atinge o ponto L_1 desequilibrando a pressão nesse ponto e dando início ao processo de transferência de massa para a estrela companheira (acretante).

O raio do lóbulo de Roche, R_L é definido por (Eggleton, 1983)

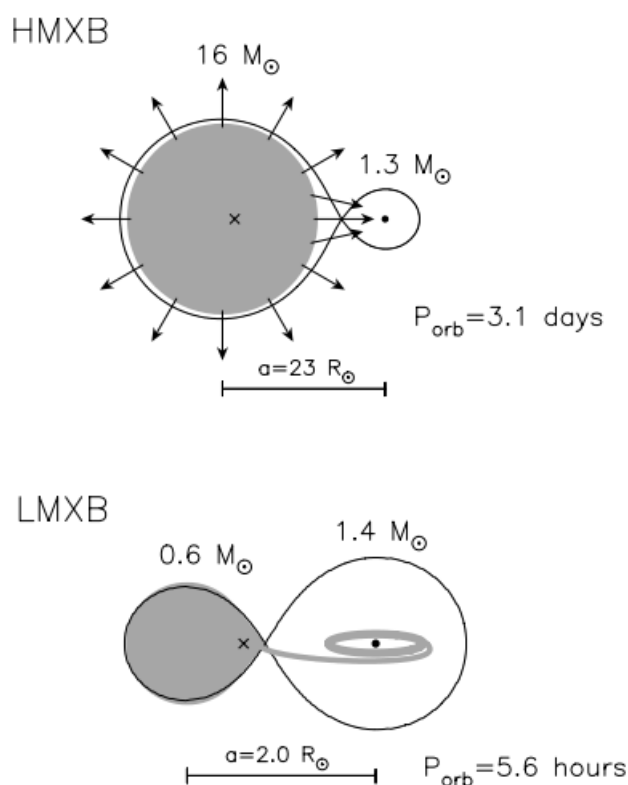


Figura 1.6: Ilustração de um sistema HMXB e um sistema LMXB.

$$\frac{R_L}{a} = \frac{0.49q^{2/3}}{0.6q^{2/3} + \ln(1 + q^{1/3})}, \quad (1.14)$$

onde $q = M_{\text{doadora}}/M_{\text{acretante}}$.

Para este trabalho duas classes de sistemas binários são importantes: os binários de raios-X de alta massa (HMXBs - *high-mass X-ray binaries*) e os binários de raios-X de baixa massa (LMXBs - *low-mass X-ray binaries*). Na figura 1.6 vemos uma ilustração desses dois sistemas, para os HMXBs vemos que a estrela de nêutrons sofre uma acreção direta da companheira que transborda o lóbulo de Roche, já para os sistemas LMXBs o transporte de matéria para a estrela companheira ocorre através de um disco de acreção.

Dos HMXBs conhecidos cerca de 30% possuem períodos de rotação entre 10 – 300 s (Liu et al., 2006). As luminosidades ($L > 10^5 L_{\odot}$) e os espectros observados indicam que as estrelas companheiras desses sistemas pertencem à SP e possuem massas superiores à $20 M_{\odot}$ (massa correspondente às estrelas do tipo O) e raios de aproximadamente 10 – 30 R_{\odot} (quase preenchendo o lóbulo de Roche). Existem ainda dois outros grupos de HMXBs, o primeiro grupo possui períodos orbitais de 20 – 100 dias e excentricidade de aproxima-

damente 0.3 – 0.5 e o segundo grupo, proposto por (Pfahl et al., 2002) possui períodos orbitais de 30 – 250 dias e excentricidades menores do que 0.2. Para os LMXBs os períodos orbitais medidos foram de aproximadamente 11 minutos a 17 dias. Acredita-se que, devidos aos campos magnéticos relativamente fracos desses sistemas (cerca de $10^9 - 10^{11}$ G), raramente eles possuem pulsares como um de seus objetos. Esses sistemas mostram uma grande liberação de raios-X que são supridas quando tempo campos magnéticos superiores à 10^{11} G (essas liberações de raios-X não são observadas nos HMXBs). Uma grande parte dos LMXBs está localizada na bojo da galáxia e em aglomerados globulares e, portanto, parecem pertencer a uma antiga população estelar.

Em qualquer um desses sistemas, a estabilidade na transferência de massa é muito importante na evolução do sistema binário. Essa estabilidade depende da reação da estrela doadora diante da perda de massa e do lóbulo de Roche.

Neste trabalho, o nosso foco será os sistemas LMXBs, sendo assim iremos nos focar apenas na evolução desses sistemas.

Quando a estrela doadora preenche o lóbulo de Roche ela sai do seu equilíbrio hidrostático e térmico, para tentar reestabelecer esse equilíbrio a estrela irá aumentar ou diminuir o seu tamanho como uma resposta à perda de massa. O que irá acontecer com a estrela dependerá da estrutura do seu envelope.

Quando temos uma estrela doadora com envelope radioativo, ele normalmente irá encolher em resposta à perda de massa. Essas estrelas darão origem a um processo de transferência de massa estável desde que a razão entre a massa da estrela doadora e a estrela acreta q não seja muito grande. Cálculos feitos por (Tauris e Savonije, 1999) mostram que todos os LMXBs com estrelas doadoras de massa $M_2 \leq 1.8M_{\odot}$ e uma estrela de nêutrons terão uma fase de transferência de massa estável.

Para estrelas com envelope convectivo temos uma rápida expansão em resposta à perda de massa devido ao gradiente de temperatura super adiabático de seu envelope, o que leva a uma situação instável. Para sistemas em que temos a razão entre as massas $q \geq 1.5$ a diminuição da distância orbital é tão grande que ocorrer uma junção com a doadora convectiva expandida o que leva as estrelas do sistema passarem a ter um envelope em comum, o que o torna dinamicamente instável, o que ocorre para muitos HMXBs.

Se considerarmos que no início do processo de acreção tínhamos um sistema binário formado por uma estrela com massa entre $12M_{\odot} < M < 25M_{\odot}$ e uma segunda estrela

com massa da ordem da massa do Sol, a estrela de maior massa irá colapsar e explodir como supernova formando uma estrela de nêutrons e nesse momento, teríamos um sistema binário formado por uma estrela de nêutrons e sua companheira ainda com massa da ordem do Sol, mas agora superior à massa da estrela de nêutrons.

O que temos nesse momento é uma evolução da estrela secundária que inicialmente está na Sequência Principal e irá evoluir até atingir o lóbulo de Roche do sistema e dar início ao processo de doação de massa para a estrela de nêutrons. Todo esse processo pode terminar com um sistema binário formado por um pulsar de milissegundos e uma anã branca.

Na figura 1.8 mostramos as fases da evolução do sistema binário descrito aqui que poderá resultar em alguns sistemas com pulsares black widows e redbacks, e muitos sistemas LMXBs.

Os pulsares redback e black widow pertencem a sistemas binários relativísticos. A vida evolutiva desses sistemas podem ser dividida em fases em que o pulsar não interage com a estrela companheira, uma fase em que existe uma transferência de matéria da estrela companheira para o pulsar e uma outra fase em a estrela companheira é evaporada pelos ventos emitidos pelo pulsar.

Não se sabe exatamente o quanto da massa transferida pela estrela companheira é acretada pela estrela de nêutrons. Podemos definir que $\dot{M}_1 = -\beta\dot{M}_2$, onde \dot{M}_1 é a massa acretada pela estrela de nêutrons, \dot{M}_2 é a massa transferida pela estrela companheira e $\beta \approx \frac{1}{2}$ (Benvenuto et al., 2012). O acréscimo de massa faz com que o pulsar gire mais rapidamente, rejuvenescendo-o.

Para alguns sistemas binários, o processo de acreção de matéria pelo pulsar faz com que seja produzida uma grande quantidade de raios-X. A emissão dessa radiação começa a retroagir e faz diminuir a quantidade de matéria que está sendo acretada até que, em algum momento, a emissão de raios-X faz com que a acreção pare completamente (a iluminação da estrela companheira devido a emissão de raios-X está representada na figura 1.9).

Nesse momento, como não temos mais acreção, a produção de raios-X causada pelo movimento da matéria acretada na estrela de nêutrons também termina. Não tendo mais a emissão de raios-X, o sistema é capaz iniciar novamente o processo de transferência de massa. Logo teremos novamente a emissão raios-X que irá parar a acreção. Nessa fase do sistema binário temos então o processo de intermitência, onde teremos momentos em que o pulsar está accretando matéria e momentos que não (estágio redback do pulsar).

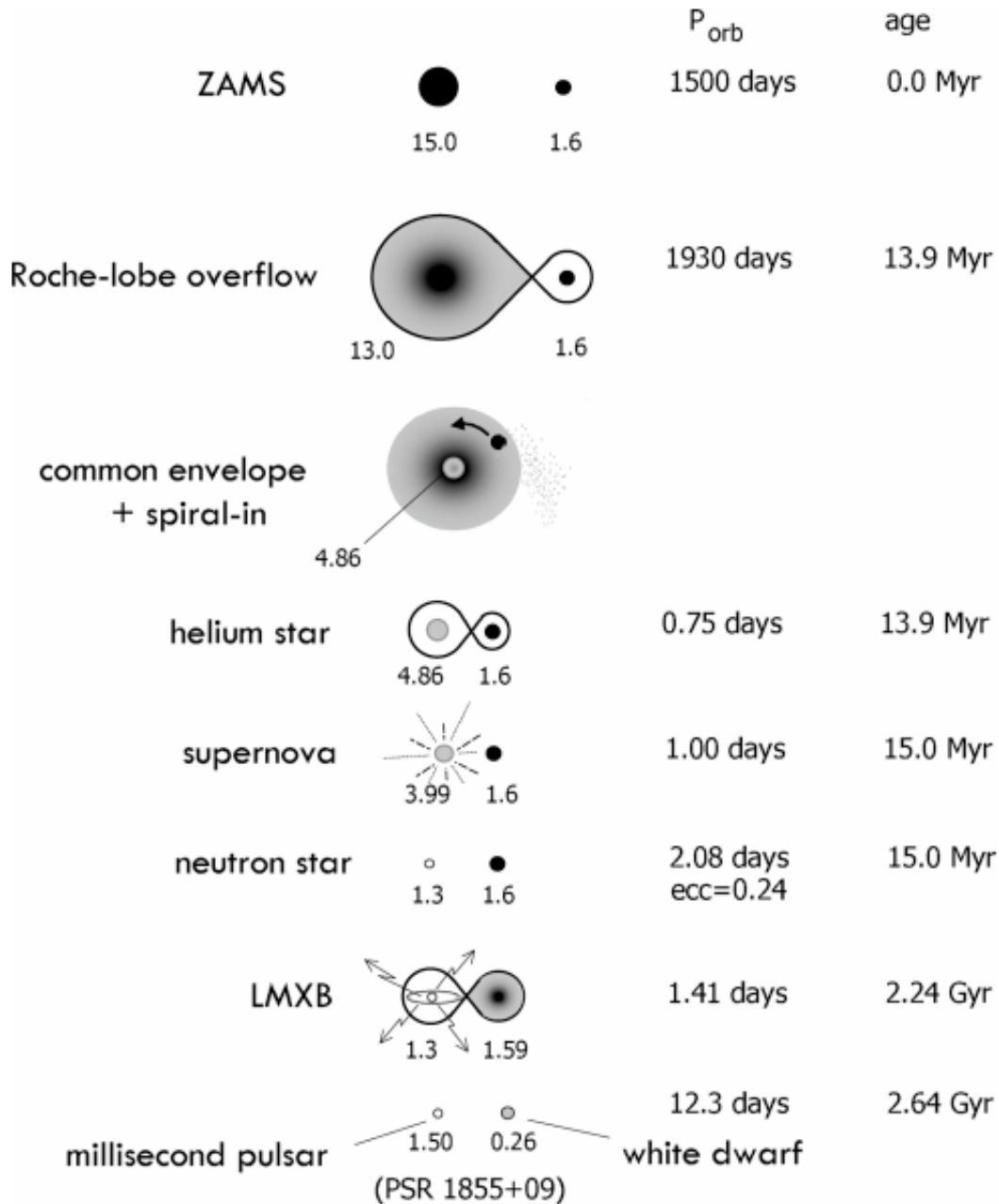


Figura 1.7: Ilustração da evolução de um sistema binário formado inicialmente por uma estrela de $15M_{\odot}$ e uma estrela de $1.6M_{\odot}$ (Tauris e van den Heuvel, 2006).

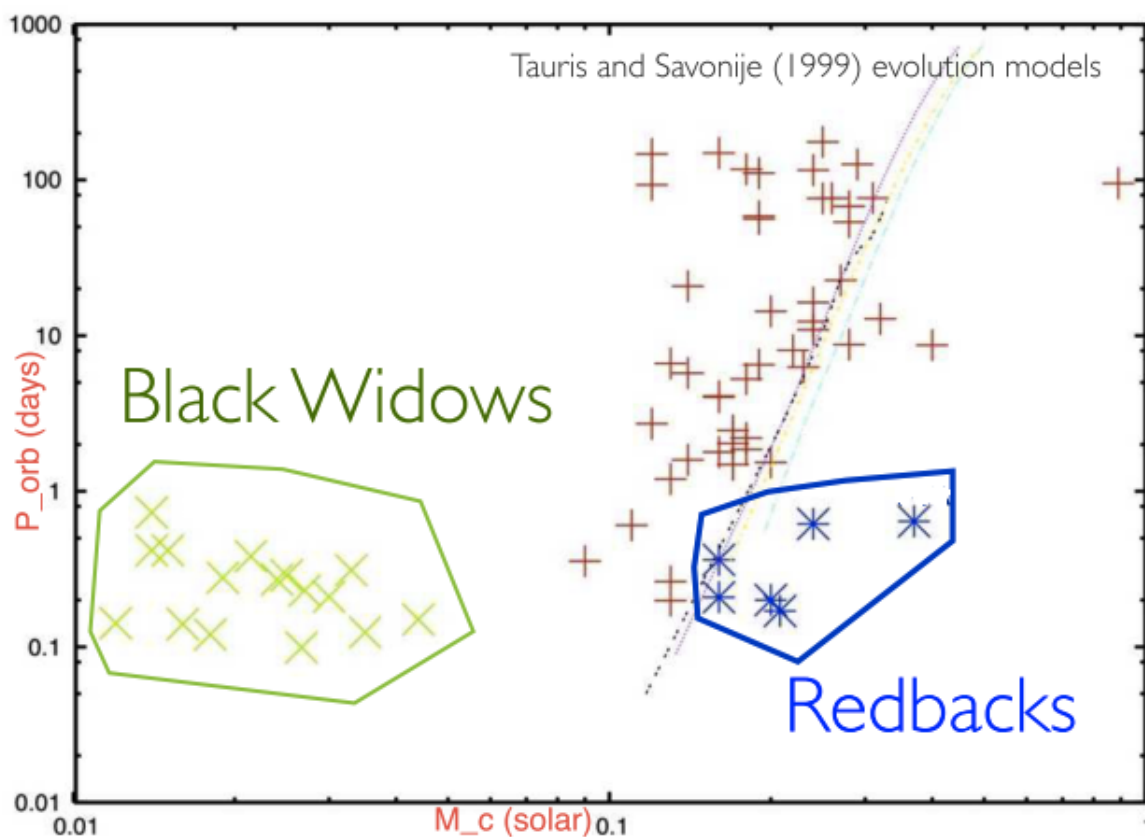


Figura 1.8: Pulsares de milissegundos observados no campo Galáctico, mostrando as posições dos sistemas com pulsares redback e black widow no diagrama (Roberts, 2013).

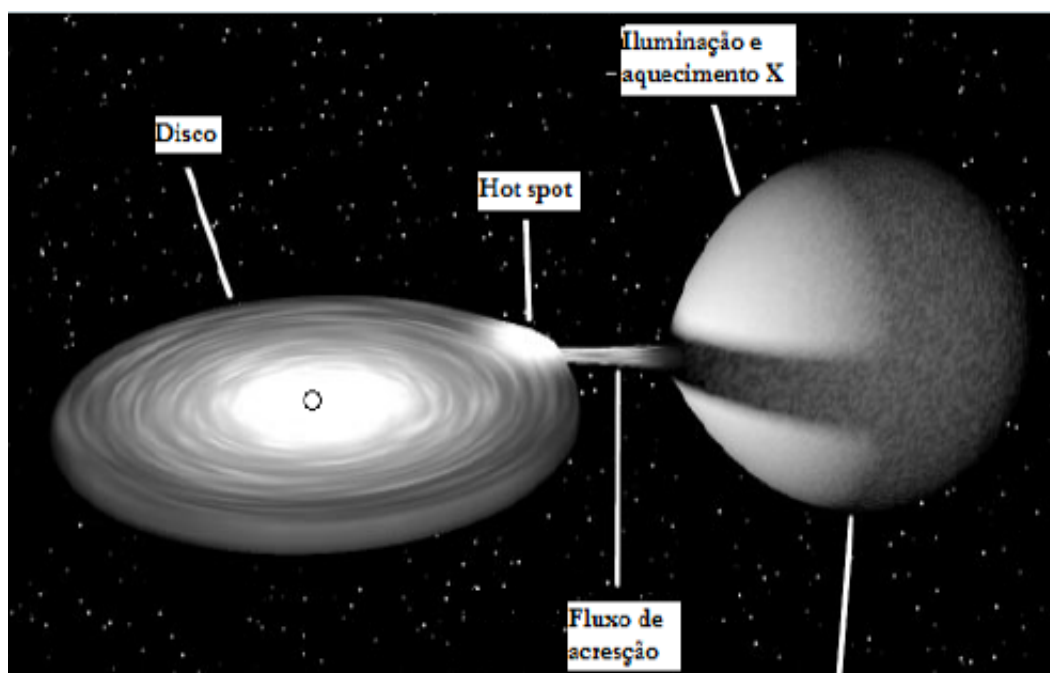


Figura 1.9: Representação da estrela companheira sendo iluminada pela emissão de raios-X (Ioannou et al., 2001).

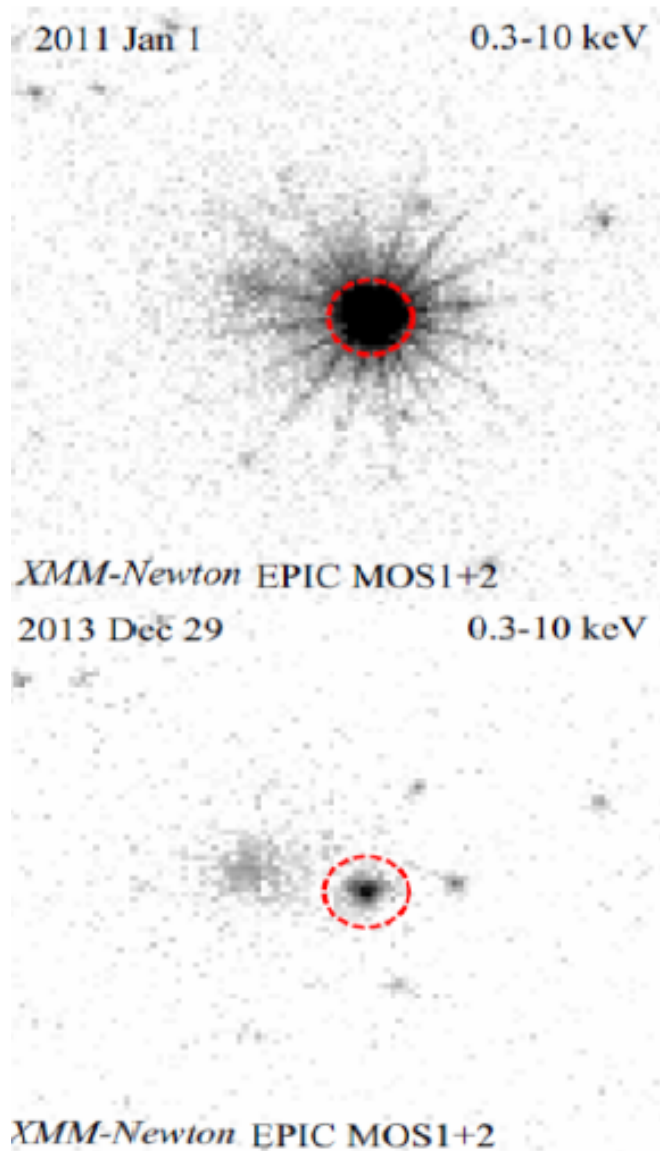


Figura 1.10: Observações mostrando a existência de disco de acreção em um sistema binário no ano de 2011 e a não existência do disco no fim de 2013.

Essa intermitência ocorre desde 2×10^9 anos até 4×10^9 anos, até que finalmente termine completamente o processo de acreção. Essa fase de intermitência é comprovada com observações como mostrada na figura 1.10 em que pode-se ver um sistema com disco de acreção e anos depois esse mesmo sistema sem a existência do disco.

Logo, após o processo de acreção intermitente terminar, temos o sistema binário no estágio de transição. Para esses sistemas a estrela companheira do pulsar possui cerca de 20% - 40% da massa do Sol e é uma estrela degenerada. O pulsar possui uma alta velocidade de rotação e conforme acreta matéria da companheira essa velocidade continua a aumentar, seu movimento faz que sejam emitidos ventos de radiação e é esse vento que

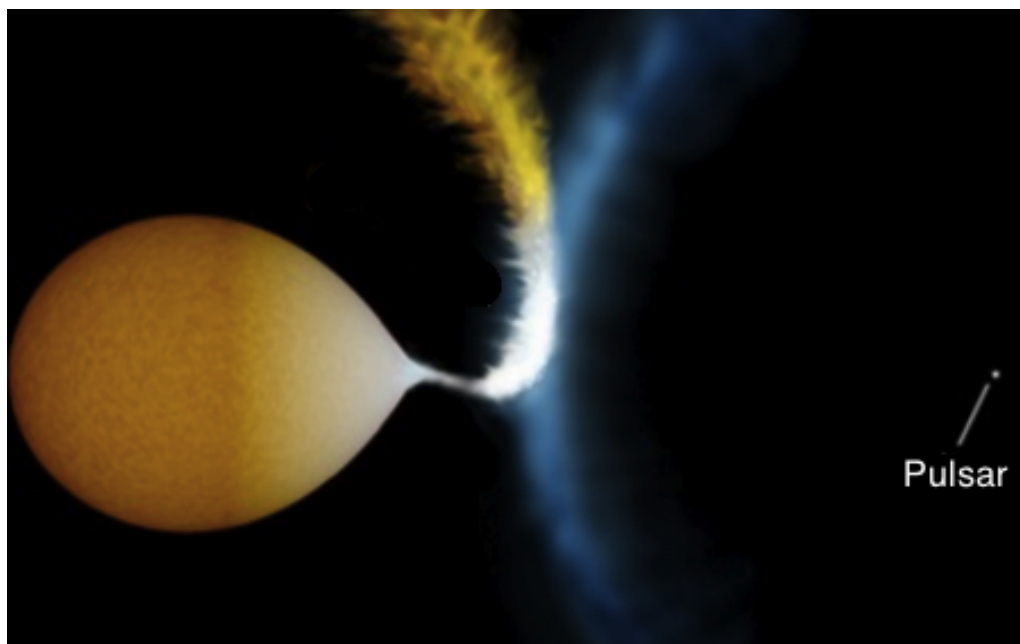


Figura 1.11: Ilustração mostrando os ventos de radiação emitidos pelo pulsar barrando a transferência de matéria da estrela companheira para o pulsar (Bogdanov et al., 2015).

faz com que o processo de acreção intermitente de matéria acabe (Benvenuto et al., 2012). Na figura 1.11 temos uma ilustração dessa fase de transição.

Após a fase de transição os ventos emitidos pelo pulsar se tornam mais intensos fazendo com que a estrela companheira comece a ser evaporada. Nesse momento temos o início do estágio black widow. O pulsar pode ser capaz de evaporar completamente a estrela companheira. Na figura 1.12 podemos ver uma imagem em raio-X feita pelo Chandra de um pulsar black widow.

Existem basicamente duas principais diferenças entre os sistemas LMXRs e os sistemas binários estudados neste trabalho: as estrelas do sistema binário estão muito próximas, de tal forma que o raio-X produzido pela acreção atingirá o disco de acreção e a estrela companheira (Ritter, 2008) e durante a fase de acreção o período de orbital dos nossos sistemas são baixos quando comparados ao período de rotação dos sistemas LMXBs (Roberts, 2013).

Quando a estrela companheira está mais próxima do pulsar demorando aproximadamente três horas para completar uma órbita observa-se que a estrela companheira sofre a evaporação, fenômeno observado nos sistemas com pulsares black widow. Conforme a evaporação avança o período se torna da ordem de dias. É importante lembrar que a evaporação só procede pois a estrela doadora se torna uma estrela degenerada, logo conforme

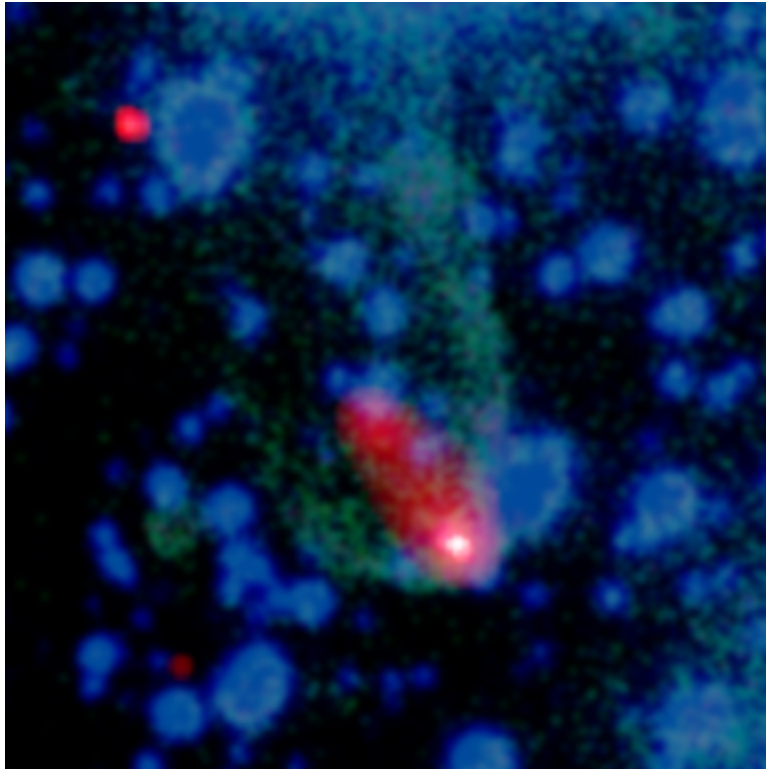


Figura 1.12: Imagem do pulsar B1957+20 composta por uma imagem em raio-X do Chandra (vermelho e branco) e uma imagem no ótico (verde e azul). X-ray: NASA/CXC/ASTRON/B.Stappers et al.; Optical: AAO/J.Bland-Hawthorn & H.Jones

perde sua massa ela incha e portanto perde mais massa. Caso essa estrela se comportasse como uma estrela não degenerada ela iria encolher e isso causaria o fim da evaporação.

Assim, alguns modelos evolutivos dizem que, sob certas condições, alguns sistemas binários com pulsares “redback” podem evoluir para sistemas com pulsares “black widow” (Benvenuto et al., 2014). Na figura 1.13 vemos a evolução de sistemas binários em função de seu período P e e da massa da estrela doadora M_2 . Nesta figura é possível observar que alguns pulsares que estão na região dos “redbacks” evoluem até a região dos pulsares “black widows”.

Segundo cálculos evolutivos (Benvenuto et al., 2012), os pulsares “black widows” são objetos com idades de aproximadamente 10 Gyr e acreditava-se que com sua evolução, eles deveriam ter valor de campo magnético baixo, já que para escala de tempo dessas estrelas o campo magnético já deveria ter decaído significativamente, o que não ocorre na realidade. Observa-se que o valor do campo magnético desses pulsares é cerca de 2×10^8 G. Desta forma, acredita-se que esses objetos por algum motivo atinjam um valor limite para o campo magnético (“*bottom field*”) e que depois desse momento seu campo magnético

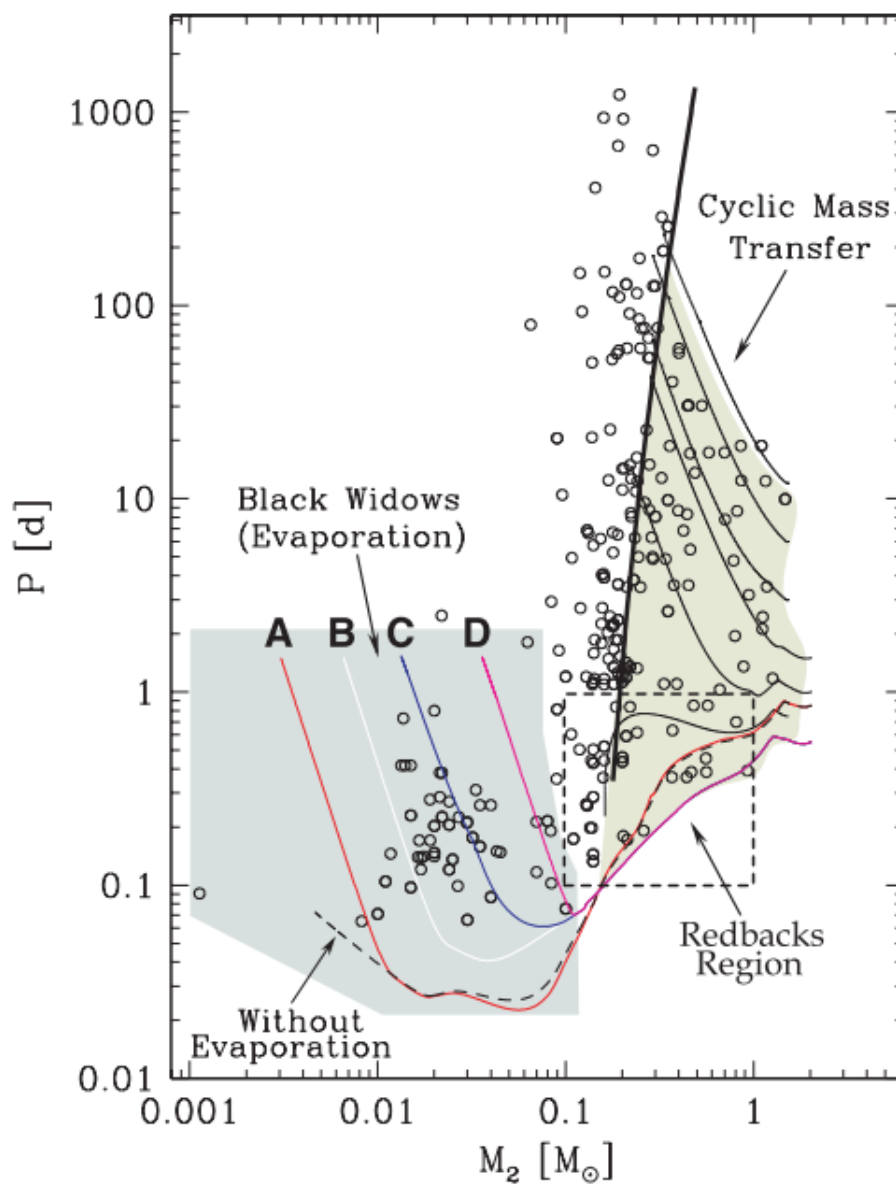


Figura 1.13: Evolução de sistemas binários em função de seu período P e da massa da estrela doadora M_2 . A linha sólida representa o modelo de evolução e os pontos os sistemas observados (Benvenuto et al. 2012).

permaneça constante. Existem algumas hipóteses sobre o porque desse campo magnético possuir um valor alto como esse para objetos com um tempo evolutivo tão longo, uma dessas hipóteses é a presença de impurezas na crosta do pulsar, onde o campo magnético está ancorado, devido à matéria que foi acretada da estrela companheira. O objetivo deste trabalho é investigar essas hipóteses e tentar entender um pouco mais sobre o campo magnético desses objetos.

Física das Estrelas de Nêutrons

Como já apontamos na introdução, as estrelas de nêutrons são objetos compactos, e essa definição vem do fato dessa estrela possuir uma massa muito grande para um tamanho extremamente pequeno (raio de aproximadamente dezenas de quilômetros) quando comparada a outras estrelas normais. A partir de estudos e observações, hoje em dia acredita-se que a densidade no centro de uma estrela de nêutrons é de aproximadamente $10^{15} \text{ g cm}^{-3}$.

Como sabemos, as estrelas de nêutrons são um dos possíveis estágios finais da vida de uma estrela. Estruturalmente, as estrelas de nêutrons são formadas basicamente por uma crosta externa, uma crosta interna e um núcleo que deve ser formado em sua maior parte por nêutrons, mas que admite outra composição, como mostrado na figura [2.1](#).

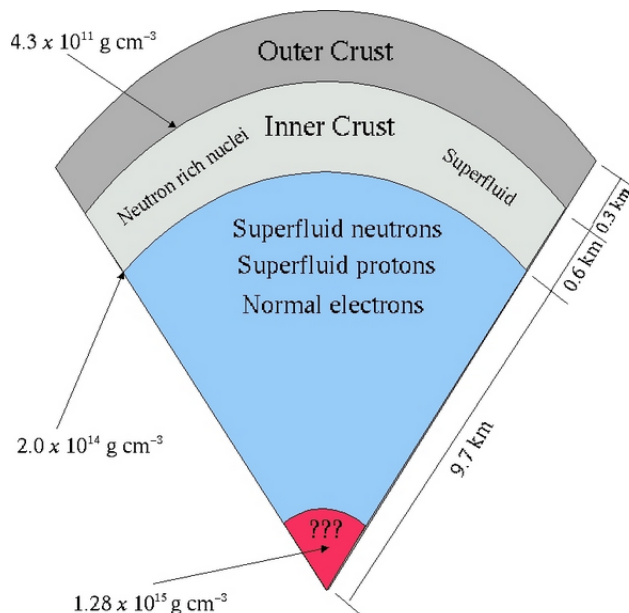


Figura 2.1: Representação da estrutura interna de uma estrela de nêutrons. Fonte: https://asd.gsfc.nasa.gov/Tod.Strohmayer/ns_intro.html. Acesso em 28 de novembro de 2017.

2.1 TOV

Após sua formação, a estrela de nêutrons não possui mais reações nucleares acontecendo em seu núcleo, sendo assim, a força da gravidade faz com que essa estrela seja comprimida chegando até o raio de dezenas de quilômetros, até que a força de pressão interna seja capaz de contrabalancear a força gravitacional.

Quando estamos estudando estrelas devemos considerar em nossos cálculos as relações de neutralidade de carga, equilíbrio químico e o equilíbrio hidrostático em seu interior. O equilíbrio hidrostático atua de forma que a estrutura interna da estrela não se altere. Para que haja este equilíbrio, devem ser consideradas as forças da gravidade sobre a estrelas e a força devido a sua pressão interna.

Se considerarmos um elemento de volume cilíndrico a uma distância r do centro da estrela, com uma seção transversal ds e um comprimento dr a força de pressão F_p que estará atuando sobre este elemento é dada por

$$F_p = -\frac{dP}{dr}dsdr, \quad (2.1)$$

onde P é a pressão.

A força gravitacional F_g que atua sobre esse mesmo elemento de volume é dada por

$$F_g = \rho dsdr \frac{GM(r)}{r^2}, \quad (2.2)$$

onde ρ é a densidade da estrela, G a constante gravitacional e $M(r)$ a massa dentro de uma esfera de raio r dada pela expressão $M_r = \int_0^r \rho 4\pi r^2 dr$. Na situação de equilíbrio teremos $F_p = F_g$ e, a partir da igualdade, encontramos as equações de equilíbrio hidrostático para uma estrela. As equações são:

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM(r)\rho(r)}{r^2}, \quad (2.3)$$

$$\frac{dP}{dM} = -\frac{GM}{4\pi r^4}. \quad (2.4)$$

Essas equações de equilíbrio hidrostático são válidas apenas para estrelas de baixa densidade, para estrelas de alta densidade como as estrelas de nêutrons ou pulsares não podemos utilizar essas equações. Devido a alta densidade e o alto campo gravitacional

dessas estrelas o espaço-tempo ao redor delas e em seu interior é distorcido. Sendo assim, devemos considerar o limite relativístico para encontrar as equações de equilíbrio correspondentes.

Podemos encontrar a equação de equilíbrio hidrostático no âmbito da relatividade geral realizando sua dedução a partir das equações de campo de Einstein. Essas equações fazem uma relação entre a geometria do espaço-tempo e o tensor energia-momentum da matéria. Essa relação é dada por:

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \frac{8\pi G}{c^4}T_{\mu\nu}, \quad (2.5)$$

onde $G_{\mu\nu}$ é o tensor de Einstein, $R_{\mu\nu}$ é o tensor de Ricci, R é a curvatura escalar e $g_{\mu\nu}$ é a métrica do sistema.

Desde forma, as equações para o equilíbrio hidrostático das estrelas de nêutrons para uma distribuição de matéria relativística esfericamente simétrica e estática é dada por

$$\frac{dP}{dr} = -\frac{GM(r)}{r^2}\rho(r)\left[1 + \frac{P(r)}{\rho(r)c^2}\right]\left[1 + \frac{4\pi r^3 P(r)}{M(r)c^2}\right]\left[1 + \frac{2GM(r)}{rc^2}\right]^{-1}, \quad (2.6)$$

$$\frac{dM}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r), \quad (2.7)$$

onde $P(r)$, $\rho(r)$ e $M(r)$ correspondem à pressão, densidade e massa de uma camada esférica de raio r dentro da estrela, respectivamente.

Essas equações foram deduzidas por Toolman, Oppenheimer e Volkoff em 1939 e são chamadas de equações TOV ou simplesmente TOV.

Através da TOV é possível definir qual é a massa e o raio máximo permitido para uma estrela de nêutrons para uma equação de estado dada. Sendo assim, para resolvermos a TOV precisamos primeiramente definir uma equação de estado (que será discutida na próxima seção). Quanto mais rígida for a equação de estado teremos uma maior pressão gravitacional e conseqüentemente maior será a massa máxima encontrada pela TOV.

Sendo assim precisamos, primeiramente, das condições iniciais da estrela para os cálculos e de uma equação de estado. Precisamos definir o que chamamos de densidade central ρ_c da estrela que corresponde à densidade no ponto $r = 0$ e uma massa central nula ($M(r = 0) = 0$). Utilizando a TOV conseguimos obter o gradiente de pressão $\frac{dP}{dr}$ e o próximo valor da densidade $\rho(r)$ da estrela. Com esse valor podemos novamente calcular a

TOV encontrando mais um valor de $\rho(r)$. Realizamos esse procedimento até que chegarmos a uma pressão nula, que é a pressão na superfície da estrela, $P(r = R) = 0$.

2.2 Equação de Estado e Perfil de Densidade

Equação de estado (EOS - *equation of state*) é uma equação que relaciona a densidade da estrela à pressão interna da mesma. A equação de estado nos permite realizar uma previsão do comportamento da estrela quando temos altas energias, temperaturas e densidades.

Um modelo de uma equação de estado deve ser capaz de reproduzir os resultados experimentais das propriedades da matéria nuclear. Se essa equação é capaz de reproduzir estes resultados podemos realizar previsões para estrelas com alta densidade.

Resolvendo a TOV para diversas equações de estado é possível encontrar um conjunto de estrelas associadas a essas EOS que é representado em uma linha no diagrama massa-raio, como mostrado na figura (figura [2.2](#)). Nessa figura conseguimos ver que existem diferentes equações de estado para matéria hadrônica, exótica etc.

Como já foi dito anteriormente, uma estrela de nêutrons é dividida, basicamente, em três regiões: uma crosta externa fina com densidades até densidades de $4 \times 10^{11} \text{ g cm}^{-3}$ (densidade do *neutron drip*), uma crosta interna que vai desde a densidade do *neutron drip* até a densidade nuclear ($2.8 \times 10^{14} \text{ g cm}^{-3}$) e o caroço onde temos uma “sopa de nucleons”.

Devido às diferenças das características entre as regiões da estrela de nêutrons normalmente supõem-se equações de estado diferentes para cada uma das regiões. Uma possível combinação de EoS seria, por exemplo, Baym, Pethick & Sutherland (BPS - crosta externa), Negele & Vautherin (NV - crosta interna) e Wiringa, Fiks & Fabrocini (WFF - caroço).

Conhecendo a EoS da estrela de nêutrons é possível encontrar seu perfil de massa e densidade utilizando as equações de Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV) como já foi mencionado na seção anterior.

2.3 Massa de Estrelas de Nêutrons

Como já foi mencionado anteriormente, existe um limite superior para o valor da massa de uma estrela de nêutron, esse limite foi calculado pela primeira vez em 1939 por Oppenheimer e Volkoff. Nesse cálculo, eles trataram a estrela de nêutrons como um gás de

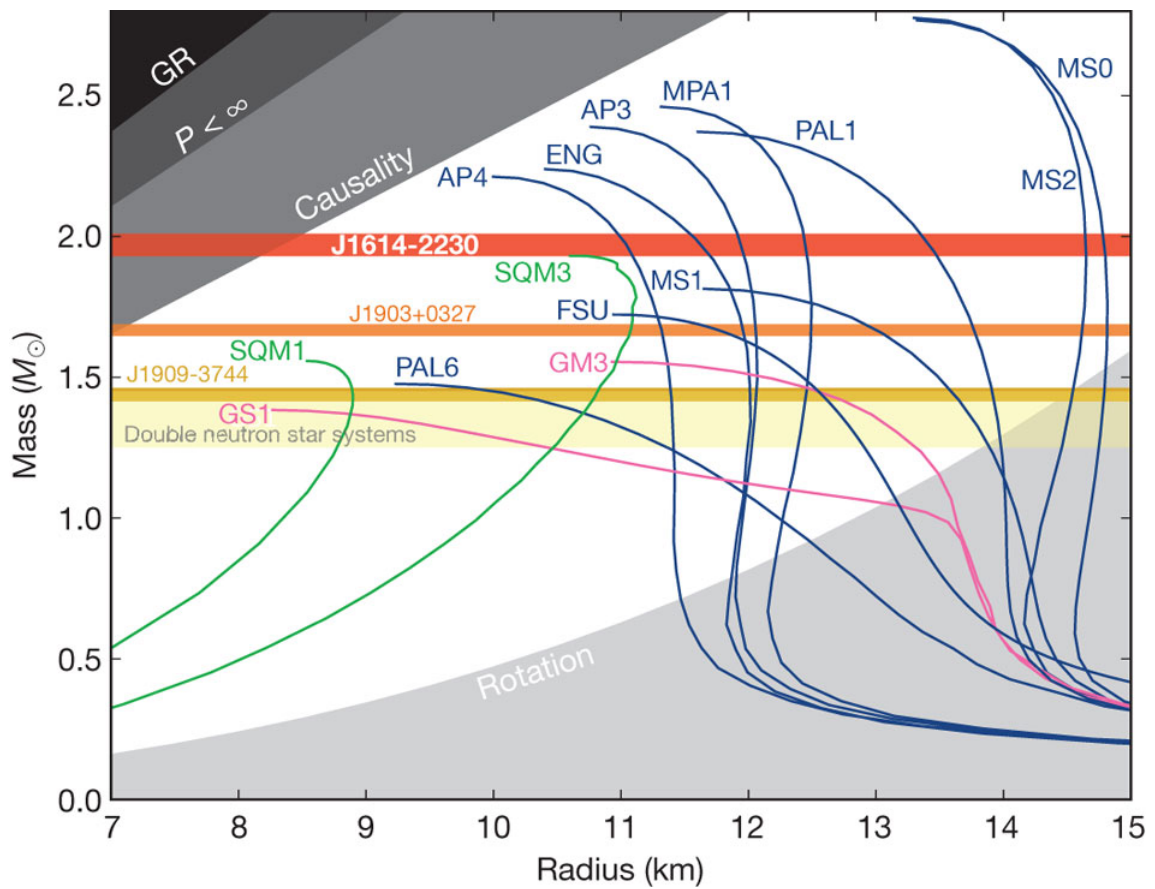


Figura 2.2: Representação de diversas equações de estado no diagrama massa-raio para algumas equações de estado típicas. As curvas azuis, temos EOS com nucleons; as curvas rosas, EOS com nucleons e matéria exótica; as curvas verdes, EOS com matéria estranha de quark (Demorest et al., 2010).

nêutrons ideal e puro, utilizando uma equação de estado para tal estrela e a equação de equilíbrio hidrostático. Eles obtiveram os seguintes limites de massa, raio e densidade central para as estrelas de nêutrons

$$\begin{aligned} M_{max} &= 0.7 M_{\odot}, \\ R &= 9.6 \text{ km}, \\ \rho_c &= 5 \times 10^{15} \text{ gcm}^{-3}. \end{aligned}$$

Esses limites são conhecidos como limites de Oppenheimer-Volkoff.

Hoje em dia sabemos que o valor desse limite realmente atingido é superior ao encontrado por Oppenheimer e Volkoff. Sabemos que o limite para a massa da estrela de nêutrons irá depender de que matéria ela é composta, e, em seu interior, além de nêutrons podemos ter prótons, pions, híperons, quarks, kaóns etc. Desta forma, o limite máximo para a estrela de nêutrons irá depender de sua equação de estado, mais particularmente da capacidade da equação de estado produzir pressão ou, como se diz no jargão, ficar “dura”, em analogia com o caso de uma mola.

Na figura 2.2 podemos observar esses limites nos valores das massas. Nela vemos que o menor valor para o limite máximo para a massa da estrela de nêutrons é de aproximadamente $1.4 M_{\odot}$ e é dado pelo modelo GS1, equação de estado definida por Glendenning e Schaffner-Bielich em 1999 (Glendenning e Schaffner-Bielich, 1999) e que considera uma estrela de nêutrons formada por nêutrons, prótons e kaóns em seu interior. Vemos ainda que os modelos que apresentam um maior valor para o limite de massa são os modelos MS0 e MS2 descritos por Muller e Serot em 1996 (Müller e Serot, 1996). Nesse modelo eles consideraram uma estrela formada basicamente por nêutrons e prótons. Podemos ver ainda que, para a maior parte dos modelos quanto maior a massa da estrela de nêutrons menor será o seu raio (modelos com matéria nuclear), mas para os modelos SQM1 e SQM3, descrito por Prakash et al em 1995 (Prakash et al., 1995) é observado um comportamento diferente, temos que a massa da estrela cresce com o aumento do raio fazendo com que a massa da estrela seja proporcional ao seu volume. Esses dois modelos diferem dos demais por considerar uma estrelas estranhas com matéria de quarks u, d, s .

Na figura 2.3 é possível ver as massas de algumas estrelas de nêutrons observadas. Nela observamos que a massa das estrelas de nêutrons (isoladas ou em um sistema binário)

estão variando desde valores de $\sim 1 M_{\odot}$ até $2.7 M_{\odot}$ (com pelo menos $2 M_{\odot}$ como valor firmemente estabelecido)

2.4 Temperatura e Condutividade

Sabemos que mesmo para uma estrela isolada temos uma evolução térmica que é determinada pela taxa DE perda de energia dessa estrela. Quando estudamos estrelas de nêutrons a principal causa dessa perda de energia ocorre devido ao processo de emissão de neutrinos e por emissão de fótons da superfície, sendo que o processo de emissão de neutrinos é o processo que comanda a evolução térmica para as estrelas de nêutrons mais jovens e os fótons somente dominam para idades maiores.

A emissão de neutrinos funciona como um processo de resfriamento, pois os neutrinos possuem uma seção de choque muito baixa, logo interagem muito pouco com a matéria e assim, deixam a estrela carregando energia. Em diferentes regiões da estrela o processo de emissão de neutrinos pode ocorrer através de diferentes mecanismos, como por exemplo, o processo URCA no núcleo e o bremsstrahlung na crosta da estrela. Se o núcleo é composto por matéria normal (nêutrons, prótons e elétrons) e a fração de prótons não é muito alta, então os neutrinos são emitidos através do chamado processo URCA modificado. Mas como já vimos, podem existir estrelas que possuem matéria exótica em sua composição, logo não podemos afirmar que esse processo seja sempre o responsável pela emissão dos neutrinos. Sendo assim, ainda é difícil dizer quais desses processos estão ocorrendo dentro da estrela já que não conseguimos dizer com certeza qual é a composição em seu interior (de Carvalho et al., 2014; Page et al., 2006).

Veremos como o resfriamento tem um papel importante na evolução do campo magnético através das condutividades no capítulo 4.

Estrutura Térmica de uma Estrela de Nêutrons Isolada

Sabemos que no interior da estrela de nêutrons não temos grandes variações no valor da temperatura pois a alta condutividade faz com que essas flutuações sejam rapidamente apagadas. Desta forma, podemos afirmar que o interior da estrela é isotérmico (a partir da densidade de aproximadamente $10^{10} \text{ g cm}^{-3}$). Nas camadas mais externas da estrela isso não ocorre da mesma maneira, nessas camadas a temperatura chega a cair duas ordens de

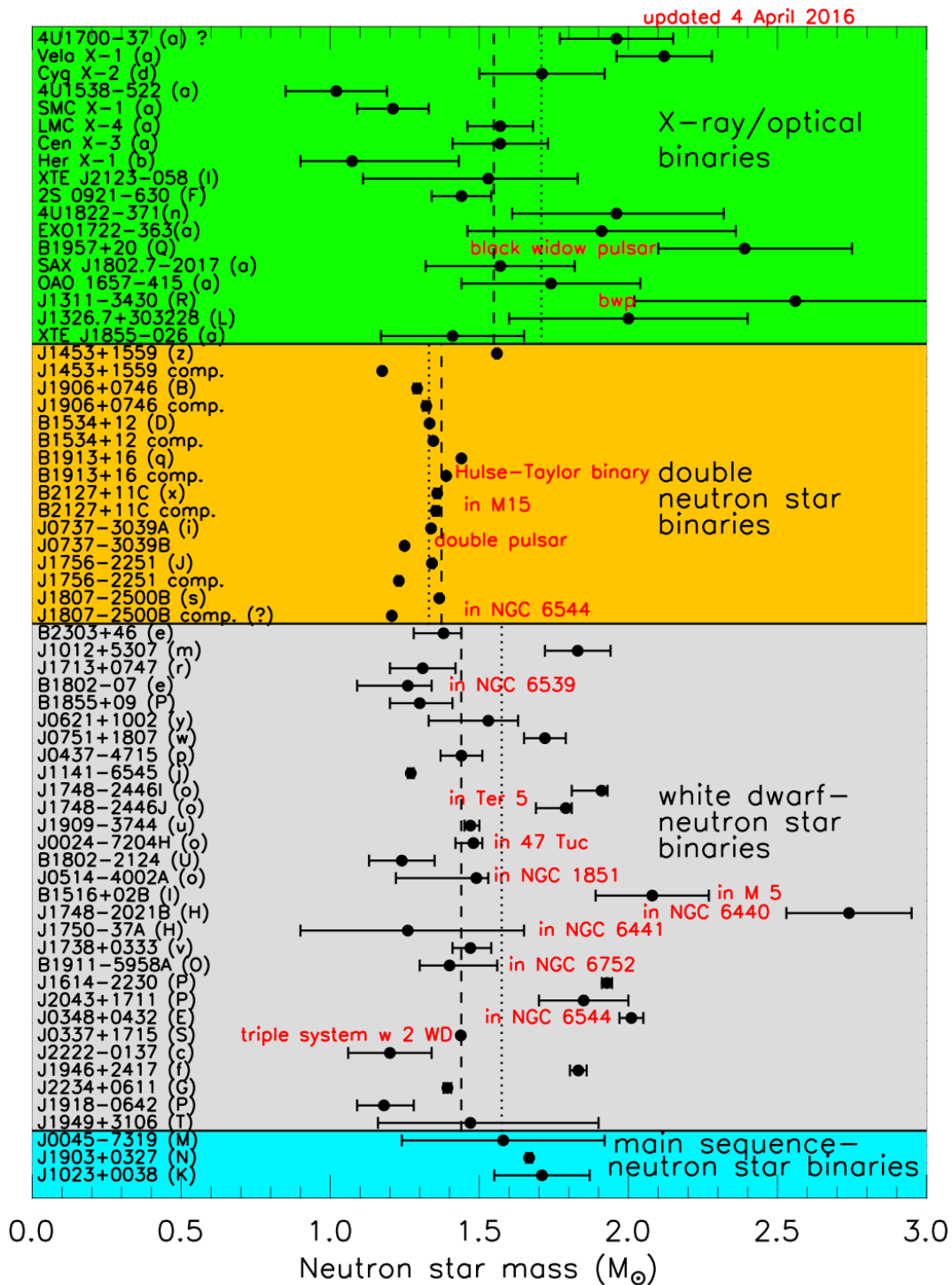


Figura 2.3: Medidas observacionais de massa de algumas estrelas de nêutrons. Fonte: <https://stellarcollapse.org/nsmasses>. Acesso em 10 de setembro de 2017.

grandeza até a superfície.

O valor dessa temperatura no interior da estrela irá depender de sua temperatura superficial T_s e da gravidade superficial g_s e é dada por (Gudmundsson et al., 1983)

$$T_b = 1.288 \times 10^8 K \left(\frac{\left(\frac{T_s}{10^6 K}\right)^4}{\frac{g_s}{10^{-14} \text{cm s}^{-2}}} \right)^{0.455}. \quad (2.8)$$

Sabemos ainda que na região em que não temos mais uma temperatura constante essa variação é dada em função da densidade ρ da estrela. Sendo assim, a temperatura em função da densidade na região não isotérmica da estrela é dada por (Gudmundsson et al., 1983)

$$T(\rho) = \left(\frac{\rho}{\rho_b}\right)^{1/4} T_b, \rho \leq \rho_b, \quad (2.9)$$

onde $\rho_b = 10^{10} \text{g cm}^{-3}$ é a densidade a partir da qual a temperatura da estrela permanece constante e T_b é a temperatura do interior isotérmico.

Na figura 2.4 podemos observar a estrutura térmica para uma estrela com um temperatura superficial de 10^6K .

Estrutura Térmica para uma Estrela de Nêutrons Acretante

A estrutura térmica para uma estrela de nêutrons acretante é um pouco diferente do caso em que temos uma estrela isolada. Sabemos que além de termos a estrutura térmica mostrada na seção anterior, ainda teremos o resfriamento da estrela. Segundo os cenários de resfriamento a estrela atinge uma temperatura superficial de aproximadamente $10^{4.5} \text{K}$ em cerca de 10^7 anos (van Riper, 1991), o que implica em uma temperatura do interior isotérmico de aproximadamente 10^7K .

Quando temos o início da acreção, a matéria que está se acumulando na crosta da estrela de nêutrons faz com que sua temperatura aumente consideravelmente em um tempo relativamente curto. Em aproximadamente 10^5 anos a temperatura superficial da estrela pode chegar à $10^{8.5} \text{K}$ (Miralda-Escude et al., 1990). A temperatura superficial da estrela no sistema binário irá depender da taxa de acreção \dot{M} .

A relação entre a taxa de acreção \dot{M} e a temperatura da estrela T para taxas de acreção no intervalo $10^{-15} \text{M}_\odot/\text{yr} < \dot{M} < 2 \times 10^{-10} \text{M}_\odot/\text{yr}$ é dada por

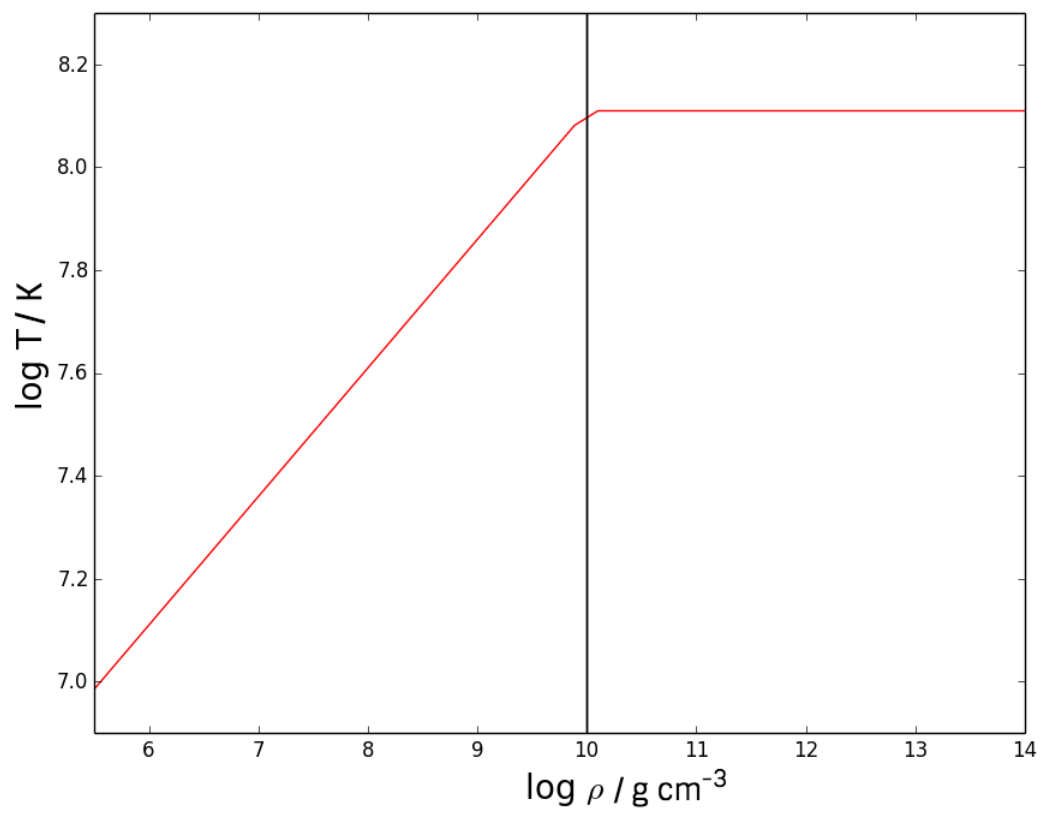


Figura 2.4: Estrutura térmica para uma estrela com uma temperatura superficial de 10^6 K.

$$\log T = 0.397 \log \dot{M} + 12.35. \quad (2.10)$$

Sabemos que nas estrelas de nêutrons a emissão de neutrinos no núcleo faz com que ele esfrie rapidamente, portanto se o núcleo da estrela continua o processo de emissão de neutrinos ele ainda permanecerá relativamente frio, caso o contrário ele também aquecerá devido ao processo de acreção.

Condutividade nas Estrelas de Nêutrons

Durante o processo de acreção é importante entender como ocorre o transporte de matéria na crosta da estrela de nêutrons. Desta forma, é de extrema importância que estudemos a condutividade térmica e elétrica da estrela da estrela.

A condutividade elétrica é dada pela fórmula de Drude (Ashcroft e Mermin, 1979)

$$\sigma = \frac{n_e e^2 \tau}{m_e}, \quad (2.11)$$

onde n_e é a densidade eletrônica, m_e é a massa do elétron e τ é a escala de tempo de colisão dos elétrons com os íons e com os fônons ou impurezas.

Desta forma, vemos que antes de calcularmos a condutividade da estrela precisamos primeiramente identificar com o que os elétrons estão colidindo na estrela, ou seja, precisamos identificar se a estrela está no estado líquido (o que faria os elétrons colidirem com íons) ou no estado de um sólido cristalino (nesse caso os elétrons iriam colidir com os fônons ou impurezas da rede cristalina).

As regiões próximas à superfície da estrela tendem a estar no estado líquido enquanto que a parte da crosta mais interna da estrela tende a estar no estado de um sólido cristalino. Para determinar exatamente o estado da estrela é utilizado o critério de Lindeman (Slattery et al., 1982).

Conhecendo a temperatura da estrela de nêutrons é possível verificar se temos em algum ponto a crosta da estrela na fase líquida simplesmente fazendo uma comparação com sua temperatura de fusão. A temperatura de fusão é dada por (Slattery et al., 1982)

$$T_m = 0.2269 \times 10^8 \frac{Z^2 (\frac{\rho_6}{A})^{1/3}}{171} K, \quad (2.12)$$

onde ρ_6 é a densidade em unidades de 10^6g/cm^3 , Z é o número atômico e A a massa atômica.

Na figura 2.5 podemos ver a temperatura de fusão em função da densidade.

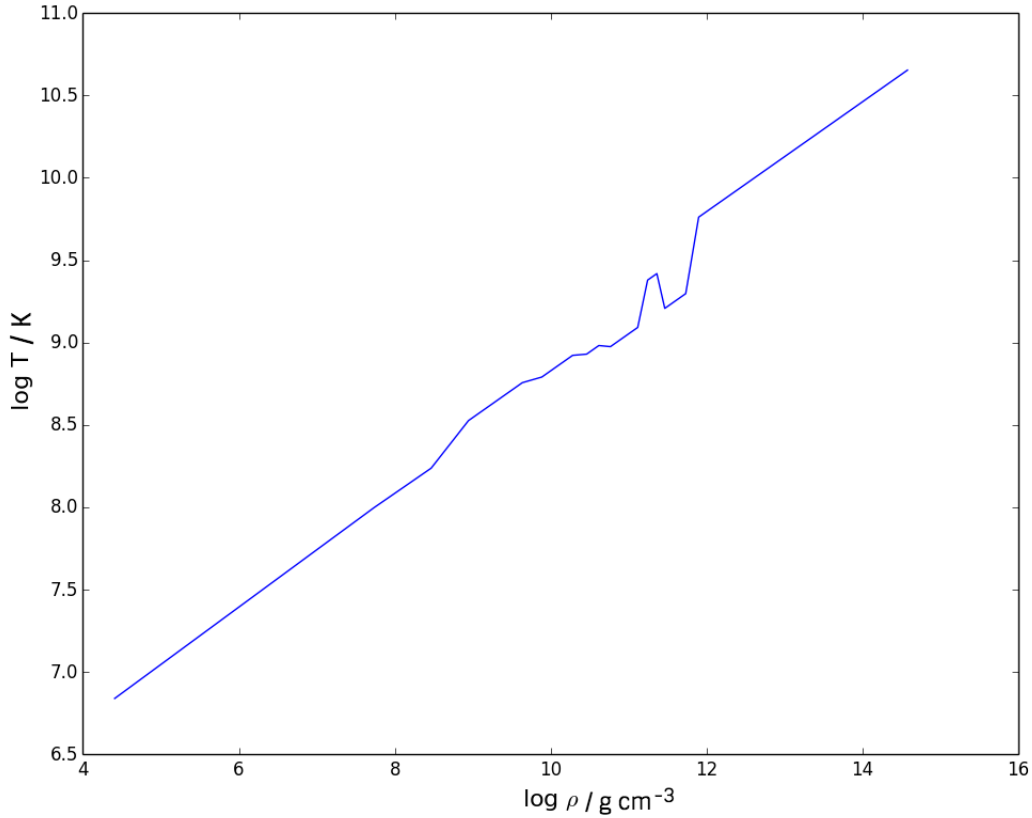


Figura 2.5: Temperatura de fusão para um estrela de nêutrons em função de sua densidade.

Para a região em que a temperatura da estrela T for superior à temperatura de fusão T_m teremos a crosta no estado líquido, para o restante da estrela em que a temperatura T seja inferior à temperatura de fusão T_m a crosta estará no estado de um sólido cristalino.

Para a região da estrela em que temos a crosta no estado sólido, o processo *Umklapp* (colisão entre os elétrons e fônons) domina, já para baixas temperaturas temos o domínio da colisão entre os elétrons e as impurezas da crosta. As colisões entre os elétrons-impurezas são semelhantes às colisões elétrons-íons com a diferença de que na colisão elétrons-impureza a carga efetiva envolvida será a diferença entre a carga dos átomos da impurezas e a carga dos átomos dominantes na crosta. Logo ela dependerá do chamado fator de impureza. O fator de impureza da crosta da estrela parametriza a quantidade de núcleos diferentes do

núcleo em equilíbrio que temos na rede cristalina da crosta da estrela. Esse fator é dado por

$$Q = \frac{1}{n} \sum_i n_i (Z - Z_i)^2, \quad (2.13)$$

onde n é a densidade de ions, n_i a densidade das impurezas da espécie i com carga Z_i e Z é a carga iônica da rede cristalina pura (Yakovlev e Urpin, 1980).

Desta forma, vemos que teremos formas diferentes para a condutividade da estrela que irá depender do estado em que ela se encontra.

A condutividade para a região em que está no estado líquido é dada por (Yakovlev e Urpin, 1980)

$$\sigma_{liq} = 8.53 \times 10^{21} \frac{y^3}{Z \Lambda_{Coulomb} (1 + y^2)}, \quad (2.14)$$

onde $y = \left(\frac{Z\rho_6}{A}\right)^{1/3}$ e $\Lambda_{Coulomb}$ é o logaritmo coulombiano que é dado por

$$\Lambda_{Coulomb} = \ln \left[\left(\frac{2\pi Z}{3}\right)^{1/3} \left(1.5 + \frac{3}{\Gamma}\right)^{1/2} \right] - \frac{v_F^2}{2c^2}, \quad (2.15)$$

onde $\Gamma = \frac{Z^2 e^2}{k_b T a}$.

Para o restante da estrela, onde a temperatura é inferior a sua temperatura de fusão e a crosta está no estado de um sólido cristalino a condutividade será (Itoh et al., 1984)

$$\sigma_{solid} = \frac{1}{\sigma_{phonon}^{-1} + \sigma_{impurity}^{-1}}, \quad (2.16)$$

$$\begin{cases} \sigma_{impurity} = 8.53 \times 10^{21} y Z / Q \\ \sigma_{phonon} = 1.24 \times 10^{20} \frac{y^4}{u T_8} \frac{(u^2 + 0.0174)^{1/2}}{(1 + 1.1018 y^2) I_\sigma} \end{cases} \quad (2.17)$$

onde,

- Q representa as impurezas
- $u = \frac{2\pi}{9} (\log \rho - 3)$
- T_8 é a temperatura em unidades de 10^8 K
- I_σ é uma função que depende da densidade, de Z e A e é dada por (Itoh et al., 1984).

$$I_\sigma(u, \Gamma) = vI_\sigma(u, 171) + (1 - v)I_\sigma(u, 5000), \quad (2.18)$$

$$I_\sigma(u, 171) = \frac{a_0}{2} + \sum_{m=1}^4 a_m \cos mu + \sum_{m=1}^3 b_m \sin mu + cu + d, \quad (2.19)$$

$$I_\sigma(u, 5000) = \frac{e_0}{2} + \sum_{m=1}^4 e_m \cos mu + \sum_{m=1}^3 f_m \sin mu + gu + h, \quad (2.20)$$

onde $v = \sum_{m=0}^3 \alpha_m \Gamma^{-m/3}$. Os coeficientes utilizados para calcular a função I_σ são apresentados na tabela [2.1](#).

Assim, utilizando essas expressões é possível saber como ocorre o transporte da matéria acretada dentro da crosta da estrela, considerando sua temperatura e, conseqüentemente, sua condutividade, a qual, por sua vez, determinará o esfriamento e com ele a evolução do campo magnético na qual estamos interessados.

Coeficientes para calcular $I_\sigma(u, 171)$ e $I_\sigma(u, 5000)$	
Coeficientes	^{56}Fe
a_0	0.04129
a_1	-0.00083
a_2	-0.01711
a_3	-0.00162
a_4	-0.00108
b_1	0.01511
b_2	-0.00881
b_3	-0.00612
c	-0.02050
d	0.45668
e_0	0.03300
e_1	0.07799
e_2	-0.07847
e_3	-0.00679
e_4	-0.00923
f_1	0.11004
f_2	-0.01553
f_3	-0.01810
g	-0.16417
h	1.66998
α_0	0.6878
α_1	14.1029
α_2	-174.0590
α_3	473.9850

Tabela 2.1 - Coeficientes utilizados para encontrar a condutividade devido aos fônons quando considerada a matéria de ^{56}Fe . Em (Itoh et al., 1984) encontram-se as outras composições.

Campo Magnético em Estrelas de Nêutrons

3.1 Origem do Campo Magnético

O campo magnético de uma estrela pode decair devido a diversos fatores, como por exemplo a difusão Ôhmica. Cálculos mostraram que para sistemas binários com pulsares black widows, se somente a difusão Ôhmica fosse responsável pelo decaimento do campo magnético, a escala de tempo desse decaimento seria maior do que o tempo de Hubble (Konar e Bhattacharya, 1997). Na última década houveram diversos trabalhos focados em estudar o decaimento do campo magnético, como por exemplo (Geppert e Urpin, 1994; Konar, 1997; Cumming et al., 2001). Assume-se que o campo magnético tenha sido gerado na crosta externa por algum mecanismo não especificado e por efeitos termomagnéticos (Blandford et al., 1983), logo após a formação da estrela de nêutrons.

Em 1994, estudos (Geppert e Urpin, 1994; Zhang et al., 1994) sugeriram que, para um sistema binário, a acreção de massa também poderia levar a um decaimento do campo magnético e se verificou a possível existência de um campo magnético limite (“*bottom field*”) já que, para certos pulsares como os pulsares “black widows” era observado o valor de 2×10^8 G. Considerando as idades evolutivas desses objetos e o alto valor desse campo magnético, passou-se a acreditar que durante a evolução do pulsar ele atingiria esse valor limite para o campo magnético e não decairia mais.

Na figura 3.1 vemos uma relação entre o período orbital de um pulsar black widow e a massa acretada por ele. Nesta figura vemos uma simulação da evolução de três pulsares com períodos de rotação diferentes (0.75, 0.80 e 0.85 dias). Considerando o pulsar de período rotacional de 0.75 dias (curva preta) vemos que a evolução se inicia a partir do lado direito da figura, onde temos $M_2 \approx 1 M_\odot$. A partir desse primeiro ponto, cada

marcador corresponde à 1 Gano na evolução do pulsar, chegando até 11 Gano.

Através dessa figura vemos que até aproximadamente 5 Ganos, conforme a massa acretaada pelo pulsar diminui, o seu período orbital também diminui.

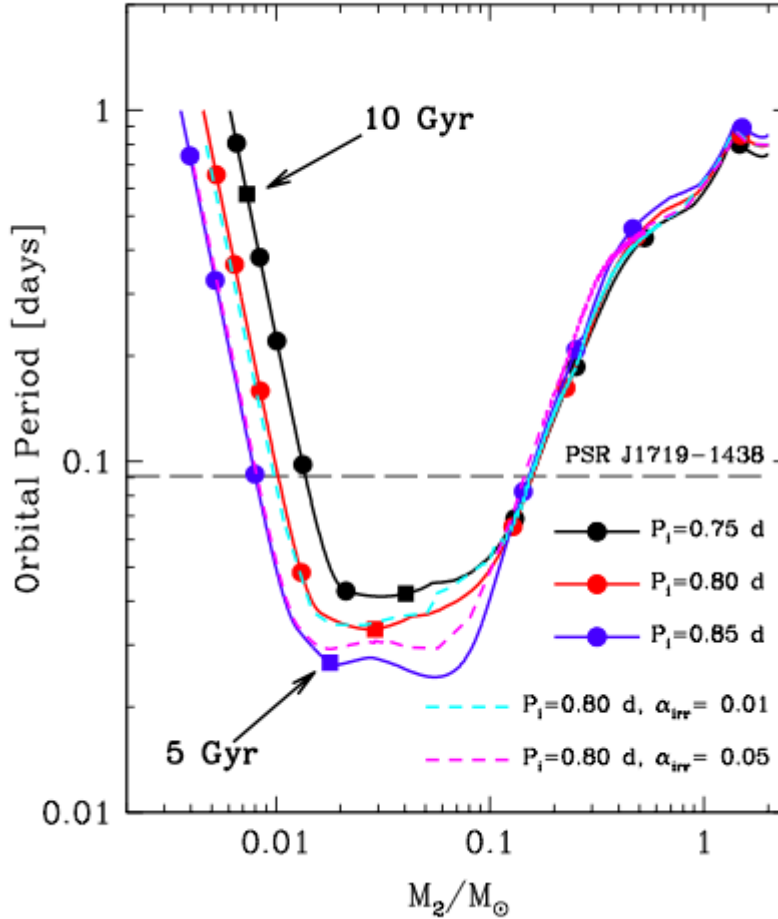


Figura 3.1: A relação massa-período orbital para a estrela companheira para sistemas com uma estrela normal de massa $2M_{\odot}$ e uma estrela de nêutron de massa $1.4M_{\odot}$ em órbita com períodos iniciais P_i de 0.75 d (preto), 0.8 d (vermelho) e 0.85 d (azul) respectivamente (Benvenuto et al., 2012).

Realizando uma análise dos dados observacionais de algumas estrelas, vemos que existe uma correlação entre o período rotacional P e sua derivada \dot{P} , como falado no capítulo 1.

Sabendo que o campo magnético da estrela é proporcional à derivada do seu período orbital, conclui-se que a acreção de matéria pelo pulsar poderia levar ao decaimento do campo magnético.

Considerando uma estrela de nêutrons em um sistema binário de baixa massa (LMXB) com raio R e crosta com espessura H , em (Zhang e Kojima, 2006) propõe-se uma relação empírica entre o campo magnético e a taxa de acreção. Esta equação é dada por

$$B \approx 0.8B_f \left(\frac{\dot{M}t}{M_{cr}} \right)^{-1.75}, \quad (3.1)$$

onde B_f é o “bottom field”, \dot{M} é a taxa de acreção, t é o tempo de acreção e M_{cr} é a massa da crosta da estrela que é dada por $M_{cr} = 4\pi R^2 \rho H$, onde H é a espessura da crosta.

Um estudo mais detalhado da evolução do campo magnético da estrela de nêutron durante a fase de acreção é feito em (Konar, 1997). Este estudo diz que se a taxa de acreção e o campo magnético inicial do pulsar são conhecidos pode-se encontrar o campo magnético ao final da acreção através do gráfico da figura 3.2. Esta figura mostra a correlação entre a taxa de acreção e a razão do campo $\frac{B_{final}}{B_i}$ calculado para diferentes valores de densidades centrais.

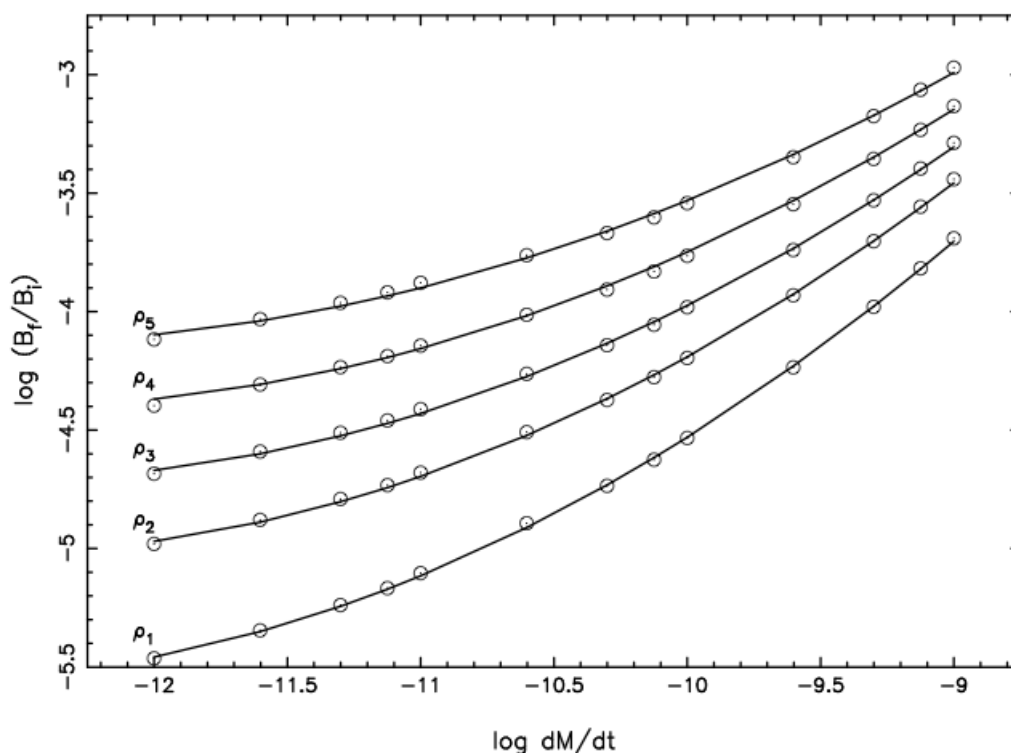


Figura 3.2: Campo magnético final (B_f) como função da taxa de acreção \dot{M} e da densidade central ρ_c (aumentando de ρ_1 para ρ_5) (Konar, 2013).

Assim, para estimar um valor teórico do campo magnético em um certo tempo, com base nessas simulações, precisa-se conhecer a taxa de acreção. Pode-se estimar a taxa de acreção \dot{M} do sistema black widow através do gráfico da figura 3.3. Nesta figura vemos a simulação da taxa de acreção em função do tempo de evolução do sistema binário, nela podemos observar que entre cerca de 2 – 4 Ganos ocorre uma intermitência na taxa de

acrecção onde esta varia, em média, desde um valor a cerca de $10^{-10.8} - 10^{-8.6} M_{\odot}/\text{yr}$. Pode-se ver que, para $t=5$ Gyr, tem-se que $\dot{M} \approx 10^{-10} M_{\odot}/\text{yr}$.

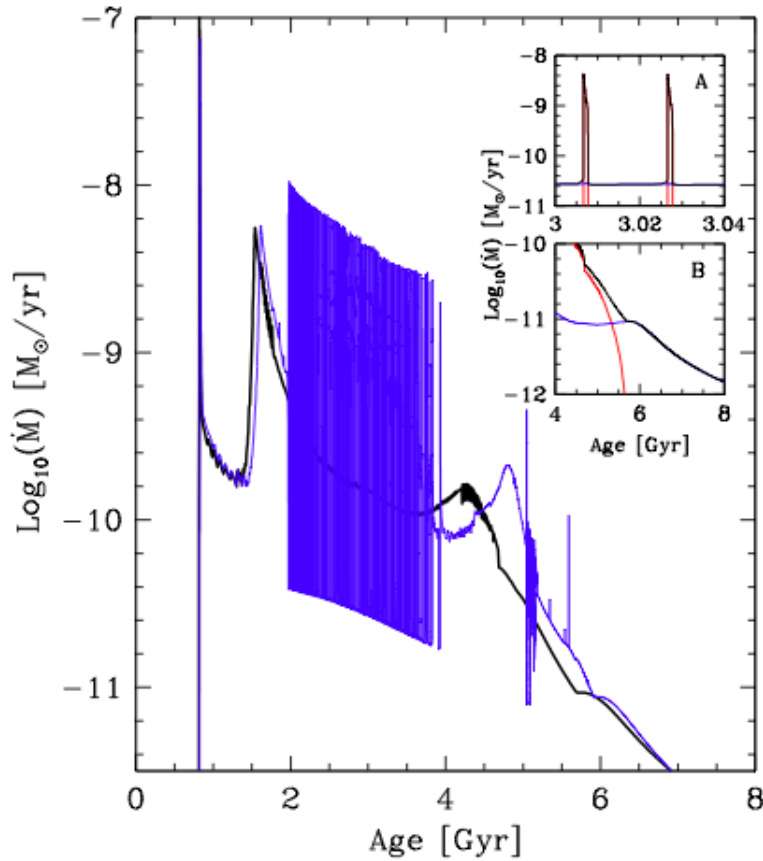


Figura 3.3: Evolução da taxa de transferência de massa para a estrela companheira para o caso do período orbital $P_i = 0.8$ d. Após 5 Gyr, aproximadamente, a transferência de massa é dominada pela evaporação devido ao vento gerado pela radiação do pulsar (Benvenuto et al., 2012).

Usando os resultados dessas simulações, pode-se estimar um valor teórico do campo magnético ao final do processo de acreção através da figura 3.2, como descrito anteriormente. Para uma taxa de acreção de $10^{-10} M_{\odot}/\text{yr}$, encontra-se que o campo magnético final $B_{final} = 10^{8.5}$ G (assumindo um campo magnético inicial $B_i \approx 10^{13}$ G).

Simulações mostram que, passado o período de acreção, a transferência de massa é dominada pelos ventos emitidos pelo pulsar reciclado e impulsionados por sua radiação. A partir desse momento, o campo magnético sofre um aumento por um período de no máximo 1 Gyr, que é um período curto comparado com o tempo total de vida do pulsar (Popov et al., 2010). Não é necessário saber exatamente como acontece este aumento já

que a escala de tempo em que ele ocorre é muito menor do que o tempo de vida do pulsar.

Depois desse aumento, o campo magnético volta a decair devido à dissipação Ôhmica dos circuitos de corrente. Neste momento o campo magnético decai de acordo com a equação de indução dada por

$$\frac{\delta \vec{B}}{\delta t} = \nabla \times (\vec{v} \times \vec{B}) - \frac{c^2}{4\pi} \nabla \times \left(\frac{1}{\sigma} \nabla \times \vec{B} \right), \quad (3.2)$$

onde σ é a condutividade elétrica, \vec{v} ($\propto \dot{M}/r^2$) representa a velocidade de material que se move radialmente para dentro (Konar e Bhattacharya, 1997).

Segundo (Pons e Geppert, 2007), a escala de tempo do decaimento Ôhmico é

$$\tau_{Ohm} = 4.4 \left(\frac{\nabla}{10^{24} s^{-1}} \right) \left(\frac{\lambda}{km} \right) 10^6 yr, \quad (3.3)$$

onde λ é o comprimento de escala do campo magnético.

3.2 Forma da Evolução do Campo Magnético

Pode-se encontrar a forma com que o campo magnético de uma estrela de nêutrons, pertencente a um sistema binário, evolui utilizando a equação de Maxwell- Faraday:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \quad (3.4)$$

onde \vec{E} é o campo elétrico. Para encontrarmos como o campo magnético \vec{B} evolui deve-se primeiramente encontrar \vec{E} .

Considerando que temos uma densidade local de elétrons no plasma da estrela n_e , e que a velocidade local média destes elétrons é \vec{v}_e , pode-se escrever a seguinte expressão de equilíbrio de forças para o elétron no plasma

$$n_e m_e \frac{d\vec{v}_e}{dt} = \vec{\nabla} p_e + n_e m_e \vec{g} - n_e e \left(\vec{E} + \frac{\vec{v}_e}{c} \times \vec{B} \right) + \vec{P}_{ei}, \quad (3.5)$$

onde m_e é a massa do elétron, p_e é a pressão eletrônica e \vec{P}_{ei} corresponde à taxa de transferência de momento dos íons para os elétrons por colisão elástica.

Sabemos que a massa do elétron é muito menor do que a massa do íon em questão. Desta forma, pode-se desprezar o termo $n_e m_e \frac{d\vec{v}_e}{dt}$ da equação 3.5, o que implica que em

qualquer momento as forças do representadas nessa equação estão em equilíbrio. Assim teremos

$$\vec{E} = -\frac{\vec{v}_e}{c} \times \vec{B} + \frac{m_e \vec{g}}{c} - \frac{1}{n_e e} \vec{\nabla} p_e + \frac{\vec{P}_{ei}}{n_e e}. \quad (3.6)$$

Precisamos encontrar \vec{P}_{ei} que, por definição, é dado por

$$\vec{P}_{ei} = n_e \frac{\Delta \vec{P}}{\Delta t}, \quad (3.7)$$

onde $\Delta \vec{P} \approx m_e(\vec{v}_i - \vec{v}_e)$ corresponde à variação do momento do elétron no plasma.

Sabe-se que a densidade de corrente é dada por

$$\vec{J} = Z e n_i \vec{v}_i - e n_e \vec{v}_e, \quad (3.8)$$

e assumindo a hipótese de neutralidade da carga ($Z e n_i = e n_e$) pode-se escrever \vec{P}_{ei} em termos da densidade de corrente \vec{J} .

$$\vec{P}_{ei} = \frac{n_e v_{th} \sigma_{ei} m_e}{Z e^2} \vec{J} \implies \vec{P}_{ei} = \eta \vec{J}, \quad (3.9)$$

onde v_{th} é a velocidade de dispersão, σ_{ei} é a seção de choque da colisão elástica entre o elétron e o íon e η é conhecida como resistividade elétrica.

Substituindo \vec{P}_{ei} na equação [3.6](#) tem-se

$$\vec{E} = -\frac{\vec{v}_e}{c} \times \vec{B} + \frac{m_e \vec{g}}{c} - \frac{1}{n_e e} \vec{\nabla} p_e + \eta \vec{J}. \quad (3.10)$$

Desta forma, podemos encontrar $\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$:

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{\nabla} \times (\vec{v}_e \times \vec{B}) - \frac{m_e c}{e} (\vec{\nabla} \times \vec{g}) - \frac{c}{n_e e^2} (\vec{\nabla} n_e \times \vec{\nabla} p_e) - c \eta (\vec{\nabla} \times \vec{J}). \quad (3.11)$$

Fazendo $\vec{\nabla} \times \vec{g} = 0$, eliminando \vec{J} através da lei de Àmpere ($\vec{J} = \frac{c}{4\pi} \vec{\nabla} \times \vec{B}$) e escrevendo η em termos da condutividade ($\eta = \frac{1}{\sigma}$) temos

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{\nabla} \times (\vec{v}_e \times \vec{B}) + \frac{c^2}{4\pi \sigma} \vec{\nabla}^2 \vec{B} - \frac{c}{n_e e^2} (\vec{\nabla} n_e \times \vec{\nabla} p_e). \quad (3.12)$$

O último termo desta expressão é chamado de bateria ou “pilha” de Biermann, que podemos desconsiderar neste caso, já que não estamos considerando nenhuma geração de campo magnético durante a evolução.

Por fim encontra-se a expressão que descreve a evolução do campo magnético no pulsar:

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{\nabla} \times (\vec{v}_e \times \vec{B}) + \frac{c^2}{4\pi\sigma} \vec{\nabla}^2 \vec{B}, \quad (3.13)$$

onde o primeiro e o segundo termo correspondem, respectivamente, à advecção e à difusão do campo magnético.

Sabendo que $\vec{\nabla}^2 \vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{\nabla} \times \vec{B}$, podemos reescrever a expressão encontrada para a evolução do campo magnético.

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{\nabla} \times (\vec{v}_e \times \vec{B}) + \frac{c^2}{4\pi} \vec{\nabla} \times \left(\frac{1}{\sigma} \vec{\nabla} \times \vec{B} \right). \quad (3.14)$$

Para resolvermos essa equação e encontrar como o campo magnético evolui, podemos introduzir um potencial vetor $\vec{A} = (0, 0, A_\phi)$ tal que $\vec{B} = \vec{\nabla} \times \vec{A}$.

Escolhendo um potencial vetor da forma

$$A_\phi = \frac{g(r, t) \sin \theta}{r}, \quad (3.15)$$

onde $g(r, t)$ é uma função de Stokes (Konar, 1997), teremos um campo magnético dipolar.

Assim,

$$\vec{B}(r, \theta) = \frac{2 \cos \theta g(r, t)}{r^2} \hat{r} - \frac{\sin \theta}{r} \frac{\partial g(r, t)}{\partial r} \hat{\theta}. \quad (3.16)$$

Substituindo a expressão de $\vec{B}(r, \theta)$ na equação 3.14 teremos

$$\vec{\nabla} \times \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{g(r, t) \sin \theta}{r} \right] \hat{\phi} = \vec{\nabla} \left[\frac{\vec{v}(r) \sin \theta}{r} \frac{\partial g(r, t)}{\partial r} \right] \hat{\phi} - \frac{c^2}{4\pi} \vec{\nabla} \times \left[-\frac{\sin \theta}{\sigma r} \left(\frac{\partial^2 g(r, t)}{\partial r^2} - \frac{2g(r, t)}{r^2} \right) \right] \hat{\phi}.$$

Por fim, a equação que temos que resolver é

$$\frac{\partial g(r, t)}{\partial t} = v(r) \frac{\partial g(r, t)}{\partial r} + \frac{c^2}{4\pi\sigma} \left(\frac{\partial^2 g(r, t)}{\partial r^2} - \frac{2g(r, t)}{r^2} \right), \quad (3.17)$$

utilizando as condições iniciais

$$\begin{cases} \frac{\partial g(r, t)}{\partial r} \Big|_{r=R} = 0, \\ g(r_{co}, t) = 0 \end{cases} \quad (3.18)$$

onde R é o raio da estrela e r_{co} é o raio do caroço.

Pode-se reescrever a equação 3.17 em termos do raio adimensional $x = \frac{r}{R}$.

$$\frac{\partial g(x, t)}{\partial t} = v(x) \frac{\partial g(x, t)}{\partial x} + S(x, t) \left(\frac{\partial^2 g(x, t)}{\partial x^2} - \frac{2g(x, t)}{x^2} \right), \quad (3.19)$$

onde

$$\begin{cases} v(x) = \frac{v(r)}{R}. \\ S(x, t) = \frac{c^2}{4\pi\sigma(r, t)R^2} \end{cases} \quad (3.20)$$

Assim, resolvendo esta equação numericamente utilizando o Método de Crank-Nicolson descrito no apêndice A, é possível encontrar a evolução da função $g(x, t)$ e, consequentemente, a evolução do campo magnético \vec{B} .

3.3 Acreção e Transporte do Material na Crosta da Estrela

Supondo acreção esfericamente simétrica na crosta da estrela, temos

$$\dot{M} dt = 4\pi r^2 \rho(r) dr. \quad (3.21)$$

Como o fluxo de material acretado é radial, a velocidade com que esse material “cai” na crosta da estrela será

$$\vec{v}_e(r) = -\frac{\dot{M}}{4\pi r^2 \rho(r)} \hat{r}, \quad (3.22)$$

onde \dot{M} é a taxa da massa acretada e $\rho(r)$ é a densidade. Dessa forma, vemos que para encontrarmos a velocidade \vec{v}_e precisamos conhecer o perfil de densidade da estrela.

3.4 Geometria do Campo Magnético

Até o presente momento consideramos a geometria do campo magnético como dipolar, mas sabemos que com a evolução do pulsar essa geometria irá se modificar.

Se considerarmos o campo magnético satisfazendo o modelo *Force – Free* (modelo em que o campo satisfaz $\nabla \times \vec{B} = \mu \vec{B}$ e $\vec{B} \cdot \nabla \mu$), o efeito do gradiente da resistividade faz com que a geometria do campo magnético se altere rapidamente de um campo dipolar para um campo que possui uma componente poloidal e toroidal.

Essa modificação na geometria do campo magnético faz com que um outro efeito sobre o campo se torne importante, o efeito Hall. Esse efeito, assim como a difusão Ôhmica e a acreção, leva ao decaimento do campo magnético.

Considerando a fase da evolução do sistema binário em que ainda não está ocorrendo a acreção a equação para a evolução do campo magnético agora será dada por

$$\frac{\delta \vec{B}}{\delta t} = -\frac{c}{4\pi e} \nabla \times \left(\frac{\nabla \times \vec{B}}{n_e} \times \vec{B} \right) - \frac{c^2}{4\pi} \nabla \times \left(\frac{1}{\sigma} \nabla \times \vec{B} \right), \quad (3.23)$$

onde o primeiro termo da equação corresponde ao efeito Hall, n_e é a densidade de elétrons, e é a carga do elétron e o segundo termo corresponde à difusão Ôhmica.

Agora devemos considerar o campo magnético como uma combinação de uma componente poloidal e uma componente toroidal

$$\vec{B} = \vec{B}_{pol} + \vec{B}_{tor}. \quad (3.24)$$

Podemos escrever esses campos em função de funções escalares \tilde{S} e \tilde{T} (Aguilera et al., 2008)

$$\vec{B}_{pol} = \nabla \times (\vec{r} \times \nabla \tilde{S}), \quad (3.25)$$

$$\vec{B}_{tor} = -\vec{r} \times \nabla \tilde{T}. \quad (3.26)$$

As funções \tilde{S} e \tilde{T} estão em coordenadas esféricas, sendo assim podemos expandi-las utilizando os polinômios de Legendre

$$\tilde{S}(r, \theta) = C \sum_l \frac{P_l(\cos \theta)}{r} S_l(r, t), \quad (3.27)$$

$$\tilde{T}(r, \theta) = C \sum_l \frac{T_l(\cos \theta)}{r} S_l(r, t), \quad (3.28)$$

onde P_l e T_l são os polinômios de Legendre de ordem l e C a constante de normalização.

Normalizando o campo magnético na superfície da estrela encontramos que $C = \frac{R_{NS}^2 B}{2}$. Normalizamos ainda a coordenada radial fazendo $x = \frac{r}{R_{NS}}$.

Desta forma, encontramos que

$$B_r = B \frac{\cos \theta}{x^2} S_1(x, t), \quad (3.29)$$

$$B_\theta = -B \frac{\sin \theta}{2x} \frac{\partial S_1(x, t)}{\partial x}, \quad (3.30)$$

$$B_\phi = B \frac{\sin \theta}{2x} T_1(x, t). \quad (3.31)$$

3.5 Evolução do Campo Magnético em Pulsares “Redback” e “Black Widow”

Acredita-se que o tempo necessário para que se inicie a transferência de massa em um sistema binário com um pulsar black widow, desde a sua formação, seja cerca de 10^8 anos (já que a estrela companheira é uma estrela do tipo solar). A partir deste momento tem início a acreção. Por um período que vai aproximadamente de 10^8 até 10^9 anos essa acreção ocorre de forma constante.

Sabemos que a matéria da estrela companheira que “cai” sobre o pulsar produz raios-X, e conforme mais matéria é acretada essa radiação começa a iluminar a estrela companheira produzindo assim o fenômeno de irradiação *feedback* (Benvenuto et al., 2014).

Esse fenômeno faz com que o disco de acreção seja destruído, parando a acreção momentaneamente até que o disco se forme novamente dando reinício à acreção. Acredita-se que esse fenômeno tenha um período de cerca de 5 anos e ocorra por $2 - 4 \times 10^9$ anos até que finalmente a estrela companheira não tenha mais capacidade de transferir matéria ao pulsar e este se torne novamente um pulsar isolado.

A condutividade da crosta é muito importante para a evolução do campo magnético nesses pulsares e essa grandeza depende das impurezas na crosta. No momento inicial da evolução do sistema binário, no qual não temos acreção, a quantidade de impurezas na crosta é razoavelmente baixa ($Q \approx 0.1$), mas após algum tempo de acreção, estrutura da crosta não será mais a mesma da formação do pulsar, já que a quantidade de matéria que foi acretada da estrela companheira pode ter sido de aproximadamente $1 M_{\odot}$ e essa acreção causa uma desordem na rede cristalina da crosta do pulsar. Desta forma, acredita-se que a quantidade de impurezas aumente substancialmente. Logo, este aumento no valor das impurezas é de extrema importância e deve ser levado em consideração no cálculo da evolução do campo magnético do pulsar.

Formalismo e Cálculos

Como já foi falado neste trabalho, acredita-se que a acreção de massa pelo pulsar que ocorre na fase reback do pulsar resulta em um rápido decaimento do campo magnético quando comparado com o decaimento de uma estrela de nêutrons isolada e que, o campo magnético do pulsar chegue a valor de aproximadamente 2×10^8 G e não decaia abaixo desse valor. Imagina-se que as propriedades da crosta do pulsar, onde o campo magnético está ancorado, e a acreção de matéria podem ser algumas das características que “seguram” o campo magnético e não permitem com que ele decaia abaixo desse valor limite.

Sabemos, baseado nos modelos de evolução estelar, que para um sistema binário (que contém um pulsar e uma estrela da SP) iniciou o processo de transferência de massa demora cerca de 10^9 anos (tempo necessário para que a estrela companheira do tipo solar evolua e preencha o lóbulo de Roche). Quando a estrela companheira deixa a sequência principal tem-se início o processo de acreção, que ocorre de forma constante por um período de $10^9 - 2 \times 10^9$ anos. A matéria acretada pelo pulsar vinda da estrela companheira entra em atrito com a matéria do próprio pulsar e observa-se a produção de raios-X, os quais retroagem para cima da doadora nesses sistemas, processo conhecido como “*feedback irradiation*”

A partir desse momento, tem-se início o processo de acreção intermitente onde a radiação produzida pela acreção acaba destruindo o disco de acreção do sistema binário parando a acreção e conseqüentemente a produção de raios-X. Sem a produção de raios-X o disco de acreção volta a se formar dando novamente início ao processo de acreção. Com a acreção ocorrendo novamente teremos mais uma vez a produção de raios-X que irá destruir o disco de acreção mais uma vez (embora os detalhes dessa instabilidade ainda sejam obscuros). Observações mostram que essa intermitência se inicia quando o sistema

está com um tempo evolutivo de 2×10^9 anos e ocorre até aproximadamente 4×10^9 anos até que a estrela companheira não consegue mais transferir massa para o pulsar e ele se torna um pulsar isolado. Não existem medidas do campo magnético do pulsar nessa fase de intermitência, mas acredita-se que a acreção de matéria cause um decaimento de seu valor.

A evolução do campo magnético tem uma forte dependência com a condutividade da crosta do pulsar que, por sua vez, depende principalmente das impurezas e da temperatura da crosta. Acredita-se que no início da evolução do sistema, as impurezas na crosta são baixas, e conforme o pulsar acreta matéria da estrela companheira esse valor aumenta devido à desordem causada na rede cristalina da crosta (García et al., 2014). Quanto à temperatura, sabemos que os pulsares nascem com temperaturas muito altas (acima de 10^9 K), essa temperatura diminui rapidamente principalmente pelo processo de emissão de neutrinos até uma temperatura de aproximadamente 10^6 K. Quando o processo de acreção tem início, a temperatura do pulsar aumenta e esse aumento depende da taxa com que esse acréscimo de massa ocorre. Quando a acreção acaba, o pulsar volta a esfriar como uma pulsar isolado.

4.1 Equações de Evolução do Campo Magnético

A evolução de sistemas binários estudada neste trabalho pode ser dividida basicamente em três fases.

Na primeira fase o jovem pulsar está inicialmente isolado enquanto a estrela companheira evolui até a saída da Sequência Principal, período que demora cerca de 10^9 anos segundo os modelos de evolução estelar. Nessa fase a evolução do campo magnético é dominado pela difusão Ôhmica e a equação de indução é dada por (Konar e Bhattacharya, 1999)

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\frac{c^2}{4\pi} \vec{\nabla} \times \left(\frac{1}{\sigma} \vec{\nabla} \times \vec{B} \right), \quad (4.1)$$

onde σ é a condutividade.

Quando a estrela companheira deixa a Sequência Principal, ela preenche o lóbulo de Roche dando início ao processo de acreção e, conseqüentemente, iniciando a segunda fase da evolução desses sistemas. Esta fase dura aproximadamente alguns *Ganos* e temos inici-

almente uma taxa de acreção constante e posteriormente uma acreção intermitente. Para essa fase devemos acrescentar na equação de indução o termo responsável pelo decaimento do campo magnético devido à acreção de matéria. Desta forma, a nova equação de indução para esta fase será dada por

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{\nabla} \times (\vec{v}_e \times \vec{B}) - \frac{c^2}{4\pi} \vec{\nabla} \times \left(\frac{1}{\sigma} \vec{\nabla} \times \vec{B} \right), \quad (4.2)$$

onde \vec{v}_e é a velocidade média local da matéria acretada na crosta do pulsar.

Após um período de acreção a estrela companheira não é mais capaz de “doar” matéria para o pulsar e acaba sendo “varrida” pelos ventos de radiação emitidos pelo pulsar, fazendo com que ele se torne novamente um pulsar isolado aos efeitos da evolução do campo. Nessa fase a equação de indução volta a ser a equação 4.1. Toda a física desses sistemas é bem conhecida e pode ser encontrada em diversos estudos, como por exemplo (Benvenuto et al., 2012, 2014; García et al., 2014) etc.

4.2 Transporte de Matéria e Fluxo de Massa

Sabemos que a massa da crosta de uma estrela é determinada por sua massa total. Mesmo durante a acreção a massa da crosta da estrela permanece aproximadamente constante (Konar (1997)), ou seja, se tivermos a acreção de $0.1 M_{\odot}$ isso causa uma mudança de aproximadamente $0.004 M_{\odot}$ na crosta da estrela e essa matéria adicional na crosta é transportada para a região do núcleo da estrela. O fato de a massa da crosta não alterar significativamente implica que o perfil de densidade para a crosta da estrela também pode ser considerado constante durante a sua evolução.

Assumindo que o fluxo de massa que “cai” sobre a crosta é esfericamente simétrico, podemos escrever que

$$\dot{M} dt = 4\pi r^2 \rho(r) dr, \quad (4.3)$$

onde $\rho(r)$ é a densidade da crosta do pulsar em função do raio r da estrela. Como o fluxo da matéria acretada ocorre radialmente para dentro da estrela, por hipótese, a velocidade \vec{v}_e da matéria na crosta é dada por

$$\vec{v}_e(r) = -\frac{\dot{M}}{4\pi r^2 \rho(r)} \hat{r}, \quad (4.4)$$

onde \dot{M} é a taxa de acreção de massa quando assumimos um cenário de acreção constante. Essa hipótese simplifica bastante os cálculos, embora a situação real seja a de acreção através de disco. Essa simplificação já foi utilizada anteriormente (Konar, 1997) e não produz grandes modificações, já que todos os cálculos possuem uma dependência muito mais forte com outros fatores, como por exemplo a equação de estado.

4.3 Equação de Estado

A estrela de nêutrons pode ser dividida basicamente em três regiões: uma crosta externa com densidades até $4 \times 10^{11} \text{ g cm}^{-3}$ (densidade do *neutron drip*), uma crosta interna com densidades entre a densidade do *neutron drip* e a densidade nuclear ($2.8 \times 10^{14} \text{ g cm}^{-3}$) e o núcleo onde nós temos a chamada “sopa de nucleons” de composição detalhada desconhecida (Glendenning, 1996; Becker, 2009).

Neste trabalho, usamos a equação de estado de Baym, Phetick e Sutherland (BPS) (Baym et al., 1971) para a crosta externa, a equação de estado de Negele e Vautherin (NV) (Negele e Vautherin, 1973) para a crosta interna e a equação de estado de Wiringa, Fiks e Fabrocini (WFF) (Wiringa et al., 1988) para a região do núcleo. Essas escolhas são muito gerais e os desvios esperados ao escolher modelos alternativos são pequenos, com exceção dos modelos exóticos, que não foram considerados neste trabalho.

Para encontrar o perfil de densidade utilizado neste trabalho utilizamos estas três equações de estado para resolver a TOV como foi discutido na seção 2.1

Crosta externa

Consideramos a crosta externa a partir de uma densidade de 7.86 g cm^{-3} até $4.0 \times 10^{11} \text{ g cm}^{-3}$, valor da densidade do *neutron drip*, onde os nêutrons começam a escoar dos núcleos.

No modelo BPS, o estado de equilíbrio da matéria da crosta da estrela para a densidade em questão é obtido minimizando a energia livre do sistema a partir da combinação do número atômico e o número de massa (A, Z) e mantendo o número bariônico constante.

Para calcular essa equação de estado, Baym, Phetick e Sutherland calcularam a energia de estrutura E_{F_n}

$$\varepsilon = n(1 - Y_n) \frac{M(a, Z)}{A} + \varepsilon'_e(n_e) + \varepsilon_n(n_n) + \varepsilon_L, \quad (4.5)$$

onde assumimos uma estrutura bcc $\epsilon_L = -1.444Z^{2/3}e^2n_e^{4/3}$. Sabendo que $n_n = nY_n$ temos

$$E_{F_n} = \frac{M(A, Z) + Z(E_{F_e} - m_e c^2) + 4Z\epsilon/3n_e}{A}. \quad (4.6)$$

Para determinar a composição de equilíbrio deve-se testar todos os pares de valores (A,Z) tabelados. Para isso deve-se fixar $n_N = n/A$, $n_e = Zn/A$ e então calcular ϵ . O valor do par (A,Z) que minimiza ϵ será o ponto de equilíbrio. Para ele a pressão é dada por

$$P = n^2 \frac{\partial(\epsilon/n)}{\partial n} \Big|_{A,Z} = P_e + P_L, \quad (4.7)$$

onde $P_e = 1.42180 \times 10^{25} \phi(x) \text{ dynecm}^{-2}$ e $P_L = \frac{1}{3}\epsilon_L$.

Esse cálculo foi realizado em 1971 por Baym, Phetick e Sutherland e os dados (densidade, densidade bariônica, número atômico e número de massa) são apresentados na tabela [4.1](#) e os resultados para a equação de estado são apresentados na tabela [4.2](#)

Crosta interna

Sabemos que a crosta interna corresponde às densidades entre $4.0 \times 10^{11} \text{ g cm}^{-3}$ e $2.8 \times 10^{14} \text{ g cm}^{-3}$.

A equação de estado utilizada para esse região foi estudada por Negele e Vautherin em 1973. Para encontrá-la são utilizadas as seguintes equações:

$$E_t = m_n + \sum_{i=0}^7 c_i x^{i-1}, \quad (4.8)$$

$$\rho = \frac{n_b E_T}{c^2}, \quad (4.9)$$

$$P = n_b^2 \frac{\partial E_T}{\partial n_b}, \quad (4.10)$$

onde m_n é a massa do nêutron, n_b é a densidade bariônica, $x = \ln(n_b \times 10^{-35})$ e os coeficientes c_i são dados de acordo coma tabela [4.3](#)

A equação de estado estudada por Negele e Vautherin foi escolhida pois foi a primeira a levar em consideração *nuclear shell effects*.

Núcleo (Caroço)

Consideramos a região do núcleo como aquela com densidades superiores à $2.8 \times 10^{14} \text{ g cm}^{-3}$. Existem muitos questionamentos sobre essa região. À medida em que a densidade

Dados de Baym, Phetick e Sutherland			
Densidade ρ (g cm ⁻³)	Densidade bariônica n_b (cm ⁻³)	Número atômico Z	Número de massa A
7.86×10^0	4.73×10^{24}	26	56
7.90×10^0	4.76×10^{24}	26	56
8.15×10^0	4.91×10^{24}	26	56
1.16×10^1	6.99×10^{24}	26	56
1.64×10^1	9.90×10^{24}	26	56
4.51×10^1	2.72×10^{25}	26	56
2.12×10^2	1.27×10^{26}	26	56
1.15×10^3	6.93×10^{26}	26	56
1.044×10^4	6.295×10^{27}	26	56
2.622×10^4	1.581×10^{28}	26	56
6.587×10^4	3.972×10^{28}	26	56
1.654×10^5	9.976×10^{28}	26	56
4.156×10^5	2.506×10^{29}	26	56
1.044×10^6	6.294×10^{29}	26	56
2.622×10^6	1.581×10^{30}	26	56
6.588×10^6	3.972×10^{30}	26	56
8.293×10^6	5.000×10^{30}	28	62
1.655×10^7	9.976×10^{30}	28	62
3.302×10^7	1.990×10^{31}	28	62
6.589×10^7	3.972×10^{31}	28	62
1.315×10^8	7.924×10^{31}	28	62
2.624×10^8	1.581×10^{32}	28	62
3.304×10^8	1.990×10^{32}	28	64
5.237×10^8	3.155×10^{32}	28	64
8.301×10^8	5.000×10^{32}	28	64
1.045×10^9	6.294×10^{32}	28	64
1.316×10^9	7.924×10^{32}	34	84
1.657×10^9	9.976×10^{32}	34	84

Dados de Baym, Phetick e Sutherland (continuação)			
Densidade ρ (g cm ⁻³)	Densidade bariônica n_b (cm ⁻³)	Número atômico Z	Número de massa A
2.626×10^9	1.581×10^{33}	34	84
4.164×10^9	2.506×10^{33}	34	84
6.601×10^9	3.972×10^{33}	34	84
8.312×10^9	5.000×10^{33}	32	82
1.046×10^{10}	6.294×10^{33}	32	82
1.318×10^{10}	7.924×10^{33}	32	82
1.659×10^{10}	9.976×10^{33}	32	82
2.090×10^{10}	1.256×10^{34}	32	82
2.631×10^{10}	1.581×10^{34}	30	80
3.313×10^{10}	1.990×10^{34}	30	80
4.172×10^{10}	2.506×10^{34}	30	80
5.254×10^{10}	3.155×10^{34}	28	78
6.617×10^{10}	3.972×10^{34}	28	78
8.332×10^{10}	5.000×10^{34}	28	78
1.049×10^{11}	6.294×10^{34}	28	78
1.322×10^{11}	7.924×10^{34}	28	78
1.664×10^{11}	9.976×10^{34}	26	76
1.844×10^{11}	1.105×10^{35}	42	124
2.096×10^{11}	1.256×10^{35}	40	122
2.640×10^{11}	1.581×10^{35}	40	122
3.325×10^{11}	1.990×10^{35}	38	120
4.188×10^{11}	2.506×10^{35}	36	118

Tabela 4.1 - Dados obtidos em 1970 por Baym, Phetick e Sutherland

Equação de estado de Baym, Phetick e Sutherland			
Densidade ρ (g cm ⁻³)	Pressão P (dyne cm ⁻²)	Densidade ρ (g cm ⁻³)	Pressão P (dyne cm ⁻²)
7.86×10^0	1.01×10^9	1.045×10^9	4.129×10^{26}
7.90×10^0	1.01×10^{10}	1.316×10^9	5.036×10^{26}
8.15×10^0	1.01×10^{11}	1.657×10^9	6.860×10^{26}
1.16×10^1	1.21×10^{12}	2.626×10^9	1.272×10^{27}
1.64×10^1	1.40×10^{13}	4.164×10^9	2.356×10^{27}
4.51×10^1	1.70×10^{14}	6.601×10^9	4.362×10^{27}
2.12×10^2	5.82×10^{15}	8.312×10^9	7.702×10^{27}
1.15×10^3	1.90×10^{17}	1.046×10^{10}	5.662×10^{27}
1.044×10^4	9.744×10^{18}	1.318×10^{10}	1.048×10^{28}
2.622×10^4	4.968×10^{19}	1.659×10^{10}	1.425×10^{28}
6.587×10^4	2.431×10^{20}	2.090×10^{10}	1.938×10^{28}
1.654×10^5	1.151×10^{21}	2.631×10^{10}	2.503×10^{28}
4.156×10^5	5.266×10^{21}	3.313×10^{10}	3.404×10^{28}
1.044×10^6	2.318×10^{22}	4.172×10^{10}	4.628×10^{28}
2.622×10^6	9.755×10^{22}	5.254×10^{10}	5.949×10^{28}
6.588×10^6	3.911×10^{23}	6.617×10^{10}	8.089×10^{28}
8.293×10^6	5.259×10^{23}	8.332×10^{10}	1.100×10^{29}
1.655×10^7	1.435×10^{24}	1.049×10^{11}	1.495×10^{29}
3.302×10^7	3.833×10^{24}	1.322×10^{11}	2.033×10^{29}
6.589×10^7	1.006×10^{25}	1.664×10^{11}	2.597×10^{29}
1.315×10^8	2.604×10^{25}	1.844×10^{11}	2.892×10^{29}
2.624×10^8	6.676×10^{25}	2.096×10^{11}	3.290×10^{29}
3.304×10^8	8.738×10^{25}	2.640×10^{11}	4.473×10^{29}
5.237×10^8	1.629×10^{26}	3.325×10^{11}	5.816×10^{29}
8.301×10^8	7.805×10^{26}	4.188×10^{11}	7.538×10^{29}

Tabela 4.2 - Equação de estado obtida por Baym, Phetick e Sutherland em 1971.

Coeficientes para o cálculo da EOS de Negele e Vautherin.	
i	c_i
0	-4.0
1	2.8822899×10^{-1}
2	5.9150523×10^{-1}
3	9.0185940×10^{-2}
4	$-1.1025614 \times 10^{-1}$
5	2.9377479×10^{-2}
6	$-3.2618465 \times 10^{-3}$
7	1.3543555×10^{-4}

Tabela 4.3 - Coeficientes utilizados para o cálculo da equação de estado da crosta interna.

do núcleo aumenta os efeitos da relatividade passam a ter extrema importância. A altas densidades também não se pode esquecer de incorporar graus de liberdade não-nucleônicos como mésons e bárions de maiores massas. Acredita-se que quando temos altíssimas densidades acima da densidade da saturação nuclear, temos a possibilidade da existência da transição de fase superfluido/supercondutor e possivelmente o desconfinamento.

Podemos utilizar o parâmetro $\delta = \frac{N-Z}{N+Z}$ para estimar o excesso de nêutrons que temos na estrela. Esse parâmetro é aproximadamente $\frac{1}{4}$ para núcleos terrestres, mas quando consideramos uma estrela de nêutrons, ele aumenta consideravelmente conforme nos aproximamos do centro da estrela, logo não é possível realizar uma extrapolação desse fator.

Em 1988, Wiringa, Fiks e Fabricini realizaram um estudo de três equações de estado para a região do núcleo. Nesse estudo eles realizaram uma comparação de equações de estado usando diferentes tipos de problemas de dois corpos e problemas de três corpos contra a equação de estado para um gás de nêutrons livres. Essas três equações de estado são AV14+UVII, UV14+UVII e UV14+TNI.

Elas são apresentadas na tabela [4.4](#)

Nesta tese, utilizamos para o núcleo a equação de estado UV14+UVII.

4.4 Perfil de Densidade do Modelo Estelar Utilizado

Neste trabalho estudamos a evolução do campo magnético em pulsares black widow e redback e supomos o campo ancorado na crosta desses pulsares. Mas para realizar toda a evolução foi necessário conhecer o perfil de densidade da estrela como um todo.

Dados de Wiringa, Fiks e Fabrocini						
	AV14+UVII		UV14+UVII		UV14+TNI	
Densidade ρ (fm^{-3})	Fração de próton $x(\rho)$	Densidade de energia $E(\rho, x)$ ($\frac{\text{Mev}}{\text{nucleon}}$)	Fração de próton $x(\rho)$	Densidade de energia $E(\rho, x)$ ($\frac{\text{Mev}}{\text{nucleon}}$)	Fração de próton $x(\rho)$	Densidade de energia $E(\rho, x)$ ($\frac{\text{Mev}}{\text{nucleon}}$)
0.07	0.017	7.35	0.019	8.13	0.026	5.95
0.08	0.019	7.94	0.021	8.66	0.029	6.06
0.10	0.023	8.97	0.025	9.79	0.033	6.40
0.125	0.027	10.18	0.030	11.06	0.037	7.17
0.15	0.031	11.43	0.035	12.59	0.042	8.27
0.175	0.036	12.74	0.042	14.18	0.047	9.70
0.20	0.044	14.12	0.052	15.92	0.051	11.55
0.25	0.051	16.96	0.069	20.25	0.057	16.29
0.30	0.051	20.48	0.079	25.78	0.059	22.19
0.35	0.052	24.98	0.087	32.60	0.060	28.94
0.40	0.055	30.44	0.097	40.72	0.060	36.60
0.50	0.060	45.15	0.116	61.95	0.051	56.00
0.60	0.077	66.40	0.132	90.20	0.039	79.20
0.70	0.099	93.60	0.155	126.20	0.023	106.10
0.80	0.101	132.10	0.172	170.50	0.005	135.50
1.00	0.094	233.00	0.177	291.10	0.0009	200.90
1.25	0.066	410.00	0.122	501.00	0.00	294.00
1.50	0.014	635.00	0.026	753.00	0.00	393.00

Tabela 4.4 - Equações de estado obtidas for Wiringa, Fiks e Fabrocini (1971).

Como já mencionamos na seção anterior nós utilizamos uma combinação de três equações de estado para descrever a estrela. Para a região da crosta externa ($10^6 \text{ g cm}^{-3} < \rho < 4.0 \times 10^{11} \text{ g cm}^{-3}$) usamos a equação de estado dada por Baym, Pethick e Sutherland; Para a crosta interna ($4 \times 10^{11} \text{ g cm}^{-3} < \rho < 2.8 \times 10^{14} \text{ g cm}^{-3}$), a equação de estado dada por Negele e Vautherin; E finalmente para o núcleo da estrela ($\rho > 2.8 \times 10^{14} \text{ g cm}^{-3}$), consideramos a equação de estado dada por Wiringa, Fiks e Fabrocini.

Nas figuras 4.1, 4.2 e 4.3 podemos ver o gráfico que representa cada uma dessas equações de estado, para cada uma das regiões mencionadas.

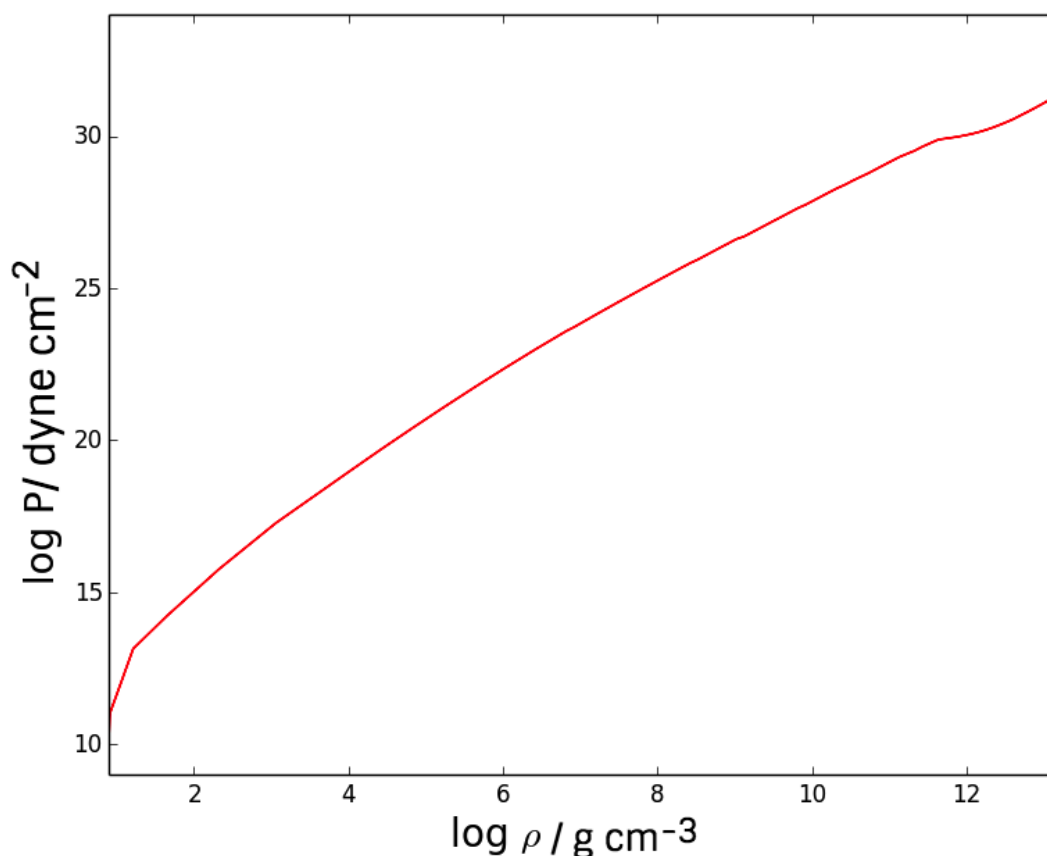


Figura 4.1: Representação da equação de estado BPS.

O perfil de densidade utilizado nesse trabalho é apresentado na figura 4.4. Se necessário, outro perfil análogo pode ser gerado e evoluído, mas preferimos nos concentrar no caso “canônico”.

Neste trabalho, a massa foi fixada em $1.33 M_{\odot}$, valor encontrado através da TOV. Existe aqui uma incerteza decorrente do fato de que a distribuição de massas dos pulsares

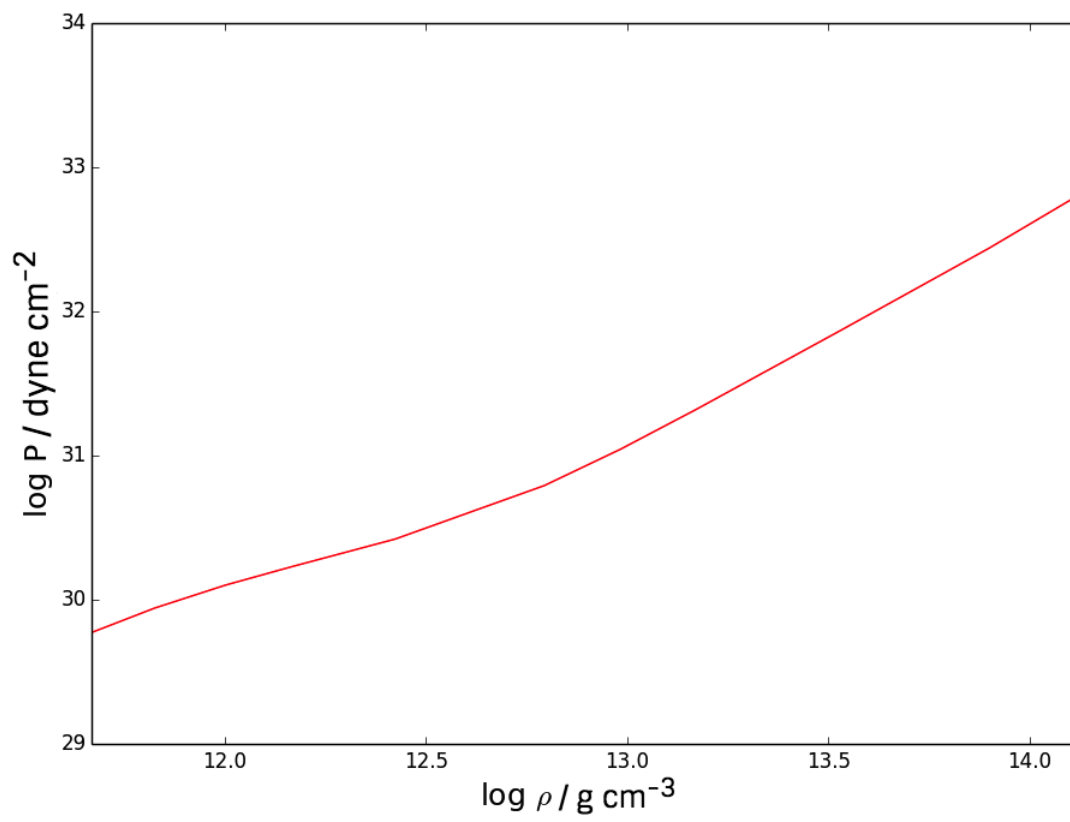


Figura 4.2: Representação da equação de estado NV.

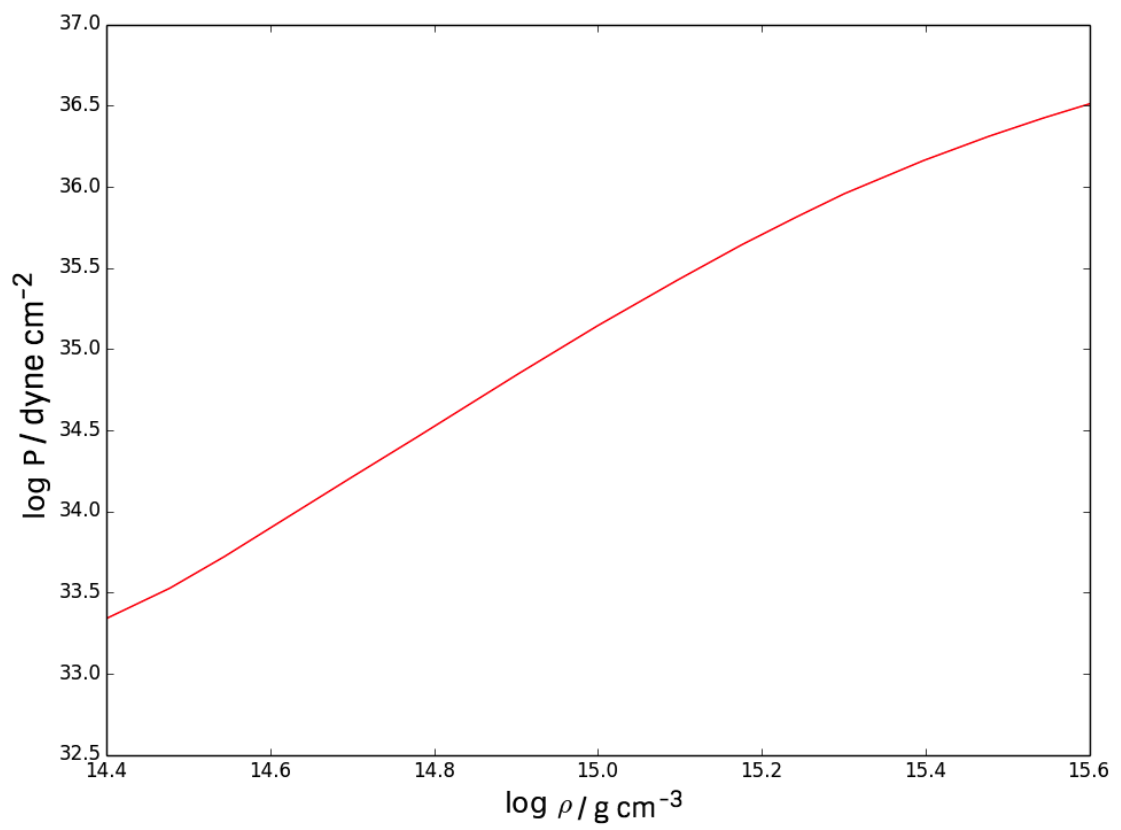


Figura 4.3: Representação da equação de estado WFF.

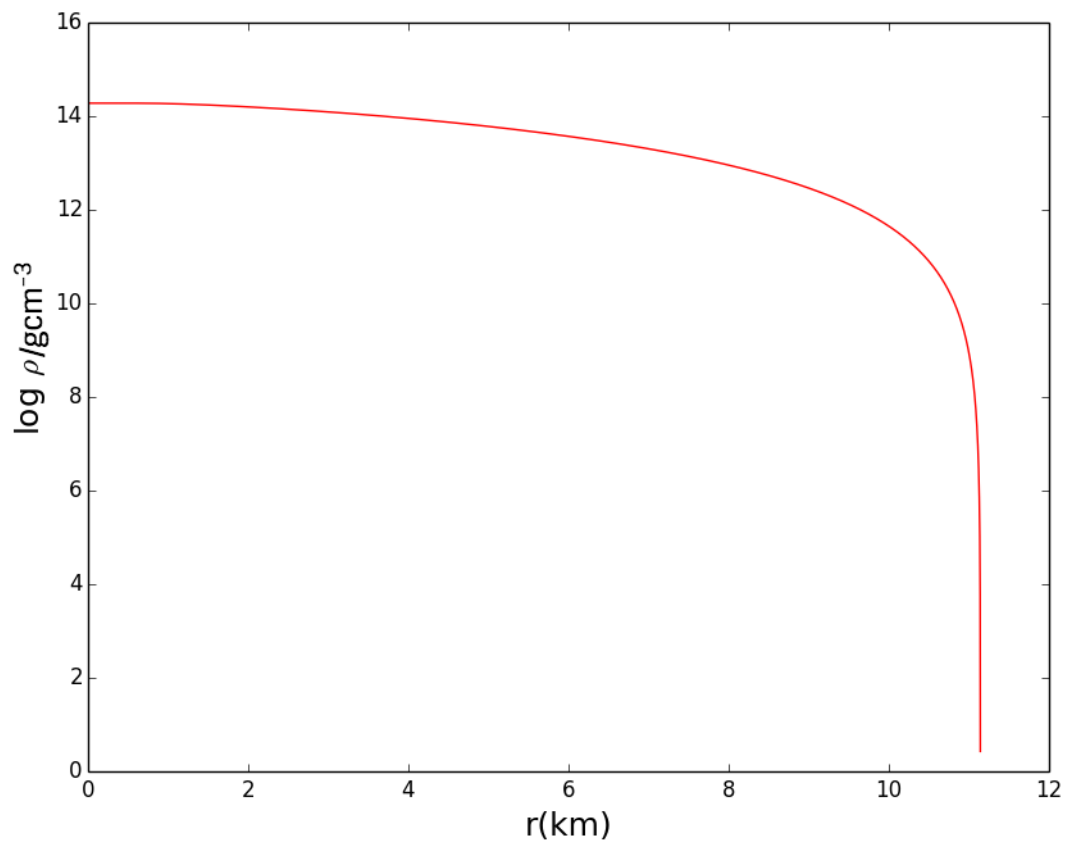


Figura 4.4: Perfil de densidade encontrado através da resolução da TOV utilizando a combinação das EOSs BPS+NV+WFF.

está em uma faixa entre $1.2 - 2.0 M_{\odot}$.

Não é possível determinar a massa inicial, antes da acreção, com certeza. É possível que os colapsos de estrelas com massas superiores à $18 M_{\odot}$ deem origem a estrelas de nêutrons mais massivas, com massa entre $1.8 - 2.0 M_{\odot}$ devido ao “inchaço” do caroço de oxigênio decorrente das capturas alpha (Horvath e Valentim, 2016).

4.5 Condutividade

Como vimos na seção 2.4, a condutividade, além depender da densidade da estrela também possui uma dependência com as impurezas e a temperatura da crosta da estrela. Desta forma, realizamos uma análise para definir os valores utilizados no estudo da evolução do campo magnético.

O primeiro passo para encontrar o perfil de condutividade e encontrar o decaimento do campo magnético é definir em qual região da crosta da estrela teremos a matéria no estado líquido ou sólido, já que para cada um deles temos uma expressão matemática diferente para a condutividade. Para isso, realizamos uma comparação ponto a ponto da estrela a fim de ver onde tínhamos temperatura superior a temperatura de fusão da crosta da estrela. Na figura 4.5 podemos observar uma comparação entre a temperatura de fusão, dada na seção 2.4, e três diferentes temperaturas para a estrela. Desta forma, podemos observar que quanto maior for a temperatura da estrela, maior a porção da crosta externa no estado líquido. Na figura 4.6 podemos observar ainda a diferença no perfil de condutividade da estrela para essas temperaturas.

Como apontado na seção 2.4, o estado da crosta depende da taxa de acreção e nos nossos cálculos isso foi levado em conta calculando primeiramente a temperatura na qual a crosta tem essa transição e aplicando as expressões da condutividade apresentadas nas equações 2.14 e 2.16 a cada região.

Impurezas e Temperatura

Sabemos que o fator de impureza da crosta da estrela parametriza a quantidade de núcleos diferentes do núcleo em equilíbrio que temos na rede cristalina da crosta da estrela, como mostrado na seção 2, esse fator é dado por

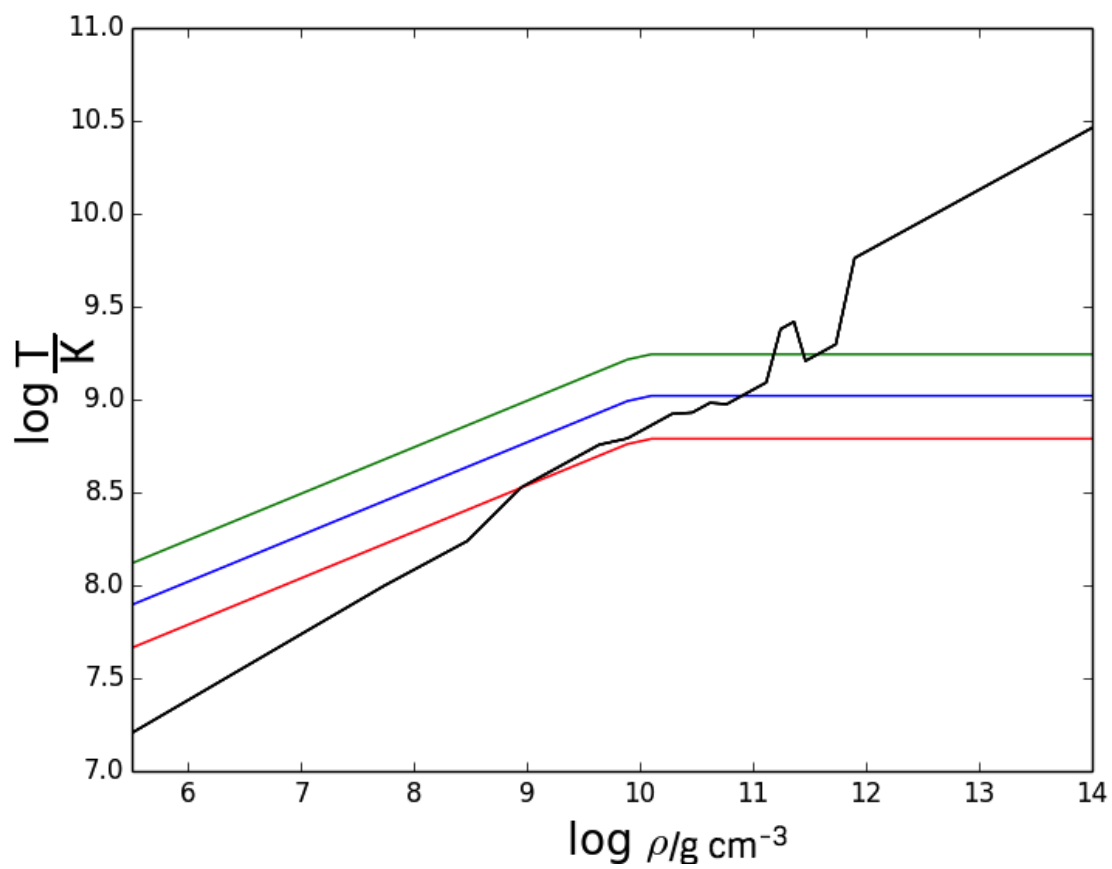


Figura 4.5: Comparação entre três temperaturas superficiais diferentes e a temperatura de fusão da estrela (curva preta).

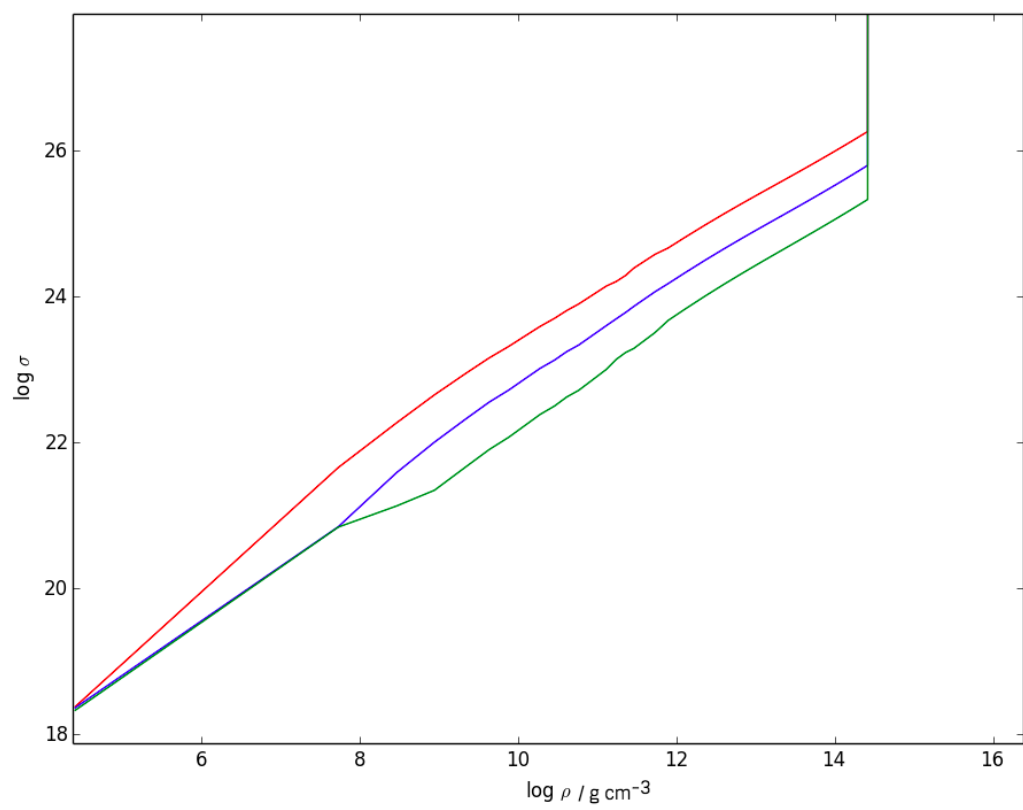


Figura 4.6: Perfil de condutividade para as temperaturas $T = 10^{7.5} \text{ K}$ (curva vermelha), $T = 10^8 \text{ K}$ (curva azul) e $T = 10^{8.5} \text{ K}$ (curva verde).

$$Q = \frac{1}{n} \sum_i n_i (Z - Z_i)^2. \quad (4.11)$$

O valor exato de Q irá depender da história da estrela de nêutrons. Antes do processo de acreção começar esse valor é baixo, cerca de 1 – 10. Quando o processo de transferência de massa se inicia esse valor aumenta consideravelmente já que a matéria adicionada na crosta causa uma desordem em sua rede cristalina, aumentando o valor de Q . Quando o processo de acreção termina, a crosta se reordena rapidamente fazendo com que esse valor caia novamente.

Nas figuras 4.7, 4.8 e 4.9 podemos observar o comportamento da condutividade quando mantemos a temperatura da estrela constante e variamos o fator de impureza Q .

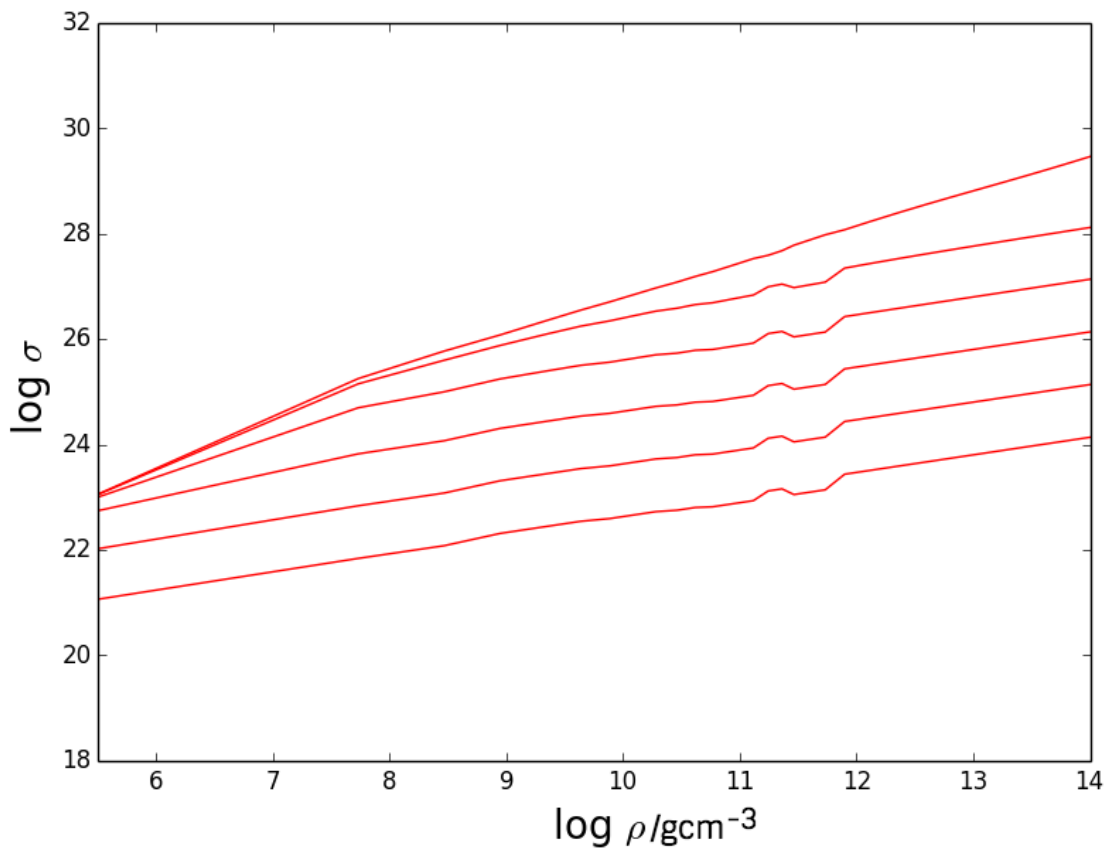


Figura 4.7: Condutividade para uma temperatura fixa de 10^4 K e as o fator de impureza variando de 1 a 50, crescendo de cima para baixo.

Vemos que conforme aumentamos a temperatura da estrela, a variação nas impurezas passa a ser menos relevante no cálculo da condutividade. Na figura 4.7 onde temos a estrela com uma temperatura de 10^4 K é possível distinguir as curvas para cada valor de

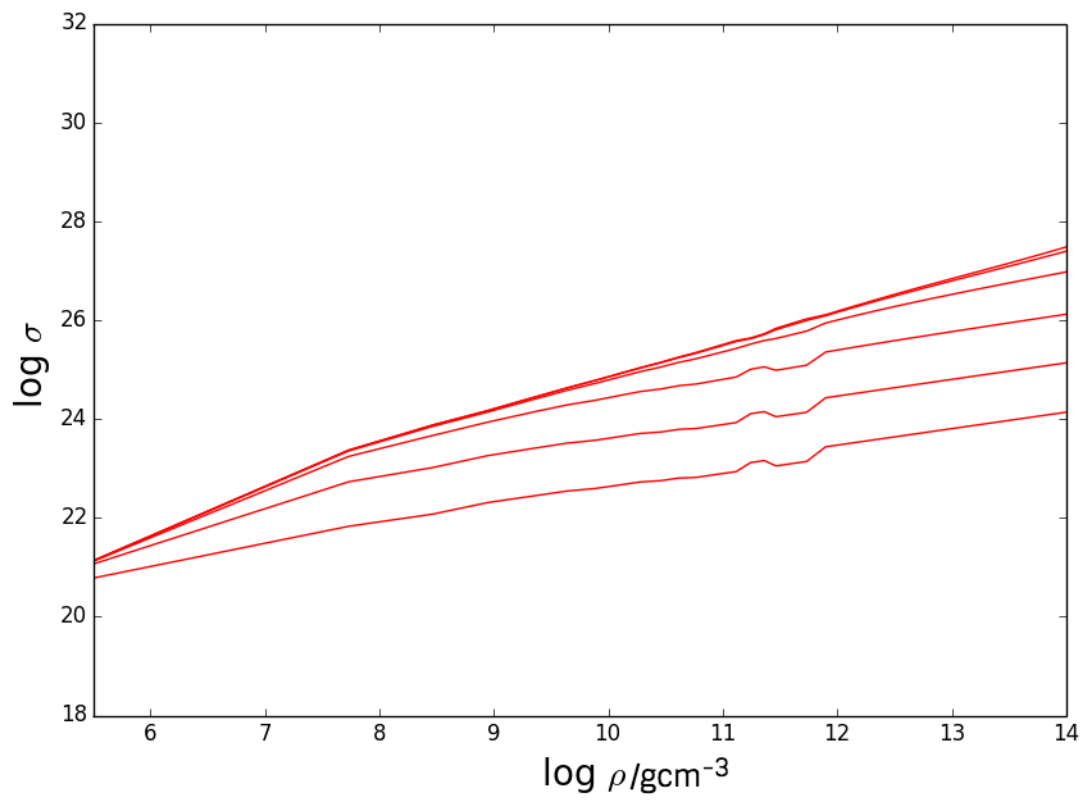


Figura 4.8: Condutividade para uma temperatura fixa de 10^6 K e o fator de impureza variando de 1 a 50, crescendo de cima para baixo.

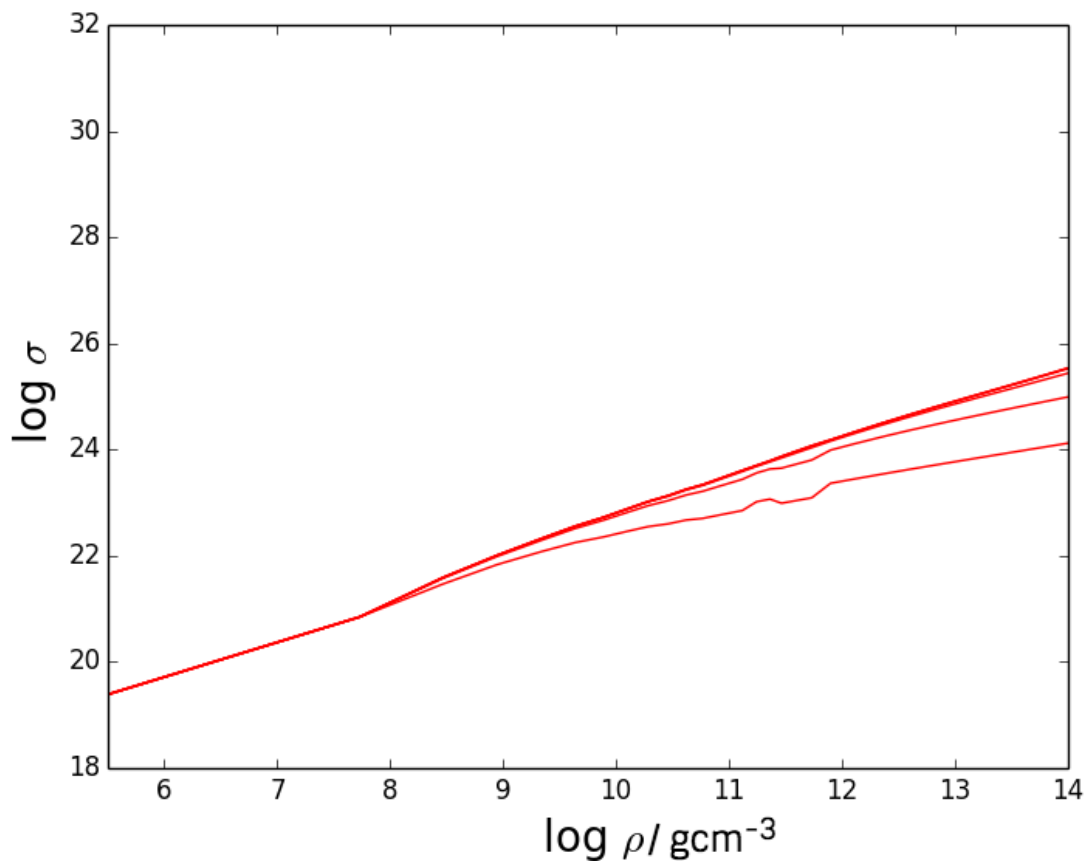


Figura 4.9: Condutividade para uma temperatura fixa de 10^8 K e as o fator de impureza variando de 1 a 50, crescendo de cima para baixo.

Q e que o mesmo não ocorre na figura 4.9 que temos uma temperatura de 10^8 K. Desta forma, podemos observar que quando a estrela possui temperaturas mais elevadas, o valor do fator de impurezas não altera tanto o valor da condutividade.

Fizemos ainda uma comparação semelhante, mas dessa vez mantivemos o fator de impureza Q constante e alteramos a temperatura. O resultado pode ser observado nas figuras 4.10, 4.11 e 4.12. Analisando essas figuras podemos observar que apenas quando temos um fator de impurezas Q muito elevado (por exemplo $Q = 100$) é que a temperatura da estrela não altera muito a condutividade.

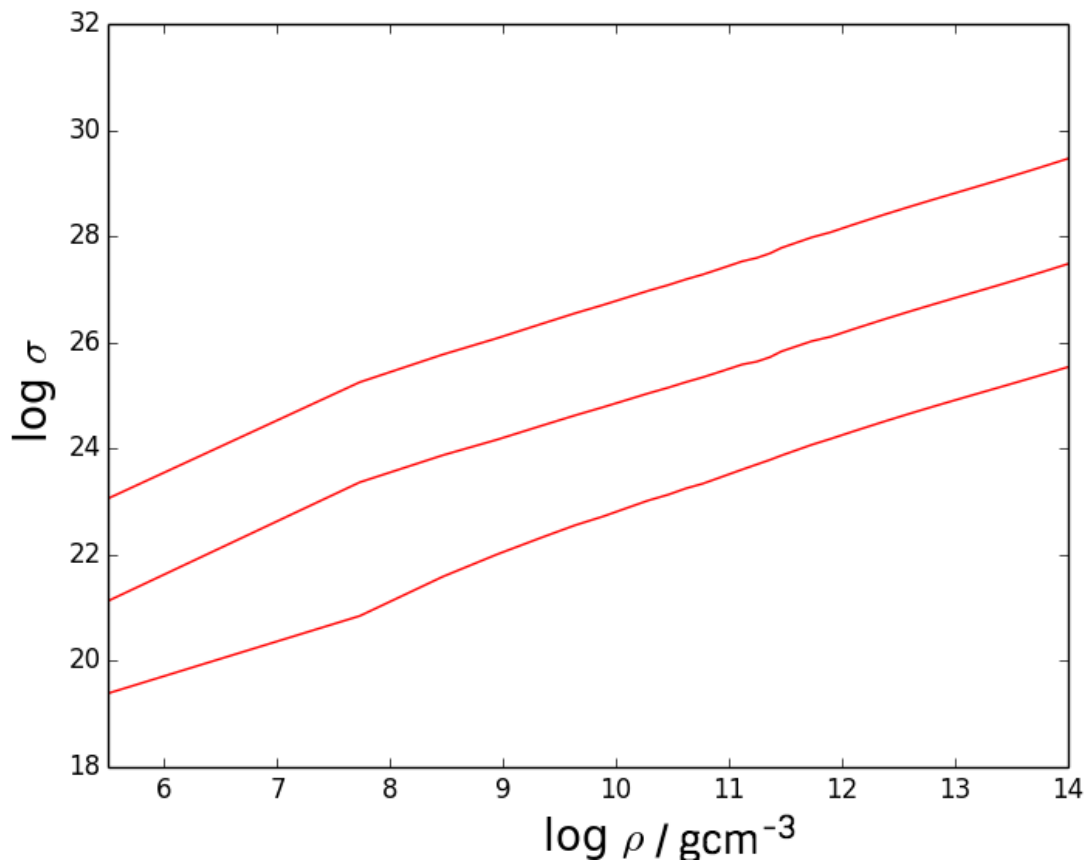


Figura 4.10: Condutividade para o fator de impureza $Q=0$ e para as temperaturas 10^7 K, $10^{7.5}$ K e 10^8 K, crescendo de cima para baixo.

Afim de entender o quanto as impurezas e a temperatura afetam a condutividade e, conseqüentemente, o decaimento do campo magnético, realizamos uma comparação entre os valores da condutividade devido aos fônons σ_{phonon} e a condutividade devido às impurezas $\sigma_{impurity}$. O resultado dessa comparação está na figura 4.13

Na seção 2.4 vimos que a condutividade devido aos fônons é inversamente proporcional

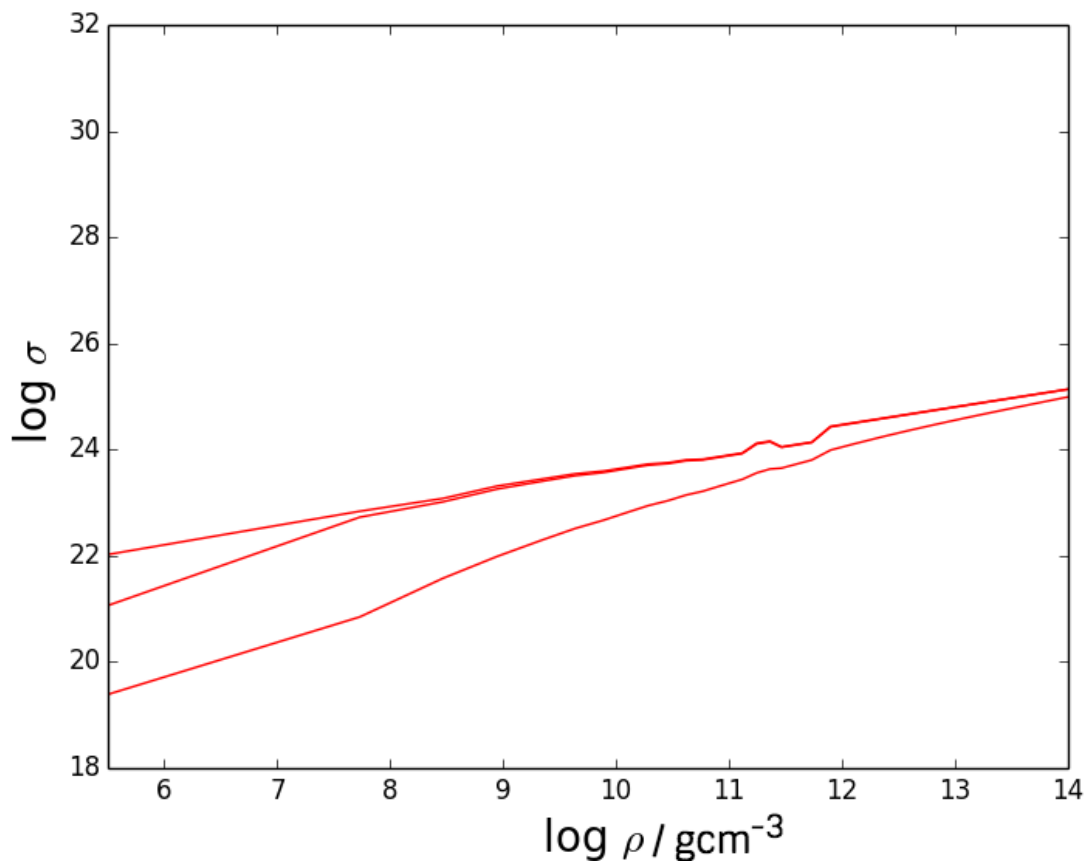


Figura 4.11: Condutividade para o fator de impureza $Q=10$ e para as temperaturas 10^7 K, $10^{7.5}$ K e 10^8 K, crescendo de cima para baixo.

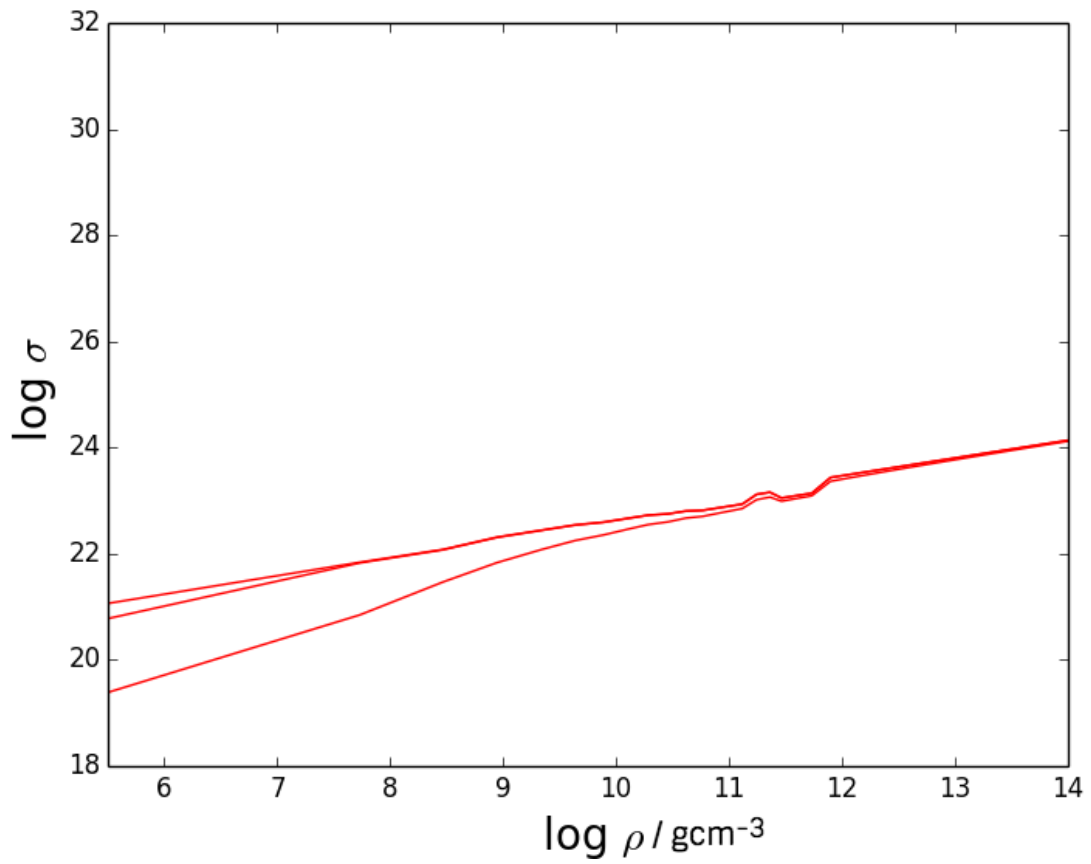


Figura 4.12: Condutividade para o fator de impureza $Q=100$ e para as temperaturas 10^7 K , $10^{7.5} \text{ K}$ e 10^8 K , crescendo de cima para baixo.

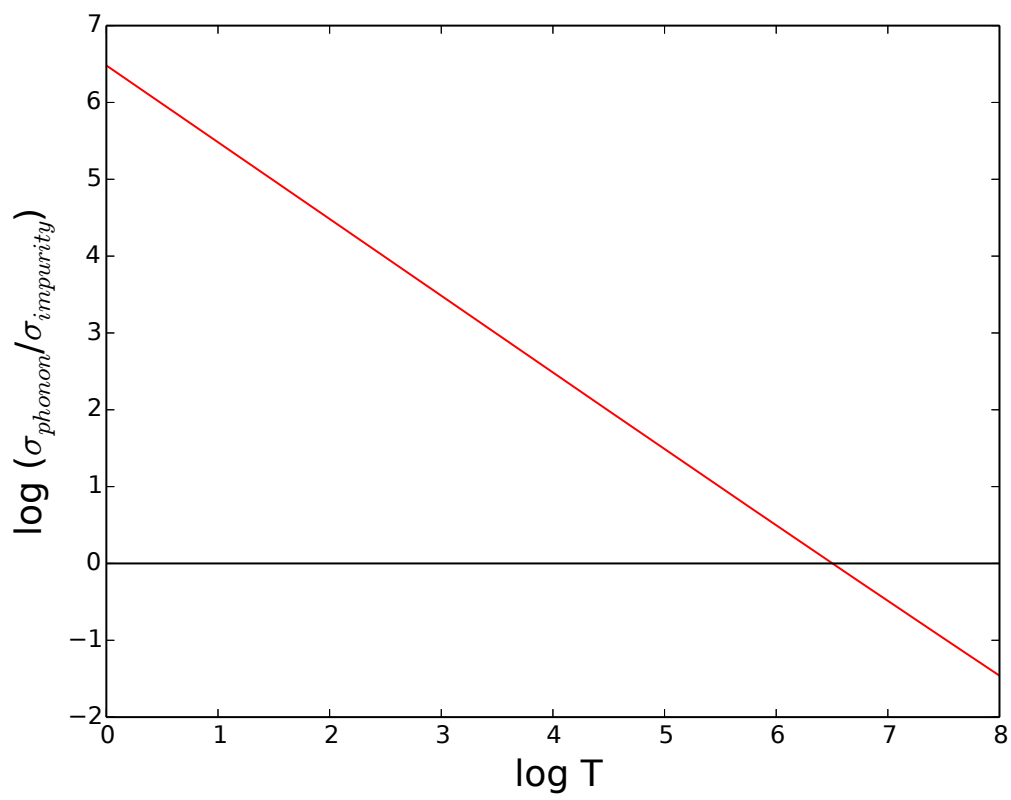


Figura 4.13: Razão entre a condutividade devido aos fônons e a condutividade devido às impurezas versus a temperatura do pulsar.

à temperatura e através da figura 4.13 podemos observar que para temperaturas acima de aproximadamente $10^{6.5}$ K a condutividade devido às impurezas é maior do que a condutividade devido aos fônons. Desta forma, na fase da evolução do sistema binário em que ocorre a acreção, como a temperatura do pulsar é de aproximadamente 10^8 K, a condutividade devido às impurezas dominam. Entretanto, na fase seguinte em que a acreção não ocorre mais, o pulsar sofre um rápido resfriamento fazendo com que sua temperatura decaia para um valor abaixo de $10^{6.5}$. Portanto, nesta última fase da evolução, o termo que domina a condutividade consiste no termo dos fônons. Essas mudanças quase-periódicas acontecem enquanto a acreção for intermitente e resultam em uma característica única desses sistemas redbacks influenciando a evolução do campo magnético B , diretamente derivada das observações e do conhecimento básico do comportamento das condutividades.

4.6 Efeito Hall e Geometria do Campo Magnético

Utilizando a equação de indução 3.23 pode-se dividir a evolução do campo magnético em dois estágios: um primeiro estágio em que temos um rápido decaimento do campo (não exponencial) e um segundo estágio em que temos uma dissipação do campo puramente Ôhmica (exponencial).

Conhecendo a escala de tempo do decaimento Ôhmico ($\tau_{ohm} = \frac{1}{\eta\mu^2}$) e do decaimento do campo devido ao efeito Hall ($\tau_{hall} = \frac{4\pi en_e L^2}{cB_0}$), pode-se reescrever a equação de indução como

$$\frac{dB}{dt} = -\frac{B}{\tau_{ohm}} - \frac{1}{B_0} \frac{B^2}{\tau_{hall}}. \quad (4.12)$$

Para essa equação encontra-se a seguinte solução

$$B = B_0 \frac{\exp(-t/\tau_{ohm})}{1 + \frac{\tau_{ohm}}{\tau_{hall}}(1 - \exp(-t/\tau_{ohm}))}. \quad (4.13)$$

Como dito anteriormente, por simplicidade, pode-se dividir a evolução do campo magnético em dois estágios, neste caso teremos

$$t \ll \tau_{ohm} \rightarrow B \simeq B_0 \frac{1}{1 + t/\tau_{hall}}, \quad (4.14)$$

$$t \geq \tau_{ohm} \rightarrow B \simeq B_0 \frac{\exp(-t/\tau_{ohm})}{1 + \tau_{ohm}/\tau_{hall}}. \quad (4.15)$$

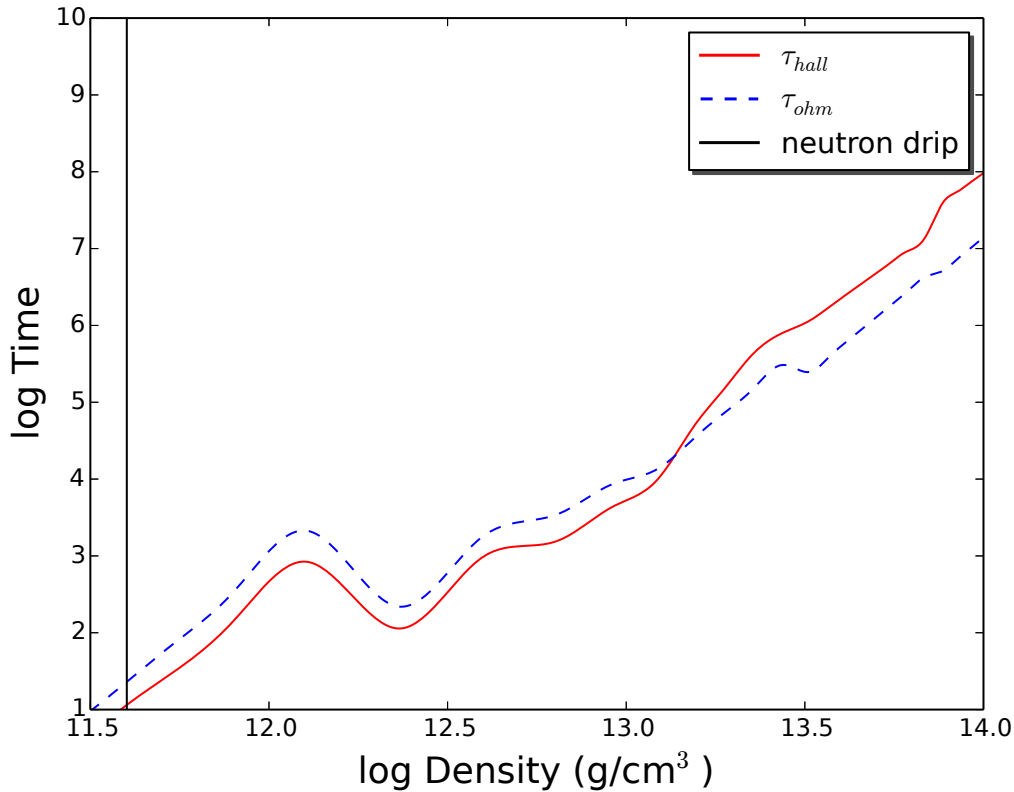


Figura 4.14: Comparação entre τ_{ohm} e τ_{hall} . A linha vertical representa a densidade do “neutron drip”.

Para comparar e estimar os valores de τ_{ohm} e τ_{hall} , assumimos um campo magnético inicial de $B_0 = 10^{13} G$, um valor de densidade eletrônica dado por $n_e = \frac{Z}{A} n_b$ (n_b é a densidade bariônica) e o comprimento de escala de pressão é dado por $H = 77.6 m \rho_{12}^{1/3} (Y_e/0.25)^{4/3} (2.45/g_{14})$ (Cumming et al., 2004). Na figura 4.14 temos comparação realizada entre τ_{ohm} e τ_{hall} . Através dessa figura nós podemos ver que as escalas de tempo do decaimento Ôhmico e do decaimento Hall são da mesma ordem e isso implica que, a princípio, nós não poderíamos desprezar completamente o efeito Hall

Entretanto, utilizando as equação do decaimento do campo magnético, para o decaimento Ôhmico e para o efeito Hall, em que fazemos uma aproximação para encontrar uma forma analítica das mesmas podemos comparar o decaimento do campo devido a esses dois efeitos. Na figura 4.15 mostramos essa comparação. Nela vemos que o decaimento do campo magnético quando consideramos o efeito Hall mais a difusão Ôhmica é similar ao decaimento do campo quando consideramos apenas a difusão Ôhmica. Esse resultado nos permite desconsiderar o efeito Hall em nossos cálculos e assim, considerar uma geometria puramente dipolar para o campo magnético do pulsar (Konar, 1997; Sengupta,

[1998; García et al., 2014]). Os efeitos finais da inclusão do efeito Hall em uma geometria mais geral não devem alterar substancialmente os resultados, a julgar pelo argumento que apontamos.

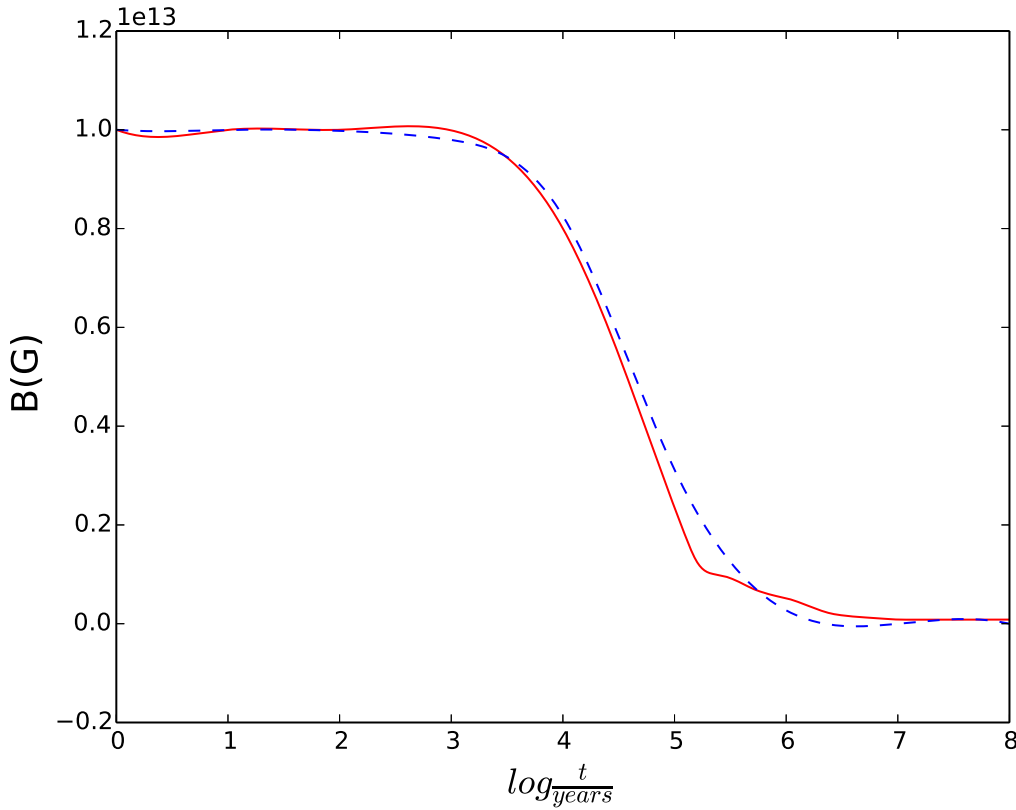


Figura 4.15: Comparação entre o resultado obtido para o decaimento do campo magnético encontrado para uma configuração dipolar (curva azul) e uma configuração poloidal+toroidal (curva vermelha).

4.7 Numerical Setup

Para resolver a equação [4.2] nós introduzimos um potencial vetor \vec{A} de modo que $\vec{B}(r, \theta, \phi) = \vec{\nabla} \times \vec{A}$, onde $\vec{A} = (0, 0, A_\phi)$, em coordenadas esféricas.

Assumimos $A_\phi = \frac{g(r,t) \sin \theta}{r}$, onde $g(r, t)$ é uma função de Stokes, para garantir uma configuração dipolar do campo magnético.

Escrevemos a equação de indução [4.2] em termos da coordenada radial adimensional, e encontramos a seguinte equação a ser resolvida numericamente:

$$\frac{\partial g(x, t)}{\partial t} = V(x) \frac{\partial g(x, t)}{\partial x} + S(x, t) \left(\frac{\partial^2 g(x, t)}{\partial x^2} - \frac{2g(x, t)}{x^2} \right), \quad (4.16)$$

onde $V(x) = V(r)/R$ e $S(x, t) = c^2/[4\pi\sigma(r, t)R^2]$.

As condições de contorno do problema são (Geppert e Urpin, 1994):

$$\frac{\partial g(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=X} + \frac{g(X, t)}{X} = 0, \quad (4.17)$$

$$g(x_{co}, t) = 0, \quad (4.18)$$

onde $X = 1.0769$ é o raio estelar adimensional e x_{co} é o raio no qual temos a fronteira da crosta com o núcleo da estrela que é modificado a todo tempo devido à acreção.

Como o campo magnético está ancorado na crosta da estrela, consideramos que a condutividade do núcleo homogêneo é $\sigma \approx 10^{50} s^{-1}$ a fim de simular uma condutividade infinita.

Resolvendo as equações TOV encontramos um conjunto de estrelas obedecendo as equações de estado utilizadas nesse trabalho. O diagrama massa-raio encontrado é apresentado na figura 4.16.

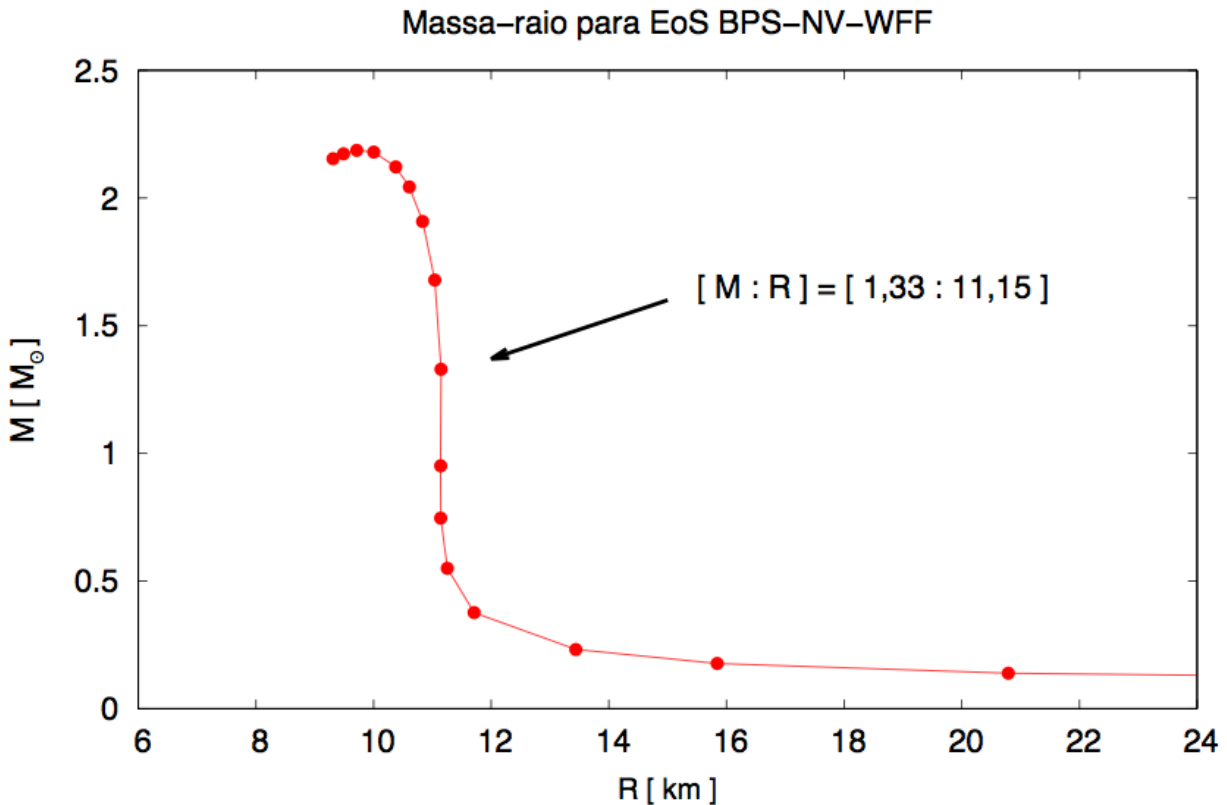


Figura 4.16: Diagrama massa-raio da combinação de equações de estado BPS+NV+WFF.

Conhecendo os resultados obtido em (Horvath e Valentim, 2016) e apresentado na figura 4.17 escolhemos o ponto do diagrama massa raio que representa uma estrela com

$R = 11.15$ km, $M = 1.33 M_{\odot}$ e massa da crosta $M = 0.039 M_{\odot}$. Uma vez que não temos uma mudança significativa no perfil de densidade durante o processo de acreção, nós assumimos um perfil de densidade constante durante a evolução da estrela.

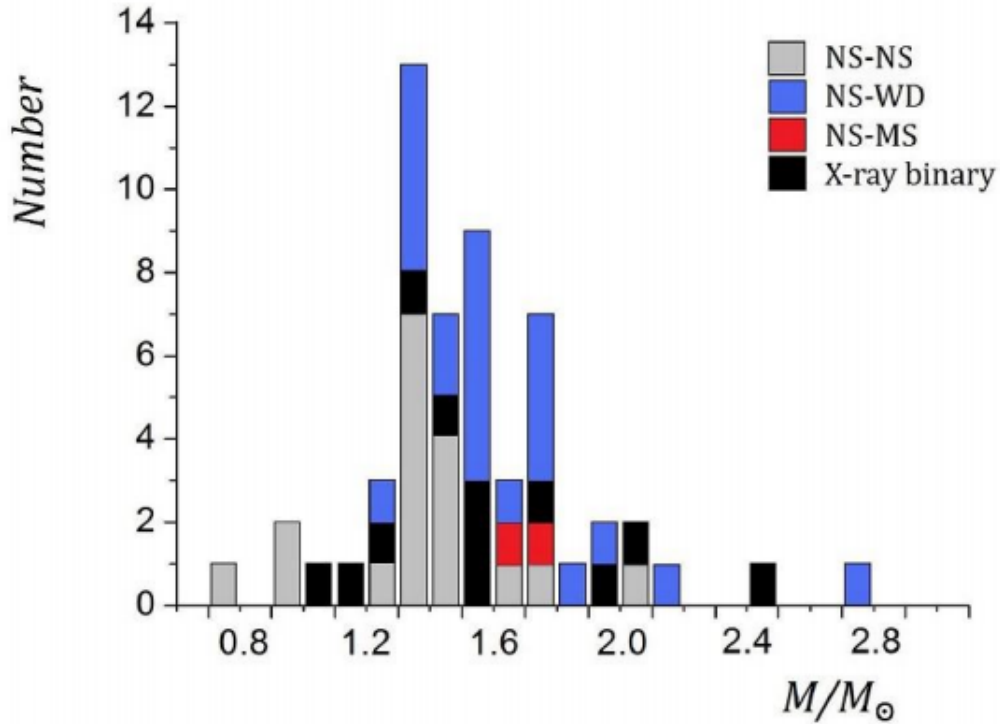


Figura 4.17: Diagrama massa-raio da combinação de equações de estado BPS+NV+WFF.

Para a primeira fase (sem acreção), nós utilizamos uma temperatura inicial de 10^9 K (um valor típico para a temperatura de uma estrela de nêutrons com \sim horas de vida). Para a segunda fase, a temperatura é determinada pela acreção. Para uma taxa de acreção $\dot{M} = 10^{-10} M_{\odot}/\text{yr}$ a temperatura estimada da estrela é de $T = 10^8$ K. Para a terceira fase utilizamos um valor inicial para a temperatura de 10^8 K, resultando em um valor final de 10^6 K aproximadamente. Nós não incorporamos a evolução térmica acoplada em nosso esquema, mas trabalhamos com a temperatura como um parâmetro externo a ser especificado a cada momento.

Analogamente, nós tivemos que considerar três valores para o parâmetro de impureza, um para cada estágio. Na primeira fase, nós consideramos um valor baixo para as impurezas ($Q = 10$). Na fase de acreção esse número foi aumentado para $Q = 100$. E na última fase, quando temos o término da acreção, a crosta se recupera rapidamente diminuindo o valor

das impurezas (para $Q \sim 40$ (Roggero e Reddy, 2016)), tal como discutido anteriormente.

Resolvemos a equação 4.16 usando o método modificado de Crank-Nicholson que é estável desde que a condição de Courant, dada por $\frac{\delta t}{\delta x} V(x) \leq 1$, seja satisfeita em todos os pontos da grade em todo o tempo da evolução

Conhecendo os valores de $V(x)$ para uma dada taxa de acreção e profundidade na crosta da estrela de nêutrons onde o campo magnético está ancorado, nós fizemos uma combinação entre os valores para o intervalo de tempo δt e o espaço de grade. Encontramos que a combinação do intervalo de tempo $\delta t = 10^{-3}$ anos e uma grade com 83 pontos satisfazem a condição de Courant para todos os pontos da grade em todo o tempo.

4.8 A Evolução do Campo Magnético

Nesta seção são apresentados os resultados da análise da evolução do campo magnético para um pulsar em sistemas binários com pulsares reback/black widow. Uma visão geral de todas as fases de evolução do campo magnético é apresentada na figura 4.18. Nas figuras 4.19, 4.20 e 4.21 podemos observar a evolução do campo magnético em cada uma das fases dos nossos sistemas separadamente.

Na primeira fase da evolução o pulsar e a estrela companheira não interagem. Desta forma, o campo magnético decai apenas devido à difusão Ôhmica. A figura 4.19 mostra o comportamento do campo magnético em uma escala de tempo de 2 Ganos, período estimado para a duração dessa fase.

Considerando um campo magnético inicial B_0 ($= 10^{13}$ G), vemos que ele permanece aproximadamente constante para os primeiros 10^4 anos, mas decai acentuadamente e continuamente nos próximos 10^5 anos. Conferimos que o decaimento é de cerca de duas ordens de grandeza. A partir desse ponto e até $\sim 2 \times 10^9$ anos o campo permanece aproximadamente constante.

Na figura 4.20 nós mostramos a evolução da segunda fase, onde a acreção constante e intermitente começam. Como já era esperado, essa acreção faz com que o campo magnético volte a cair e mais rapidamente.

Nessa fase, começando $\sim 2 \times 10^9$ após o início do sistema, o campo magnético inicial decai de $\simeq 10^{-2.07} B_0$ para $\simeq 10^{-2.5} B_0$. Este decaimento ocorre de forma irregular devido à acreção intermitente.

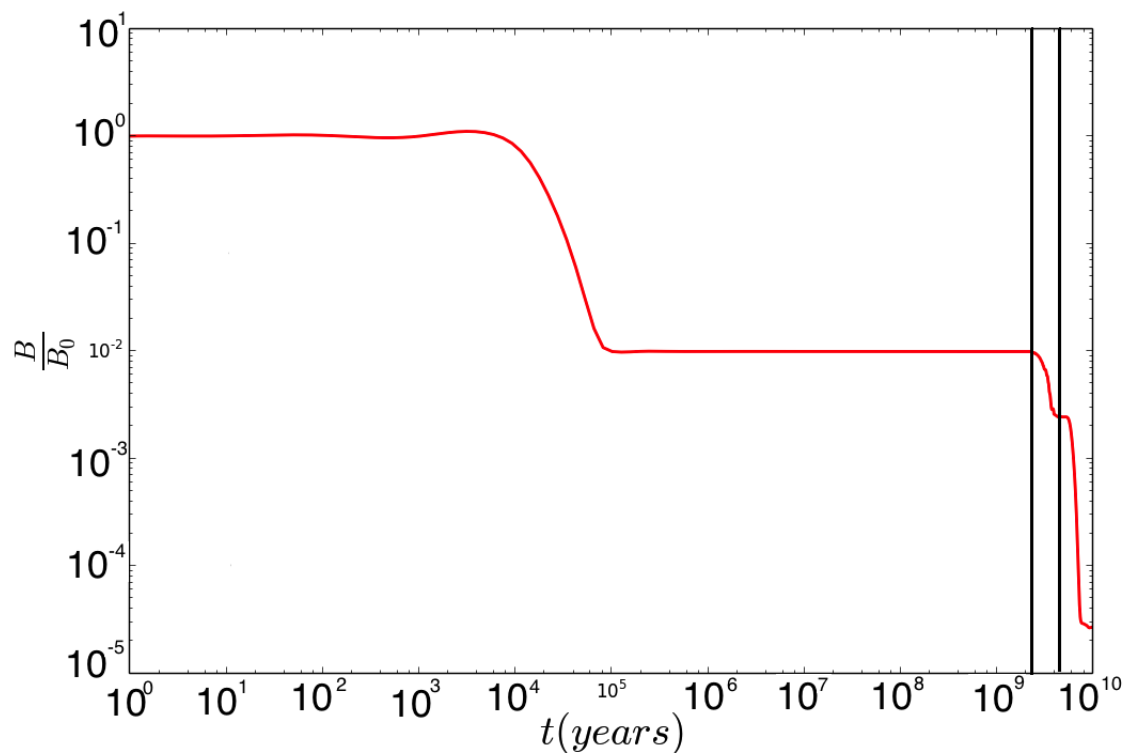


Figura 4.18: Evolução do campo magnético para as três fases dos sistemas binários com pulsares red-back/black widow. As linhas pretas separam as três fases (sem acreção, com acreção + acreção intermitente e ventos do pulsar varrendo massa da estrela companheira)

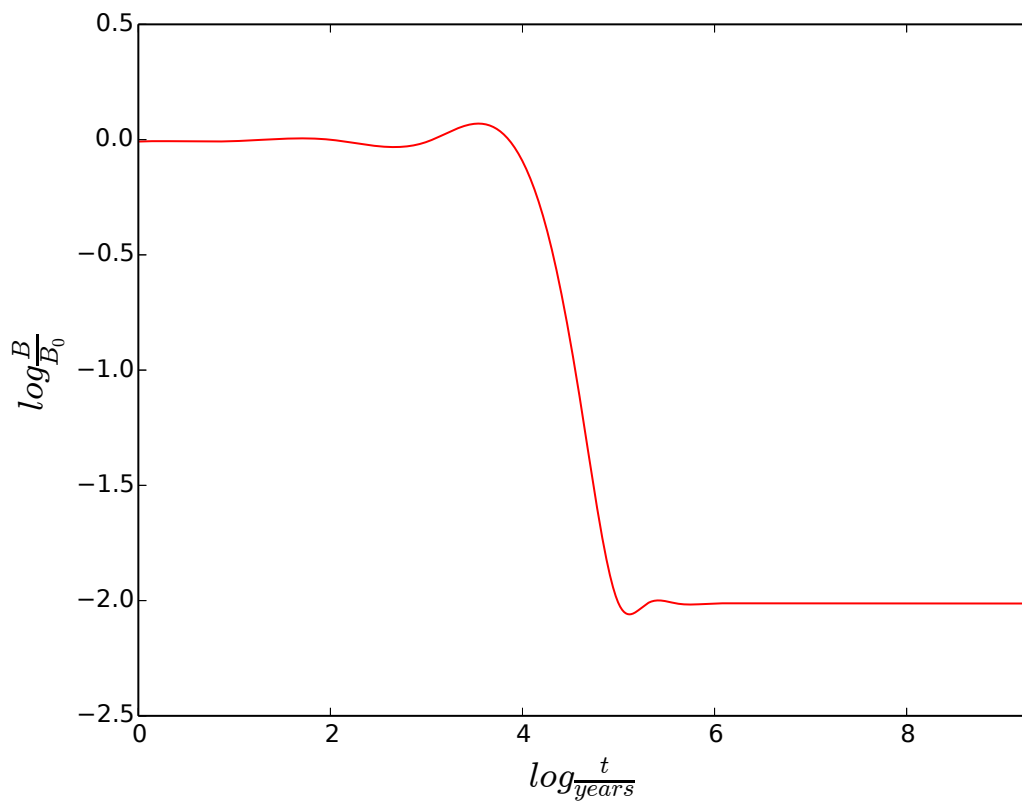


Figura 4.19: Evolução do campo magnético na superfície do pulsar para 2×10^9 anos.

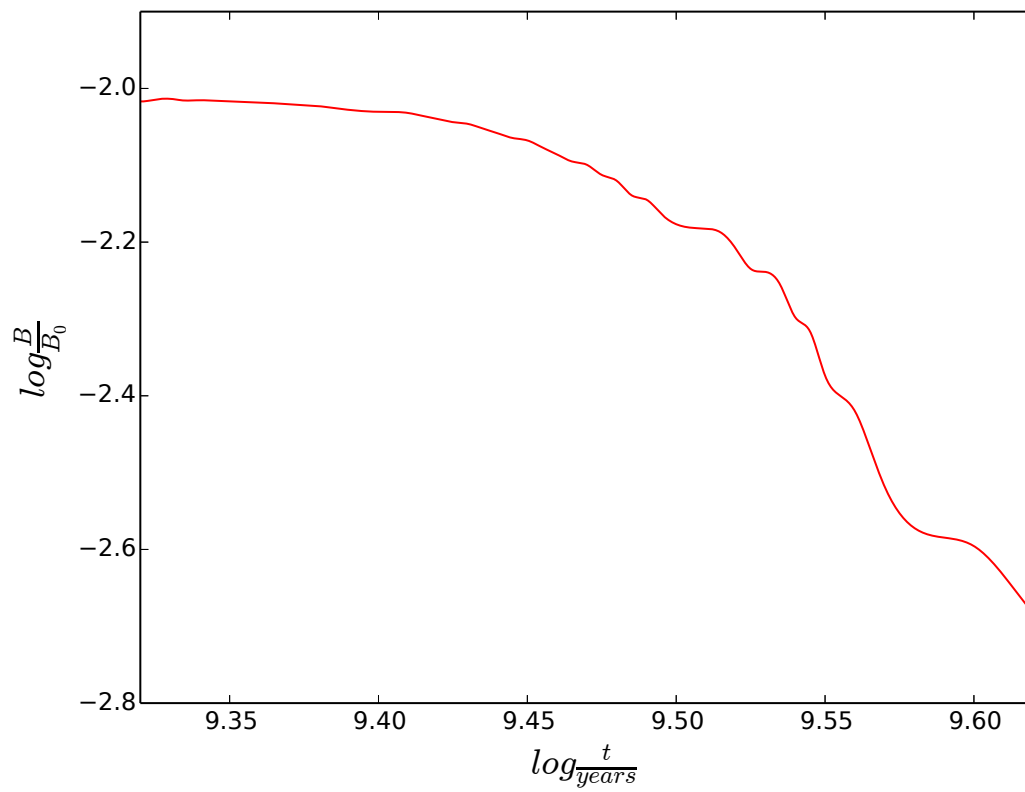


Figura 4.20: Evolução do campo magnético na superfície do pulsar para a fase de acreção + acreção intermitente (estágio redback).

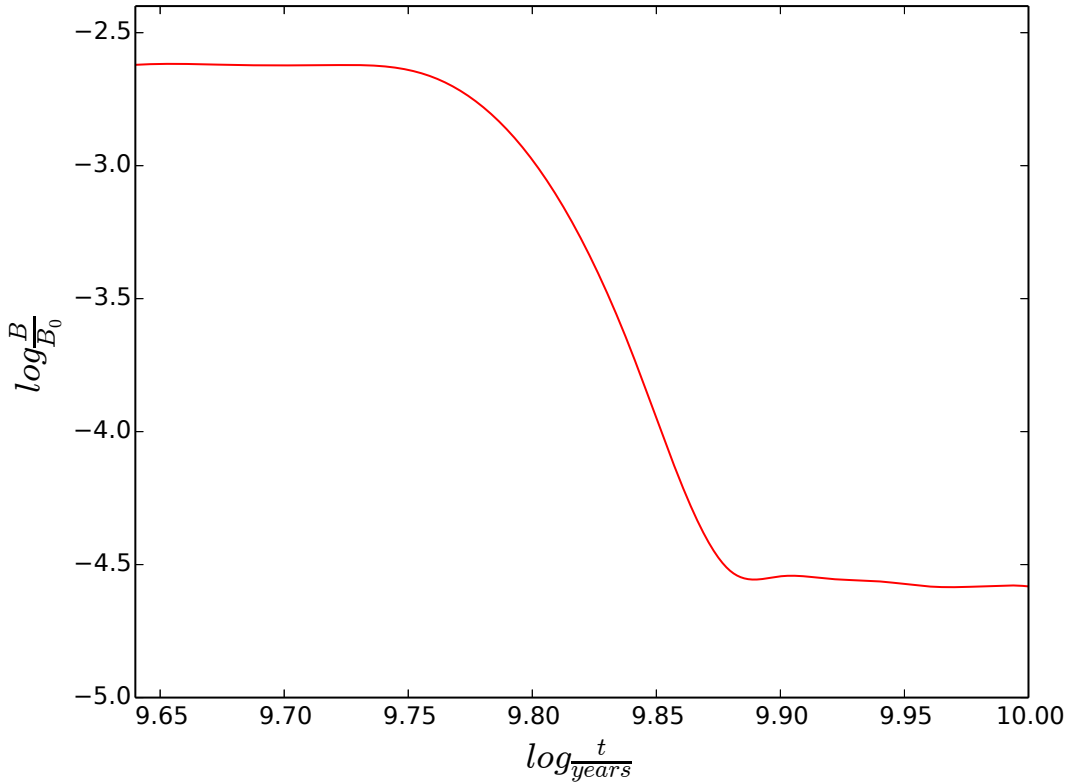


Figura 4.21: Evolução do campo magnético na superfície do pulsar até 10 Ganos (estágio black widow).

Na terceira e última fase temos novamente o sistema sem acreção e o campo magnético decai somente devido à difusão Ôhmica até uma idade de 10 Ganos (idade inferida para pulsares black widow nos cenários “unificados” nos quais os sistemas passam por estágio redback e posteriormente evoluem até a região dos black widows desde que sejam formados em uma região específica do plano $P_{orb} - M_{doadora}$, veja, por exemplo, (Benvenuto et al., 2012, 2014)).

Na figura 4.21 temos o decaimento do campo magnético na terceira fase da evolução. O campo magnético nesta fase é de aproximadamente $10^{-2.5}B_0$. Para um período de aproximadamente 1.5×10^9 anos o decaimento do campo é praticamente desprezível. Depois disso, o campo magnético decai aproximadamente duas ordens de grandeza até $10^{-4.5}B_0$ em 2×10^9 anos, quando o sistema é $\sim 8 \times 10^9$ mais velho. A partir desse ponto, não é possível observar o decaimento do campo magnético e afirmamos que o campo magnético atingiu o chamando valor limite (bottom field).

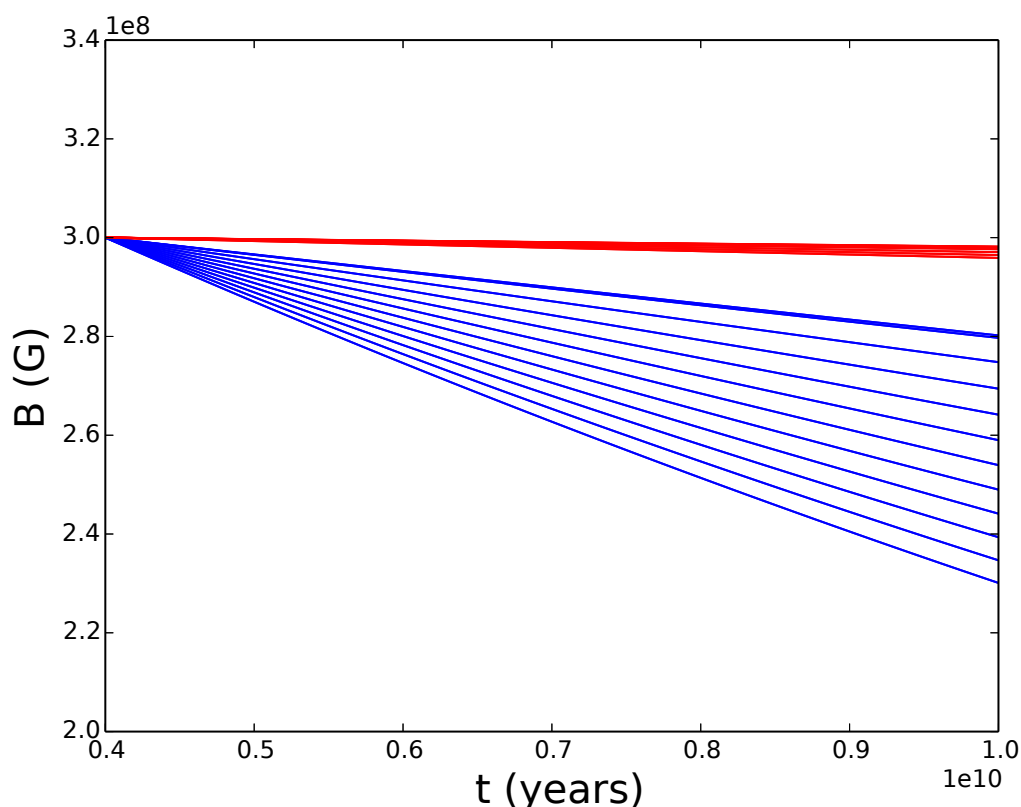


Figura 4.22: O decaimento do campo magnético quando variamos as impurezas (aumentando de cima para baixo) para a temperatura $T = 10^7$ K (curvas vermelhas) e $T = 10^4$ K (curvas azuis).

Impurezas

Como já foi dito anteriormente, é importante avaliar a importância das impurezas e da temperatura da crosta do pulsar na evolução do campo magnético.

Na última (terceira) fase da evolução do campo, nós realizamos um estudo da influência dessas duas características no decaimento do campo magnético.

Nós calculamos o que acontece com o campo magnético quando a estrela muda a sua temperatura, o resultado é apresentado na figura [4.22](#).

Nessa figura é possível ver que para baixas temperaturas $T \leq 10^6$ K, o campo magnético depende do exato valor das impurezas. Já para temperaturas mais elevadas, $T > 10^6$ K, como por exemplo $T = 10^7$ K, o decaimento do campo é praticamente independente do valor das impurezas Q . Sendo assim, na última fase da evolução do pulsar a impureza da crosta não é o fator mais relevante para o decaimento do campo magnético: nosso estudo mostra que o fator mais importante para esse decaimento é o valor da temperatura.

Conclusões

Neste trabalho nós realizamos um estudo sobre a evolução dos sistemas binários com pulsares “black widow” (observados neste momento na fase em que está “varrendo” a estrela companheira) e apresentamos os cálculos realizados para a evolução do campo magnético.

Esses cálculos nos mostraram que o fator mais importante para a evolução temporal do campo magnético B é a temperatura e não as impurezas da crosta do pulsar. Esta pode ser uma característica importante para os sistemas que possuem um longo tempo de vida como é o caso dos sistemas estudados neste trabalho, o que é diferente de quando consideramos a evolução de padrão de sistemas LMXB (sistemas binários de raios-X de baixa massa, *low-mass X-ray binary*).

Entretanto, assumindo que a evolução do campo magnético B está correta, ainda existem importantes questões a serem respondidas nesse cenário evolutivo, como por exemplo a questão da temperatura.

Nós consideramos (Benvenuto et al., 2012) que a última fase do sistema binário dura aproximadamente 5 – 6 Ganos, e para essa escala de tempo os modelos mais simples de resfriamento das estrelas nos dizem que a temperatura da estrela deveria ser extremamente baixas. Ao contrário disso, observações nos mostram que a temperatura de pulsares na fase “redback” é aproximadamente 8×10^6 K e para a fase “black widow” a temperatura ainda é cerca de $2 - 5 \times 10^6$ K (Gentile et al., 2014).

Portanto, podemos considerar que durante essa última fase da evolução (5 – 6 Gyr), a temperatura é aproximadamente constante. Em resumo, os pulsares não resfriam como preveem os modelos.

Para quantificar ainda mais essa afirmação realizamos um estudo sobre o processo de

resfriamento desses pulsares. A evolução da temperatura (negligenciando a Relatividade Geral) é

$$C_v \frac{dT}{dt} = -L_\nu, \quad (5.1)$$

onde C_v é a capacidade térmica, T é a temperatura da estrela, t é o tempo de evolução e L_ν é a luminosidade de neutrinos.

Considerando o processo URCA como o principal efeito de resfriamento das estrelas, dois tipos de resfriamento são esperados: resfriamento lento de neutrinos e resfriamento rápido de neutrinos (Page et al., 2006).

O resfriamento lento de neutrinos ocorre quando nós temos uma estrela de nêutrons com uma massa de aproximadamente $1.5M_\odot$, em que o processo URCA modificado e o Bremsstrahlung dominam. Para estrelas mais massivas (com massa de aproximadamente $25M_\odot$) e altas densidades, nós temos o resfriamento rápido de neutrinos em que o processo que domina é o URCA direto (Page et al., 2006).

Logo, nós consideramos que $C_v = CT$, o que resulta em

$$L_\nu^{slow} = N^s T^8 \quad \text{and} \quad L_\nu^{fast} = N^f T^6, \quad (5.2)$$

onde $C = 10^{30} \text{ erg K}^{-2}$.

Conhecendo a lei de resfriamento da estrela e a luminosidade L_ν nós conseguimos encontrar os valores das constantes N^s e N^f . Uma vez que a idade típica de um “redback” é de aproximadamente 4 Ganos e sua temperatura é aproximadamente $8 \times 10^6 \text{ K}$, enquanto que a idade de um “black widow” é de aproximadamente 10 Ganos e sua temperatura é cerca de $2 \times 10^6 \text{ K}$, nós usamos as equações 5.1 e 5.2 para encontrar as constantes $N^s = 9.93 \times 10^{-41}$ e $N^f = 3.08 \times 10^{-23}$.

Comparando estes resultados com os valores apresentados no artigo (Page et al., 2006) para esses dois processos ($N^s = 10^{-32}$ e $N^f = 10^{-9}$), nós concluímos que esses dois valores são mais baixos do que o que era esperado teoricamente, por várias ordens de grandeza. Em outras palavras, de acordo com os modelos atuais a estrela de nêutrons deveria ter temperaturas muito inferiores às temperaturas que são observadas. Uma possível solução seria imaginar que exista algum agente que aquece a estrela e acaba compensando o resfriamento por neutrinos, lembrando que nesse momento da evolução do sistema binário não existe mais a acreção.

Usando a equação [5.1](#) novamente e adicionando uma luminosidade desse aquecimento (L_{heat}) nós podemos estimar o valor dessa luminosidade de aquecimento a fim de obter as temperaturas observadas nos pulsares “black widiws”.

$$C_v \frac{dT}{dt} = -L_\nu + L_{heat}. \quad (5.3)$$

Considerando que a escala de tempo da evolução dos pulsares “redback” para os pulsares “black widows” é muito maior do que a variação de temperatura observada entre eles, nós podemos afirmar que $\frac{dT}{dt} \approx 0$. Desta forma, concluímos que

$$L_{heat} \approx L_\nu(T_{redbacks}). \quad (5.4)$$

Conhecendo que $T_{redbacks} \approx 8 \times 10^6$ K, nós encontramos que $L_{heat} \approx 1.68 \times 10^{23}$ erg s⁻¹ para o processo de resfriamento lento de neutrinos e $L_{heat} \approx 2.62 \times 10^{32}$ erg s⁻¹ para o processo de resfriamento rápido de neutrinos.

Essas são as ordens de grandeza das luminosidades de algum mecanismo interno do pulsar. Embora algumas propostas tenham sido realizadas com relação ao problema das altas temperaturas inferidas para os pulsares antigos ([Gentile et al., 2014](#)), os longos tempos evolutivos atribuídos aos sistemas “redback-black widow” permite uma nova visão desse problema estendendo esses resultados a diversos objetos dessa idade.

Em suma, neste trabalho nós estudamos a evolução do campo magnético de pulsares “redback-black widow”. Consideramos dois ingredientes principais para o campo magnético: a difusão Ôhmica e a advecção causada pela acreção de matéria. Depois de realizados os cálculos, nós concluímos que o campo magnético não decai abaixo de um valor limite (2×10^8 G), mesmo com longo tempo evolutivo inferido para esses sistemas ([Benvenuto et al., 2012](#)) e o pulsar iniciando sua vida com um campo de 10^{13} G. De fato, destes resultados se estendem a ideia de que o campo magnético não decai abaixo de um valor para objetos nos quais são ~ 100 vezes mais velhos do que os pulsares de milissegundos, e nós consideramos este o principal resultado desse trabalho, já que a evolução em escalas de tempo tão longas nunca foi estudada.

A constância do campo magnético após atingir seu valor limite é conduzida pela temperatura do pulsar que também parece permanecer constante, indicando que algum mecanismo dentro do pulsar possa estar aquecendo a estrela. Por fim, essa constância na tem-

peratura está ligada com o fato da existência de um valor limite para o campo magnético mesmo quando considerados sistemas binários com tempos evolutivos muito longos.

Referências Bibliográficas

- Aguilera D. N., Pons J. A., Miralles J. A., 2D Cooling of magnetized neutron stars, *A&A*, 2008, vol. 486, p. 255
- Ashcroft N., Mermin N., *Solid State Physics*, 1979
- Baym G., Pethick C., Sutherland P., The Ground State of Matter at High Densities: Equation of State and Stellar Models, *ApJ*, 1971, vol. 170, p. 299
- Becker W., *Neutron Stars and Pulsars.*, 2009, 90
- Benvenuto O. G., De Vito M. A., Horvath J. E., Evolutionary Trajectories of Ultracompact “Black Widow” Pulsars with Very Low Mass Companions, *ApJ*, 2012, vol. 753, p. L33
- Benvenuto O. G., De Vito M. A., Horvath J. E., Understanding the Evolution of Close Binary Systems with Radio Pulsars, *ApJ*, 2014, vol. 786, p. L7
- Blandford R. D., Applegate J. H., Hernquist L., Thermal origin of neutron star magnetic fields, *MNRAS*, 1983, vol. 204, p. 1025
- Bogdanov S., Archibald A. M., Bassa C., Deller A. T., Halpern J. P., Heald G., Hessels J. W. T., Janssen G. H., Lyne A. G., Moldón J., Paragi Z., Patruno A., Perera B. B. P., Stappers B. W., Tendulkar S. P., D’Angelo C. R., Wijnands R., Coordinated X-Ray, Ultraviolet, Optical, and Radio Observations of the PSR J1023+0038 System in a Low-mass X-Ray Binary State, *ApJ*, 2015, vol. 806, p. 148
- Cumming A., Arras P., Zweibel E., Magnetic Field Evolution in Neutron Star Crusts Due to the Hall Effect and Ohmic Decay, *ApJ*, 2004, vol. 609, p. 999

- Cumming A., Zweibel E., Bildsten L., Magnetic Screening in Accreting Neutron Stars, *ApJ*, 2001, vol. 557, p. 958
- de Carvalho S. M., Negreiros R., Rueda J. A., Ruffini R., Thermal evolution of neutron stars with global and local neutrality, *Phys. Rev. C*, 2014, vol. 90, p. 055804
- Demorest P. B., Pennucci T., Ransom S. M., Roberts M. S. E., Hessels J. W. T., A two-solar-mass neutron star measured using Shapiro delay, *Nature*, 2010, vol. 467, p. 1081
- Eggleton P. P., Approximations to the radii of Roche lobes, *ApJ*, 1983, vol. 268, p. 368
- García F., Aguilera D. N., Romero G. E., Exploring jet-launching conditions for supergiant fast X-ray transients, *A&A*, 2014, vol. 565, p. A122
- Gentile P. A., Roberts M. S. E., McLaughlin M. A., Camilo F., Hessels J. W. T., Kerr M., Ransom S. M., Ray P. S., Stairs I. H., X-Ray Observations of Black Widow Pulsars, *ApJ*, 2014, vol. 783, p. 69
- Geppert U., Urpin V., Accretion-driven magnetic field decay in neutron stars, *MNRAS*, 1994, vol. 271
- Glendenning N., *Compact Stars. Nuclear Physics, Particle Physics and General Relativity.*, 1996, 90
- Glendenning N. K., Schaffner-Bielich J., First order kaon condensate, *Phys. Rev. C*, 1999, vol. 60, p. 025803
- Gold T., Rotating Neutron Stars and the Nature of Pulsars, *Nature*, 1969, vol. 221, p. 25
- Groth E. J., Timing of the Crab Pulsar III. The Slowing Down and the Nature of the Random Process, *ApJS*, 1975, vol. 29
- Gudmundsson E. H., Pethick C. J., Epstein R. I., Structure of neutron star envelopes, *ApJ*, 1983, vol. 272, p. 286
- Gullahorn G. E., Isaacman R., Rankin J. M., Payne R. R., The Crab Nebula pulsar - Six years of radio-frequency arrival times, *AJ*, 1977, vol. 82, p. 309

-
- Haensel P., Zdunik J. L., Bejger M., Lattimer J. M., Keplerian frequency of uniformly rotating neutron stars and strange stars, *A&A*, 2009, vol. 502, p. 605
- Horvath J. E., Valentim R., The masses of neutron stars, *ArXiv e-prints*, 2016
- Ioannou Z., Haswell C., Hynes R., Chaty S., Harlaftis E., Brinias A., Norton A. J., Fried R., Rolfe D., Solheim J. E., Optical and IR photometry of the Soft X-ray Transient XTE J1859+226 during the 1999 outburst cycle.. In 5th Hellenic Astronomical Conference , 2001, p. 151.1
- Itoh N., Kohyama Y., Matsumoto N., Seki M., Electrical and thermal conductivities of dense matter in the crystalline lattice phase, *ApJ*, 1984, vol. 285, p. 758
- Konar S., Evolution of the Magnetic Field in Accreting Neutron Stars, *JAP*, Department of Physics Indian Institute of Science Bangalore, India and Astrophysics Group Raman Research Institute Bangalore, India, 1997, Tese de Doutorado
- Konar S., Magnetic fields of neutron stars: the AMXP connection. In *Astronomical Society of India Conference Series* , vol. 8 of *Astronomical Society of India Conference Series*, 2013, p. 89
- Konar S., Bhattacharya D., Magnetic field evolution of accreting neutron stars, *MNRAS*, 1997, vol. 284, p. 311
- Konar S., Bhattacharya D., Magnetic field evolution of accreting neutron stars - II, *MNRAS*, 1999, vol. 303, p. 588
- Liu Q. Z., van Paradijs J., van den Heuvel E. P. J., Catalogue of high-mass X-ray binaries in the Galaxy (4th edition), *A&A*, 2006, vol. 455, p. 1165
- Miralda-Escude J., Paczynski B., Haensel P., Thermal structure of accreting neutron stars and strange stars, *ApJ*, 1990, vol. 362, p. 572
- Müller H., Serot B. D., Relativistic mean-field theory and the high-density nuclear equation of state, *Nuclear Physics A*, 1996, vol. 606, p. 508
- Negele J. W., Vautherin D., Neutron star matter at sub-nuclear densities, *Nuclear Physics A*, 1973, vol. 207, p. 298

- Pacini F., Rotating Neutron Stars, Pulsars and Supernova Remnants, *Nature*, 1968, vol. 219, p. 145
- Page D., Geppert U., Weber F., The cooling of compact stars, *Nuclear Physics A*, 2006, vol. 777, p. 497
- Pfahl E., Rappaport S., Podsiadlowski P., Spruit H., A New Class of High-Mass X-Ray Binaries: Implications for Core Collapse and Neutron Star Recoil, *ApJ*, 2002, vol. 574, p. 364
- Phinney E. S., Kulkarni S. R., Binary and Millisecond Pulsars, *ARA&A*, 1994, vol. 32, p. 591
- Pons J. A., Geppert U., Magnetic field dissipation in neutron star crusts: from magnetars to isolated neutron stars, *A&A*, 2007, vol. 470, p. 303
- Popov S. B., Pons J. A., Miralles J. A., Boldin P. A., Posselt B., Population synthesis studies of isolated neutron stars with magnetic field decay, *MNRAS*, 2010, vol. 401, p. 2675
- Prakash M., Cooke J. R., Lattimer J. M., Quark-hadron phase transition in protoneutron stars, *Phys. Rev. D*, 1995, vol. 52, p. 661
- Ritter H., Is irradiation important for the secular evolution of low-mass X-ray binaries?, *New A Rev.*, 2008, vol. 51, p. 869
- Roberts M. S. E., Surrounded by spiders! New black widows and redbacks in the Galactic field. In *Neutron Stars and Pulsars: Challenges and Opportunities after 80 years*, vol. 291 of IAU Symposium, 2013, p. 127
- Roggero A., Reddy S., Thermal conductivity and impurity scattering in the accreting neutron star crust, *Phys. Rev. C*, 2016, vol. 94, p. 015803
- Sengupta S., Evolution of Crustal Magnetic Fields in Isolated Neutron Stars: Combined Effects of Cooling and Curvature of Spacetime, *ApJ*, 1998, vol. 501, p. 792
- Shapiro S. L., Teukolsky S. A., *Black holes, white dwarfs, and neutron stars: The physics of compact objects*, 1983

-
- Slattery W. L., Doolen G. D., Dewitt H. E., N-dependence in the classical one-component plasma Monte Carlo calculations, *Phys. Rev. A*, 1982, vol. 26, p. 2255
- Tauris T. M., Kaspi V. M., Breton R. P., Deller A. T., Keane E. F., Kramer M., Lorimer D. R., McLaughlin M. A., Possenti A., Ray P. S., Stappers B. W., Weltevrede P., Understanding the Neutron Star Population with the SKA, *Advancing Astrophysics with the Square Kilometre Array (AASKA14)*, 2015, p. 39
- Tauris T. M., Savonije G. J., Formation of millisecond pulsars. I. Evolution of low-mass X-ray binaries with $P_{orb} > 2$ days, *A&A*, 1999, vol. 350, p. 928
- Tauris T. M., van den Heuvel E. P. J., , 2006 Formation and evolution of compact stellar X-ray sources. pp 623–665
- van Riper K. A., Neutron star thermal evolution, *ApJS*, 1991, vol. 75, p. 449
- Wiringa R. B., Fiks V., Fabrocini A., Equation of state for dense nucleon matter, *Phys. Rev. C*, 1988, vol. 38, p. 1010
- Yakovlev D. G., Haensel P., Baym G., Pethick C., Lev Landau and the concept of neutron stars, *Physics Uspekhi*, 2013, vol. 56, p. 289
- Yakovlev D. G., Urpin V. A., Thermal and Electrical Conductivity in White Dwarfs and Neutron Stars, *Soviet Ast.*, 1980, vol. 24, p. 303
- Zhang C. M., Kojima Y., The bottom magnetic field and magnetosphere evolution of neutron star in low-mass X-ray binary, *MNRAS*, 2006, vol. 366, p. 137
- Zhang C.-M., Wu X.-J., Yang G.-C., The crust screen model for the magnetic field of binary X-ray sources, *A&A*, 1994, vol. 283, p. 889

Apêndice

Método de Crank-Nicolson Modificado

Para resolver a equação 3.19 pode-se utilizar uma forma modificada do método de Crank-Nicholson (Konar, 1997). O método de Crank-Nicholson é utilizado para resolver equações diferenciais parciais.

Este método é uma combinação entre o método de Euler explícito em n e o método de Euler implícito em $n + 1$.

Para o caso em que temos uma equação unidimensional do tipo

$$\frac{\partial u}{\partial t} = F\left(u, x, t, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right). \quad (\text{A.1})$$

Temos que o método de Euler explícito em n ser

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} = F_i^n\left(u, x, t, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right), \quad (\text{A.2})$$

e o método de Euler implícito em $n + 1$ ser

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} = F_i^{n+1}\left(u, x, t, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right). \quad (\text{A.3})$$

Combinando estes dois métodos temos o método de Crank-Nicholson

$$\frac{u_i^{n+1} - u_i^n}{\Delta t} = \frac{1}{2} \left[F_i^{n+1}\left(u, x, t, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right) + F_i^n\left(u, x, t, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}\right) \right]. \quad (\text{A.4})$$

Solução para $g(x,t)$ Utilizando o Método de Crank-Nicholson

Primeiramente devemos encontrar a solução para a equação

$$\frac{\partial g(x, t)}{\partial t} = v(x) \frac{\partial g(x, t)}{\partial x}. \quad (\text{A.5})$$

A solução encontrada é

$$g_j^{n+1} = g_j^n + \frac{\delta t}{\delta x} v_j (g_j^n - g_{j-1}^n), \quad (\text{A.6})$$

onde δt e δx representam o intervalo de tempo e o tamanho do espaço de grade, respectivamente.

Devemos fazer o mesmo para a parte difusiva da equação

$$\frac{\partial g(x, t)}{\partial t} = S(x, t) \left[\frac{\partial^2 g(x, t)}{\partial x^2} - 2 \frac{g(x, t)}{x^2} \right] \quad (\text{A.7})$$

Combinando estas duas soluções teremos

$$g_j^{n+1} = g_j^n + \frac{\delta t}{\delta x} v_j (g_j^n - g_{j-1}^n) + \frac{S_j^{n+1/2} \delta t}{2(\delta x)^2} (g_{j+1}^{n+1} - 2g_j^{n+1} + g_{j-1}^{n+1} + g_{j+1}^n - 2g_j^n + g_{j-1}^n) - \frac{2\delta t S_j^{n+1/2}}{x^2} g_j^n.$$

Desta forma, pode-se resolver esta equação numericamente, encontrar a forma de $g(x, t)$ e finalmente, encontrar como o campo magnético \vec{B} varia com o tempo em um sistema binário acretante.

Resolvemos a equação de indução usando o método de Crank-Nicolson modificado, que é estável se a condição de Courant dada por $\frac{\delta t}{\delta x} V(x) \leq 1$ for satisfeita para todos os pontos da grade espacial e do passo temporal.

No método de Crank-Nicolson modificado, combinamos o método upwind com o método Crank-Nicolson. O método upwind é usado na advecção do campo magnético e o método Crank-Nicolson é usado na parte difusiva do campo magnético. O método Crank-Nicolson é incondicionalmente estável para qualquer tamanho da grade temporal ou espacial, mas o método upwind é estável se a condição Courant for satisfeita.

Apêndice B

Artigo publicado

Neste apêndice é apresentado o artigo aceito para publicação no periódico *Monthly Notices of Royal Astronomical Society* em dezembro de 2017.

Magnetic Field Decay in Black Widow Pulsars

Camile Mendes,¹^{*} Marcio G B de Avellar,¹ J.E. Horvath,¹ Rodrigo A de Souza,¹
O. G. Benvenuto,^{2,3} M. A. De Vito,^{2,3}

¹*Instituto de Astronomia, Geofísica e de Ciências Atmosféricas, Universidade de São Paulo, Rua do Matão 1226, 05508-090, São Paulo, Brasil*

²*Instituto de Astrofísica de La Plata, IALP, CCT-CONICET-UNLP, Argentina*

³*Facultad de Ciencias Astronómicas y Geofísicas, Universidad Nacional de La Plata (UNLP), Paseo del Bosque S/N, B1900FWA, La Plata, Argentina*

Accepted XXX. Received YYY; in original form ZZZ

ABSTRACT

We study in this work the evolution of the magnetic field in “redback-black widow” pulsars. Evolutionary calculations of these “spider” systems suggest that first the accretion operates in the redback stage, and later the companion star ablates matter due to winds from the recycled pulsar. It is generally believed that mass accretion by the pulsar results in a rapid decay of the magnetic field when compared to the rate of an isolated neutron star. We study the evolution of the magnetic field in black widow pulsars by solving numerically the induction equation using the modified Crank–Nicolson method with intermittent episodes of mass accretion onto the neutron star. Our results show that the magnetic field does not fall below a minimum value (“bottom field”) in spite of the long evolution time of the black widow systems, extending the previous conclusions for much younger LMXB systems. We find that in this scenario, the magnetic field decay is dominated by the accretion rate, and that the existence of a bottom field is likely related to the fact that the surface temperature of the pulsar does not decay as predicted by the current cooling models. We also observe that the impurity of the pulsar crust is not a dominant factor in the decay of magnetic field for the long evolution time of black widow systems.

Key words: magnetic field – stars:neutron, accretion – pulsars:“black widow” systems

1 INTRODUCTION

There is an intense observational activity around the relativistic binary systems collectively known as “spiders”. The number of these binary systems has recently increased due to the contributions of Fermi-LAT mission (Saz Parkinson et al. 2014). The construction of a class of theoretical models of stellar evolution (Benvenuto et al. 2012) suggests that a small fraction of the relativistic binary systems evolves into configurations called “redbacks” and later to “black widows”. These systems have been tentatively identified as belonging to different phases of the same relativistic binary system, where X-ray illumination onto the donor star (redback stage) and the subsequent ablation of the donor’s mass by the pulsar’s wind (black widow stage) are unique elements and determine the evolution (Benvenuto et al. 2014).

It is generally believed that the accretion of mass by the pulsar, such as the one that occurs in the redback stage, results in a faster magnetic field decay than the magnetic

field decay of an isolated neutron star (Shibazaki et al. 1989; Zhang 2013). However, despite the long evolution of the black widow systems, the magnetic field seems not to decay below a bottom field value, $B \sim 2 \times 10^8$ G, (Wang et al. 2011). The physical properties of the crust, where the magnetic field is anchored, and the influence of the accretion onto the compact star are the main ingredients thought to be involved in the explanation the bottom field occurrence (Zhang & Kojima 2006).

From simple and well-known evolutionary considerations (van den Heuvel 2011), we know that the time necessary to start the mass transfer in a binary system with a pulsar is at least 10^9 years from the formation of the latter (here the companion is assumed to be a solar-type star), and the posterior trajectory of the system follows from its initial position in the companion mass-orbital period plane (De Vito & Benvenuto 2010). At the moment the companion star leaves the Main Sequence, the radius starts to increase until it fills the Roche Lobe of the system, and at this point accretion of matter from the companion onto the compact star begins. For a period about $10^9 - 2 \times 10^9$ years this accretion occurs steadily (provided the donor mass is not too

* E-mail: cmcastilho@usp.br (CM)

high). Since the mass accreted by the pulsar causes the production of X-rays, the phenomenon called feedback irradiation is important for tight binary systems (Benvenuto et al. 2014).

At some point along the evolution of the system, when the orbital period is \sim hours, the irradiation destabilizes and destroys (partially) the accretion disk, stopping the accretion until the disk forms again. Observations of this intermittency show that this behavior has a typical timescale of few years and occurs within an interval of $2 - 4 \times 10^9$ yr until the companion star is unable to transfer mass to the pulsar and the latter becomes again effectively isolated (Benvenuto et al. 2012). Although no measurements of the magnetic field at this intermittent stage exist, the accretion must cause some decay of the field from its original value. The mechanisms that operate for the field decay in compact objects have been studied over the years (Geppert & Urpin 1994; Konar 1997; Cumming 2002; Payne & Melatos 2004; Konar 2017). The evolution of the pulsar’s magnetic field is driven mainly by the conductivity which strongly depends upon the impurity ratio in the crust of the compact star, a number believed to be fairly low before accretion begins and increases as a function of the accreted mass.

Another important factor in determining the conductivity is the temperature of the pulsar. Pulsars are born at very high temperatures (above 10^9 K), but they rapidly cool via neutrino emission down to $\sim 10^6$ K. When accretion begins, the pulsar heats up again, and its actual temperature is a function of the accretion rate.

In this paper we make a first study of the evolution of magnetic fields in “spiders” which may be $\sim 100\times$ older than other types of X-ray binaries (Benvenuto et al. 2012). We put on a firmer basis that it is the temperature, not the impurities, the factor that prevents the magnetic field to decay below the bottom field value due to a heating process inside the compact star. The many complexities of crust physics leading to the evolution of magnetic field have been discussed and explicated before (Elfritz et al. 2016), and for these reasons we consider our work to be indicative of the accurate very long-term behavior.

In section 2 we set the basic equations and the formalism, dedicating some space to discuss the Hall effect. In section 3 we present the results of our analysis, and we discuss and present our conclusions of this study in section 3.1.

2 BASIC EQUATIONS AND FORMALISM

The evolution of the binary systems which we intend to study can be roughly divided in three different phases (Benvenuto et al. 2014).

In the first phase the young pulsar is effectively isolated, since the companion star takes about 10^9 years to leave the Main Sequence, fill the Roche lobe and start the accretion. In this phase, the evolution of magnetic field is governed by the ohmic diffusion and the induction equation given by

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\frac{c^2}{4\pi} \vec{\nabla} \times \left(\frac{1}{\sigma} \vec{\nabla} \times \vec{B} \right), \quad (1)$$

where σ is the conductivity.

The second phase begins when the accretion of matter

from the companion to the pulsar begins. This phase lasts for about another $\sim 10^9$ years, assuming a constant (average) accretion rate. For this phase we have to add a term representing the accretion to the induction equation.

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = \vec{\nabla} \times (\vec{v}_e \times \vec{B}) - \frac{c^2}{4\pi} \vec{\nabla} \times \left(\frac{1}{\sigma} \vec{\nabla} \times \vec{B} \right), \quad (2)$$

where \vec{v}_e is the average local velocity of the fluid.

The third phase is characterized by the ablation phenomenon, that increases its importance as the stars become spatially closer. Fortunately, only the companion star is heavily affected but not the pulsar itself

2.1 Mass flow and matter transport

As discussed in Konar (1997), the crustal mass of the pulsar remains effectively constant if the accretion onto the neutron star crust amounts up to $0.1 M_\odot$. This implies that the density profile of the crust does not change appreciably. Assuming then that the mass flow onto the crust of the neutron star is spherically symmetric, our assumptions allow us to write.

$$\dot{M} dt = 4\pi r^2 \rho(r) dr, \quad (3)$$

where $\rho(r)$ is the density of the pulsar crust as a function of the radius r of the star.

Because the flux of accreted material is radially inwards by hypothesis, the velocity \vec{v}_e of the fluid is given by

$$\vec{v}_e(r) = -\frac{\dot{M}}{4\pi r^2 \rho(r)} \hat{r}, \quad (4)$$

where \dot{M} is the mass accretion rate, which we assume to be a constant whenever accretion enters in scene.

2.2 Density profile

As is widely accepted, the neutron star features three different regions, basically: an outer crust with densities up to 4×10^{11} g cm $^{-3}$ (neutron drip density), an inner crust with densities between the neutron drip density and the nuclear density (2.8×10^{14} g cm $^{-3}$) and the core where we have a “nucleon soup” of unknown detailed composition (Glendenning 1996; Becker 2009).

In this work we assume for definiteness the Baym, Phetick and Sutherland (BPS) EoS (Baym et al. 1971) for the outer crust, Negele and Vautherin (NV) EoS (Negele & Vautherin 1973) for the inner crust and Wiringa, Fiks and Fabrocini (WFF) EoS (Wiringa et al. 1988) for the core region. Other choices are possible but the final effects on the field history are expected to be minimal. We proceeded to obtain the density profile of the star, $\rho(r)$, by solving the Tolman-Oppenheimer-Volkoff (TOV) equations.

In this work, we consider that the magnetic field is anchored in the crust of neutron star and does not reach the core. Even if it seems an important restriction, we should remark that the magnetic field decay physics is not sensitive to the unknown exact composition of the core (García et al. 2014).

2.3 Conductivity and temperature

The outer crust of the neutron star can be in liquid or crystalline solid state depending on the local temperature (Slattery et al. 1982).

The accretion onto the compact star stabilizes within a few thousand years (Savonije 1978) when the temperature achieves a steady value proportional to the accretion rate (Miralda-Escude et al. 1990). The relation between the accretion rate, \dot{M} , and the crustal temperature, T , for accretion rates in the range $10^{-15} M_{\odot}/\text{yr} < \dot{M} < 10^{-10} M_{\odot}/\text{yr}$ is given by (Zdunik et al. 1992).

$$\log T = 0.397 \log \dot{M} + 12.35, \quad (5)$$

where T is in Kelvin and \dot{M} is in M_{\odot}/yr .

The state of the crust can be inferred just comparing its temperature, due to accretion, with the melting temperature of the material (Slattery et al. 1982):

$$T_m = 0.2269 \times 10^8 \frac{Z^2 (\frac{\rho_6}{A})^{1/3}}{171} K, \quad (6)$$

where ρ_6 is the density in units of 10^6 g/cm^3 , Z is the atomic number and A is the mass number.

For the region in which the crust temperature, T , is higher than melting temperature, T_m , the crust will be in liquid state and the conductivity is given by (Itoh et al. 1984)

$$\sigma_{liq} = 8.53 \times 10^{21} \frac{y^3}{Z \Lambda_{Coulomb} (1 + y^2)}, \quad (7)$$

where $y = \left(\frac{Z\rho_6}{A}\right)^{1/3}$.

For deeper regions of the star in which the temperature is lower than the local melting temperature, the conductivity is given by

$$\sigma_{solid} = \frac{1}{\sigma_{phonon}^{-1} + \sigma_{impurity}^{-1}}, \quad (8)$$

$$\begin{cases} \sigma_{impurity} = 8.53 \times 10^{21} x Z / Q \\ \sigma_{phonon} = 1.24 \times 10^{20} \frac{x^4 (u^2 + 0.0174)^{1/2}}{u T_8 (1 + 1.1018 x^2) I_{\sigma}} \end{cases}$$

where,

- $x \equiv \frac{r}{10.351 \text{ [km]}}$ is the dimensionless radius (the scale is related to the way we solved the TOV equations),
- Q is the impurity parameter,
- $u = \frac{2\pi}{9} (\log \rho - 3)$,
- T_8 is the temperature in units of 10^8 K ,
- I_{σ} is a function of density, Z and A .

We now have all the basic necessary elements to evolve the magnetic field according to the induction equation.

2.4 The Hall effect and the geometry of the magnetic field

Initially, we consider a dipolar magnetic field anchored in the crust of the neutrons star, but the evolution of the temperature in the neutron star crust leads to a change of the geometry of the magnetic field (Viganò et al. 2015). In fact, for a

magnetic field satisfying the Force-Free model (in $\vec{\nabla} \times \vec{B} = \mu \vec{B}$ e $\vec{B} \cdot \vec{\nabla} \mu = 0$ is satisfied) the effect of the resistivity gradient modifies the geometry of the magnetic field from dipolar to a field with poloidal and toroidal components. This change in the geometry of the magnetic field brings up another effect on the magnetic field, the Hall effect. As in the case of the Ohmic Diffusion, the Hall effect also leads to magnetic field decay (Aguilera et al. 2008).

Considering the first evolution phase of the binary system in which accretion did not start yet, the equation for the evolution of the magnetic field is given by just (Aguilera et al. 2008)

$$\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = -\frac{c}{4\pi e} \nabla \times \left(\frac{\nabla \times \vec{B}}{n_e} \times \vec{B} \right) + \frac{c^2}{4\pi} \nabla \times \left(\frac{1}{\sigma} \nabla \times \vec{B} \right), \quad (9)$$

where the first term corresponds to the Hall effect, n_e is the electron density, e is the electron charge and the second term corresponds to Ohmic Diffusion.

By looking at the Hall and Ohmic timescales implicit in these terms, we can divide the evolution of the magnetic field in two different stages: a first stage of rapid (but not exponential) decay of the field, and a second stage driven by purely Ohmic dissipation (exponential). Therefore, with the time scale of the Ohmic decay ($\tau_{ohm} = \frac{4\pi\sigma H^2}{c^2}$) and the time scale of the Hall effect ($\tau_{hall} = \frac{4\pi e n_e}{c B_0 \mu^2}$) (Cumming et al. 2004), we can cast the induction equation as (Igoshev & Popov 2015, see)

$$\frac{dB}{dt} = -\frac{B}{\tau_{ohm}} - \frac{1}{B_0} \frac{B^2}{\tau_{hall}}$$

whose the simplest solution is given by

$$B = B_0 \frac{\exp(-t/\tau_{ohm})}{1 + \frac{\tau_{ohm}}{\tau_{hall}} (1 - \exp(-t/\tau_{ohm}))}.$$

In this case, we have

$$t \ll \tau_{ohm} \rightarrow B \simeq B_0 \frac{1}{1 + t/\tau_{hall}}$$

$$t \geq \tau_{ohm} \rightarrow B \simeq B_0 \frac{\exp(-t/\tau_{ohm})}{1 + \tau_{ohm}/\tau_{hall}}$$

In order to estimate and compare τ_{ohm} and τ_{hall} , we assumed an initial $B_0 = 10^{13} \text{ G}$, an value for the electron density given by $n_e = \frac{Z}{A} n_b$ (n_b is the baryonic density) and the pressure scale height $H = 77.6 m \rho_{12}^{1/3} (Y_e/0.25)^{4/3} (2.45/g_{14})$ (Cumming et al. 2004).

We can graphically appreciate the comparison between τ_{ohm} and τ_{hall} in Figure 1. From Figure 1, we see that the time scales for Ohmic and Hall decay are of the same order, which implies that one could not, in principle, neglect completely the Hall effect.

However, in Figure 2 we show that the magnetic field decay due to the Hall effect plus the Ohmic diffusion is similar to the magnetic field decay due to the Ohmic diffusion only, allowing us to neglect the Hall effect in our calculations which, in turn, allows us to assume a purely dipolar geometry for the magnetic field (Konar 1997; Sengupta 1998; García et al. 2014) as a simplifying case.

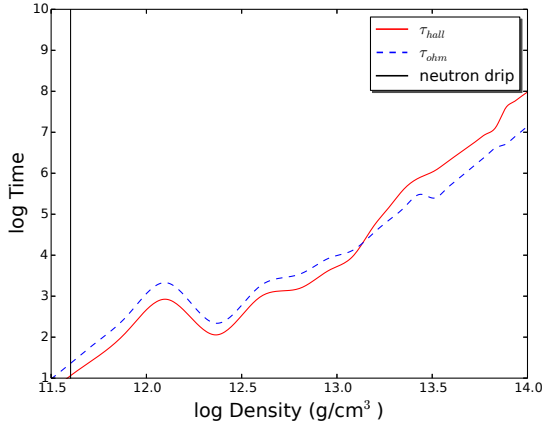


Figure 1. Comparison between τ_{ohm} and τ_{hall} . The vertical line is the neutron drip density.

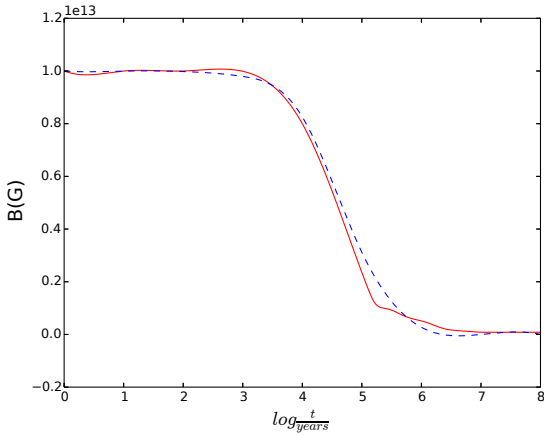


Figure 2. Comparison between the result the decay of the magnetic field for a dipolar configuration (blue line) and a poloidal+toroidal configuration (red line).

2.5 Numerical setup

To solve the equation 2 we introduce a vector potential \vec{A} such that $\vec{B}(r, \theta, \phi) = \vec{\nabla} \times \vec{A}$, where $\vec{A} = (0, 0, A_\phi)$, in spherical coordinates.

Assuming $A_\phi = \frac{g(r,t) \sin \theta}{r}$, where $g(r,t)$ is the Stokes' function, we are guaranteed to maintain a dipolar geometry for the field.

Writing the induction equation 2 in terms of the dimensionless radial coordinate, we end up with the following induction equation which we solved numerically:

$$\frac{\partial g(x,t)}{\partial t} = V(x) \frac{\partial g(x,t)}{\partial x} + S(x,t) \left(\frac{\partial^2 g(x,t)}{\partial x^2} - \frac{2g(x,t)}{x^2} \right) \quad (10)$$

where $V(x) = V(r)/R$ and $S(x,t) = c^2/[4\pi\sigma(r,t)R^2]$.

The boundary conditions are (Geppert & Urpin 1994):

$$\frac{\partial g(x,t)}{\partial x} \Big|_{x=X} + \frac{g(X,t)}{X} = 0 \quad (11)$$

$$g(x_{co}, t) = 0 \quad (12)$$

where $X = 1.0769$ is the dimensionless stellar radius and x_{co} is that radius to which the original boundary between the core and the crust is pushed to, due to accretion, at any point of time.

The initial distribution of the magnetic field is given by $g(x, 0) = 1 - (x/x_0)^2$, where x_0 is the maximal depth the field penetrates the crust (see Geppert & Urpin 1994). We fixed throughout the paper $x_0 = 1.039$.

As we assumed a magnetic field anchored in the crust of the neutron star, we assume that the conductivity between the crust and the core is $\sigma \approx 10^{50} s^{-1}$ to simulate the infinite conductivity in this homogeneous core region.

We modeled the neutron star as a TOV star with $R = 11.15$ km, $M = 1.33 M_\odot$ and total crustal mass $M = 0.039 M_\odot$. We assume this value for mass knowing that with accretion the original crust is pushed onto the nucleus. Since we do not have a significant change in the density profile during this process, we assumed a constant density profile throughout the evolution of the star.

For the first phase (without accretion), we employed an initial temperature 10^9 K (a typical value for the NS temperature \sim hours after its birth). For the second phase, the temperature is mainly determined by the accretion. With an average accretion rate of $\dot{M} = 10^{-10} M_\odot/\text{yr}$ the temperature is estimated to be $T = 10^8$ K. For the third phase we use an initial temperature 10^8 K, resulting in a final value 10^6 K approximately (see below). We did not incorporate the coupled thermal evolution in our scheme, but rather worked with the temperature as an external parameter to be specified at any time.

Analogously, we have considered three values for impurities, one for each stage. In the first phase, we have assumed a crust with a low impurity content ($Q = 10$). In the accretion phase this number increases to about $Q = 100$. In the last phase, after accretion stops, the crust recovers itself quickly decreasing somewhat the value of the impurities (to $Q \sim 40$, see below) (Roggero & Reddy 2016).

We solved equation 10 using the modified Crank-Nicolson scheme which is stable if the Courant condition given by $\frac{\delta t}{\delta x} V(x) \leq 1$ is satisfied for all the points of the grid and all the time.

In the modified Crank-Nicolson method we combined the upwind method with the Crank-Nicolson method. The upwind method is used in the advection of the magnetic field and the Crank-Nicolson method is used in the diffusive part of the magnetic field. The Crank-Nicolson method is unconditionally stable for any size of the temporal or spatial grid but the upwind method is stable if the Courant condition is satisfied.

Knowing the values of $V(x)$ for a given accretion rate and the depth in the neutron star crust that the magnetic field is anchored. We make a combination between the values for the time step δt and the space grid. We find that a combination of the time interval $\delta t = 10^{-3}$ years and a space grid of 83 points satisfies Courant condition for all the points of the grid and all the time.

3 RESULTS

We present now the results of our analysis on the evolution of the magnetic field of the pulsar in a redback/black widow binary system. These results can be seen in Figure 3.

In the first phase of the evolution the pulsar and the companion star are not interacting, thus the magnetic field decays by pure Ohmic diffusion. This is shown in the first part of Figure 3, e.g., in the first 2 Gyr, the estimated duration of this phase. Considering a initial magnetic field B_0 ($= 10^{13}$ G here), it remains fairly constant for the first 10^4 years, but decays sharply and continuously for the next 10^5 years by about two orders of magnitude. From this point on and for the next $\sim 2 \times 10^9$ years the field remains essentially constant.

In the second part of Figure 3, e.g. from $\sim 2 \times 10^9$ years to $\sim 4 \times 10^9$ years, between the black vertical lines, we show the magnetic field evolution in the second phase, where the accretion begins and becomes intermittent. As expected, the accretion makes the field to decay faster.

In this phase, lasting $\simeq 2 \times 10^9$ years, the initial magnetic field decays from $\simeq 10^{-2.07} B_0$ to $\simeq 10^{-2.5} B_0$. This decay occurs irregularly due to the intermittent accretion, although our values refer to an effective continuous process proceeding with an average mass accretion rate, as described above.

In the third stage of evolution the accretion is negligible again and the magnetic field decays solely due to Ohmic diffusion until an age of 10 Gyr (the age inferred for the black widow pulsars in some scenarios, see, for example, Benvenuto et al. 2012, 2014).

The third part of Figure 3 we show the decay of the magnetic field in the third phase of evolution. The initial magnetic field in this phase is approximately $10^{-2.5} B_0$. For a period of approximately 1.5×10^9 yr the field decays is negligible, thereafter the magnetic field decays by approximately two orders of magnitude down to $10^{-4.5} B_0$ in 2×10^9 yr, when the system is $\sim 8 \times 10^9$ years old. From this point on, it is not possible to observe the decay of the field and we state that the magnetic field reached the “bottom field” value.

3.1 The role of impurities

It is important to assess how the increase of the impurities affects the magnetic field decay. To understand this problem, we performed an analysis of the conductivity of the pulsar crust due the combined effects of phonons and impurities. We present the result in Figure 4.

As we see in equation 8 the conductivity due the phonons depends of the temperature as $1/T$ and from Figure 4 we see that for temperatures above the $\simeq 10^{6.5}$ K the conductivity due the impurities is higher than the conductivity due the phonons. Therefore, in the (second) accretion phase where the temperature is approximately 10^8 K the impurity conductivity dominates. After the accretion ends there is a rapid cooling of the star and the conductivity of the phonons takes over.

In the last (third) phase of this evolution we study the influence of the impurities and temperature on the magnetic field decay. We have calculated what happens with the magnetic field when the star changes its temperature (Figure 5). In this figure we can see that for low temperatures $T \geq 10^4$

K, the magnetic field depends on the exact value of the impurities. For higher temperatures, $T = 10^7$ K the decay is practically independent of the precise value of Q . Therefore, in the last stage of evolution of the pulsar the impurities are not the most important factor for the magnetic field decay: our study shows that the most important factor is in fact the value of the temperature, since the observed temperature of the pulsar is $\sim 10^6$ K.

4 DISCUSSION AND CONCLUSIONS

We have presented the calculations of the magnetic field evolution tracking the whole history of \sim Gyr black widows observed now in the ablation of the companion phase. We were able to show that after Gigayears of evolution, the magnetic field settles in a bottom field. Our calculations tentatively show that the most important factor for the temporal evolution of the B is the temperature instead of the exact value of impurities. This may be a unique feature of very long-lived systems in which evolutionary considerations are different from the standard LMXB case.

There are three factors that influence the absolute value of the bottom field. The first one is related to the accretion process: the accretion rate and the duration of the accretion phase. The stronger and longer is the accretion, the more and faster the magnetic field decays. This would lead to a lower value of the bottom field strength. The second factor is the crustal temperature evolution. Of course the accretion rate heats up the crust, making its temperature higher, as showed by equation 5, but once the accretion stops, the cooling mechanism acts fast. In the end, it is the temperature regime that would tell what keeps the bottom field in its value: if the superficial temperature is too low, the temperature itself would not keep the field; the impurities would. The third factor is the value of the initial magnetic field. For a fixed configuration that leads to $g(x,t)$, the evolution scales with $|\vec{B}_0|$ and thus, to reach what is observed in black widow systems, the inferred value is $|\vec{B}_0| \sim 10^{13}$ G. So, in the configuration fixed here a different value for $|\vec{B}_0|$ would lead to a different value of the bottom field. However, it must be emphasized that the field decay behavior, given by $g(x,t)$, does not depend on the initial value of $|\vec{B}_0|$ in our work. This behavior depends quite strongly upon the depth the field penetrates into the crust, which is in turn given by our chosen value of depth parameter x_0 .

We fixed $x_0 = 1.039$, and therefore the g function behavior remained fixed (as, for example, Urpin & Muslimov 1992). Within this approach with fixed x_0 , the choice of another value for $|\vec{B}_0|$ will shift the curve upwards or downwards without changing the shape of the g curve, i.e., the behavior of the field decay (see, for a discussion about this point Geppert & Urpin 1994; Urpin & Muslimov 1992).

A remark should be added to better explain our conclusions at this point. We assert that it is the temperature that keeps the field because the observed temperature of black widows is $T \gtrsim 10^6$ K, safely in the regime where *it is* the temperature that keeps the value of the bottom field (see Figures 4 and 5).

Now, a last issue should be addressed, the Hall effect. As shown in Figures 1 and 2 the Hall effect is at most of the same order of the Ohmic decay and it does not affect

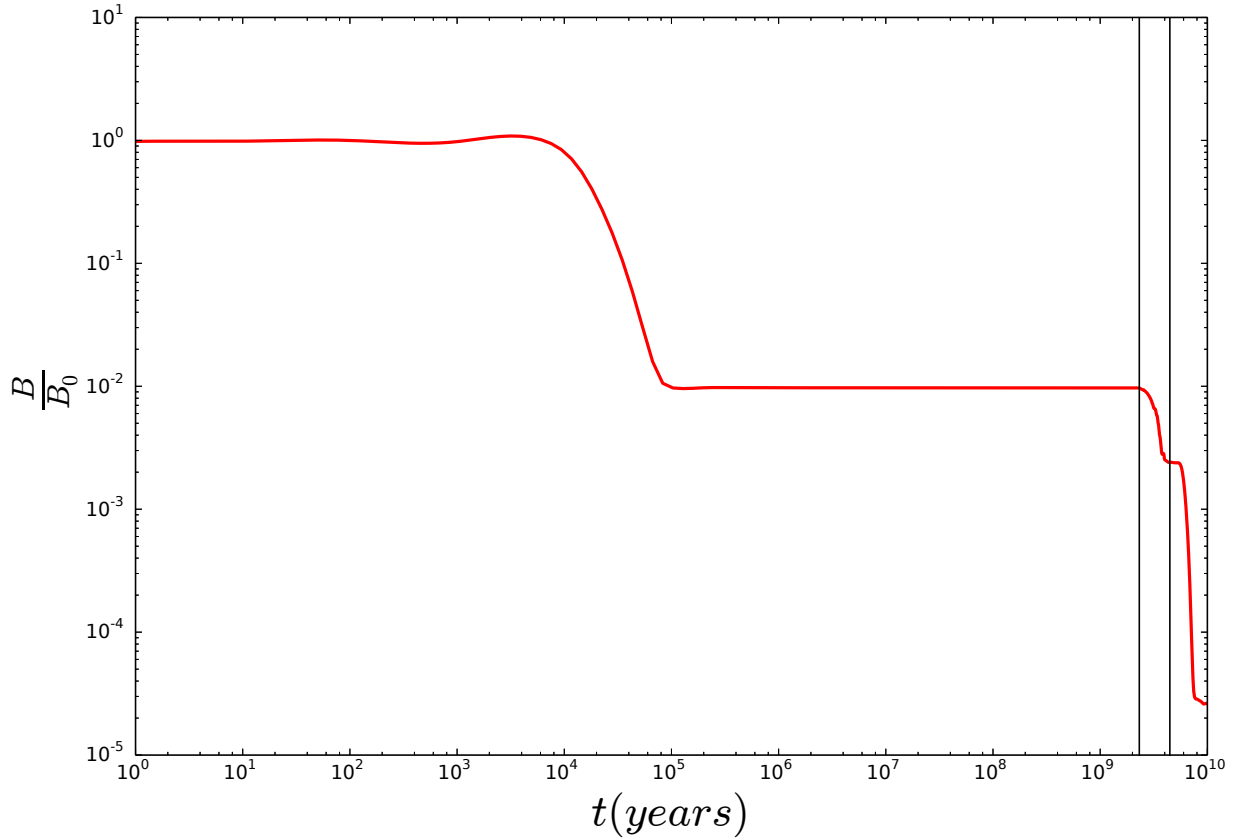


Figure 3. Evolution of the magnetic field in the pulsar for 10 Gyrs. We calculated the evolution in three phases: in the first phase, there is no accretion and the field decays for 2×10^9 years solely via Ohmic decay. The second phase comprised between the two vertical black lines, the accretion process begins and become intermittent. The second phase lasts roughly 2×10^9 years. The third phase, again there is no accretion and the field decays via Ohmic decay until 10×10^9 years.

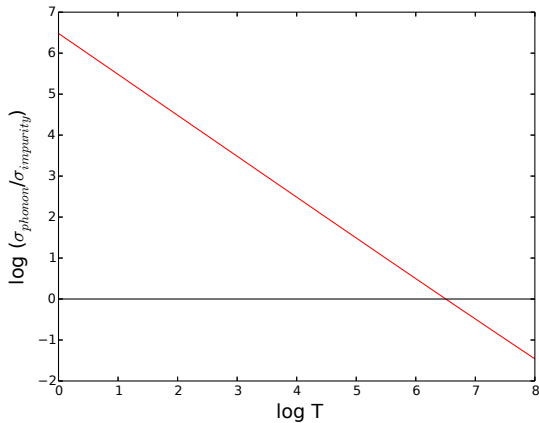


Figure 4. The combined phonon+impurity conductivity versus the temperature of the pulsar.

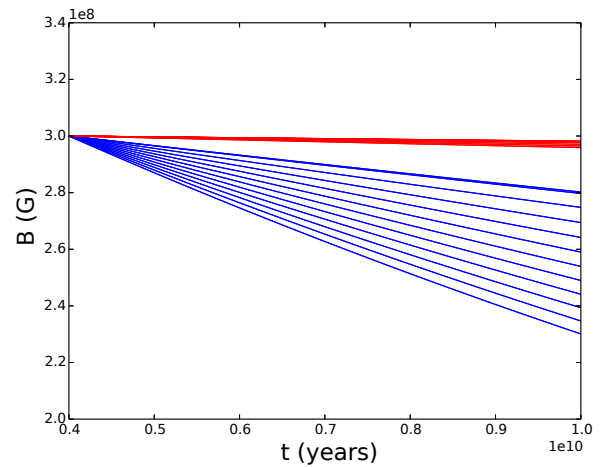


Figure 5. The magnetic field decay when we change the impurities for the temperature $T = 10^7$ K (red lines) and $T = 10^4$ K (blue lines).

appreciably the magnetic field decay. Thus, the “error” assumed in neglecting the Hall effect in our approach is as if

we “doubled” the Ohmic decay. So, in the end, as explicitly shown in Figure 2, the Hall effect can be safely neglected.

Before moving on, some words should be dedicated to why we made our calculations using a neutron star with $M = 1.33 M_{\odot}$ instead of $M = 1.6 - 1.8 M_{\odot}$ measured for millisecond pulsars. From Valentim et al. (2011) we know that the mass distribution of neutron stars is double peaked at $M = 1.37 M_{\odot}$ and $M = 1.73 M_{\odot}$. Because of the initial mass function we know that most of the neutron stars are born from the less massive and more abundant progenitors (recall that here the less massive are progenitor with $M \gtrsim 12 M_{\odot}$). So we assumed that at the beginning of the evolution the mass of the neutron star came from such progenitor. As the accretion proceeds, the neutron star mass increases, but there are estimations that the accretions of $M = 0.1 M_{\odot}$ would cause a change of only $M = 0.004 M_{\odot}$ in the crustal mass, the rest being pushed into the core. Then, in the end the mass of the neutron star increases with time, but most of this mass is concentrated in the deep regions of the star, with the crustal mass and its density profiles almost unchanged. Then we chose without loss of generality the most common mass for neutron stars, the differences in computations being negligible.

However, and assuming that the schematic B evolution is correct, there are still important questions to solve the whole evolutionary picture. We address the issue of the temperature evolution first.

We assume (Benvenuto et al. 2012) that the last phase lasts approximately 5–6 Gyr, and for this timescale the simplest cooling model tell us that the temperature of the star should be very low, an expectation which is not observed. On the contrary, observations tell us that the temperature of the pulsars in the reback phase is approximately 8×10^6 K and for the black widow phase the temperature is still $2 - 5 \times 10^6$ K (Gentile et al. 2014). Therefore we may consider that within the timescale of this phase (5–6 Gyr), the temperature is approximately constant. In short, the pulsars do not cool as the models predict.

To further quantify this statement we address the cooling process of these pulsars. The evolution of the temperature (neglecting General Relativity and complications) is

$$C_v \frac{dT}{dt} = -L_v, \quad (13)$$

where C_v is the thermal capacity, T is the temperature of the star, t is the time evolution and L_v is the neutrino luminosity. Considering the URCA process as the main effect that cools the star, two types of cooling are expected: slow neutrino cooling and fast neutrino cooling (Page et al. 2006).

The slow neutrino cooling occurs when we have a neutron star with a mass of approximately $1.5 M_{\odot}$, in which the Modified URCA and Bremsstrahlung process dominate. For more massive stars (around $2.5 M_{\odot}$) and higher densities we have the fast neutrino cooling driven by Direct URCA and (Page et al. 2006).

In what follows we assume $C_v = CT$, which results in

$$L_v^{slow} = N^s T^8 \quad \text{and} \quad L_v^{fast} = N^f T^6, \quad (14)$$

where $C = 10^{30}$ erg K $^{-2}$.

Knowing the cooling law of the star and the luminosity L_v we can find the constants N^s and N^f . Since a typical

redback age is approximately 4 Gyr and its temperature 8×10^6 K, while a black widow age is approximately 10 Gyr and its temperature 2×10^6 K, we use the equations 13 and 14 to find the constants $N^s = 9.93 \times 10^{-41}$ and $N^f = 3.08 \times 10^{-23}$.

Comparing this results with the values from the paper (Page et al. 2006) for this two process ($N^s = 10^{-32}$ and $N^f = 10^{-9}$), we conclude that these two values are lower than their theoretically expected ones by several orders of magnitude. In other words, according to the current models the neutron stars should have a much lower temperatures than the observed ones. One possible solution is to call for some agent that heats up the star to compensate the neutrino cooling, recalling that there is no accretion in this third phase.

Using the equation 13 again and adding a heat luminosity (L_{heat}) we can estimate the value of this putative luminosity to obtain the temperatures observed in black widow pulsars,

$$C_v \frac{dT}{dt} = -L_v + L_{heat}. \quad (15)$$

Considering that the evolution timescale from redbacks to black widow pulsars is quite long and that the temperature variation is very small, we can set $\frac{dT}{dt} \approx 0$ and conclude that

$$L_{heat} \approx L_v(T_{redbacks}) \quad (16)$$

Knowing that $T_{redbacks} \approx 8 \times 10^6$ K, we found that $L_{heat} \approx 1.68 \times 10^{23}$ erg s $^{-1}$ for the slow neutrino cooling process and $L_{heat} \approx 2.62 \times 10^{32}$ erg s $^{-1}$ for the fast neutrino cooling process. These are the order-of-magnitude luminosities of some internal mechanism that heats up the pulsar.

It could be that the Ohmic dissipation in the third evolutionary phase heats up the star, keeping the high temperature. In order to further check this, we fitted a function $B(t)$ to the field decay part in the third phase and estimated the energy generated by this process by $E_{diss} \sim \frac{V_{crust} B \dot{B}}{4\pi} \sim -3.5 \times 10^{35}$ erg. This would give an average heating rate of $\sim 5.5 \times 10^{20}$ erg/sec, three orders of magnitude less than the minimum L_{heat} calculated above, causing a negligible change in the temperature even along 2 Gyrs. Recall also that the cooling mechanism acts fast.

While some proposals have been advanced in connection with the problem of high temperatures inferred for old pulsars (Gentile et al. 2014), the definite long ages attributed to redbacks-black widows through evolutionary models allow a new twist on this problem extending the discrepancy to \sim several Gyr old objects.

In summary, in this paper, we have studied the evolution of the magnetic field of redback-black widow pulsars. We have considered the two main ingredients of field decay: the ohmic diffusion and the advection caused by the accretion of matter. After performing specific calculations, we conclude that the magnetic field does not decay below a bottom field (2×10^8 G), even within the very long evolution time inferred for these systems from evolution calculations (Benvenuto et al. 2012), provided they start with a 10^{13} G value at birth. In fact, these results extend the idea that magnetic fields do not decay below a bottom value for objects which are \sim 100 times older than ordinary field mil-

lisecond pulsars, and we consider this the main result of the present study.

The constancy of the magnetic field after reaching the bottom field value is driven by the pulsar temperature which also seems to remain quite constant, indicating that some mechanism in the pulsar can be heating up this star. Ultimately, this constancy of the temperature is entangled with the absence of decay of the magnetic field for very long times.

ACKNOWLEDGEMENTS

CM acknowledges the support from FAPESP (process 2013/04442-8) and from CAPES. MGBA acknowledges the support from FAPESP funding agency (process 2011/23996-9, 2015/20553-0). MGBA and JEH acknowledge FAPESP Thematic Project in Compact Objects (process 2013/26258-4). JEH acknowledges FAPESP and CNPq for the support. The authors also thank Dr. Luis H S Kadowaki for his useful comments on the code we used. Much of this work could not have been possible without his expertise.

REFERENCES

- Aguilera D. N., Pons J. A., Miralles J. A., 2008, *A&A*, **486**, 255
 Baym G., Pethick C., Sutherland P., 1971, *ApJ*, **170**, 299
 Becker W., 2009, *Neutron Stars and Pulsars*.
 Benvenuto O. G., De Vito M. A., Horvath J. E., 2012, *ApJ*, **753**, L33
 Benvenuto O. G., De Vito M. A., Horvath J. E., 2014, *ApJ*, **786**, L7
 Cumming A., 2002, *MNRAS*, **333**, 589
 Cumming A., Arras P., Zweibel E., 2004, *ApJ*, **609**, 999
 De Vito M. A., Benvenuto O. G., 2010, *MNRAS*, **401**, 2552
 Elfriz J. G., Pons J. A., Rea N., Glampedakis K., Viganò D., 2016, *MNRAS*, **456**, 4461
 García F., Aguilera D. N., Romero G. E., 2014, *A&A*, **565**, A122
 Gentile P. A., et al., 2014, *ApJ*, **783**, 69
 Geppert U., Urpin V., 1994, *MNRAS*, **271**
 Glendenning N., 1996, *Compact Stars. Nuclear Physics, Particle Physics and General Relativity*.
 Igoshev A. P., Popov S. B., 2015, *Astronomische Nachrichten*, **336**, 831
 Itoh N., Kohyama Y., Matsumoto N., Seki M., 1984, *ApJ*, **285**, 758
 Konar S., 1997, PhD thesis, JAP, Department of Physics Indian Institute of Science Bangalore, India and Astrophysics Group Raman Research Institute Bangalore, India
 Konar S., 2017, *Journal of Astrophysics and Astronomy*, **38**, 47
 Miralda-Escude J., Paczynski B., Haensel P., 1990, *ApJ*, **362**, 572
 Negele J. W., Vautherin D., 1973, *Nuclear Physics A*, **207**, 298
 Page D., Geppert U., Weber F., 2006, *Nuclear Physics A*, **777**, 497
 Payne D. J. B., Melatos A., 2004, *MNRAS*, **351**, 569
 Roggero A., Reddy S., 2016, *Phys. Rev. C*, **94**, 015803
 Savonije G. J., 1978, *A&A*, **62**, 317
 Saz Parkinson P., Belfiore A., Razzano M., 2014, in *AAS/High Energy Astrophysics Division*. p. 114.03
 Sengupta S., 1998, *ApJ*, **501**, 792
 Shibazaki N., Murakami T., Shaham J., Nomoto K., 1989, *Nature*, **342**, 656
 Slattery W. L., Doolen G. D., Dewitt H. E., 1982, *Phys. Rev. A*, **26**, 2255
 Urpin V. A., Muslimov A. G., 1992, *MNRAS*, **256**, 261
 Valentim R., Rangel E., Horvath J. E., 2011, *MNRAS*, **414**, 1427
 Viganò D., Pons J. A., Miralles J. A., Rea N., 2015, in *Cenarro A. J., Figueras F., Hernández-Monteagudo C., Trujillo Bueno J., Valdivielso L., eds, Highlights of Spanish Astrophysics VIII*. pp 90–101 ([arXiv:1501.06735](https://arxiv.org/abs/1501.06735))
 Wang J., Zhang C. M., Zhao Y. H., Kojima Y., Yin H. X., Song L. M., 2011, *A&A*, **526**, A88
 Wiringa R. B., Fiks V., Fabrocini A., 1988, *Phys. Rev. C*, **38**, 1010
 Zdunik J. L., Haensel P., Paczynski B., Miralda-Escude J., 1992, *ApJ*, **384**, 129
 Zhang C. M., 2013, in *van Leeuwen J., ed., IAU Symposium Vol. 291, Neutron Stars and Pulsars: Challenges and Opportunities after 80 years*. pp 583–585 ([arXiv:1305.2807](https://arxiv.org/abs/1305.2807)), [doi:10.1017/S1743921313000033](https://doi.org/10.1017/S1743921313000033)
 Zhang C. M., Kojima Y., 2006, *MNRAS*, **366**, 137
 van den Heuvel E. P. J. V. D., 2011, *Compact stars and the evolution of binary systems*. World Scientific Publishing Co, pp 55–73, [doi:10.1142/9789814374774_0006](https://doi.org/10.1142/9789814374774_0006)

This paper has been typeset from a $\text{\TeX}/\text{\LaTeX}$ file prepared by the author.