

Universidade de São Paulo
Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas
Departamento de Astronomia

Douglas Augusto de Barros

Órbitas estelares e evolução secular do disco Galáctico

São Paulo

2014

Douglas Augusto de Barros

Órbitas estelares e evolução secular do disco Galáctico

Tese apresentada ao Departamento de Astronomia do Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas da Universidade de São Paulo como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Ciências.

Área de Concentração: Astronomia

Orientador: Prof. Dr. Jacques Raymond Daniel Lépine

São Paulo

2014

Dedico esta tese aos meus pais, meus irmãos, minha sobrinha, e a todos os parentes próximos e amigos.

Agradecimentos

Durante o desenvolvimento do presente trabalho pude contar com a ajuda de diversas pessoas e instituições, para as quais expresso meus agradecimentos com grande prazer.

Ao meu orientador e professor Jacques Lépine, pela valiosa orientaçao, necessária para a conclusão desta tese, e indiscutível aten ao dedicada no decorrer destes anos.

 a minha mãe Amara Barros e ao meu saudoso pai Paulo Barros, aos quais devo todas as conquistas durante estes anos. A todos os meus irmãos: Patrícia Barros, Charles Barros, Simone Barros e Giselly Barros, pelo grande incentivo, apoio e ajuda nos momentos difíceis. à minha querida sobrinha La sis Barros, aos meus saudosos av s e a todos os parentes próximos e amigos: Edson José, Selma Barros, Rildo Sobral, Fabiano Roberto e Thyago Sobral.

Aos amigos da Torre Malakoff e Espaço Ciência: Everaldo, Leonardo, Diego, Rodrigo, Alan, Naishe, Lorena, Luiza, Edwin, Jailton, L via e Danilo.

Aos professores do IAG: Ramachrisna Teixeira (pelas valiosas sugestões e comentários sobre o andamento do projeto), Roberto Costa, Jacques Lépine, Silvia Rossi, Ant nio Mário Magalhães, Ruth Gruenwald, Ronaldo Souza, Gastão Lima Neto, Laerte Sodré, José Ademir e Walter Maciel (pelas disciplinas ministradas), e Jane Gregório Hetem, Vera Jatenco, Gastão Lima Neto, Roberto Boczko, Nelson Leister, Jacques Lépine e Ronaldo Souza (dos quais fui monitor).

Aos amigos do IAG: Alan Jorge, Felipe Oliveira, Márcio Barreto, Ulisses, Alessandro, Rodrigo Holanda, Rodrigo Vieira, Felipe Santos, Thiago Junqueira, Vinícius Busti, Fernana Urrutia, Tiago Ricci, Pedro, Tiago Z  Colmeia, Sergio Torres, Miguel Andr s, Reinaldo, Danilo, Gustavo, L via Aceto, Gleidson, Bruno Dias, Bruno Mota, Carlos Braga, Daniel May, Daniel Moser, Diana, Marcus Vinicius, Hugo, Juan, Luis Kadowaki, Paulo

Jackson, Thiago Caetano, Daiane, Fellipy, Graziela, Márcia, Marcio Avellar, Greg Kowal, Juliana, Rogério, Rafael Kimura, Rafael Santucci, Rodrigo Souza, Silvio, Cesar, Oscar e Vinícius Placco (também pelo template iagtese), ..., entre tantos outros que com certeza eu devo ter esquecido neste momento.

À secretaria do IAG: Marina, Regina, Conceição, Aparecida, Marcel.

Ao setor de informática: Marco, Ulisses, Luis e Patrícia.

Às funcionárias da limpeza e café, em especial a Romilda, aos funcionários da biblioteca, portaria, administração e áudio-visual.

Ao professor Wilton Dias da UNIFEL.

Ao professor Francisco Brady do Depto de Física da UFPE.

A todos os professores e colegas do Instituto Luiz Negromonte, Escola Técnica Federal de Pernambuco e Universidade Federal de Pernambuco - Depto de Física.

Ao CNPQ e CAPES pelo apoio financeiro.

Enfim, a todos que contribuíram direta ou indiretamente para a conclusão deste estudo.

“Tudo parece impossível até que seja feito.”

*“Depois de se escalar um grande morro, nós descobrimos que existem muitas montanhas
a mais para se escalar.”*

Nelson Mandela

“A mente que se abre a uma nova ideia jamais voltará ao seu tamanho original.”

Albert Einstein

*“Um dos paradoxos dolorosos do nosso tempo reside no fato de serem os estúpidos os que
têm a certeza, enquanto os que possuem imaginação e inteligência se debatem em dúvidas
e indecisões.”*

Bertrand Russell

*“Imagine there’s no heaven/ It’s easy if you try/ No hell below us/ Above us only sky/
Imagine all the people living for today”*

John Lennon



Resumo

Analizamos os efeitos seculares de uma estrutura espiral Galáctica de longa duração sobre as órbitas estelares com raios médios nas proximidades da ressonância de co-rotação. Através de simulações de partículas-teste e diferentes modelos de potencial espiral com parâmetros restringidos pelas observações, verificamos a formação de um mínimo de densidade na co-rotação com uma amplitude de $\sim 30 - 40\%$ da densidade estelar adjacente. Tal mínimo é formado pela transferência secular de momento angular entre as estrelas e a onda de densidade espiral em ambos os lados da co-rotação. Demonstramos que a perda (ganho) secular de momento angular e o decréscimo (acrécimo) do raio orbital médio de estrelas exatamente no interior (exterior) da co-rotação pode contrabalançar a tendência oposta de troca de momento angular mostrada pelas estrelas orbitando os pontos Lagrangianos $L_{4/5}$ no círculo da co-rotação. Tais processos seculares na verdade permitem que ondas espirais estacionárias promovam migração radial através da co-rotação.

Propomos algumas evidências observacionais para o mínimo de densidade estelar no disco Galáctico, tal como a sua direta relação com o mínimo na curva de rotação observada da Galáxia no raio $R \sim 9$ kpc (para $R_0 = 7,5$ kpc), assim como a sua associação com um mínimo na distribuição de raios Galácticos de uma amostra de aglomerados abertos mais velhos que 1 bilhão de anos. A proximidade do raio da órbita solar à ressonância de co-rotação implica que a órbita solar se situa no interior de um anel de mínimo de densidade superficial (estelar + gás). Isto também implica uma correção para maiores valores para a massa total estimada do disco Galáctico, e conseqüentemente, uma maior contribuição da componente do disco à curva de rotação interna da Galáxia.

Baseado em uma descrição mais detalhada para a distribuição de massa do disco, desenvolvemos um modelo de massa para a obtenção do potencial gravitacional tridimensional

da Galáxia. Ajustamos os valores dos parâmetros do modelo de forma a reproduzir restrições dinâmicas observadas como a curva de rotação da Galáxia e o perfil local para a variação da força gravitacional com a altura ao plano do disco. Também utilizamos informações locais como a densidade superficial e o padrão de rotação observado. O modelo de massa é utilizado para a derivação do potencial gravitacional da Galáxia e o uso deste no estudo de órbitas estelares da componente do disco. Calculamos as órbitas para uma amostra de aglomerados abertos com distâncias e velocidades espaciais medidas. Os parâmetros orbitais derivados, tais como excentricidades orbitais e alturas máximas acima do plano, apresentam correlações negativas com as metalicidades dos objetos, o que é esperado quando se levam em conta os resultados dos modelos para a evolução química e dinâmica do disco da Galáxia.

Abstract

We analyse the secular effects of a long-lived Galactic spiral structure on the stellar orbits with mean radii close to the corotation resonance. By test-particle simulations and different spiral potential models with parameters constrained on observations, we verified the formation of a minimum with amplitude $\sim 30\% - 40\%$ of the background disk stellar density at corotation. Such a minimum is formed by the secular angular momentum transfer between stars and the spiral density wave on both sides of corotation. We demonstrate that the secular loss (gain) of angular momentum and decrease (increase) of mean orbital radius of stars just inside (outside) corotation can counterbalance the opposite trend of exchange of angular momentum shown by stars orbiting the Lagrangian points $L_{4/5}$ at the corotation circle. Such secular processes actually allow steady spiral waves to promote radial migration across corotation.

We propose some pieces of observational evidence for the minimum stellar density in the Galactic disk, such as its direct relation to the minimum in the observed rotation curve of the Galaxy at the radius $R \sim 9$ kpc (for $R_0 = 7.5$ kpc), as well as its association with a minimum in the distribution of Galactic radii of a sample of open clusters older than 1 Gyr. The closeness of the solar orbit radius to the corotation resonance implies that the solar orbit lies inside a ring of minimum surface density (stellar + gas). This also implies a correction to larger values for the estimated total mass of the Galactic disk, and consequently, a greater contribution of the disk component to the inner rotation curve of the Galaxy.

Based on a detailed description of the mass distribution in the disk, we developed a mass model with the aim to obtain the tridimensional gravitational potential of the Galaxy. We adjusted the values of the parameters of the model in order to reproduce

observed dynamical constraints, such as the rotation curve of the Galaxy and the local profile of the variation of the gravitational force with respect to the height above the plane of the disk. We also used informations about the estimated local surface density and the measured local angular velocity. The mass model is then used for the derivation of the gravitational potential of the Galaxy and its use in the study of the stellar orbits in the disk component. We calculated the orbits for a sample of open clusters with distances and space velocities measured in the literature. The derived orbital parameters, such as the orbital eccentricities and maximum vertical distance above the Galactic plane, show negative correlations with the metallicities of the objects. Such trends are expected when it is taken into account the results from the models of chemical and dynamical evolution of the Galactic disk.

Lista de Figuras

1.1	Modelo de Lindblad para braços espirais	25
1.2	Estimativas de R_0 em função do tempo	30
1.3	Representação do sistema de eixos U V W	32
2.1	Curva de rotação observada da Galáxia	38
2.2	Representação esquemática dos parâmetros Galácticos no plano do disco	43
2.3	Mapeamento da estrutura espiral da Galáxia	49
2.4	Razão do campo de forças f_r em função do raio Galáctico	53
2.5	Curvas de frequências angulares no plano Galáctico	56
3.1	Diagrama de Lindblad	66
3.2	Contornos equipotenciais do potencial efetivo	67
3.3	Perfil radial do potencial efetivo	68
3.4	Gráficos de superfícies equipotenciais	70
3.5	Diagrama esquemático do <i>Landau damping</i>	78
3.6	Diagrama ΔL versus R de acordo com Lynden-Bell & Kalnajs 1972	79
3.7	<i>Phase shift</i> em função do raio Galáctico	81
3.8	Resultados de simulação N-corpos de Zhang (1996)	83
3.9	Diagrama ΔL versus R de acordo com Zhang (1998)	87
3.10	Diagrama composto ΔL versus R	87
4.1	Distribuições radiais iniciais de densidade e dispersão de velocidades	93
4.2	Variação temporal da amplitude do potencial espiral	94
5.1	Sequência temporal da distribuição de partículas no plano galáctico	98

5.2	Densidades inicial e final de estrelas no disco - simulação com modelo Sp1 .	101
5.3	Dispersão radial de velocidade em função do raio galáctico - simulação . . .	102
5.4	Variações de L e amplitudes relativas de densidade - simulação	103
5.5	Sequência temporal das variações de momento angular no disco - simulação	106
5.6	Trajétórias orbitais próximas à co-rotação - simulação	109
5.7	Variações ΔR versus raio inicial - simulação	111
5.8	Posições de partículas em um instantâneo da simulação	115
5.9	Evolução temporal da dispersão radial de velocidade - simulação	117
5.10	Distribuição das regiões deficientes em H I no plano Galáctico	119
5.11	Amplitudes relativas de densidade para várias simulações	121
5.12	Evolução temporal da dispersão radial de velocidade em R_0 - simulações .	128
6.1	Perfis radiais - densidade superficial e velocidade circular de rotação	133
6.2	Raios Galácticos e idades de amostra de aglomerados abertos	137
6.3	Distribuição de raios Galácticos de aglomerados abertos velhos	139
6.4	Posições dos aglomerados abertos velhos no plano Galáctico	140
6.5	Distribuições de raios Galácticos e idades de Cefeidas	142
6.6	Distribuição de raios Galácticos para amostra de Cefeidas velhas	143
6.7	Diagramas cor-magnitude K vs. $(J - K)$ com dados do 2MASS	145
6.8	Densidade de estrelas Red Clump em função do raio Galáctico	149
6.9	Abundância de Fe de aglomerados abertos em função do raio Galáctico . .	150
8.1	Distribuição de densidade superficial de H I	170
8.2	Ilustração para método do cálculo da velocidade de rotação do disco	171
8.3	Perfis para a dependência da densidade com a altura z	175
8.4	Variação da escala de altura do disco em função do raio Galáctico - <i>flare</i> .	179
8.5	Velocidades terminais e ajuste a partir do modelo 1	194
8.6	Velocidades $W(R)$ e ajuste a partir do modelo 1	195
8.7	Curva de rotação obtida a partir do modelo 1	195
8.8	Distribuições radiais de partículas das componentes do disco - modelo 1 . .	202
8.9	Distribuições verticais de partículas das componente do disco - modelo 1 .	202
8.10	Distribuição de partículas no plano meridional $R - z$ - modelo 1	203

8.11	Representação no plano meridional do sistema bojo-disco - modelo 1	203
8.12	Representação no plano $l - b$ do sistema bojo-disco - modelo 1	204
8.13	Curvas equipotenciais no plano meridional - modelo 1	207
8.14	Contornos para o gradiente radial do potencial - modelo 1	208
8.15	Contornos para o gradiente vertical do potencial - modelo 1	208
8.16	Força K_z em função da altura ao plano z	209
8.17	Curva de rotação para várias alturas z - modelo 1	209
8.18	Distribuição de velocidades de estrelas do Hipparcos com $d \leq 200$ pc	210
9.1	Órbita típica de aglomerado aberto (NGC 5316)	216
9.2	Distribuições dos parâmetros orbitais dos aglomerados abertos	218
9.3	Comparação dos parâmetros orbitais dos aglomerados abertos	220
9.4	Distribuições de idade e metalicidade de amostra de aglomerados abertos	221
9.5	Metalicidade dos aglomerados abertos em função do raio Galáctico	222
9.6	Relação excentricidade-metalicidade dos aglomerados abertos	222
9.7	Relação altura máxima-metalicidade dos aglomerados abertos	223
9.8	Excentricidade e z_{\max} em função da idade dos aglomerados abertos	224
9.9	Relação entre excentricidades e z_{\max} dos aglomerados abertos	225
9.10	Relação excentricidade- z_{\max} -metalicidade dos aglomerados abertos	225
9.11	Órbita do aglomerado aberto NGC 188	226
9.12	Órbita do aglomerado aberto NGC 2682	226
9.13	Órbita do aglomerado aberto NGC 2420	227
9.14	Órbita do aglomerado aberto NGC 752	227
9.15	Órbita do aglomerado aberto NGC 2506	227
9.16	Órbita do aglomerado aberto Berkeley 33	228
9.17	Órbita do aglomerado aberto Berkeley 20	228
9.18	Órbita do aglomerado aberto Berkeley 29	228
9.19	Órbita do aglomerado aberto Berkeley 31	229
9.20	Órbita do aglomerado aberto NGC 6791	229
9.21	Órbitas de aglomerados abertos de Wu et al. 2009	230
9.22	Comparação de z_{\max} de aglomerados abertos - modelos 1 e 3	231
9.23	Comparação dos parâmetros orbitais dos aglomerados - modelos 1 e 1M	233

10.1 Excentricidades, z_{\max} e metalicidades de estrelas do RAVE	240
--	-----

Lista de Tabelas

2.1	Parâmetros da curva de rotação	37
2.2	Posições das principais ressonâncias no plano Galáctico	55
2.3	Parâmetros da estrutura espiral e barra central Galácticas	59
2.4	Modelos da componente não-axissimétrica do potencial Galáctico	60
8.1	Escalas de altura e de <i>flare</i> das componentes do disco - modelos	180
8.2	Parâmetros das formas funcionais das componentes Galácticas	186
8.3	Massas das componentes Galácticas resultantes do modelo 1	193
8.4	Propriedades locais resultantes do modelo 1	194

Sumário

1. <i>Introdução</i>	23
1.1 Parâmetros Galácticos	29
1.2 Estrutura da tese	32
2. <i>O potencial gravitacional no plano Galáctico</i>	35
2.1 O potencial axissimétrico	35
2.2 O potencial espiral	43
2.2.1 Parâmetros da estrutura espiral	46
2.3 Ressonâncias	54
2.4 Modelos da componente não-axissimétrica do potencial	58
3. <i>Teoria do espalhamento das órbitas estelares pela perturbação espiral</i>	61
3.1 Potencial efetivo e integral de Jacobi	61
3.2 Curvas de velocidade-zero, pontos Lagrangianos e estabilidade	65
3.3 Variações de momento angular no disco galáctico	76
4. <i>Experimentos numéricos</i>	89
4.1 Aspectos gerais	89
4.2 Condições iniciais	91
5. <i>Resultados e análises</i>	97
5.1 Distribuições radiais	99
5.1.1 Variações de momento angular	100
5.2 A confiabilidade das simulações	112

5.3	O mínimo de densidade estelar na co-rotação	116
5.4	Resultados das simulações usando diferentes modelos espirais	120
5.4.1	Modelo Sp2	120
5.4.2	Modelo Sp3	120
5.4.3	Modelo Sp4	122
5.4.4	Modelo Sp5	123
5.4.5	Modelo Sp6	124
5.4.6	Modelo Sp1*	126
5.5	O aquecimento do disco no raio da órbita solar	127
6.	<i>Evidências observacionais para o mínimo de densidade estelar na co-rotação</i> . .	131
6.1	Evidência indireta a partir da curva de rotação	131
6.2	Evidência direta a partir da distribuição de objetos estelares velhos	135
6.2.1	Aglomerados abertos	136
6.2.2	Cefeidas	140
6.2.3	Estrelas <i>Red Clump</i>	143
6.2.4	Conclusões desta seção	149
7.	<i>Considerações adicionais sobre o mínimo de densidade estelar na co-rotação</i> . . .	153
7.1	Estabilidade do disco na co-rotação	153
7.2	Mudanças nas condições iniciais do disco e no potencial axissimétrico . . .	154
7.3	Anéis de densidade no disco externo da Galáxia?	155
7.4	O tempo de vida do padrão espiral	156
7.5	Um anel de mínimo de densidade estelar próximo ao raio da órbita solar .	157
8.	<i>O potencial gravitacional tridimensional da Galáxia</i>	161
8.1	Modelos de massa da Galáxia	162
8.1.1	Formas funcionais das componentes Galácticas	163
8.1.1.1	Bojo	163
8.1.1.2	Halo escuro	164
8.1.1.3	Disco(s)	166
8.1.2	Restrições observacionais	179
8.1.2.1	Velocidades terminais para a Galáxia interna	180

8.1.2.2	Velocidades de rotação na Galáxia externa	180
8.1.2.3	Outras restrições	182
8.1.3	Ajuste do modelo aos observáveis	184
8.1.3.1	<i>Cross-entropy</i> - descrição do algoritmo	187
8.1.3.2	Ajustes	190
8.2	Potencial axissimétrico no plano meridional do disco	196
8.2.1	Discretização da distribuição de massa dos discos	197
8.2.2	Cálculo do potencial do disco e gradientes	204
8.2.3	Interpolação do potencial e gradientes	207
9.	<i>Órbitas no potencial Galáctico</i>	213
9.1	Esquema de integração das órbitas	213
9.2	Órbitas de aglomerados abertos	215
10.	<i>Conclusões e perspectivas</i>	235
	<i>Referências</i>	241
	<i>Apêndice</i>	261
A.	<i>Phase shift nas equações de movimento Eulerianas e órbitas periódicas</i>	263
B.	<i>Variações seculares de momento angular e raio orbital médio</i>	269

Introdução

As primeiras tentativas de descrever a nossa Galáxia provavelmente nasceram com o surgimento da nossa própria civilização. Mas somente a partir do século XVII, aliados aos avanços científicos e tecnológicos, os conceitos sobre a real estrutura da Via Láctea amadureceram o suficiente para fundamentar o nosso conhecimento científico atual.

A primeira observação científica da Via Láctea foi feita por Galileu Galilei em 1610. Usando a sua luneta, Galileu desvendou a natureza estelar da faixa esbranquiçada que se observava no céu, conseguindo distingüir as milhares de estrelas que a compõem, muitas delas concentradas em aglomerados. Desde então, a Galáxia tem sido objeto de intenso estudo, tendo vários pesquisadores contribuído ao longo destes séculos para a construção do modelo da Via Láctea atualmente conhecido.

Immanuel Kant, sendo influenciado pelas ideias de Thomas Wright, identificou a estrutura observada da Via Láctea como a de um disco de estrelas. Em 1775, incorporando as ideias da física Newtoniana, Kant argumentou que as estrelas da Via Láctea se comportariam como os anéis de Saturno e, conseqüentemente, toda a sua estrutura seria suportada dinamicamente pela rotação.

Do modelo da Via Láctea de William Herschel (1785) baseado em contagens de estrelas, às nebulosas espiraladas de Pierre Laplace, da classificação espectral das estrelas por William Huggins, à primeira paralaxe estelar medida por Friedrich Bessel em 1838, da descoberta da relação período-luminosidade das Cefeidas por Henrietta Leavitt ao início do século XX, muitos foram os avanços no campo da astronomia Galáctica.

Com os trabalhos de Harlow Shapley e Herber Curtis no início do século XX sobre as dimensões da Via Láctea, assim como a determinação de uma nova posição para o seu

centro, aliados aos estudos sobre a absorção da luz das estrelas pela poeira interestelar, realizados por Robert Trumpler, as idéias sobre o tamanho e estrutura da Via Láctea começaram a ficar bem estabelecidas. Nos anos de 1920, a natureza da Via Láctea como um sistema próprio foi entendida após as observações feitas por Edwin Hubble de que as chamadas ‘nebulosas espirais’ eram na verdade outras galáxias, não fazendo parte, portanto, da Via Láctea. O Grande Debate de 1920 sobre a real natureza de tais ‘nebulosas espirais’ daria razão, portanto, às ideias dos Universos Ilhas levantadas originalmente por Kant e Wright.

Após os anos de 1930, o acúmulo de informações a respeito da dimensão, composição e natureza da Galáxia, obtidas das observações, possibilitou o desenvolvimento de teorias sobre a estrutura e dinâmica das diferentes populações estelares que compõem este sistema. Vários pesquisadores, como Bertil Lindblad, Jan H. Oort, Walter Baade, entre outros, forneceram importantes resultados com seus trabalhos nestes campos de pesquisa. Baade introduziu nos anos de 1940 o conceito de populações estelares, relacionando propriedades cinemáticas, distribuição espacial e propriedades intrínsecas das estrelas. Embora tenhamos obtido muitas informações nos últimos anos sobre a estrutura, dinâmica e formação da Via Láctea, ainda nos deparamos com muitas questões que permanecem em aberto.

Estudos pioneiros sobre a interpretação dos braços espirais em galáxias foram realizados por Bertil Lindblad, o qual desenvolveu o conceito de ondas de densidade para explicar o fenômeno. Lindblad concentrou seus esforços na investigação das órbitas Galácticas de estrelas individuais e nos efeitos ressonantes associados às mesmas. Segundo Lindblad, as posições geométricas das órbitas provocam os máximos de densidade em forma de braços espirais, ou seja, a densidade em um ponto é inversamente proporcional à distância entre duas órbitas vizinhas. Este conceito está ilustrado na figura 1.1, onde no painel à esquerda mostramos um conjunto de órbitas elípticas concêntricas e com eixos alinhados. No painel à direita, os eixos principais de todas as órbitas foram deslocados de um ângulo $\theta(R) = \alpha \ln R + \text{cte}$, sendo R o eixo-maior de cada órbita; nesta figura observa-se a formação de dois braços espirais logarítmicos.

Uma das teorias mais utilizadas para a descrição da estrutura espiral em galáxias é a das ondas de densidade de Lin e Shu (1964). Neste trabalho, os autores postularam a existência de uma onda em forma espiral sobre as estrelas como o resultado de uma pequena

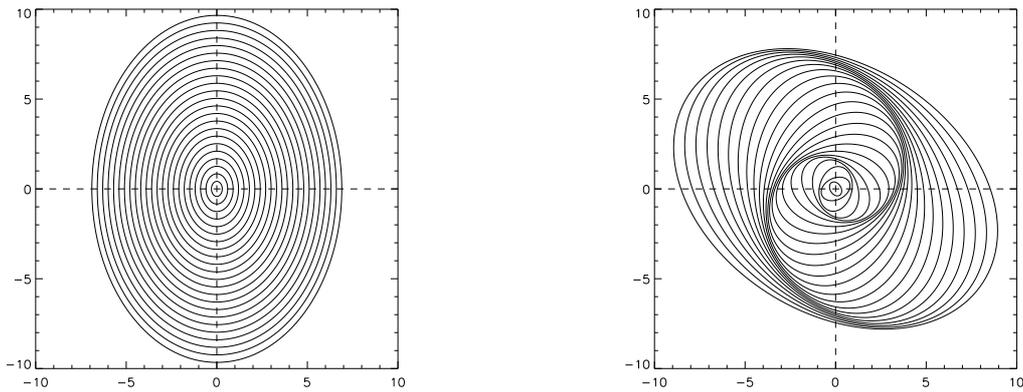


Figura 1.1: Modelo proposto por Lindblad para braços espirais. Painel à esquerda: órbitas elípticas concêntricas e com eixos alinhados. Painel à direita: resultado do deslocamento das órbitas mostradas à esquerda de um ângulo $\theta(R) = \alpha \ln R + \text{cte}$.

perturbação na densidade superficial total de massa do disco. A perturbação associada aos braços espirais rotaciona como um corpo rígido no disco da galáxia, com sua própria velocidade angular denotada por Ω_p . Lin e seus colaboradores, em uma série de trabalhos iniciados a partir de 1964, foram os primeiros a reproduzir resultados quantitativos de ondas de densidade como um efeito coletivo, através do uso de métodos matemáticos desenvolvidos e utilizados com sucesso em problemas análogos em física de plasma e hidrodinâmica.

Como apontado por Kalnajs (1973), uma importante implicação do modelo de Lindblad é que em regiões do plano galáctico onde a frequência de oscilação na direção radial permanece o dobro da rotacional, órbitas bi-simétricas inicialmente alinhadas, ao sofrerem uma perda sistemática do alinhamento, produzirão uma estrutura espiral de dois braços. Tal estrutura é chamada de ondas de densidade cinemática, uma vez que os padrões que elas formam são totalmente devido ao alinhamento das órbitas.

Um resultado da hipótese de que o padrão espiral gira como um corpo rígido, e levando em conta que a curva de rotação das galáxias espirais são relativamente planas, além de que a velocidade linear de um corpo rígido cresce linearmente com o raio ($v = \Omega_p \times R$), existirá pelo menos um determinado raio em que o material do disco rotaciona com a mesma velocidade do padrão espiral. Este raio define o raio de co-rotação do disco, o qual é de especial interesse na teoria da estrutura galáctica. É um raio onde ocorre uma condição de ressonância ($\Omega = \Omega_p$), embora não da mesma natureza das demais, uma vez

que não envolve a frequência epicíclica correspondente à oscilação orbital da estrela com respeito à órbita circular não-perturbada.

Deve ser exposto que, no entanto, as teorias clássicas de braços espirais às quais nos referimos anteriormente não têm sido capazes de prever o valor de Ω_p , o qual é tratado como um parâmetro livre a ser determinado através das observações. Se um determinado valor de Ω_p é adotado para uma galáxia com uma curva de rotação conhecida, então as posições de todas as ressonâncias são automaticamente determinadas. Aqui nos referimos às ressonâncias entre os movimentos de rotação das estrelas em torno do centro galáctico, o movimento epicíclico, e o movimento de rotação do padrão espiral. Uma vez que Ω_p não é conhecido *a priori*, as posições das ressonâncias podem parecer ser arbitrárias. Adicionalmente a este desafio, há teorias de braços espirais que alegam que a velocidade angular do padrão é uma variável dependente do raio galáctico, ou mesmo que há vários padrões de velocidades sobrepostos no disco (e.g. Sellwood e Binney 2002; Merrifield, Rand e Meidt 2006, entre outros), ou ainda que os braços espirais são fenômenos estocásticos.

Esta situação tem mudado mais recentemente, quando vários efeitos mensuráveis da co-rotação foram observados na nossa Galáxia. Houve vários trabalhos no passado que mostraram que o raio de co-rotação na Galáxia é próximo do raio da órbita solar (e.g. Marochnik, Mishurov e Suchkov 1972; Creze e Mennessier 1973; Mishurov e Zenina 1999, entre outros). Uma medida direta do raio de co-rotação da Galáxia foi realizada por Dias e Lépine (2005) utilizando uma amostra de aglomerados abertos jovens. Tal amostra inclui objetos com distâncias medidas, idades e velocidades espaciais (movimentos próprios e velocidades radiais) determinadas, sendo possível então integrar as suas órbitas em direção ao passado e encontrar os locais de seus nascimentos no disco da Galáxia. Uma vez que os aglomerados abertos nascem nos braços espirais, pode-se seguir as posições dos braços como uma função do tempo. Baseados nesta ideia, Dias e Lépine (2005) determinaram o raio de co-rotação como sendo $R_{cr} = (1,06 \pm 0,08)R_0$, onde R_0 é a distância do Sol ao centro Galáctico. Ao longo deste trabalho, o subscrito ‘₀’ denotará os valores dos parâmetros no raio da órbita solar, a menos que seja afirmado o contrário.

Uma predição de soluções analíticas hidrodinâmicas e de simulações hidrodinâmicas é a de que um anel deficiente em gás deve se formar no raio de co-rotação devido à interação do gás no disco com o potencial da perturbação espiral. De fato, a existência de tal mínimo na

densidade de gás foi evidenciada por Amôres, Lépine e Mishurov (2009) utilizando a base de dados do LAB *survey* (Kalberla et al. 2005) para a distribuição de hidrogênio atômico HI no disco Galáctico. Como discutido pelos autores, tal *gap* tipo Cassini na distribuição de gás já havia sido observado previamente por outros autores, mas uma vez que a existência do mesmo não foi entendida, nenhuma atenção foi dada a ele. Uma consequência esperada deste anel deficiente em gás é de que também deve haver uma depleção na densidade de estrelas jovens no mesmo raio Galáctico, uma vez que a taxa de formação estelar é esperada ser dependente da densidade do gás interestelar. E de fato, um mínimo na distribuição de aglomerados abertos jovens, e também na distribuição de Cefeidas, foi observado e reportado por Amôres et al. (2009). Associado a esta característica, existe também uma ‘queda’ abrupta na distribuição de metalicidades dos aglomerados abertos em raios próximos à co-rotação; a abundância média de Fe apresenta um decréscimo de $\sim 0,3$ dex para aglomerados com raios Galácticos situados logo após a co-rotação (Lépine et al. 2011). Este decréscimo é interpretado como sendo devido à evolução química independente nos dois lados da barreira produzida pelo mínimo na distribuição de gás. Isto é uma indicação de que a estrutura espiral da Galáxia é de longa duração, uma vez que o raio de co-rotação tem que ser mantido constante por alguns bilhões de anos para que seja desenvolvida tal queda na distribuição de metalicidades. Até o momento, foi considerado que o anel de mínimo de gás estava associado apenas ao correspondente mínimo de estrelas jovens, apesar de que foi mostrado por Lépine, Acharova e Mishurov (2003) que estrelas de qualquer idade inicialmente situadas na co-rotação não irão permanecer neste raio, mas apresentarão um movimento oscilatório em torno deste raio e com uma amplitude de vários kiloparsecs.

No presente trabalho, estudamos um processo de evolução secular interna do disco Galáctico induzido pela interação entre as estrelas e o potencial devido à estrutura espiral da Galáxia. Por processos seculares, referimo-nos à lenta evolução das galáxias em escalas de tempo que são muito maiores que o tempo de cruzamento ou o tempo de colapso do sistema (Kormendy 2013). Apresentamos uma investigação aprofundada dos efeitos das forças que atuam sobre as estrelas próximo ao raio de co-rotação. Predizemos a existência de um mínimo de densidade estelar neste raio, baseado tanto sobre considerações teóricas como também em simulações numéricas utilizando diferentes modelos para o potencial gra-

vitacional da perturbação devido à estrutura espiral. A formação do mínimo de densidade estelar na co-rotação tem sua base nas trocas de energia e momento angular entre as estrelas do disco e a onda espiral, de acordo com teorias desenvolvidas por Lynden-Bell e Kalnajs (1972) e na série de estudos realizados por Zhang (1996, 1998, 1999). A redistribuição secular da densidade superficial de massa, induzida pela transferência de momento angular nos discos de galáxias espirais, é governada pelo decréscimo do raio orbital médio para estrelas em raios interiores à co-rotação e o acréscimo desta quantidade para estrelas no lado externo à co-rotação. Sob um simples ponto de vista, a ressonância de co-rotação age como um repulsor sobre as órbitas estelares. Indo mais além, nós reexaminamos a distribuição Galáctica de aglomerados abertos, focando agora sobre os objetos mais velhos (com idades maiores que 1 bilhão de anos), e mostramos que o mínimo de densidade estelar próximo ao círculo da co-rotação de fato existe. Também mostramos a conexão entre este anel de mínimo de densidade estelar e o mínimo local na curva de rotação observada da Galáxia logo após o raio da órbita solar R_0 .

De posse de uma descrição detalhada para a distribuição de massa da componente do disco, desenvolvemos um modelo de massa para a obtenção do potencial gravitacional tridimensional da Galáxia. Construimos um modelo de massa para o disco, em ambas as componentes estelares e de gás, cujos parâmetros são baseados em modelos da literatura que descrevem a distribuição de brilho da Galáxia e modelos de contagens de estrelas. Ajustamos os valores dos parâmetros de forma que o modelo final obedeça a uma série de restrições observacionais, tais como a curva de rotação, as medidas da densidade superficial local, medidas da velocidade angular do padrão local de repouso, entre outros. Tal modelo de massa fornece uma descrição para o potencial gravitacional da Galáxia, o qual será utilizado no cálculo de órbitas estelares pertencentes ao disco. Realizamos um estudo inicial analisando as órbitas de aglomerados abertos na Galáxia. Aglomerados abertos constituem uma peça chave na investigação da história de formação e estrutura do disco Galáctico. Dado o fato de possuírem propriedades determinadas com bastante acurácia, tais como idade, composição química, distância, velocidades, etc., aglomerados abertos têm sido usados como importantes ferramentas no estudo da estrutura e cinemática dos braços espirais, no mapeamento da curva de rotação, no estudo da evolução química da Galáxia, entre outros. Nosso objetivo final consiste na investigação da dependência dos

parâmetros orbitais em função de parâmetros físicos estimados das estrelas como as idades, ou parâmetros observados como a composição química. Estas informações poderão ser utilizadas para a composição de um quadro da evolução temporal do disco Galáctico e a comparação com modelos evolutivos do disco propostos na literatura.

A seguir, apresentamos os valores dos parâmetros Galácticos utilizados neste estudo.

1.1 Parâmetros Galácticos

Como descrito por Reid (1993), a distância R_0 ao centro Galáctico é um dos parâmetros mais importantes na astronomia Galáctica, com implicações indo desde a dinâmica e luminosidade da Galáxia a escalas de distância extragalácticas e o valor da constante de Hubble. Muitos esforços têm sido feitos para determinar o valor de R_0 acuradamente, mas mesmo recentemente a concordância entre diferentes medidas ainda não foi atingida. A determinação do movimento próprio de Sgr A* no centro Galáctico (Reid e Brunthaler 2004) tem mostrado que o valor padrão recomendado pela IAU (Kerr e Lynden-Bell 1986) $R_0 = 8,5$ kpc não é compatível com o também valor padrão da IAU para a velocidade de rotação Galáctica no padrão local de repouso (LSR), $V_0 = 220$ km s⁻¹.

Alguns autores têm reportado sobre sérias discrepâncias encontradas nas distâncias de regiões de formação estelar derivadas a partir do método cinemático, as quais são algumas vezes cerca de 2 kpc maiores que as medidas por outros métodos, como distâncias espectro-fotométricas das estrelas O e B associadas. Lépine et al. (2011) argumentam que tal problema pode ser minimizado se for adotada uma escala mais curta para a Galáxia, como por exemplo $R_0 = 7,5$ kpc, e uma velocidade de rotação V_0 relativamente mais alta. Como apontado por Lépine et al., nas últimas décadas, muitos autores têm adotado o valor $R_0 = 7,5$ kpc (Racine e Harris 1989; Reid 1993, entre outros). Esta escala Galáctica mais curta, comparada ao valor recomendado pela IAU, é suportada por observações VLBI de fontes maser de H₂O associadas ao centro Galáctico. Mais recentemente, observações fotométricas no infravermelho de estrelas Red Clump do bojo resultaram em $R_0 = (7,52 \pm 0,10)$ kpc (Nishiyama et al. 2006), enquanto observações astrométricas e espectroscópicas da estrela S2 orbitando o buraco negro massivo no centro da Galáxia efetuadas pelo European Southern Observatory VLT (Eisenhauer et al. 2005) forneceram $R_0 = (7,94 \pm 0,42)$ kpc. Re-analisando a distribuição de aglomerados globulares, Bica et al.

(2006) determinaram $R_0 = (7,3 \pm 0,2)$ kpc. Estudos mais recentes baseados em paralaxes trigonométricas de regiões massivas de formação estelar, obtidas por VLBI (Very Long Baseline Interferometry), têm levado a valores maiores para R_0 , como por exemplo $R_0 = (8,4 \pm 0,6)$ kpc (Reid et al. 2009), ou $R_0 = (8,05 \pm 0,45)$ kpc (Honma et al. 2012). A figura 1.2 mostra uma evolução temporal das estimativas de R_0 na literatura, compiladas em Francis e Anderson (2013).

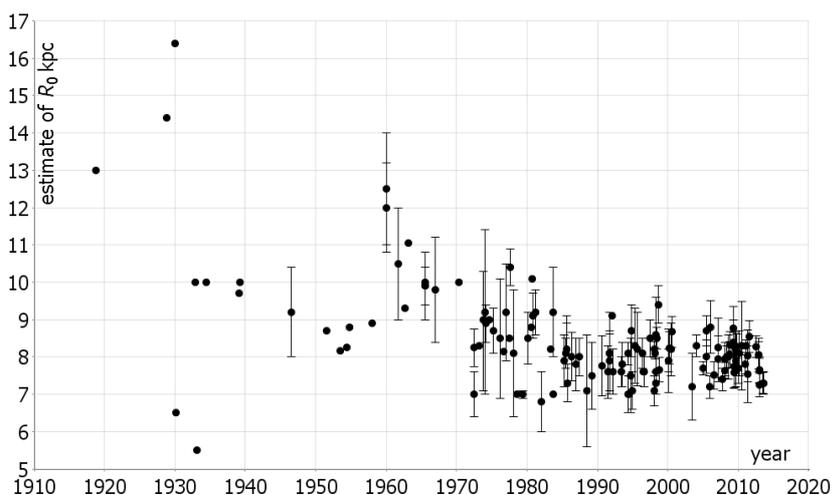


Figura 1.2: Estimativas da distância ao centro Galáctico R_0 em função do tempo. Figura retirada de Francis e Anderson (2013).

Os valores geralmente atribuídos à velocidade de rotação V_0 são escolhidos de forma a reproduzir a razão V_0/R_0 determinada pelas constantes de Oort ($V_0/R_0 = A - B$), cujo valor amplamente aceito é de $25 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$. Para escalas mais curtas $R_0 \sim 7,5$ kpc, teríamos a correspondente velocidade $V_0 \sim 190 \text{ km s}^{-1}$. A razão V_0/R_0 é exatamente a velocidade angular de rotação do LSR, denotada por Ω_0 . Uma medida de Ω_0 independente da curva de rotação Galáctica é a obtida a partir do movimento próprio de Sgr A* no centro da Galáxia. Backer e Sramek (1999) obtiveram para esta quantidade o valor $(6,18 \pm 0,19)$ mas ano^{-1} , correspondendo a uma velocidade angular de $(29,3 \pm 0,9) \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$. Mais recentemente, Reid e Brunthaler (2004) mediram a mesma quantidade com uma maior precisão e obtiveram $(6,379 \pm 0,024)$ mas ano^{-1} , o equivalente a $\sim (30,24 \pm 0,11) \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$. Deve ser notado que esta velocidade angular resultante é a composição da velocidade angular do LSR Ω_0 e a velocidade angular relativa ao movimento peculiar do Sol com respeito ao LSR. De qualquer forma, o movimento peculiar do Sol não deve

contribuir com valores muito maiores do que $\sim 1,5 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$, o que ainda põe tais estimativas para Ω_0 muito discrepantes com relação à derivada a partir das constantes de Oort. Entre alguns resultados mais recentes, Branham (2002) obtiveram $\Omega_0 = 30,3 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$, Fernández et al. (2001) encontraram $\Omega_0 = 30 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$, e Miyamoto e Zhu (1998) determinaram $\Omega_0 = 31,5 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$, todos a partir da cinemática de estrelas OB; Metzger et al. (1998) obtiveram um valor de $31,5 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ a partir da cinemática de Cefeidas, e Méndez et al. (1999) encontraram o valor $31,7 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ a partir do Southern Proper Motion programme.

A velocidade peculiar do Sol com respeito ao LSR é necessária para transformar qualquer velocidade heliocêntrica observada ao sistema galactocêntrico local. As componentes radial u_\odot e vertical w_\odot do movimento solar são consideradas como bem determinadas, uma vez que vários estudos estimam valores consistentes entre si. A componente na direção da rotação Galáctica v_\odot é mais difícil de ser determinada, principalmente devido ao fato do atraso médio com respeito ao LSR (*asymmetric drift*) depender da dispersão de velocidades σ_V de cada população estelar estudada (Schönrich et al. 2010). Um valor comumente adotado para v_\odot até algum tempo atrás era o estimado por Dehnen e Binney (1998b), $v_\odot = 5,25 \text{ km s}^{-1}$. Entretanto, uma recente reanálise dos dados reportada por Schönrich, Binney e Dehnen (2010) mostrou que o valor de v_\odot de Dehnen e Binney (1998b) estava subestimado, e que uma modificação com um acréscimo de $\sim 7 \text{ km s}^{-1}$ nesta componente era requerida, gerando $v_\odot = 12,24 \text{ km s}^{-1}$ com um erro sistemático de 2 km s^{-1} .

No presente estudo, adotamos a distância ao centro Galáctico $R_0 = 7,5 \text{ kpc}$. Para a velocidade local V_0 , utilizamos a restrição dada pelas medidas de movimento próprio de Sgr A*. Como mencionado anteriormente, a velocidade angular Ω_\odot resultante desta medida é a soma das velocidades angulares do LSR Ω_0 e do movimento solar v_\odot/R_0 . Adotando $\Omega_\odot = 30,24 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$, $v_\odot = 12,24 \text{ km s}^{-1}$, e $R_0 = 7,5 \text{ kpc}$, encontramos para a velocidade angular do LSR:

$$\Omega_0 \equiv \Omega_\odot - \frac{v_\odot}{R_0} = 28,608 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}. \quad (1.1)$$

A correspondente velocidade linear local é de $V_0 = 214,56 \text{ km s}^{-1}$.

Neste trabalho, utilizamos o sistema Galactocêntrico local de velocidades U , V e W como o exemplificado na figura 1.3. A componente de velocidade V é orientada no sentido de rotação do LSR em torno do centro Galáctico; a componente W é orientada na direção perpendicular ao plano, no sentido do Polo Norte Galáctico; e a componente U é orientada no sentido do anti-centro Galáctico.

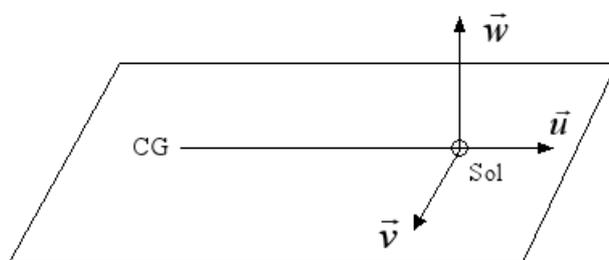


Figura 1.3: Representação do sistema de eixos para definição das componentes de velocidades: \vec{u} está direcionado ao longo do raio vetor que liga o Centro Galáctico (CG) ao Sol, positivo no sentido do anti-centro; \vec{v} está contido no plano Galáctico, perpendicular à \vec{u} , e positivo no sentido da rotação Galáctica; \vec{w} é perpendicular ao plano Galáctico e positivo no sentido do Polo Norte Galáctico.

1.2 Estrutura da tese

Esta tese é estruturada da seguinte forma:

- No capítulo 2, apresentamos o modelo do potencial no plano Galáctico baseado em expressões analíticas para ambos o potencial axissimétrico e o potencial espiral, e a localização resultante das principais ressonâncias no disco Galáctico.
- No capítulo 3, introduzimos os conceitos teóricos associados à formação do mínimo de densidade estelar na co-rotação.
- No capítulo 4, apresentamos os detalhes dos experimentos numéricos de integração de órbitas de partículas-teste no plano Galáctico.

-
- No capítulo 5, apresentamos as análises dos resultados das simulações, comparando-os com as previsões teóricas introduzidas no capítulo 3.
 - No capítulo 6, apresentamos algumas evidências observacionais que dão suporte à existência do mínimo de densidade estelar.
 - No capítulo 7, são discutidas algumas considerações adicionais sobre as implicações do mínimo de densidade às propriedades da Galáxia, e em particular, sobre a hipótese da órbita solar situada no interior do anel de um mínimo de densidade.
 - No capítulo 8, apresentamos o modelo para a distribuição de massa da Galáxia e a forma de obtenção do potencial gravitacional tridimensional associado e o correspondente campo de forças.
 - No capítulo 9, mostramos os resultados da integração de órbitas tridimensionais utilizando o modelo de potencial Galáctico, aplicando o método a uma amostra de aglomerados abertos e derivando os respectivos parâmetros orbitais.
 - No capítulo 10, apresentamos as conclusões finais e perspectivas de continuidade do presente estudo.

O potencial gravitacional no plano Galáctico

Neste capítulo, apresentamos uma descrição analítica do potencial gravitacional no plano do disco da Galáxia, o qual será necessário para a investigação das órbitas estelares. Expressões para ambas as componentes axissimétrica e não-axissimétrica (associada aos braços espirais) e os parâmetros numéricos correspondentes serão dados. O potencial Galáctico será a base tanto para a discussão teórica a respeito do espalhamento estelar pela perturbação espiral, como para os experimentos numéricos com órbitas de partículas-teste.

2.1 O potencial axissimétrico

Adotamos um modelo para o potencial Galáctico axissimétrico que reproduz o comportamento geral da curva de rotação observada da Galáxia. Para tanto, usamos uma expressão analítica para representar a velocidade circular como função do raio Galáctico, a qual é convenientemente ajustada por uma soma de funções exponenciais na seguinte forma:

$$V_c(R) = \alpha \exp \left[-\frac{R}{\beta} - \left(\frac{\gamma}{R} \right)^2 \right] + \delta \exp \left[-\frac{R}{\epsilon} - \frac{\eta}{R} \right]. \quad (2.1)$$

O segundo termo no lado direito da equação 2.1 acima corresponde à contribuição do bojo central à curva de rotação. A contribuição do disco é representada pelo primeiro termo no lado direito da equação 2.1, indicando o crescimento da velocidade circular com o raio nas partes internas da Galáxia e apresentando um suave decréscimo da velocidade a grandes raios Galácticos. Modelos de massa realísticos de galáxias tipo disco adotam um

perfil de densidade superficial do disco que decresce exponencialmente com o raio; este é um vínculo observacional provindo da fotometria superficial de galáxias espirais e S0 (Freeman 1970). No caso da Via Láctea, tal perfil é justificado observacionalmente, por exemplo, pela distribuição de brilho no infravermelho e modelos de contagens de estrelas, assim como pela distribuição superficial observada da componente gasosa do disco. Discos exponenciais, portanto, contribuem para uma curva de rotação que decresce em função da distância galactocêntrica. Possivelmente, halos de matéria-escura, baseados no modelo cosmológico Λ CDM, contribuem com a maior parte do conteúdo material a grandes distâncias do centro das galáxias. Tal componente não-bariônica tem sido uma alternativa utilizada nas últimas décadas para explicar a forma plana ou ascendente da curva de rotação nas regiões externas de algumas galáxias tipo disco observadas.

A curva de rotação expressa pela equação 2.1 pode ser então entendida como a resultante da combinação do bojo central, um disco exponencial e um halo escuro responsável pelo suporte à curva de rotação em grandes raios. No entanto, como nosso principal interesse neste capítulo é acerca da estrutura do disco estelar na vizinhança do raio de co-rotação da Galáxia, o comportamento exato da curva de rotação em grandes raios (assim como na região central, para raios menores que ~ 2 kpc) não deve afetar nossos principais resultados referentes ao espalhamento estelar por tal ressonância. Além disso, nesta etapa do estudo não estamos interessados na descrição detalhada das massas totais e parâmetros estruturais de cada componente Galáctica resultantes do modelo dinâmico adotado. Como restringiremos esta parte do estudo às órbitas estelares no plano Galáctico, o potencial axissimétrico $\Phi_{\text{ax}}(R)|_{z=0}$ pode ser diretamente derivado da curva de rotação:

$$\frac{d\Phi_{\text{ax}}(R)}{dR} = \frac{V_c^2(R)}{R} \quad \rightarrow \quad \Phi_{\text{ax}}(R) = \int \frac{V_c^2}{R} dR, \quad (2.2)$$

onde utilizamos a condição de que a força gravitacional é suportada pelo movimento circular da estrela em torno do centro Galáctico. A expressão mostrada na equação 2.1 é graficada como a curva sólida vermelha na figura 2.1. Como pode ser visto, tal expressão fornece uma curva de rotação bastante suave. Para alguns exemplos que serão demonstrados em seções a seguir, nós também utilizamos uma curva de rotação formada pela expressão na equação 2.1 e à qual um mínimo Gaussiano é adicionado para ajustar os

Tabela 2.1 - Parâmetros da curva de rotação (equações 2.1 e 2.3).

α	β	γ	δ	ϵ	η	A_{mcr}	R_{mcr}	σ_{mcr}
(km s ⁻¹)	(kpc)	(kpc)	(km s ⁻¹)	(kpc)	(kpc)	(km s ⁻¹)	(kpc)	(kpc)
240	120	3,4	360	3,1	0,09	22	8,9	0,8

dados da curva de rotação observada em raios $\sim 8,0 - 9,5$ kpc. A função Gaussiana para o **mínimo** na **curva de rotação (mcr)** é escolhida como tendo a seguinte forma:

$$f_{\text{mcr}}(R) = -A_{\text{mcr}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{R - R_{\text{mcr}}}{\sigma_{\text{mcr}}} \right)^2 \right], \quad (2.3)$$

onde A_{mcr} é a amplitude e σ_{mcr} é a meia-largura a $\approx 0,61$ da profundidade máxima do mínimo centrado no raio R_{mcr} . A curva de rotação formada pela soma das expressões nas equações 2.1 e 2.3, $V_c(R) + f_{\text{mcr}}(R)$, é bem próxima da derivada por Clemens (1985) e Fich et al. (1989), e tem sido usada em trabalhos recentes como em Lépine et al. (2008), Amôres et al. (2009), Lépine et al. (2011), entre outros. A interpretação de uma curva similar em termos de componentes Galácticas é dada no trabalho de Lépine e Leroy (2000). A curva verde na figura 2.1 mostra parte da curva de rotação onde a função Gaussiana da equação 2.3 é introduzida.

A figura 2.1 também mostra a curva de rotação observada da Galáxia utilizando vários dados obtidos da literatura: velocidades dos pontos tangentes das linhas de H I (Burton e Gordon 1978) na região central da Galáxia e pontos tangentes das linhas de CO no círculo solar interno (Clemens 1985), todos compilados por Sofue et al. (2009); dados de CO e regiões H II de Fich et al. (1989) e Blitz et al. (1982) para o círculo solar externo; e dados de emissão maser de regiões de formação estelar de alta massa com paralaxes trigonométricas obtidas por VLBI e compilados por Honma et al. (2012). A tabela 2.1 apresenta os valores dos parâmetros das equações 2.1 e 2.3 escolhidos para reproduzir a curva de rotação observada da Via Láctea.

Os dados originais compilados por Sofue et al. (2009) foram re-calculados pelos autores utilizando $R_0 = 8,0$ kpc para a distância Galactocêntrica do Sol e $V_0 = 200$ km s⁻¹ para a velocidade circular do Sol. Desta forma, convertemos os dados destes autores para a curva de rotação interna ao círculo solar utilizando o par (R_0, V_0) adotado neste estudo.

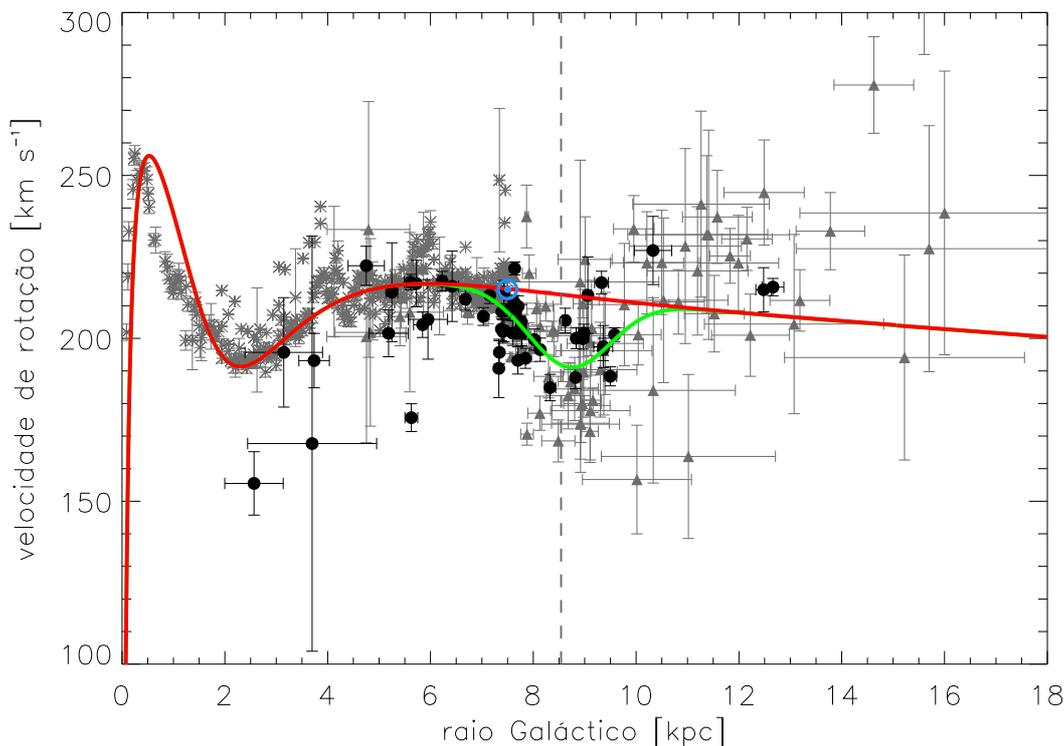


Figura 2.1: Curva de rotação observada da Galáxia. Asteriscos: dados de velocidades terminais a partir de linhas de emissão de HI e CO de Burton e Gordon (1978) e Clemens (1985) (compilados por Sofue et al. 2009); Triângulos: dados de emissão de CO e regiões H II de Fich et al. (1989) e Blitz et al. (1982); Círculos pretos: dados de emissão maser de regiões de formação estelar de alta massa compilados por Honma et al. (2012). A curva sólida vermelha representa a curva de rotação apresentada na equação 2.1; a curva verde mostra a função Gaussiana (equação 2.3) adicionada à equação 2.1 para ajustar os pontos localizados abaixo da curva vermelha. A linha vertical tracejada indica o raio de co-rotação para a curva de rotação sem o mínimo Gaussiano. O círculo azul indica a posição do Sol no gráfico.

Aplicamos a seguinte correção para os raios e velocidades:

$$\begin{cases} R = R_S \cdot \left(\frac{R_0}{R_{0S}} \right) \\ V_c = V_{cS} + (V_0 - V_{0S}) \cdot \left(\frac{R}{R_0} \right), \end{cases} \quad (2.4)$$

onde denotamos por R_S e V_{cS} os raios e velocidades compilados em Sofue et al. (2009) e R_{0S} e V_{0S} as constantes Galácticas utilizadas pelos autores. Para as incertezas em R e V_c , tomamos os mesmos valores apresentados por Sofue et al. (2009), onde admitimos que as transformações acima não devem introduzir alterações significativas nos erros estimados sobre os dados originais.

Para a curva de rotação externa ao círculo solar, compilamos os dados originais apresentados em Fich et al. (1989) e re-calculamos os raios Galácticos e velocidades de rotação das regiões H II e fontes CO a partir das distâncias heliocêntricas d , coordenadas Galácticas l e b , e velocidades radiais relativas ao LSR (linha-de-visada) V_{LSR} catalogadas. Utilizamos o seguinte par de equações:

$$\begin{cases} R = \sqrt{R_0^2 + (d \cos b)^2 - 2R_0 d \cos b \cos l} \\ V_c = \left[\left(\frac{V_{\text{LSR}}}{\sin l \cdot \cos b} \right) + V_0 \right] \cdot \frac{R}{R_0} \end{cases} \quad (2.5)$$

Antes, porém, as velocidades radiais V_{LSR} foram convertidas para o sistema heliocêntrico V_{helio} adicionando-se de volta as componentes do movimento solar definidas pelo modelo *standard* (Mihalas e Binney 1981) na direção da linha-de-visada de cada fonte. De acordo com o modelo solar *standard*, as componentes da velocidade peculiar do Sol são: $u_{\text{std}} = -10,4 \text{ km s}^{-1}$, $v_{\text{std}} = 14,8 \text{ km s}^{-1}$ e $w_{\text{std}} = 7,3 \text{ km s}^{-1}$. As velocidades heliocêntricas são recuperadas através da conversão:

$$V_{\text{helio}} = V_{\text{LSR}} - (u_{\text{std}} \cos l + v_{\text{std}} \sin l) \cdot \cos b - w_{\text{std}} \sin b, \quad (2.6)$$

e as novas velocidades radiais LSR foram re-calculadas compensando-se pelas novas componentes da velocidade solar de Schönrich et al. (2010) utilizadas neste trabalho ($u_{\odot} = -11,1 \text{ km s}^{-1}$, $v_{\odot} = 12,24 \text{ km s}^{-1}$ e $w_{\odot} = 7,25 \text{ km s}^{-1}$). Dos dados originais, excluimos as regiões H II com longitudes Galácticas entre 170° e 190° a fim de evitar a ocorrência de grandes erros que surgem devido ao fator $(1/\sin l)$ que aparece na segunda expressão da equação 2.5. As incertezas em raios σ_R e velocidades σ_{V_c} foram obtidas a partir das expressões:

$$\begin{cases} \sigma_R = \left| \frac{\cos b}{R} (d \cos b - R_0 \cos l) \right| \sigma_d \\ \sigma_{V_c} = \left[\Omega^2 \sigma_R^2 + R^2 (\Omega - \Omega_0)^2 \frac{\sigma_{V_{\text{LSR}}}^2}{V_{\text{LSR}}^2} \right]^{1/2} \end{cases} \quad (2.7)$$

onde σ_d é a incerteza na distância e $\sigma_{V_{\text{LSR}}}$ é a incerteza na velocidade radial LSR tabeladas

em Fich et al. (1989); a incerteza σ_{V_c} é dada em termos das velocidades angulares $\Omega = \frac{V_c}{R}$ e $\Omega_0 = \frac{V_0}{R_0}$.

Para as regiões de formação estelar com dados interferométricos VLBI compilados em Honma et al. (2012), encontramos informações sobre as velocidades espaciais tri-dimensionais das fontes, traduzidas nas componentes das velocidades radiais na linha-de-visada e velocidades tangenciais a partir dos movimentos próprios. Dessa forma, temos a oportunidade de relaxar a hipótese de movimento circular na obtenção das velocidades de rotação destas fontes. Das paralaxes π encontramos as distâncias heliocêntricas $d = 1/\pi$, e com as coordenadas Galácticas l e b obtemos os raios Galácticos utilizando a primeira expressão na equação 2.5. Para o cálculo das velocidades de rotação, seguimos os seguintes passos:

- Primeiramente, foram transformados os dados de movimento próprio em ascensão reta e declinação, apresentados na Tabela 1. de Honma et al. (2012), para movimento próprio em longitude e latitude Galácticas. Para tanto, fez-se uso de um conjunto de relações para conversão das coordenadas equatoriais em coordenadas Galácticas, que em forma matricial pode ser escrito como:

$$\begin{bmatrix} \cos b \cos(l - l_{CG}) \\ \cos b \sin(l - l_{CG}) \\ \sin b \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos i & \sin i \\ 0 & -\sin i & \cos i \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \cos \delta \cos(\alpha - \alpha_N) \\ \cos \delta \sin(\alpha - \alpha_N) \\ \sin \delta \end{bmatrix} \quad (2.8)$$

onde i é a inclinação do plano Galáctico com relação ao plano do equador celeste ($i = 62,9^\circ$), l_{CG} é a longitude do nodo ascendente ($l_{CG} \approx 33^\circ$), e α_N é a ascensão reta do nodo ascendente ($\alpha_N \approx 282,85^\circ$). Todos estes valores são válidos para o referencial J2000.

Em seguida, utilizou-se o sistema de equações que relacionam os movimentos próprios nas diferentes coordenadas (Carraro e Chiosi 1994):

$$\begin{cases} \mu_\alpha \cdot \cos \delta = \left(\frac{\partial \alpha}{\partial l} \cdot \mu_l + \frac{\partial \alpha}{\partial b} \cdot \mu_b \right) \cdot \cos \delta \\ \mu_\delta = \frac{\partial \delta}{\partial l} \cdot \mu_l + \frac{\partial \delta}{\partial b} \cdot \mu_b, \end{cases} \quad (2.9)$$

- As velocidades radiais heliocêntricas V_{helio} foram calculadas a partir das velocidades radiais V_{LSR} tabeladas utilizando a equação de conversão 2.6 acima.
- De posse das velocidades radiais heliocêntricas, movimentos próprios em longitude e latitude, distâncias e coordenadas Galácticas, utilizamos as seguintes equações para a obtenção das velocidades U , V e W no sistema heliocêntrico:

$$\begin{cases} U = 4,740 \mu_l d \sin l \cos b - (V_{helio} \cos b - 4,740 \mu_b d \sin b) \cdot \cos l \\ V = 4,740 \mu_l d \cos l \cos b + (V_{helio} \cos b - 4,740 \mu_b d \sin b) \cdot \sin l \\ W = 4,740 \mu_b d \cos b + V_{helio} \sin b \end{cases} \quad (2.10)$$

- As velocidades U , V e W acima foram corrigidas do movimento solar e do movimento do LSR para a obtenção das velocidades Π , Θ e Z no *sistema fundamental de repouso* (Mihalas e Binney 1981), que tem como origem o centro Galáctico:

$$\begin{cases} \Pi = U + u_{\odot} \\ \Theta = V + v_{\odot} + V_0 \\ Z = W + w_{\odot}, \end{cases} \quad (2.11)$$

onde Π é a componente de velocidade direcionada radialmente com respeito ao centro, tomada positiva no sentido do anti-centro Galáctico ($l = 180^\circ$, $b = 0^\circ$); Z é a componente de velocidade perpendicular ao plano Galáctico, tomada positiva na direção do polo Norte Galáctico ($b = +90^\circ$); Θ é a componente de velocidade tangencial, normal às duas outras componentes, e tomada positiva na direção de rotação Galáctica ($l = 90^\circ$, $b = 0^\circ$).

- De posse dos ângulos θ das fontes, definidos como sendo os ângulos entre os raios Galácticos R e o raio Galáctico solar R_0 (mostrado na figura 2.2), obtemos as componentes das velocidades espaciais das fontes projetadas no plano Galáctico e num referencial com origem no centro Galáctico e no qual o ângulo polar θ cresce no sentido horário. O par de equações abaixo fornece as componentes radiais V_R e azimutais V_ϕ Galactocêntricas das velocidades das fontes no referencial em questão:

$$\begin{cases} V_R = \Theta \sin \theta + \Pi \cos \theta \\ V_\phi = \Theta \cos \theta - \Pi \sin \theta \end{cases} \quad (2.12)$$

A figura 2.2 demonstra esquematicamente as orientações dos vetores velocidades \vec{V}_R e \vec{V}_ϕ no referencial local Galáctico. Consideramos então as velocidades V_ϕ como as velocidades de rotação das fontes maser de regiões de formação estelar. Os erros nos raios Galácticos foram calculados utilizando a primeira expressão na equação 2.7, onde os erros nas distâncias σ_d foram calculados a partir dos erros nas paralaxes σ_π : $\sigma_d = \frac{\sigma_\pi}{\pi^2}$. Os erros nas velocidades V_ϕ foram obtidos a partir da expressão:

$$\sigma_{V_\phi} = [\sin^2 \theta \sigma_\Pi^2 + \cos^2 \theta \sigma_\Theta^2 + V_R^2 \sigma_\theta^2]^{1/2}, \quad (2.13)$$

com os termos de erros dentro da raiz quadrada dados por:

$$\begin{cases} \sigma_\Pi = \sqrt{\sigma_U^2 + \sigma_{u_\odot}^2} \\ \sigma_\Theta = \sqrt{\sigma_V^2 + \sigma_{v_\odot}^2} \\ \sigma_\theta = \frac{1}{R^2} [y^2 \sigma_x^2 + x^2 \sigma_y^2]^{1/2}, \end{cases} \quad (2.14)$$

sendo $x = d \cos b \sin l$, $y = R_0 - d \cos b \cos l$, e σ_x e σ_y as incertezas correspondentes em função de σ_d .

É importante notar que as incertezas nas distâncias Galactocêntricas e velocidades de rotação calculadas são bem menores para a maioria de tais fontes maser quando comparadas àquelas das regiões H II, o que pode ser constatado analisando-se as barras de erro relativas à estes dois grupos de pontos na figura 2.1. Esta evidência serve como um forte argumento para a proposição de que os pontos na figura 2.1 relativos às fontes maser que não seguem a tendência suave da curva de rotação vermelha e são melhores ajustados pela curva com o mínimo Gaussiano (curva verde), estão representando de fato um comportamento real da curva de rotação neste intervalo de raios Galácticos. Em outras palavras, o mínimo local na curva de rotação logo após o raio orbital solar, cuja existência já havia sido evidenciada a partir dos dados de

regiões H II, agora é fortemente corroborado pelos dados interferométricos das fontes maser.

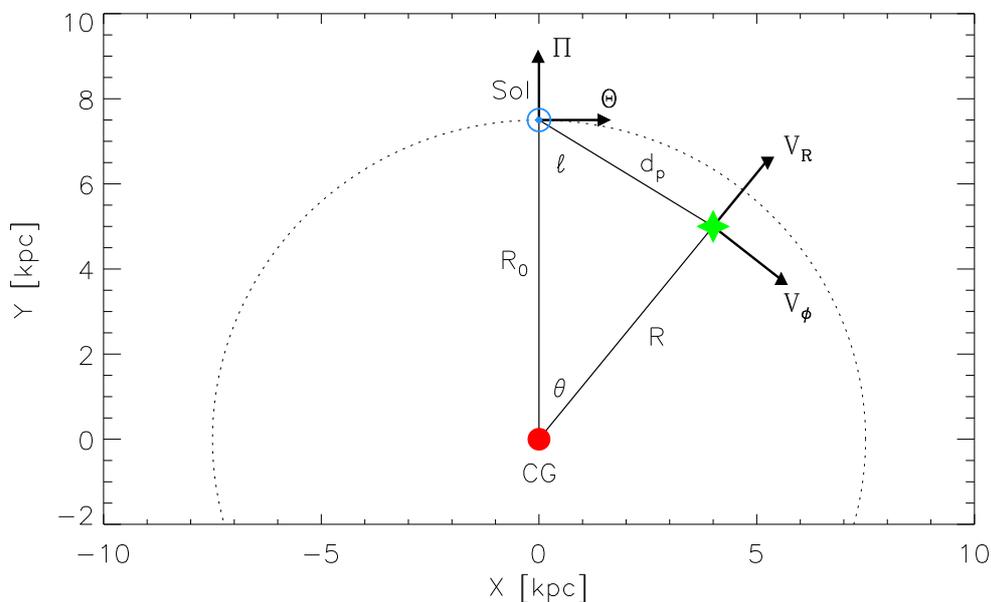


Figura 2.2: Representação esquemática dos parâmetros Galácticos no plano do disco: o Sol é indicado pelo círculo azul no topo da figura; o centro Galáctico é o círculo vermelho designado por CG; a estrela representa uma dada fonte a uma distância heliocêntrica d e longitude e latitude Galácticas l e b ; $d_p = d \cos b$ é a distância projetada no plano Galáctico. As componentes radial e azimutal V_R e V_ϕ da velocidade espacial da estrela no sistema local Galáctico estão representadas.

2.2 O potencial não-axissimétrico - perturbação devido à estrutura espiral

Representamos a parte não-axissimétrica do potencial Galáctico associada à estrutura espiral como a resultante de uma perturbação na distribuição axissimétrica de densidade do disco, na forma de uma espiral logarítmica. Esta perturbação pode se propagar no disco como, por exemplo, ondas de densidade de acordo com a teoria clássica dos braços espirais de Lin e Shu (1964); Lin et al. (1969), ou pela teoria cinemática dos braços espirais na concepção de Bertil Lindblad (Lindblad 1956) e seu desenvolvimento por A. Kalnajs (e.g. Kalnajs 1973). Enquanto o disco Galáctico apresenta rotação diferencial, i.e., a velocidade angular de rotação Ω é uma função do raio Galáctico, a velocidade de rotação

do padrão espiral Ω_p é considerada constante (rotação de corpo rígido). Isto define o raio de co-rotação R_{cr} como sendo o raio onde ambas as velocidades Ω e Ω_p coincidem. No regime linear da teoria de ondas de densidade, o potencial dos braços espirais é tratado como uma fraca perturbação ao potencial axissimétrico de fundo. Uma solução para o potencial espiral, neste regime linear, pode ser expressa na forma complexa como a dada por (Lin et al. (1969)):

$$\Phi_{sp}(R, \theta'; t) = A_{sp}(R) e^{i[\varphi(R) + m(\Omega_p t - \theta')]}, \quad (2.15)$$

onde $A_{sp}(R)$, o qual tem as mesmas unidades de potencial (e.g. $\text{km}^2 \text{s}^{-2}$), é a amplitude da perturbação espiral como função do raio e $\varphi(R)$ é a função que representa a forma da espiral logarítmica:

$$\varphi(R) = \frac{m}{\tan i} \ln \left(\frac{R}{R_0} \right), \quad (2.16)$$

onde i é o *pitch angle* dos braços espirais e m é o número de onda azimutal, o qual corresponde ao número de braços. Na expressão 2.15 a coordenada polar azimutal θ' é referente ao referencial inercial, onde o padrão espiral se move com velocidade Ω_p . No referencial em rotação com o padrão espiral utilizamos a coordenada $\theta = \theta' - \Omega_p t$. A solução de onda de densidade auto-consistente (expressão 2.15) é encontrada da seguinte forma: primeiramente, usamos a equação de Poisson para calcular o potencial gravitacional de um determinado padrão de densidade superficial; em seguida, determinamos como este potencial afeta as órbitas estelares, alterando a densidade superficial na galáxia; finalmente, equiparamos esta densidade superficial resposta com a densidade superficial imposta inicialmente, obtendo-se a solução auto-consistente (Binney e Tremaine (2008)). A solução para a estabilidade dos braços espirais na teoria de Lin e Shu utiliza o limite da chamada aproximação WKBJ, ou TWA (*tight-winding approximation*), a qual se baseia no fato de que para ondas de densidade com alto grau de enrolamento (i.e., ondas cujo comprimento de onda radial é muito menor que o raio considerado), termos de acoplamento de longo alcance do potencial perturbador podem ser desprezados. A densidade resposta é determinada localmente, e as soluções relevantes são analíticas. A parte real da solução para o

potencial da perturbação espiral (equação 2.15), no referencial em rotação com o padrão espiral, é expressa por:

$$\Phi_{\text{sp}}(R, \theta) = A_{\text{sp}}(R) \cos \left[\frac{m}{\tan i} \ln \left(\frac{R}{R_0} \right) - m\theta \right] \quad (2.17)$$

Uma outra descrição para o potencial espiral também adotada neste trabalho consiste no novo modelo para a perturbação espiral proposto por Junqueira et al. (2013). Em lugar da descrição do potencial por uma função co-seno na direção azimutal, como na equação 2.17, considera-se agora o potencial perturbador como uma ‘canaleta’ adicionada ao potencial axissimétrico do disco, a qual segue uma espiral logarítmica com perfil Gaussiano na direção normal aos braços. Esta ‘canaleta’ de potencial seria gerada pelo adensamento de órbitas estelares em determinadas regiões do disco, seguindo a forma espiral a partir da sucessiva inclinação do eixo-maior de cada órbita elíptica com relação ao da órbita mais interna, como na idéia proposta por Kalnajs (1973). Uma das vantagens deste novo potencial é que um perfil Gaussiano descreve de forma mais realista as variações de brilho dos perfis azimutais observados em galáxias espirais, quando comparado a um perfil senoidal. Além disso, ele também tende a criar uma estrutura mais auto-consistente, uma vez que a forma dos braços corresponde aos máximos de densidade formados pelo agrupamento espacial de órbitas estelares periódicas. Uma das principais características deste novo modelo não-axissimétrico é que ele é composto apenas por poços de potencial (as ‘canaletas’), cujo efeito é adicionar densidade na região dos braços, dentro de um modelo de auto-consistência. Este novo potencial é descrito por Junqueira et al. (2013) como:

$$\Phi_{\text{spg}}(R, \theta'; t) = A_{\text{spg}}(R) e^{-\frac{R^2}{\sigma_g^2} \{1 - \cos[\varphi(R) - m(\theta' - \Omega_p t)]\}}, \quad (2.18)$$

onde σ_g é a meia-largura da função Gaussiana que descreve o braço, em uma direção tangente ao círculo que cruza o braço em um determinado raio; $A_{\text{spg}}(R)$ é a amplitude da perturbação e $\varphi(R) = \frac{m}{\tan i} \ln \left(\frac{R}{R_0} \right)$. Os demais parâmetros são equivalentes aos apresentados na equação 2.17.

2.2.1 Parâmetros da estrutura espiral

Apesar dos esforços observacionais nas últimas décadas, muitas das propriedades da estrutura espiral da Galáxia permanecem bastante indeterminadas. Observa-se na literatura uma certa variedade de valores estimados para alguns parâmetros como número de braços, *pitch angle*, contraste de densidade dos braços, ângulo de fase com relação ao Sol, velocidade de rotação do padrão espiral, ou até mesmo uma certa confusão na nomenclatura dos braços (Vallée (2002); Mel’Nik e Rautiainen (2011)). Estas incertezas surgem do desafio observacional de se tentar mapear a estrutura espiral da Galáxia estando o observador praticamente no plano-médio do disco Galáctico. A alta extinção visual no disco torna difícil a obtenção de distâncias estelares confiáveis a partir de suas magnitudes absolutas e aparentes. Além disso, o método cinemático de determinação de distâncias de regiões HII e nuvens moleculares no plano Galáctico é afetado pela ambiguidade de soluções para as fontes localizadas dentro do círculo solar. A própria escala de distância depende do modelo cinemático adotado para a Galáxia (Lépine et al. (2011)).

1. Geometria

Georgelin e Georgelin (1976) publicaram um mapa da distribuição de regiões H II, cobrindo uma grande área do plano Galáctico, e propuseram um padrão espiral composto por 4 braços com um *pitch angle* médio de $i \approx 12^\circ$. Este modelo reproduz bem as direções tangenciais em diagramas longitude-velocidade da emissão térmica em rádio de H I e CO. Henderson (1977) encontrou que o melhor modelo que ajusta contornos de brilho de hidrogênio neutro em diagramas longitude-velocidade do plano Galáctico apresenta 4 braços, *pitch angle* de 13° , e fase de 160° com relação à região solar. O modelo de Georgelin e Georgelin (1976) tem sido atualizado por vários autores com base em novos dados observacionais (e.g. Lockman (1979); Downes et al. (1980); Wink et al. (1983); Caswell e Haynes (1987); Efremov (1998); Watson et al. (2003); Russeil (2003); Paladini et al. (2004); Russeil et al. (2007); Hou et al. (2009); Efremov (2011)).

Uma estrutura com quatro braços espirais e *pitch angle* de aproximadamente 14° foi proposta por Ortiz e Lépine (1993) em seu modelo da Galáxia para a predição de contagens de estrelas no infravermelho. Drimmel e Spergel (2001) apresentaram

perfis de emissão do plano Galáctico na banda K e em $240 \mu\text{m}$ (a partir de dados do *survey* DIRBE/*COBE*), evidenciando uma estrutura espiral composta por 2 braços na banda K, a qual está associada à uma componente não-axissimétrica da população estelar velha. Em contraste, a emissão em $240 \mu\text{m}$ da poeira presente no gás interestelar evidencia um modelo de 4 braços, em concordância com os dados em rádio e no óptico dos traçadores espirais. O autor sugere que a estrutura 4-braços ópticos traça a resposta do gás à estrutura 2-braços na banda K dos braços espirais estelares. A estrutura em 4-braços apresenta *pitch angle* $i = 13^\circ$ e a estrutura em 2-braços um *pitch angle* $i = 17^\circ$. Dois braços estelares principais também foram verificados por Churchwell et al. (2009) com os dados do *survey* em infravermelho Sptizer/GLIMPSE. Uma evidência observacional que corrobora este fato é a de que galáxias externas geralmente apresentam morfologias diferentes no azul e no infravermelho próximo (Grosbøl et al. (2004)). Muitas galáxias, classificadas como flocculentas ou sistemas multi-braços no azul, apresentam na banda K uma estrutura espiral de 2-braços *grand design* (Antoja et al. (2011); Block et al. (1994); Kendall et al. (2011)). A estrutura espiral da Galáxia também tem sido mapeada através da observação da emissão rádio em 21-cm do hidrogênio atômico (H I), como recentemente realizado por Levine et al. (2006) para o disco Galáctico externo ao círculo solar.

Amaral e Lepine (1997) estudaram órbitas estelares estáveis no disco Galáctico e verificaram que uma estrutura formada por uma superposição de 2 e 4 braços, com um *pitch angle* $i \approx 14^\circ$, é uma solução auto-consistente e reproduz as direções tangenciais aos braços espirais observada. Lépine et al. (2001) também descrevem o padrão espiral Galáctico em termos de um modelo de superposição de 2 e 4 braços espirais, encontrando parâmetros estruturais dos braços a partir do estudo da cinemática de Cefeidas e da análise de diagramas longitude-velocidade de uma amostra de regiões H II; as estruturas de modos 2 e 4 braços apresentam *pitch angles* $i = 6^\circ$ e $i = 12^\circ$, respectivamente. Lépine et al. (2011) apresentam um mapa da estrutura espiral da Galáxia usando como traçador a emissão molecular de CS associada às fontes *IRAS*; uma sub-estrutura em forma de quadrado no mapa de CS é identificada com a ressonância 4:1 de órbitas estelares. Os autores também atentam para o fato de que

galáxias externas não apresentam braços espirais puramente logarítmicos sobre grandes extensões radiais; os braços são frequentemente compostos de diferentes segmentos espirais com algum ângulo entre eles (e.g. Lépine et al. 2011; Chernin 1999; Efremov 2011). A Via Láctea possivelmente apresenta uma estrutura de braços semelhante a esta, pelo menos nas regiões mais externas do disco. Há ainda alguma discordância entre modelos que representam os braços espirais nas regiões externas da Via Láctea como uma extrapolação dos braços observados na região interna (Antoja et al. 2011). Além disso, geometricamente, 2 braços com *pitch angle* de 6° ou quatro braços com *pitch angle* de 12° são similares em termos da distância radial média entre braços.

A figura 2.3 mostra uma sequência de painéis com alguns dos mapeamentos da estrutura espiral da Via Láctea realizados por autores citados anteriormente. No topo, à esquerda, temos o modelo espiral de Georgelin e Georgelin (1976) ajustado à distribuição de regiões H II; à direita temos o modelo de quatro braços espirais de Russeil (2003) derivado a partir da distribuição de complexos de formação estelar. Nos painéis centrais, à esquerda temos o mapa em H I do disco externo da Galáxia levantado por Levine et al. (2006); à direita temos o modelo espiral de Hou et al. (2009) ajustado à distribuição de regiões H II e nuvens moleculares gigantes na Galáxia. Nos painéis inferiores temos, à esquerda, a concepção de Efremov (2011) para a estrutura segmentada dos braços (desvios da espiral logarítmica) ajustada sobre a distribuição de H I; e à direita temos o mapa da estrutura espiral apresentado por Lépine et al. 2011 a partir da emissão molecular do monossulfeto de carbono (CS) associada a fontes *IRAS*, além de algumas fontes maser de formação estelar e aglomerados abertos jovens.

Neste estudo, adotamos modelos de geometria espiral compostos por espirais logarítmicas com *pitch angles* $i = 6^\circ$ e 12° , para uma configuração de 2 e/ou 4 braços simétricos. Nosso ‘*modelo-padrão*’, o qual usaremos como base para a investigação dos efeitos da perturbação espiral sobre as órbitas estelares a partir das simulações, será composto por quatro braços espirais logarítmicos e com *pitch angle* $i = -12^\circ$ (o sinal negativo corresponde às espirais do tipo *trailing*).

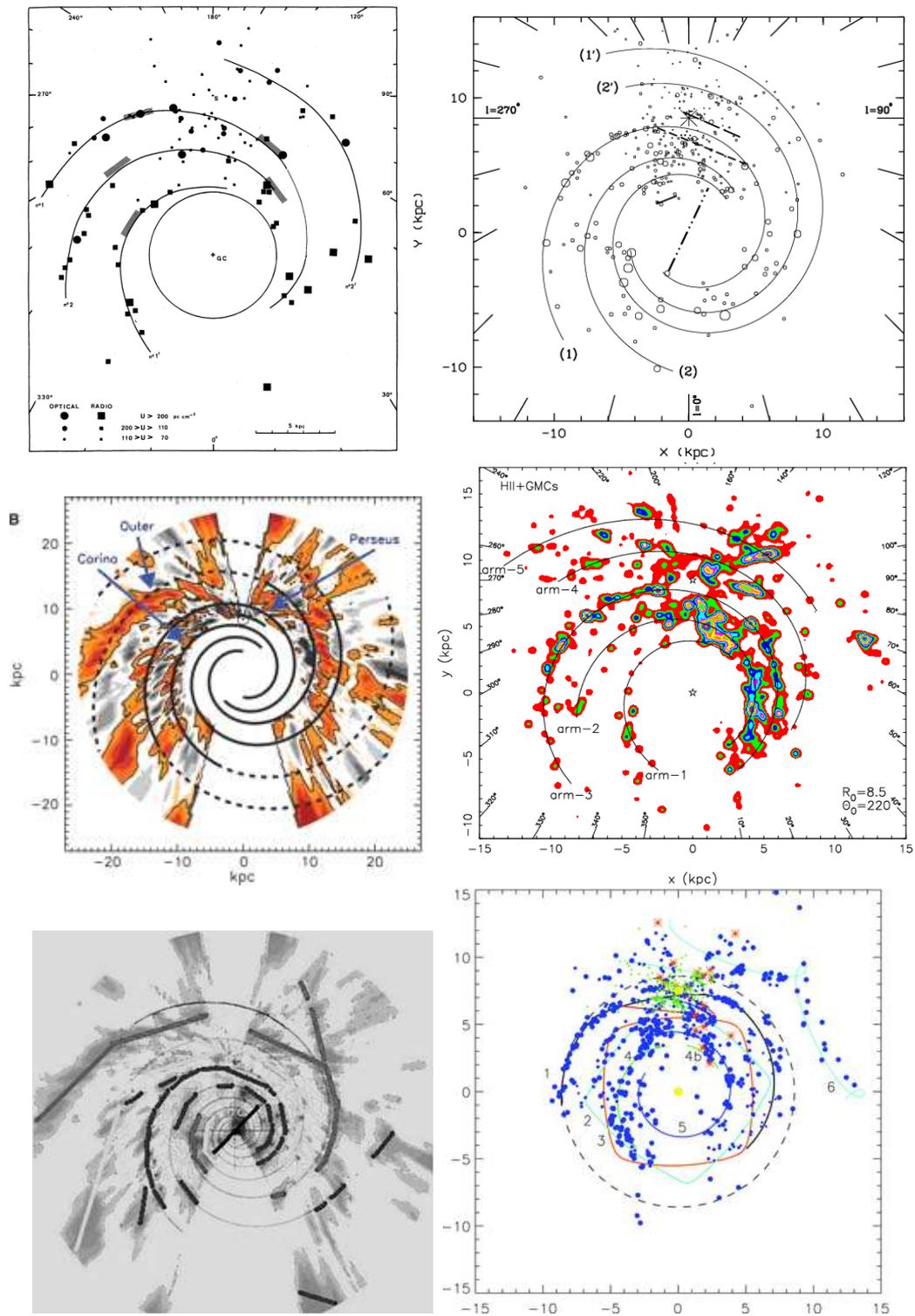


Figura 2.3: Mapeamento da estrutura espiral da Galáxia realizado por vários autores. Da esquerda para a direita e de cima para baixo: Geogelin e Geogelin (1976); Russeil (2003); Levine et al. (2006); Hou et al. (2009); Efremov (2011); Lépine et al. 2011. Para mais detalhes sobre cada painel, ver texto relativo à seção 2.2.1.

2. Velocidade angular de rotação Ω_p

Em um recente *review*, Gerhard (2011) lista os principais métodos de estimativas da velocidade angular de rotação do padrão espiral Ω_p e os valores obtidos na literatura para esta quantidade. Um amplo intervalo de valores tem sido encontrado para Ω_p , de ~ 13 a $\sim 40 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$. Entretanto, o método mais direto se baseia na determinação dos locais de nascimento de aglomerados abertos, como o realizado por Dias e Lépine (2005). O método consiste na integração numérica das órbitas dos aglomerados para um intervalo de tempo igual à idade de cada objeto; a distribuição de locais de nascimento para aglomerados em um determinado intervalo de idades fornece um padrão espiral, e pela comparação das posições de padrões obtidos por diferentes grupos de idades, a taxa de rotação do padrão espiral pode ser determinada. Dias e Lépine (2005) derivaram um valor para Ω_p de $25 \pm 1 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$, o qual corresponde a um raio de co-rotação de $R_{cr} = (1.06 \pm 0.08)R_0$, de acordo com a curva de rotação adotada pelos autores. É interessante notar que, recentemente, Bobylev e Bajkova (2012) também encontraram um valor para a velocidade do padrão espiral de $\Omega_p = 25 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$, para um modelo de quatro braços espirais e velocidade angular de rotação no raio orbital solar de $\Omega_0 = 30 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$. Nesta ocasião, os autores determinaram Ω_p analisando a fase dos braços espirais com relação ao Sol para grupos de Cefeidas Galácticas com diferentes idades médias. Neste estudo, também adotamos $\Omega_p = 25 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$, o qual em combinação com a curva de rotação da equação 2.1 fornece um raio de co-rotação de $R_{cr} = 8,54 \text{ kpc}$ (indicado pela linha vertical tracejada na figura 2.1). Este valor para R_{cr} é muito próximo do limite superior estimado por Dias e Lépine (2005) de $8,55 \text{ kpc}$ (para $R_0 = 7,5 \text{ kpc}$). Para a curva de rotação à qual o mínimo Gaussiano é adicionado, o raio de co-rotação muda para o valor $R_{cr} = 8,1 \text{ kpc}$.

3. Razão do campo de forças f_{r0}

No raio solar, a componente radial da força de perturbação espiral, no azimute θ onde o potencial Φ_{sp} é zero, é dada por:

$$\left. \frac{\partial \Phi_{sp}}{\partial R} \right|_{R_0, max} = \frac{A_{sp0} m}{R_0 \tan i}, \quad (2.19)$$

onde A_{sp0} é o valor da amplitude da perturbação no raio solar. A força radial devida ao potencial axissimétrico, no raio solar, é dada por:

$$\left. \frac{d\Phi_{\text{ax}}}{dR} \right|_{R_0} = \frac{V_0^2}{R_0} = R_0 \Omega_0^2, \quad (2.20)$$

onde Ω_0 é a velocidade angular de rotação no raio solar. A razão f_{r0} entre a componente radial da força devida aos braços espirais (equação 2.19) e aquela devida ao potencial axissimétrico (equação 2.20), no raio solar, é dada por:

$$f_{r0} = \frac{A_{\text{sp0}} m}{R_0^2 \Omega_0^2 \tan i}. \quad (2.21)$$

Yuan (1969) e Lin et al. (1969) estudaram o caso da migração de estrelas jovens dos braços espirais como uma aplicação da teoria de ondas de densidade. Os autores encontraram um intervalo limitado para a razão do campo de forças f_{r0} , entre 0,04 e 0,07, baseados em vínculos da época de formação de uma amostra de 25 estrelas, como locais de nascimento nos braços e dispersão de velocidades no nascimento. O valor final adotado pelos autores é de $f_{r0} = 0,05$, para $\Omega_p = 13,5 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$. No estudo sobre mecanismo de formação da estrutura espiral, Roberts e Hausman (1984) adotaram um modelo com valores da razão de forças variando de 0,05 a 0,1 na região do disco com raios entre 5 e 10 kpc. Mishurov et al. (1979) determinaram parâmetros da estrutura espiral da Galáxia a partir do campo de velocidades de uma amostra de 192 Cefeidas de longo período e derivaram $f_{r0} \approx 0,125$. Em estudos de galáxias externas, e.g. Visser (1980, para o caso de M81), Elmegreen et al. (1989, para o caso de M100), Rix e Zaritsky (1995), entre outros, têm-se derivado valores para f_{r0} de 0,1 a 0,2 em distâncias galactocêntricas correspondentes à distância solar em nossa Galáxia. Patsis et al. (1991) analisaram modelos auto-consistentes para uma amostra de 12 galáxias espirais normais e apresentaram uma correlação positiva entre *pitch angle* e a razão f_r ; a razão de forças cresce aproximadamente de forma linear com o *pitch angle*, das galáxias *early type* Sa às *late types* Sb e Sc. De acordo

com a figura 15 do referido artigo, uma galáxia com *pitch angle* $i \approx 12^\circ$ comporta uma razão de forças f_r dentro de um intervalo de $\sim 0,03$ a $0,08$. Nos modelos espirais do nosso estudo, realizamos testes com f_{r0} compreendido no intervalo $0,05$ a $0,15$ para o potencial espiral com perfil senoidal da equação 2.17. Para o potencial espiral com perfil Gaussiano (equação 2.18) utilizamos o mesmo intervalo adotado por Junqueira et al. (2013) de $f_{r0} = 0,03 - 0,06$.

4. Perfil radial da amplitude de perturbação $A_{\text{sp}}(R)$

Adotamos um perfil radial da amplitude da perturbação espiral como o dado por Contopoulos e Grosbol (1986):

$$A_{\text{sp}}(R) = \mathcal{A}_{\text{sp}} R e^{-R/R_{\text{sp}}}, \quad (2.22)$$

onde R_{sp} é a escala de comprimento dos braços espirais. Neste perfil, a amplitude cresce quase linearmente próximo ao centro e então decresce exponencialmente com o aumento do raio, atingindo o valor $A_{\text{sp}0}$ em R_0 . Para os valores da razão do campo de forças f_{r0} no intervalo $0,05$ a $0,15$, número de braços m e *pitch angle* i dos modelos adotados neste estudo, temos valores para a amplitude \mathcal{A}_{sp} variando de ~ 300 a $1800 \text{ km}^2 \text{ s}^{-2} \text{ kpc}^{-1}$. Este é um intervalo de amplitudes semelhante ao utilizado por Antoja et al. (2011) em seu modelo TWA de braços espirais, assim como o adotado por Minchev e Famaey (2010) no estudo sobre migração radial em discos galácticos. Em nossos modelos, adotamos a escala de comprimento dos braços espirais igual à escala de comprimento do disco, $R_{\text{sp}} = R_{\text{d}} = 2,5 \text{ kpc}$. A razão do campo de forças $f_r(R)$, obtida a partir do perfil radial para A_{sp} , em função do raio Galáctico é mostrada na figura 2.4 para o modelo espiral com $m = 4$ braços e $i = -12^\circ$; a razão é calculada em termos da amplitude máxima da força de perturbação em cada azimute θ . Na figura as curvas referem-se a dois exemplos de valores para $f_{r0} = f_R(R = R_0) = 0,05$ e $0,1$. Para raios $R \gtrsim 2 \text{ kpc}$ as curvas f_r apresentam um perfil radial governado principalmente pela forma da expressão para a amplitude $A_{\text{sp}}(R)$, uma vez que o potencial axissimétrico apresenta um gradiente menor neste domínio de raios.

5. Contraste de densidade dos braços $\delta\Sigma/\Sigma$

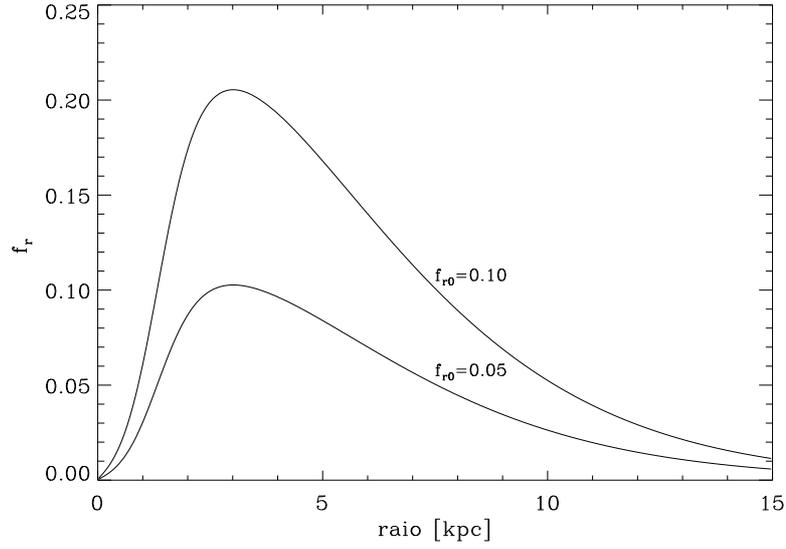


Figura 2.4: Razão entre a componente radial da força de perturbação espiral (valor máximo por azimuth) e a força axissimétrica em função do raio Galáctico. As curvas referem-se às normalizações $f_{r0} = 0,05$ e $0,1$ em $R_0 = 7,5$ kpc.

Outra quantidade relacionada à estrutura espiral é o contraste de densidade, definido como a razão entre a densidade máxima $\delta\rho$ devida ao potencial espiral e a densidade axissimétrica do disco ρ em uma determinada posição (R, θ) . Usando a equação de Poisson, a amplitude da densidade superficial perturbada $\delta\Sigma$, para uma galáxia espiral na qual a aproximação TWA (*tight wind approximation*) é válida, pode ser dada por (Contopoulos e Grosbol (1986)):

$$\delta\Sigma(R) = \frac{m \mathcal{A}_{\text{sp}} e^{-R/R_{\text{sp}}}}{2\pi G |\tan i|}. \quad (2.23)$$

Para um disco exponencial com densidade superficial $\Sigma(R) = \Sigma_c e^{-R/R_d}$, e sendo $R_{\text{sp}} = R_d$, o contraste de densidade superficial é dado por:

$$\frac{\delta\Sigma(R)}{\Sigma(R)} = \frac{\frac{m \mathcal{A}_{\text{sp}} e^{-R/R_{\text{sp}}}}{2\pi G |\tan i|}}{\Sigma_c e^{-R/R_d}} \Rightarrow \frac{\delta\Sigma}{\Sigma} = \frac{m \mathcal{A}_{\text{sp}}}{2\pi G \Sigma_c |\tan i|} = \text{cte} \quad (2.24)$$

Um contraste de densidade superficial constante é compatível com a ideia de que a densidade de estrelas jovens massivas contidas nos braços é proporcional à densidade

média do gás no disco em cada raio; o número de estrelas formadas deve ser proporcional ao fluxo de gás passando através dos braços espirais. Em um cenário mais realista, onde a taxa de formação estelar depende não apenas da densidade de gás como também da velocidade relativa do gás com respeito aos braços espirais, o perfil do contraste de densidade possivelmente apresentará uma variação radial.

Como notado por Antoja et al. (2011), determinações do contraste de densidade da estrutura espiral da Via Láctea são raras e carregam grandes incertezas associadas. Valores subestimados podem ser encontrados devido a incertezas sobre a escala de altura dos braços. Com base na literatura recente, estes autores adotam um intervalo para o contraste de densidade superficial de $0,1 < \delta\Sigma/\Sigma < 0,23$. Nossos modelos comportam um intervalo semelhante para esta quantidade, considerando alguns valores para a densidade superficial local Σ_0 estimados na literatura. Deve-se notar que tais valores referem-se ao contraste de densidade da componente estelar; para o gás esta quantidade deve ser maior, uma vez que a amplitude relativa da onda de densidade será tanto maior quanto menor for a dispersão de velocidades da classe de objeto no plano-médio do disco Galáctico.

6. *Ângulo de fase da estrutura espiral* χ_\odot

A fase da estrutura espiral com relação à posição do Sol χ_\odot não é um parâmetro importante para a análise inicial deste estudo, uma vez que estamos interessados nos efeitos globais da ressonância de co-rotação na distribuição de densidade estelar do disco. De qualquer forma, utilizamos os valores encontrados por Lépine et al. (2001) em seu modelo auto-sustentado da estrutura espiral: $\chi_\odot = 311^\circ$ para o modelo composto por 2 braços e $\chi_\odot = 122^\circ$ para o modelo de 4 braços. Este ângulo é somado ao argumento do co-seno na expressão para o potencial espiral nas equações 2.17 e 2.18.

2.3 Ressonâncias

A velocidade angular de rotação $\Omega = V_c/R$, a frequência do movimento epicíclico κ dada por:

Tabela 2.2 - Posições das principais ressonâncias no plano Galáctico para o conjunto de parâmetros utilizados neste estudo: $R_0 = 7,5$ kpc; $V_0 = 215$ km s $^{-1}$; $\Omega_p = 25$ km s $^{-1}$ kpc $^{-1}$.

Ressonância	Relação	Raio (kpc)
co-rotação	$\Omega_p = \Omega$	8,54
ILR 2:1	$\Omega_p = \Omega - \kappa/2$	2,30
OLR 2:1	$\Omega_p = \Omega + \kappa/2$	13,80
ILR 4:1	$\Omega_p = \Omega - \kappa/4$	5,60
OLR 4:1	$\Omega_p = \Omega + \kappa/4$	11,20

$$\kappa^2 = 4\Omega^2 \left(1 + \frac{1}{2} \frac{R}{\Omega} \frac{d\Omega}{dR} \right), \quad (2.25)$$

e a velocidade angular de rotação do padrão espiral Ω_p se relacionam sob a condição de ressonância, no referencial comóvel com os braços, da seguinte forma:

$$\frac{\kappa}{\Omega - \Omega_p} = \frac{m}{n} \quad (2.26)$$

As principais ressonâncias são a co-rotação ($\Omega = \Omega_p$) e as ressonâncias de Lindblad ($\Omega - \Omega_p = \pm\kappa/m$). A figura 2.5 mostra as curvas da velocidade angular Ω , frequência epicíclica κ , assim como as curvas $\Omega \pm \kappa/2$ e $\Omega \pm \kappa/4$ em função do raio Galáctico R obtidas a partir do modelo para a curva de rotação da Galáxia e velocidade angular do padrão espiral adotados no presente trabalho; a frequência Ω_p é indicada pela linha horizontal azul. As posições da ressonância de co-rotação e ressonâncias internas (ILR) e externas (OLR) de Lindblad são indicadas pelas linhas verticais vermelhas na figura 2.5 e os raios onde cada ressonância ocorre estão listados na tabela 2.2. Para evitar confusão acerca da terminologia das ressonâncias de Lindblad para diferentes multiplicidades do padrão, adotamos a mesma notação usada por Minchev e Famaey (2010): a ILR/OLR 2:1 e a ILR/OLR 4:1 serão referidas para ambos os padrões de dois- e quatro-braços, independentemente do fato de se tratarem de ressonâncias de primeira- ou segunda-ordem.

A condição para as ressonâncias de Lindblad $\Omega - \Omega_p = \pm\kappa/m$ também é a condição para a existência de ondas de densidade cinemática estacionárias no referencial em rotação

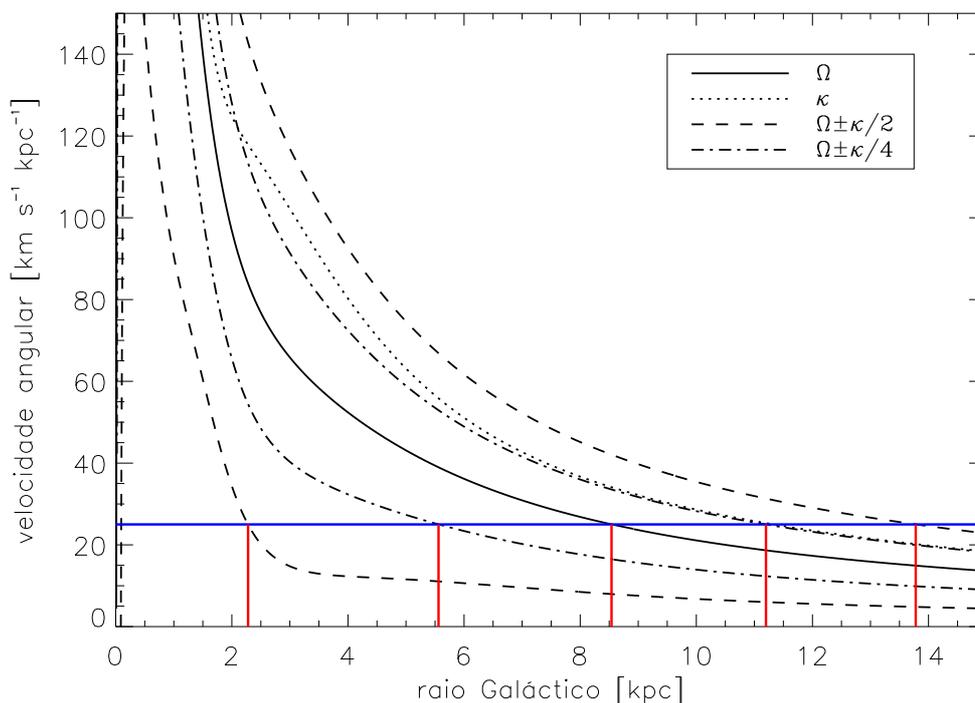


Figura 2.5: Curvas da velocidade angular de rotação Ω (sólida) e frequência epicyclica κ (pontilhada) em função do raio Galáctico. Também são mostradas as curvas $\Omega \pm \kappa/2$ (tracejadas) e $\Omega \pm \kappa/4$ (traço-pontilhadas). As posições das principais ressonâncias são indicadas pelas linhas verticais vermelhas; a velocidade de rotação do padrão espiral $\Omega_p = 25 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ é indicada pela linha horizontal azul.

com Ω_p ; um padrão de onda estacionária com simetria m -fold é produzido como resposta à perturbação com mesma simetria próxima à ressonância. Dessa forma, um modo espiral m -braços é uma solução válida em um intervalo de raios galácticos fixados pelas ressonâncias interna e externa de Lindblad $\pm m/1$. Para o nosso modelo cinemático da Galáxia, o intervalo de validade para a solução $m = 2$ -braços é de 2,3 a 13,8 kpc; para a solução $m = 4$ -braços temos um intervalo de 5,6 a 11,2 kpc. Um modelo realista da estrutura espiral da Via Láctea deve reproduzir a evidência observacional de que a Galáxia apresenta um padrão espiral que se estende sobre um intervalo de raios de vários kiloparsecs. Direções tangenciais associadas aos braços Scutum-Crux e Norma-Cygnus evidenciam a existência de estrutura espiral nas regiões próximas ao centro Galáctico, enquanto que os braços de Sagittarius-Carina, Perseus e o braço externo de Cygnus comprovam a extensão a grandes raios da estrutura espiral no disco externo da Galáxia.

Alguns autores vêm propondo modelos auto-consistentes de estrutura espiral, exami-

nando a densidade resposta à perturbação e focando principalmente sobre famílias de órbitas periódicas. Contopoulos e Grosbol (1986) concluíram que espirais fortes ($f_r > 0,06$ de acordo com Patsis et al. 1991) não podem existir além da ILR 4:1, uma vez que nestas regiões do disco a densidade resposta está fora de fase com a perturbação devido a efeitos não-lineares. Para amplitudes pequenas, a densidade resposta se encontra em fase até a co-rotação, recuperando-se resultados da teoria linear da estrutura espiral. No modelo auto-consistente de Amaral e Lepine (1997) os melhores resultados são obtidos com pequenas amplitudes da perturbação espiral. Para amplitudes relativamente grandes, os autores encontraram uma falha da auto-consistência próxima à ressonância 4:1 interna, indicando a impossibilidade de estruturas de longa-duração nestes raios. Este resultado também foi encontrado por Junqueira et al. (2013) utilizando o novo modelo para a perturbação espiral com perfil Gaussiano dos braços. Patsis et al. (1991) estudaram modelos auto-consistentes para uma amostra de 12 galáxias espirais normais e encontraram que galáxias Sb e Sc são melhor representadas por modelo não-linear de espirais fortes terminando na ressonância 4:1 interna, enquanto que nas galáxias Sa a perturbação espiral é fraca e o melhor modelo é o linear com espirais terminando na co-rotação. Entretanto, tais autores não estudam modelos com o raio de co-rotação localizado dentro do domínio radial da estrutura espiral. Contopoulos et al. (1989) consideram que em galáxias barradas, cujas barras terminam próximo à co-rotação, órbitas estelares podem sustentar o campo espiral fraco entre a ressonância interna 4:1 e a OLR; se o campo espiral é forte, as órbitas próximas à co-rotação são estocásticas e não suportam a espiral, formando *gaps* nos braços em regiões próximas à esta ressonância (Patsis et al. (1991)).

Pichardo et al. (2003) desenvolveram um modelo tri-dimensional de braços espirais através da sobreposição de esferóides oblatos não-homogêneos, cujas massas são adicionadas à distribuição de massa axissimétrica da Galáxia. Sendo um modelo de braços materiais, como apontado por Antoja et al. (2011), o potencial resultante é mais realista no sentido de que ele considera a força exercida por toda a estrutura espiral, fazendo-se desnecessária, portanto, a aproximação TWA. Em um teste de auto-consistência para este modelo espiral, Pichardo et al. (2003) encontraram que, para alguns valores da massa total atribuída aos braços, a densidade resposta difere fortemente da densidade imposta em raios próximos à ressonância 4:1. Antoja et al. (2011) analisaram a densidade resposta

ao potencial espiral de Pichardo et al. (2003) através de simulações de partículas-teste e verificaram efeitos não-lineares próximos à ressonância 4:1. Entretanto, os autores também verificaram que, para um certo conjunto de parâmetros, a densidade resposta pode seguir a estrutura espiral imposta até raios além da co-rotação. Outros modelos que não utilizam a aproximação TWA vêm mostrando que os braços espirais podem se estender até ou mesmo além da co-rotação (e.g. Rautiainen e Salo 1999; Voglis et al. 2006; Romero-Gómez et al. 2007). Nesta nova proposição, a formação de espirais, anéis e pseudo-anéis está relacionada a *invariant manifolds* associados a órbitas periódicas em torno dos pontos de equilíbrio instável L_1 e L_2 do potencial da barra.

Como no presente estudo não fazemos testes de auto-consistência dos modelos espirais utilizados, e os nossos experimentos com partículas-teste são destinados principalmente ao estudo da influência da co-rotação sobre as órbitas e a densidade estelar do disco próximas a esta ressonância, assumiremos para cada modelo que a estrutura espiral se estende radialmente sem limitações predefinidas pelas ressonâncias de Lindblad.

2.4 Modelos da componente não-axissimétrica do potencial

A tabela 2.3 sumariza os parâmetros dos modelos para a estrutura espiral adotados neste trabalho, assim como os intervalos de valores abrangidos por cada parâmetro. A tabela 2.4 mostra as características principais de cada modelo de estrutura espiral usados nas simulações, com os correspondentes valores dos parâmetros. O último modelo (Sp6) apresentado na tabela 2.4 inclui a perturbação devido à barra central em adição à perturbação da estrutura espiral. Os parâmetros do potencial gravitacional devido à distribuição de densidade da barra central são apropriadamente descritos na seção 4 do capítulo 5, em conjunto com os resultados das simulações que utilizam o modelo Sp6. A tabela 2.3 também mostra os parâmetros usados para descrever o potencial da barra central e o intervalo de valores adotados para os mesmos. Nota-se também a partir da tabela 2.4 que o modelo Sp5 inclui a presença de dois diferentes padrões de velocidades Ω_p , para os modos espirais $m = 2-$ e $m = 4-$ braços; a razão para estes valores também são explicados na seção 4 do capítulo 5.

Tabela 2.3 - Parâmetros da estrutura espiral e barra central Galácticas, e os correspondentes intervalos de valores adotados.

Parâmetro	Símbolo (unidade)	Valor
Estrutura espiral		
perfil senoidal (Eq. 2.17)		
Número de braços	m	2/4
Pitch angle	$i(^{\circ})$	-6/-12
Escala de comprimento	R_{sp} (kpc)	2,5
Razão do campo de forças	f_{r0}	0,05/0,15
Velocidade do padrão	Ω_p (km s ⁻¹ kpc ⁻¹)	25
perfil Gaussiano (Eq. 2.18)		
Meia-largura do braço	σ_g (kpc)	4,7
Escala de comprimento	R_{spg} (kpc)	2,5
Amplitude da perturbação	\mathcal{A}_{spg} (km ² s ⁻² kpc ⁻¹)	600
Barra central		
Semi-eixo maior	R_b (kpc)	3,5
Amplitude da perturbação	A_b (km ² s ⁻²)	1250/2250
Velocidade angular	Ω_b (km s ⁻¹ kpc ⁻¹)	40/50

Tabela 2.4 - Modelos da componente não-axissimétrica do potencial Galáctico usados nas simulações.

Modelo	Perturbação	Características
Sp1	Espirais com perfil senoidal	$m = 4$ $i = -12^\circ$ $f_{r0} = 0,075$
Sp2	Espirais com perfil senoidal	$m = 2$ $i = -6^\circ$ $f_{r0} = 0,1$
Sp3	Espirais com perfil Gaussiano	$m = 4$ $i = -12^\circ$ $\sigma_g = 4,7$ kpc $\mathcal{A}_{\text{spg}} = 600$
Sp4	Espirais (dois modos) perfil senoidal	$m = 2$ e $m = 4$ $i(m = 2) = -6^\circ$ $i(m = 4) = -12^\circ$ $f_{r0} = 0,05/0,075$ para ambos os modos $\Omega_p = 25$ para ambos os modos
Sp5	Espirais (dois modos) perfil senoidal	$m = 2$ e $m = 4$ $i = -12^\circ$ para ambos os modos $f_{r0} = 0,05/0,075$ para ambos os modos $\Omega_p(m = 2) = 18$ $\Omega_p(m = 4) = 25$
Sp6	Espirais (perfil senoidal) e barra central	Espirais do modelo Sp1 barra: $A_b = 1250/2250$ $\Omega_b = 40$ $R_b = 3,5$ kpc

As unidades são: $[\mathcal{A}_{\text{spg}}] = \text{km}^2 \text{ s}^{-2} \text{ kpc}^{-1}$; $[A_b] = \text{km}^2 \text{ s}^{-2}$; $[\Omega_p]$ e $[\Omega_b] = \text{km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$. Para todos os modelos, a escala de comprimento dos braços é tomada como $R_{\text{sp}} = 2,5$ kpc.

Teoria do espalhamento das órbitas estelares pela perturbação espiral

Neste capítulo, apresentamos alguns resultados da teoria das trocas de momento angular entre as estrelas do disco em interação com a perturbação espiral. Analisamos, em especial, as variações de momento angular apresentadas por estrelas com raios orbitais médios próximos do raio de co-rotação, e a conseqüente redistribuição secular de densidade superficial do disco estelar.

3.1 *Potencial efetivo e integral de Jacobi*

Estudamos as órbitas estelares sob o potencial gravitacional Galáctico em um referencial em co-rotação com a perturbação espiral, com uma velocidade angular constante Ω_p cujo vetor possui direção ao longo do eixo-z perpendicular ao plano da Galáxia. Neste referencial, a estrutura espiral se apresenta espacialmente estacionária, o que torna possível a existência de uma integral de movimento para as órbitas estelares. Nesta parte do trabalho, restringiremo-nos ao estudo do movimento das estrelas no plano Galáctico ($z = 0$), tomando a aproximação de um disco com espessura infinitesimal. Dessa forma, utilizamos a descrição do potencial no plano Galáctico como a desenvolvida no capítulo anterior, sendo este formado pelas componentes axissimétrica $\Phi_{ax}(R)$ e não-axissimétrica $\Phi_{sp}(R, \theta)$. Como também demonstrado no capítulo anterior, as coordenadas polares deste sistema de referência são $(R; \theta)$, e a relação entre as coordenadas azimutais do referencial inercial e do referencial em rotação é: $\theta = \theta' - \Omega_p t$. Definimos o potencial efetivo neste referencial em rotação como:

$$\Phi_{\text{eff}}(R, \theta) = \Phi_{\text{ax}}(R) + \Phi_{\text{sp}}(R, \theta) - \frac{1}{2}\Omega_p^2 R^2, \quad (3.1)$$

onde o termo $\frac{1}{2}\Omega_p^2 R^2$ é referente ao potencial centrífugo no referencial em questão. O Hamiltoniano de uma estrela neste referencial pode ser escrito como:

$$H(R, \theta, \dot{R}, \dot{\theta}) = \frac{1}{2} \left[\dot{R}^2 + R^2 \dot{\theta}^2 \right] + \Phi_{\text{ax}}(R) + \Phi_{\text{sp}}(R, \theta) - \frac{1}{2}\Omega_p^2 R^2, \quad (3.2)$$

ou simplesmente,

$$H(R, \theta, \dot{R}, \dot{\theta}) = \frac{1}{2} \left[\dot{R}^2 + R^2 \dot{\theta}^2 \right] + \Phi_{\text{eff}}(R, \theta). \quad (3.3)$$

Podemos também reescrever o Hamiltoniano acima em termos do momento angular específico L da estrela na direção z e no referencial inercial ($L = R^2 \dot{\theta}'$), como:

$$H = \frac{1}{2} \left[\dot{R}^2 + \frac{L^2}{R^2} \right] + \Phi_{\text{ax}} + \Phi_{\text{sp}} - \Omega_p L, \quad (3.4)$$

o qual pode ser reescrito novamente como:

$$H = E_J = E - \Omega_p L, \quad (3.5)$$

onde E é a energia específica total da estrela no referencial inercial. Nota-se que, como estamos considerando aqui o movimento da estrela unicamente no plano Galáctico, o momento angular L na direção z é justamente o momento angular total da estrela. A quantidade E_J na equação 3.5, conhecida como integral de Jacobi, é a integral de movimento clássica no referencial em rotação com a perturbação. A energia E e o momento angular L da estrela não se conservam individualmente; as variações nestas quantidades (relativas ao referencial inercial) são relacionadas por:

$$\frac{dE}{dt} = \Omega_p \frac{dL}{dt}. \quad (3.6)$$

Nota-se então que E e L variam ao passo que o movimento da estrela prossegue, mas ambas as quantidades são constantes do movimento não-perturbado, para o qual temos $\Phi_{\text{sp}} = 0$. Expressando convenientemente as variáveis do movimento não-perturbado no espaço das variáveis de ação e ângulo, temos que a ação radial pode ser escrita como:

$$J_R = \frac{1}{\pi} \int_{R_p}^{R_a} \dot{R} dR = \frac{1}{2\pi} \oint \dot{R} dR, \quad (3.7)$$

onde R_p e R_a são os raios peri- e apo-Galactocêntricos, respectivamente, e a velocidade radial \dot{R} é definida como:

$$\dot{R} = [2(E - \Phi_{\text{ax}}) - L^2/R^2]^{1/2}. \quad (3.8)$$

A equação 3.7 evidencia que a ação radial J_R é equivalente a $\frac{1}{2\pi}$ da área compreendida pela oscilação radial da estrela no espaço de fase. J_R também é uma constante do movimento não-perturbado e está diretamente relacionada ao quadrado da amplitude da oscilação radial em torno do movimento circular (Lynden-Bell e Kalnajs 1972). Analogamente à equação 3.7, podemos definir a ação azimutal J_θ , que neste caso será por definição o próprio momento angular L . Explicitamente,

$$J_\theta = \frac{1}{2\pi} \oint R \dot{\theta} R d\theta = \frac{1}{2\pi} \oint R^2 \dot{\theta} d\theta = L. \quad (3.9)$$

Seguindo o formalismo de Hamilton-Jacobi, podemos encontrar as coordenadas conjugadas aos momentos J_R e J_θ , definidas como as variáveis de ângulo ϑ_R e ϑ_θ , através das equações:

$$\begin{cases} \dot{\vartheta}_R = \frac{\partial H_0}{\partial J_R} \equiv \omega_R \\ \dot{\vartheta}_\theta = \frac{\partial H_0}{\partial J_\theta} \equiv \omega_\theta, \end{cases} \quad (3.10)$$

onde denotamos o Hamiltoniano do sistema não-perturbado por H_0 e as frequências angulares relativas aos movimentos nas direções radial e azimutal por ω_R e ω_θ , respectivamente.

Lynden-Bell e Kalnajs (1972) mostraram que no caso especial de órbitas aproximadamente circulares, onde a aproximação epicíclica é válida, $\omega_R = \kappa$ a frequência epicíclica, $\omega_\theta = \Omega$ a velocidade angular circular, $J_R = E_R/\kappa$ sendo E_R a energia cinética associada à oscilação radial, e finalmente $J_\theta = L$ o momento angular.

A variação da energia orbital ΔE da estrela é composta pela variação da energia associada ao movimento circular, expressa em termos da quantidade ΔL , e pelo incremento da energia cinética radial, que pode ser expressa por sua vez em termos da quantidade ΔJ_R . Dessa forma, podemos escrever a variação da energia total da estrela através da diferencial exata (Sellwood e Binney 2002):

$$dE = \frac{\partial E}{\partial J_R} dJ_R + \frac{\partial E}{\partial L} dL. \quad (3.11)$$

Identificando a energia total E como o Hamiltoniano do sistema não-perturbado H_0 , utilizando as igualdades na equação 3.10 e as relações da aproximação epicíclica expressas anteriormente, reescrevemos a equação 3.11 como:

$$dE = \kappa dJ_R + \Omega dL. \quad (3.12)$$

Eliminando dE entre as equações 3.6 e 3.12, obtemos:

$$dJ_R = \frac{(\Omega_p - \Omega)}{\kappa} dL. \quad (3.13)$$

Esta relação nos mostra que na co-rotação, onde $\Omega = \Omega_p$, a perturbação espiral não causa variação nas quantidades relativas à ação radial J_R , mesmo havendo mudanças no momento angular L . Por outro lado, longe da co-rotação, variações ΔL são acompanhadas de variações em J_R e conseqüentemente variações na energia cinética radial E_R .

As relações deduzidas acima são facilmente entendidas visualizando-se o diagrama clássico de Lindblad, o qual é mostrado na figura 3.1 (retirado de Sellwood e Binney 2002). A região fisicamente acessível pelas órbitas estelares, na metade esquerda do diagrama, é delimitada pelo *locus* das órbitas circulares, que são as órbitas com o maior valor de momento angular L para cada energia E , ou inversamente, as órbitas com o menor valor de

energia E para cada momento angular L , não existindo, portanto, órbitas na região hachurada abaixo e à direita deste limite. A inclinação do limite, $(\partial E/\partial L)_{J_R=0}$, é a frequência angular $\Omega(L)$. A equação 3.6 indica que a perturbação em co-rotação com este referencial (estacionária do ponto de vista deste referencial) moverá estrelas neste diagrama ao longo de linhas com inclinação Ω_p , como indicado pelas setas na figura 3.1. Estas linhas são tangentes à curva delimitadora das órbitas circulares na ressonância de co-rotação (CR), onde temos $\Omega(L) = \Omega_p$. Portanto, na co-rotação, a perturbação espalha estrelas ao longo da curva das órbitas circulares, de um órbita circular para outra; J_R , o qual é uma medida da distância a partir desta curva-limite, não varia em primeira ordem quando a estrela em co-rotação com a onda espiral é espalhada. Por outro lado, em raios longe da co-rotação, a perturbação espalha as órbitas afastando-as da curva-limite das órbitas circulares, levando as estrelas para raios onde a energia excede aquela correspondente à órbita circular para um dado valor de L ; tal incremento em energia é refletido no aumento da amplitude do movimento epicíclico. Quando a estrela se encontra em ressonância de Lindblad com um padrão espiral de m -braços, vimos na equação 2.26 que a relação entre as frequências angulares é dada por $\kappa = \pm m(\Omega_p - \Omega)$, onde os sinais superior e inferior se aplicam às ressonâncias externa e interna de Lindblad, respectivamente. Substituindo este resultado na equação 3.13, obtemos:

$$dJ_R = \mp \frac{1}{m} dL, \quad (3.14)$$

onde o sinal superior agora se aplica à ILR ($\Omega > \Omega_p$) e o sinal inferior se aplica à OLR ($\Omega < \Omega_p$). Temos que, portanto, nas ressonâncias interna e externa de Lindblad a perturbação espalha as órbitas estelares induzindo variações negativas e positivas no momento angular ΔL , respectivamente; a quantidade ΔJ_R , no entanto, varia positivamente em ambas as ressonâncias.

3.2 Curvas de velocidade-zero, pontos Lagrangianos e estabilidade

O termo do Hamiltoniano no interior dos colchetes na equação 3.3 corresponde ao quadrado da velocidade da estrela no referencial em rotação: $v^2 = \dot{R}^2 + R^2\dot{\theta}^2$. Combinando

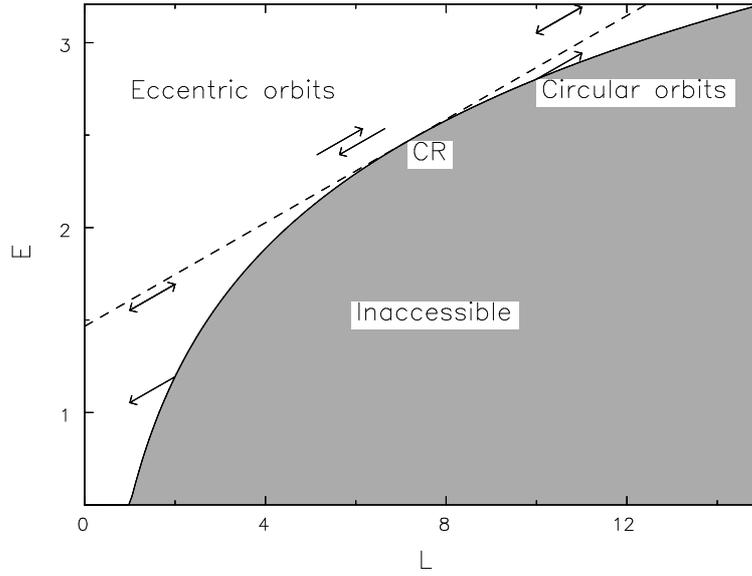


Figura 3.1: Diagrama de Lindblad - energia versus momento angular para órbitas planares em um potencial axissimétrico. Nenhuma órbita é permitida na região hachurada, a qual é delimitada pelos pontos relativos a órbitas circulares. Para um potencial estacionário num referencial em rotação com Ω_p , estrelas se movem ao longo de linhas com inclinação $dE/dL = \Omega_p$. (Figura retirada de Sellwood e Binney 2002)

as equações 3.3 e 3.5, podemos reescrever a integral de Jacobi como:

$$E_J = H = \frac{1}{2}v^2 + \Phi_{\text{eff}}. \quad (3.15)$$

Trajetórias com $v = 0$, ou seja, $\Phi_{\text{eff}} = H$ definem as chamadas superfícies de velocidade-zero (superfícies equipotenciais). No plano, tais superfícies se reduzem às curvas de velocidade-zero, também chamadas curvas de Hill. Uma vez que v^2 deve ser positivo, todas as regiões nas quais $\Phi_{\text{eff}} > H$ são proibidas para a estrela. A figura 3.2 mostra curvas de velocidade-zero (contornos de potencial efetivo constante) para o potencial efetivo formado pelo potencial axissimétrico da equação 2.2 e potencial espiral do nosso ‘*modelo-padrão*’ ($m = 4$ braços, *pitch angle* $i = 12^\circ$) com razão do campo de forças $f_{r0} = 0,05$.

Pontos nos quais as componentes do gradiente do potencial efetivo se cancelam mutuamente ($\frac{\partial \Phi_{\text{eff}}}{\partial x} = \frac{\partial \Phi_{\text{eff}}}{\partial y} = 0$) são usualmente chamados pontos Lagrangianos, de acordo com a similaridade ao problema restrito de três corpos da Mecânica Clássica. O ponto Lagrangiano L_3 , não mostrado na figura 3.2, corresponde ao mínimo do potencial efetivo na origem do centro de coordenadas (centro Galáctico). Os pontos L_1 , L_2 , L_4 e L_5 são

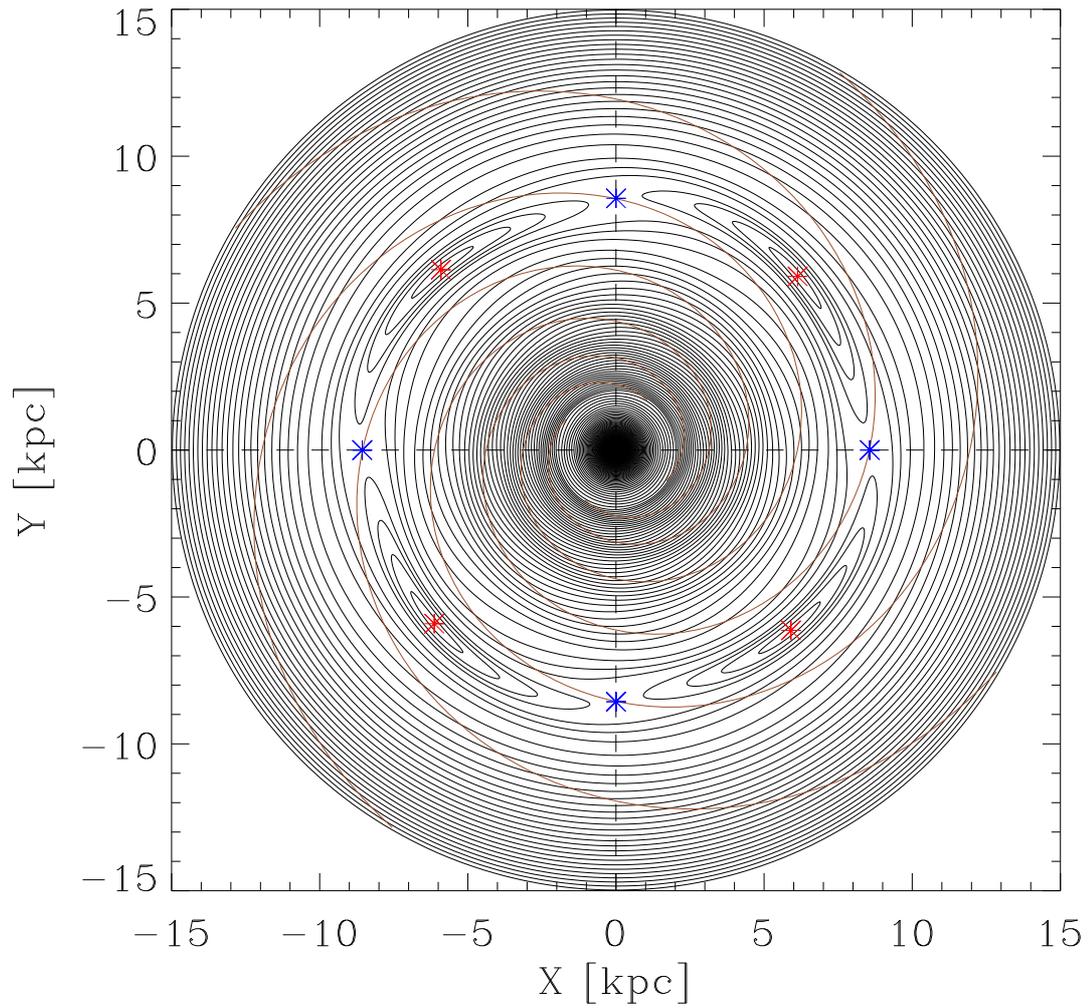


Figura 3.2: Contornos de potencial efetivo constante: potencial axissimétrico da equação 2.2 e potencial espiral com $m = 4$, $i = 12^\circ$ e $f_{r0} = 0,05$. Asteriscos azuis mostram as posições dos pontos Lagrangianos L_1 e L_2 ; asteriscos vermelhos indicam as posições dos pontos L_4 e L_5 . O ponto de Lagrange L_3 (não mostrado na figura) corresponde ao mínimo de potencial na origem do sistema. As curvas espirais marrons indicam o *locus* do mínimo do potencial espiral utilizado.

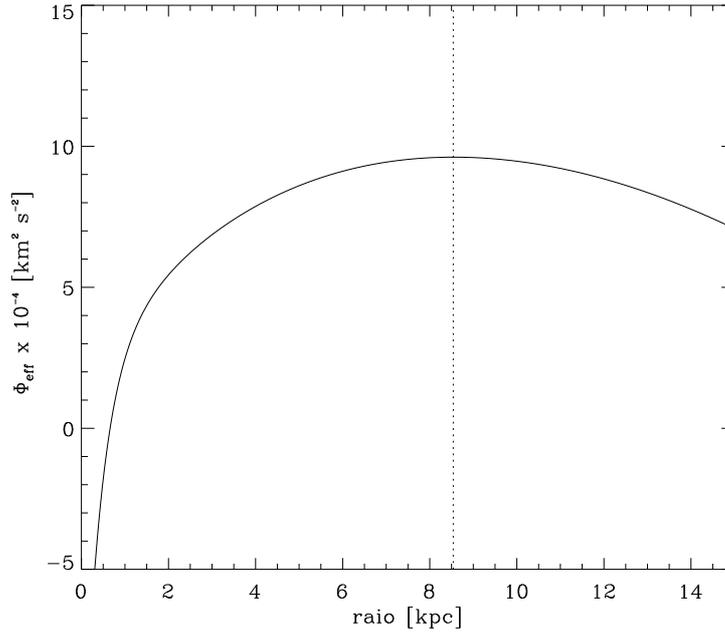


Figura 3.3: Perfil radial do potencial efetivo, na direção do azimute $\theta = 0$. A linha pontilhada indica o raio de co-rotação do modelo, $R_{\text{cr}} = 8,54$ kpc.

pontos de equilíbrio, sobre os quais uma estrela com $v = 0$ se move em órbita circular, aparecendo estacionária do ponto de vista do referencial em rotação. Os pontos L_1 e L_2 (asteriscos azuis na figura 3.2) são pontos de sela do potencial efetivo, representando pontos de equilíbrio instável; os pontos L_4 e L_5 (asteriscos vermelhos na figura 3.2) são pontos de equilíbrio estável para determinados valores da amplitude da perturbação, associados a máximos do potencial efetivo. Veremos mais adiante que os pontos L_1 , L_2 , L_4 e L_5 se localizam muito próximos ao raio de co-rotação, uma vez que neste raio temos o máximo radial do potencial efetivo ($\frac{\partial \Phi_{\text{eff}}}{\partial R} = 0$). A figura 3.3 mostra o perfil radial do potencial efetivo na direção azimutal $\theta = 0$, ficando claro que o raio de co-rotação (linha pontilhada) corresponde ao máximo do potencial. Fazemos referência à região de co-rotação como o anel que contém os pontos L_1 a L_5 , delimitado pelos círculos fechados de curvas equipotenciais em torno do centro Galáctico.

A figura 3.4 mostra as curvas equipotenciais na forma de um gráfico de superfície com duas dimensões espaciais e uma dimensão para o potencial, restrita à região de co-rotação, que contém os pontos L_1 a L_5 , e com potencial efetivo no intervalo $[9,55; 9,65] \times 10^4 \text{ km}^2 \text{ s}^{-2}$. O gráfico superior refere-se ao potencial efetivo sem a introdução do potencial espiral,

o qual chamaremos potencial efetivo axissimétrico, dado por $\Phi_{\text{effax}}(R) = \Phi_{\text{ax}}(R) - \frac{1}{2} \Omega_p^2 R^2$. O gráfico inferior é o potencial efetivo com a introdução do potencial espiral perturbador, dado pela equação 3.1. Nota-se que o efeito da perturbação espiral é criar assimetria azimutal no valor do potencial efetivo axissimétrico na co-rotação. Como notado por Fux (2001), para o caso do potencial da barra, os contornos de potencial efetivo no plano de simetria $z = 0$ se assemelham a um vulcão com um cume senoidal; as cristas (máximos de potencial) definem os pontos L_4 e L_5 , e os vales (pontos de sela) definem os pontos L_1 e L_2 . No gráfico inferior da figura 3.4, fica fácil observar a natureza de ponto de sela dos pontos L_1 e L_2 ; nestes pontos temos um máximo do potencial efetivo na direção radial ($\frac{\partial^2 \Phi_{\text{eff}}}{\partial R^2} < 0$) e um mínimo na direção azimutal ($\frac{\partial^2 \Phi_{\text{eff}}}{\partial \theta^2} > 0$). Como pode ser observado na figura 3.2, o *locus* do mínimo do potencial espiral (representado pelas curvas espirais marrons) atravessa a região de co-rotação passando pelos pontos L_1 e L_2 . Os pontos L_4 e L_5 estão associados aos máximos da barreira de potencial espiral nas regiões inter-braços.

Seguindo a notação de Fux (2001) para descrever as órbitas estelares de acordo com os valores do Hamiltoniano, definimos o valor do Hamiltoniano das estrelas em co-rotação nos pontos $L_{1/2}$ como $H_{12} \equiv \Phi_{\text{eff}}(L_{1/2})$; da mesma forma, para os pontos $L_{4/5}$, temos $H_{45} \equiv \Phi_{\text{eff}}(L_{4/5})$. Estrelas com energia $H < H_{12}$, que não podem atravessar o contorno com energia H_{12} , têm suas órbitas confinadas nas regiões internas ou externas à co-rotação, com trajetórias em torno do centro Galáctico. Estrelas com energias no intervalo $H_{12} < H < H_{45}$ podem atravessar a barreira da co-rotação através dos pontos $L_{1/2}$ e explorar todo o espaço, exceto uma pequena região em torno dos pontos $L_{4/5}$. Na condição de estabilidade dos pontos $L_{4/5}$, as curvas de Hill são curvas ovais fechadas em torno dos pontos de máximos do potencial, assim como no problema restrito de três corpos. Para estrelas com $H > H_{45}$, a integral de Jacobi não impõe nenhuma restrição ao movimento, não havendo, portanto, regiões proibidas para a órbita estelar. Entretanto, neste caso uma terceira integral do movimento delimita as fronteiras das órbitas presas aos pontos $L_{4/5}$: as órbitas preenchem anéis em torno de $L_{4/5}$ ou descrevem as chamadas *banana orbits* (Contopoulos 1973; Barbanis 1970; Barbanis 1976). Estes três casos de dependência da forma das curvas de Hill com relação ao valor do Hamiltoniano são para o caso da perturbação espiral introduzida abruptamente, como apontado por Mennessier e Martinet (1978).

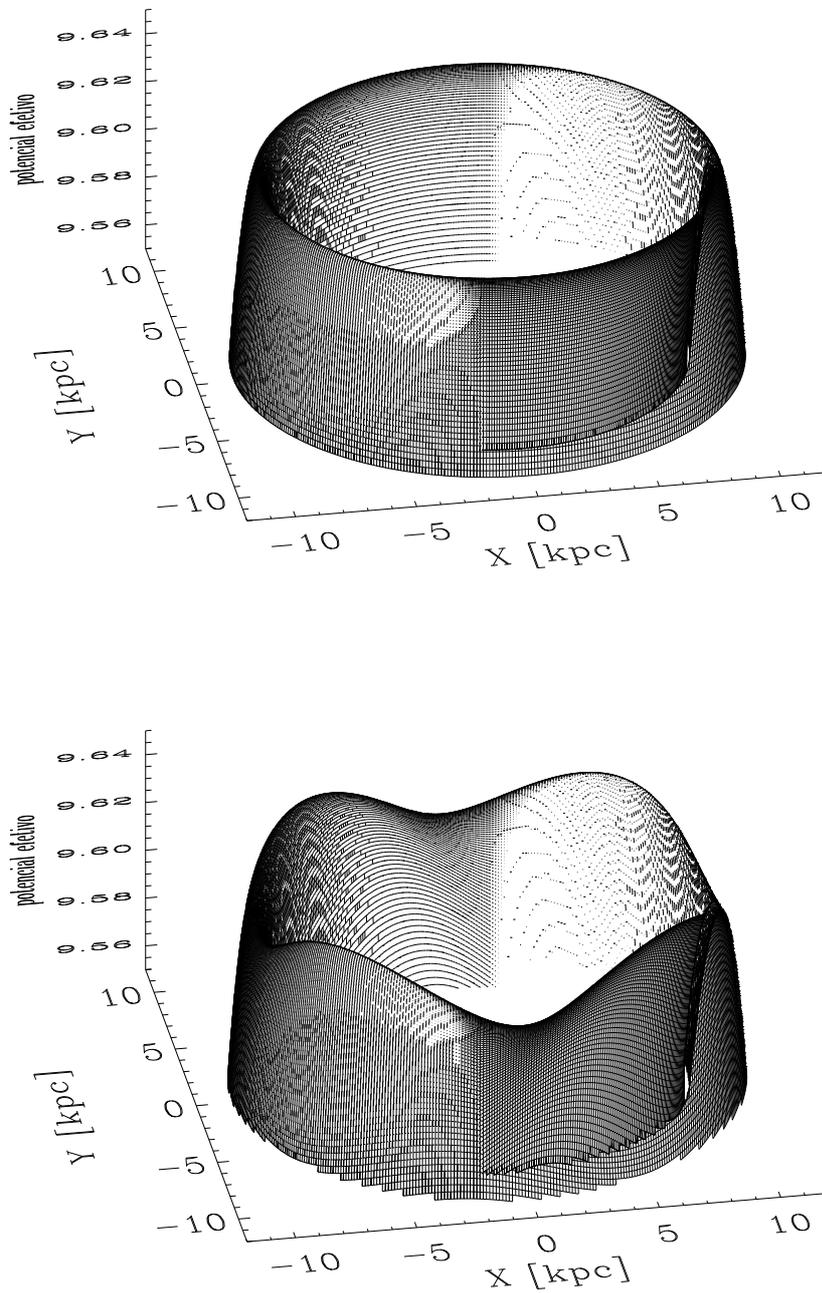


Figura 3.4: Gráficos de superfície das curvas equipotenciais da figura 3.2, restritas à região de co-rotação. Painel superior: contornos do potencial efetivo axissimétrico (ver texto). Painel inferior: contornos do potencial efetivo (potencial espiral incluso). O eixo z apresenta o potencial efetivo em unidades de $10^4 \text{ km}^2 \text{ s}^{-2}$.

No caso em que a perturbação não está presente inicialmente, temos a seguinte situação: seja H_{cr} o valor da energia correspondente ao potencial efetivo axissimétrico no raio equivalente ao raio de co-rotação quando do surgimento da perturbação, ou seja, $H_{\text{cr}} = \Phi_{\text{eff,ax}}(R_{\text{cr}}) = \Phi_{\text{ax}}(R_{\text{cr}}) - \frac{1}{2}\Omega_{\text{p}}^2 R_{\text{cr}}^2$, lembrando que R_{cr} é o raio de co-rotação. Para o Hamiltoniano inicial $H_0 < H_{\text{cr}}$, um anel circular ao redor do centro Galáctico com raio médio igual a R_{cr} é uma região proibida, e todas as órbitas são internas ou externas a este anel. Tal anel pode ser visualizado como a barreira de potencial efetivo axissimétrico no gráfico superior da figura 3.4; o valor H_{cr} correspondendo exatamente ao topo da barreira de potencial. À medida que a perturbação espiral é introduzida lentamente, o Hamiltoniano H começa a variar e as curvas de velocidade-zero se deformam à medida que o cume senoidal da barreira de potencial efetivo vai se formando. Dessa forma, mesmo para um valor final $H < H_{\text{cr}}$, porém maior do que H_{12} , podem aparecer órbitas presas em torno dos pontos $L_{4/5}$ e passando pelos pontos $L_{1/2}$. Estas órbitas estáveis são representadas pelas curvas ovais em torno dos pontos $L_{4/5}$ na figura 3.2. Faz-se referência na literatura a tais órbitas como ‘*horseshoe orbits*’ (Goldreich e Tremaine 1982; Sellwood e Binney 2002). Contopoulos (1973) encontrou que para pontos $L_{4/5}$ estáveis, existem dois períodos de oscilação do movimento orbital em torno de tais pontos: um período curto, que é essencialmente o período do movimento epicíclico, e um período longo, que está relacionado ao movimento de libração do centro do epiciclo. O movimento de libração em torno de $L_{4/5}$ pode ser entendido da seguinte forma: uma estrela se movendo em órbita aproximadamente circular em torno do centro Galáctico e num raio interno à co-rotação, ao sofrer o torque gravitacional da onda espiral, ganha momento angular e migra para raios maiores, diminuindo sua velocidade angular relativa à onda. Se a estrela se encontra inicialmente dentro da co-rotação, mas muito próxima deste raio, o aumento do momento angular produz uma órbita com raio $R > R_{\text{cr}}$ ($\Omega < \Omega_{\text{p}}$), e o movimento relativo à onda é revertido. Eventualmente, a estrela sentirá o torque da onda subsequente, contrário a seu movimento, perde momento angular e move-se para raios menores ($R < R_{\text{cr}}$), voltando a se adiantar com relação à onda. Os sucessivos episódios de ganho e perda de momento angular causam a libração de estrelas em torno dos máximos do potencial efetivo, originando as ‘*horseshoe orbits*’.

Alguns valores numéricos dos Hamiltonianos definidos anteriormente, para o potencial

efetivo com o ‘*modelo-padrão*’ da geometria espiral e razão $f_{r0} = 0,05$ e em unidades de $10^4 \text{ km}^2 \text{ s}^{-2}$, são: $H_{\text{cr}} = 9,629$; $H_{12} = 9,617$; e $H_{45} = 9,641$. Verifica-se que $|H_{\text{cr}} - H_{12}| \approx |H_{\text{cr}} - H_{45}| \approx |A_{\text{sp}}(R_{\text{cr}})|$, onde $A_{\text{sp}}(R_{\text{cr}}) = 0,012$ é o valor da amplitude da perturbação espiral no raio de co-rotação, em unidades de $10^4 \text{ km}^2 \text{ s}^{-2}$. Os sinais de aproximadamente ‘ \approx ’ são devido ao fato de que os pontos $L_{1/2}$ e $L_{4/5}$ não se localizam exatamente na co-rotação, mas muito próximos deste raio.

Calculamos agora a localização exata dos pontos $L_{1/2}$ e $L_{4/5}$ seguindo o desenvolvimento de Contopoulos (1973) (§ II). Sejam os potenciais axissimétrico Φ_{ax} e espiral Φ_{sp} dados pelas equações 2.2 e 2.17, respectivamente. A fase radial da perturbação espiral $\varphi(R)$, dada pela equação 2.16, está relacionada ao número de onda radial k por $\frac{d\varphi(R)}{dR} = k$. Sendo v a velocidade da estrela no referencial em rotação com Ω_{p} , reescrevemos a integral de Jacobi (equação 3.2) como:

$$H = \frac{1}{2}v^2 + \Phi_{\text{ax}} + \Phi_{\text{sp}} - \frac{1}{2}\Omega_{\text{p}}^2 R^2 \quad (3.16)$$

Chamamos Φ_{axcr} o valor do potencial axissimétrico no raio de co-rotação R_{cr} . Se expandirmos Φ_{ax} em torno de R_{cr} , encontramos:

$$\Phi_{\text{ax}} = \Phi_{\text{axcr}} + \Phi'_{\text{ax}}|_{R_{\text{cr}}}(R - R_{\text{cr}}) + \frac{1}{2}\Phi''_{\text{ax}}|_{R_{\text{cr}}}(R - R_{\text{cr}})^2 + \frac{1}{6}\Phi'''_{\text{ax}}|_{R_{\text{cr}}}(R - R_{\text{cr}})^3 + \dots \quad (3.17)$$

Inserindo a expressão 3.17 em 3.16, e sabendo que $\Phi'_{\text{ax}}|_{R_{\text{cr}}} = \frac{d\Phi_{\text{ax}}}{dR}|_{R_{\text{cr}}} = R_{\text{cr}} \Omega_{\text{p}}^2$, obtemos:

$$H = \frac{1}{2}v^2 - \frac{1}{2}(\Omega_{\text{p}}^2 - \Phi''_{\text{ax}}|_{R_{\text{cr}}})(R - R_{\text{cr}})^2 + \Phi_{\text{sp}} + \frac{1}{6}\Phi'''_{\text{ax}}|_{R_{\text{cr}}}(R - R_{\text{cr}})^3 + \Phi_{\text{axcr}} - \frac{1}{2}\Omega_{\text{p}}^2 R_{\text{cr}}^2 + \dots \quad (3.18)$$

Definimos o potencial reduzido \mathfrak{h} como:

$$\mathfrak{h} = -\frac{1}{2}M(R - R_{\text{cr}})^2 + \Phi_{\text{sp}} + \frac{1}{6}\Phi'''_{\text{ax}}|_{R_{\text{cr}}}(R - R_{\text{cr}})^3 + \dots, \quad (3.19)$$

onde

$$M = \Omega_p^2 - \Phi''_{\text{ax}}|_{R_{\text{cr}}} = 4\Omega_p^2 - \kappa_p^2, \quad (3.20)$$

sendo κ_p definido como a frequência epicíclica no raio de co-rotação. Na expressão para M usamos a igualdade $\Phi''_{\text{ax}} = \kappa^2 - 3\Omega^2$. Omitindo o termo constante $\Phi_{\text{axcr}} - \frac{1}{2}\Omega_p^2 R_{\text{cr}}^2$ na equação 3.18, reescrevemos o Hamiltoniano:

$$H = \frac{1}{2}v^2 + \mathfrak{h}. \quad (3.21)$$

Os pontos Lagrangianos podem ser encontrados a partir das igualdades:

$$\frac{\partial \mathfrak{h}}{\partial x} = \frac{\partial \mathfrak{h}}{\partial y} = 0 \quad (3.22)$$

Convertendo as coordenadas polares em coordenadas cartesianas: $R = \sqrt{x^2 + y^2}$ e $\theta = \arctan\left(\frac{y}{x}\right)$, usando a expressão para o potencial espiral $\Phi_{\text{sp}} = A_{\text{sp}} \cos(\varphi - m\theta)$, e a igualdade $\frac{d\varphi(R)}{dR} = k$, após um pouco de álgebra encontramos:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathfrak{h}}{\partial x} = & -M(R - R_{\text{cr}}) \frac{x}{R} - A_{\text{sp}} \text{sen}(\varphi - m\theta) \left(k \frac{x}{R} + m \frac{y}{R^2} \right) + \\ & + \frac{dA_{\text{sp}}}{dR} \cos(\varphi - m\theta) \frac{x}{R} + \frac{1}{2} \Phi'''_{\text{ax}}|_{R_{\text{cr}}} (R - R_{\text{cr}})^2 \frac{x}{R} + \dots = 0 \end{aligned} \quad (3.23)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathfrak{h}}{\partial y} = & -M(R - R_{\text{cr}}) \frac{y}{R} - A_{\text{sp}} \text{sen}(\varphi - m\theta) \left(k \frac{y}{R} - m \frac{x}{R^2} \right) + \\ & + \frac{dA_{\text{sp}}}{dR} \cos(\varphi - m\theta) \frac{y}{R} + \frac{1}{2} \Phi'''_{\text{ax}}|_{R_{\text{cr}}} (R - R_{\text{cr}})^2 \frac{y}{R} + \dots = 0 \end{aligned} \quad (3.24)$$

Desconsiderando a solução trivial $x = y = 0$, encontramos que:

$$\text{sen}(\varphi - m\theta) = 0 \quad (3.25)$$

O que nos leva a dois casos:

- **caso A** \rightarrow $\varphi - m\theta = \pi, \quad \text{ou} \quad 3\pi;$
- **caso B** \rightarrow $\varphi - m\theta = 0, \quad \text{ou} \quad 2\pi$

Tais condições levam à igualdade:

$$M(R - R_{\text{cr}}) = \mp \frac{dA_{\text{sp}}}{dR} + \frac{1}{2} \Phi_{\text{ax}}'''|_{R_{\text{cr}}} (R - R_{\text{cr}})^2 + \dots, \quad (3.26)$$

em que o sinal superior corresponde ao caso A, onde o potencial espiral é mínimo, e o sinal inferior ao caso B, onde o potencial espiral é máximo. Se considerarmos soluções próximas a $R = R_{\text{cr}}$, após omitir termos de segunda ordem, obtemos:

$$R - R_{\text{cr}} = \mp \frac{1}{M} \left. \frac{dA_{\text{sp}}}{dR} \right|_{R_{\text{cr}}} \quad (3.27)$$

Como $\frac{dA_{\text{sp}}}{dR} < 0$ nas partes externas da Galáxia, a correção é positiva nos mínimos do potencial Φ_{sp} (pontos $L_{1/2}$), e negativa nos máximos do potencial (pontos $L_{4/5}$). Os raios onde ocorrem os pontos Lagrangianos são, portanto:

$$\begin{aligned} R_{L_{1/2}} &= R_{\text{cr}} + \frac{1}{M} \left. \frac{dA_{\text{sp}}}{dR} \right|_{R_{\text{cr}}} \\ R_{L_{4/5}} &= R_{\text{cr}} - \frac{1}{M} \left. \frac{dA_{\text{sp}}}{dR} \right|_{R_{\text{cr}}} \end{aligned} \quad (3.28)$$

Para os parâmetros do ‘*modelo-padrão*’ espiral, encontramos: $R_{L_{1/2}} = 8,565$ kpc e $R_{L_{4/5}} = 8,515$ kpc, para a razão $f_{r0} = 0,05$; e $R_{L_{1/2}} = 8,59$ kpc e $R_{L_{4/5}} = 8,49$ kpc, para a razão $f_{r0} = 0,15$. Estando a co-rotação em $R_{\text{cr}} = 8,54$ kpc, vemos que os pontos de equilíbrio $L_{1/2}$ e $L_{4/5}$ se encontram muito próximos deste raio. Nas nossas análises, consideraremos, portanto, que tais pontos se localizam no círculo $R_{L_{1/2}} = R_{L_{4/5}} = R_{\text{cr}}$, como uma primeira aproximação.

A estabilidade dos pontos $L_{4/5}$ é encontrada analisando soluções das equações de movimento de órbitas estelares próximas a tais pontos. Contopoulos (1973) considera um modelo espiral de dois braços, com geometria na qual os pontos $L_{4/5}$ se localizam no eixo-x

do sistema ($x_{L_{4/5}} = R_{\text{cr}}, y_{L_{4/5}} = 0$). Consideramos aqui o mesmo caso, tanto pela simplificação das equações, como pelo fato de que o valor da amplitude de perturbação limite para estabilidade não depende da geometria espiral utilizada. Omitimos os detalhes do desenvolvimento das equações, os quais podem ser encontrados em Contopoulos (1973) (§ II) e Binney e Tremaine (1987), págs. 138-139, e fornecemos as principais relações. A equação característica para as frequências de oscilação em torno dos pontos $L_{4/5}$ é dada por:

$$\omega^4 - \omega^2(4\Omega_p^2 + \mathfrak{h}_{xx} + \mathfrak{h}_{yy}) + \mathfrak{h}_{xx}\mathfrak{h}_{yy} - \mathfrak{h}_{xy}^2 = 0, \quad (3.29)$$

onde $\mathfrak{h}_{xx} \equiv \left(\frac{\partial^2 \mathfrak{h}}{\partial x^2} \right)_{R_{\text{cr}}}$ e $\mathfrak{h}_{yy} \equiv \left(\frac{\partial^2 \mathfrak{h}}{\partial y^2} \right)_{R_{\text{cr}}}$. Os coeficientes são dados por:

$$\begin{aligned} 4\Omega_p^2 + \mathfrak{h}_{xx} + \mathfrak{h}_{yy} &= \kappa_p^2 - \left[A_{\text{sp}}(k^2 + 4/R_{\text{cr}}^2) - A_{\text{sp}}'' - \Phi_{\text{ax}}''' \frac{A'_{\text{sp}}}{M} \right] + \mathcal{O}(A_{\text{sp}}^2), \\ \mathfrak{h}_{xx}\mathfrak{h}_{yy} - \mathfrak{h}_{xy}^2 &= \frac{4A_{\text{sp}}M}{R_{\text{cr}}^2} + \mathcal{O}(A_{\text{sp}}^2), \end{aligned} \quad (3.30)$$

onde $A_{\text{sp}}, A'_{\text{sp}}, A''_{\text{sp}}, k$ e Φ_{ax}''' são calculados em $R = R_{\text{cr}}$. Para a estabilidade dos pontos $L_{4/5}$, todas as raízes ω^2 da equação 3.29 devem ser positivas. Neste caso, temos:

$$\begin{aligned} 4\Omega_p^2 + \mathfrak{h}_{xx} + \mathfrak{h}_{yy} &> 0, \\ (4\Omega_p^2 + \mathfrak{h}_{xx} + \mathfrak{h}_{yy})^2 - 4(\mathfrak{h}_{xx}\mathfrak{h}_{yy} - \mathfrak{h}_{xy}^2) &> 0 \end{aligned} \quad (3.31)$$

Com os parâmetros do potencial efetivo dos nossos modelos, encontramos que os pontos L_4 e L_5 são estáveis para valores da amplitude da perturbação espiral $\mathcal{A}_{\text{sp}} < \mathcal{A}_{\text{spmax}} \approx 2400 \text{ km}^2 \text{ s}^{-2} \text{ kpc}^{-1}$. Vimos na seção 2.2.1 que nossos modelos comportam uma amplitude \mathcal{A}_{sp} dentro do intervalo ~ 300 a $1800 \text{ km}^2 \text{ s}^{-2} \text{ kpc}^{-1}$, o que implica na estabilidade dos pontos $L_{4/5}$ para todos os modelos.

3.3 Variações de momento angular no disco galáctico

Nesta seção, apresentamos alguns resultados da teoria da transferência de momento angular e energia entre as estrelas e a onda espiral, desenvolvida por Lynden-Bell e Kalnajs (1972), assim como a extensão desta teoria proposta por X. Zhang em uma série de trabalhos (Zhang 1996, 1998, 1999) para levar em conta a redistribuição secular da densidade superficial nos discos de galáxias espirais. Estes resultados serão úteis nas análises das simulações numéricas apresentadas no capítulo 5.

Lynden-Bell e Kalnajs (1972)

Neste trabalho pioneiro, Lynden-Bell e Kalnajs analisaram as pequenas deflexões das órbitas estelares geradas por perturbações espirais de pequena amplitude e verificaram que termos de primeira ordem das órbitas perturbadas não estão associados a algum ganho líquido de momento angular por parte de uma distribuição de estrelas inicialmente uniforme no espaço de fases. Isto indica, por sua vez, que as trocas de momento angular entre as estrelas e a onda espiral devem estar associadas a termos de segunda ordem do potencial perturbador. Analisando tais termos de segunda ordem, os autores concluíram que no caso limite do potencial perturbador crescendo num regime quasi-estacionário, as trocas de momento angular ocorrem apenas nas ressonâncias entre os movimentos angulares do padrão espiral e das estrelas do disco. Neste caso, os autores afirmam que um potencial espiral estacionário não é capaz de induzir variações seculares de momento angular, exceto em tais ressonâncias.

Relembremos algumas das relações mostradas na seção 3.1. Lynden-Bell e Kalnajs mostraram que para estrelas inicialmente em órbitas circulares, as quais possuem energia orbital mínima para cada raio Galáctico, a variação na energia específica está associada à variação no momento angular específico através da relação: $\partial E/\partial L = \Omega(R)$. O processo de transferência de momento angular entre a densidade espiral e a estrela em movimento ressonante com a perturbação é estabelecido no seguinte sentido: na ressonância interna de Lindblad (ILR) há transferência de momento angular das estrelas para a onda espiral (estrelas ‘emitem’ L), enquanto na ressonância externa de Lindblad (OLR) e na co-rotação há transferência de momento angular da onda espiral para as estrelas (estrelas ‘absorvem’ L). As perdas e ganhos de L são acompanhadas de perdas e ganhos de energia $\Delta E = \Omega_p \Delta L$,

e como vimos, em acréscimos na energia relativa ao movimento não-circular dados por $\Delta E_R = (\Omega_p - \Omega)\Delta L$. A transferência de momento angular ‘para fora’ da galáxia (emissão nos raios internos e absorção nos raios externos), mediada por torques gravitacionais, foi proposta por Lynden-Bell e Kalnajs como um mecanismo eficiente para galáxias espirais *trailing* atingirem os níveis mais baixos de energia rotacional.

Próximo à ressonância de co-rotação, Lynden-Bell e Kalnajs predisseram que: uma estrela em uma órbita exatamente interior à co-rotação, movendo-se, portanto, com velocidade angular maior que a da onda espiral, ao sofrer o ‘puxão’ do braço espiral no sentido do seu movimento, passará a se mover em um epiciclo com um momento angular ligeiramente maior, e seu movimento orbital relativo à onda, contra-intuitivamente, irá desacelerar. No referencial se movendo com a onda, portanto, estrelas com velocidades angulares maiores que a da onda serão encontradas, em média, em excesso no ‘lado da descida da onda’. Pela analogia com o chamado *Landau damping*, os autores concluíram que tal excesso de estrelas retirará energia e momento angular da onda. Por outro lado, estrelas em órbitas exatamente exteriores à co-rotação, com velocidades angulares menores que a da onda espiral, serão aceleradas ao sofrerem o ‘puxão’ do braço no sentido contrário ao do movimento; haverá um excesso de estrelas no ‘lado da subida da onda’, cedendo momento angular e energia para a onda espiral. Este é o chamado ‘*donkey behaviour*’, caracterizado pelos autores: as estrelas próximas à co-rotação, em azimute, desaceleram ao serem puxadas para frente e aceleram quando puxadas para trás. Considerando o decréscimo da densidade estelar do disco com o raio galáctico, há mais estrelas exatamente ‘dentro’ do que ‘fora’ da co-rotação, portanto o efeito líquido nesta ressonância é a transferência de momento angular da onda espiral para as estrelas. Este mecanismo naturalmente explica a formação das *horseshoe orbits* ao redor dos pontos de libração $L_{4/5}$, apresentadas na seção 3.2. A figura 3.5 apresenta um desenho esquemático do fenômeno associado ao *Landau damping*, utilizado por Lynden-Bell e Kalnajs para explicar o mecanismo de transferência de momento angular e energia na ressonância de co-rotação.

A figura 3.6 apresenta um esquema das variações de momento angular ΔL em função do raio Galáctico de acordo com a teoria de Lynden-Bell e Kalnajs apresentada acima. Esta figura deve ser tomada para fins meramente ilustrativos; estamos interessados em mostrar apenas o sentido das variações ΔL em cada ressonância, sendo então as amplitudes,

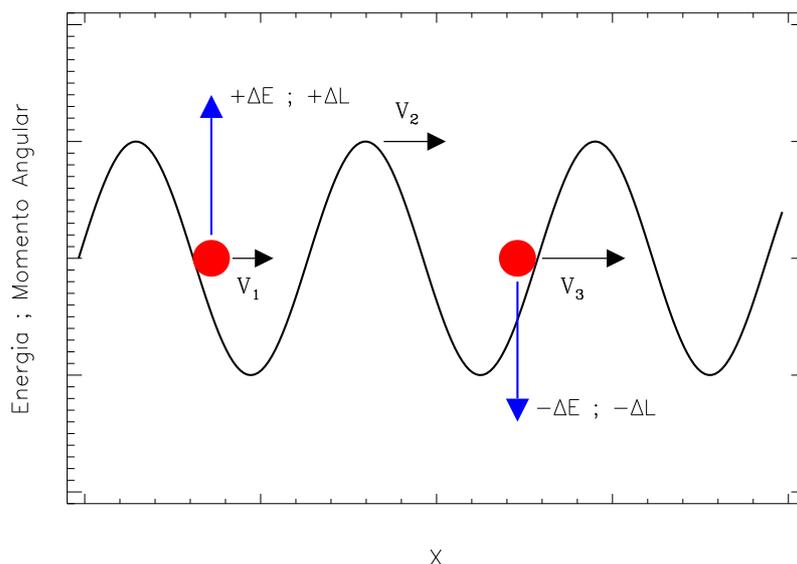


Figura 3.5: Diagrama esquemático para o fenômeno conhecido como *Landau damping*: a partícula à esquerda, com velocidade menor que a da onda ($V_1 < V_2$) e do ‘lado da descida’ desta, ganha energia E e momento angular L ao ser ‘empurrada’ pela onda; a partícula à direita, com velocidade maior que a da onda ($V_3 > V_2$) e ‘do lado da subida’ desta, perde energia e momento angular ao ‘empurrar’ a onda na direção do seu movimento.

larguras e mesmas as formas das distribuições sem importância conceitual nesta primeira análise.

Zhang (1996, 1998, 1999)

De acordo com Zhang, o mecanismo de dissipação coletiva, responsável pela evolução secular dos discos de galáxias espirais, tem como elemento chave o transporte de momento angular das regiões internas para as regiões externas dos discos galácticos. Apesar deste processo de transporte de momento angular já ter sido previamente apresentado por Lynden-Bell e Kalnajs como o mecanismo de geração e manutenção do modo espiral no regime linear da perturbação, também foi argumentado pelos mesmos autores que tais trocas de momento angular entre as estrelas do disco e a onda de densidade espiral ocorrem apenas nas ressonâncias principais dos movimentos angulares destas componentes. Isto implica que para a maioria das estrelas do disco, situadas longe de tais ressonâncias, não haveria variação secular orbital e, como resultado, haveria pouca redistribuição da densidade superficial do disco ao longo da evolução de uma galáxia espiral.

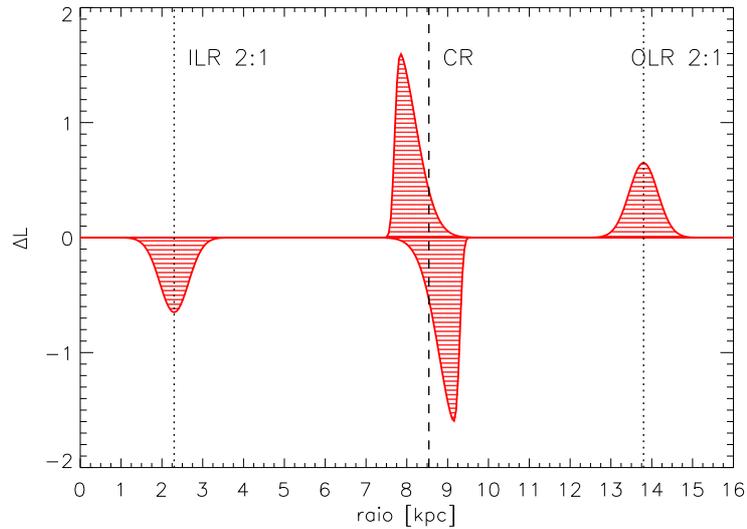


Figura 3.6: Diagrama esquemático das variações ΔL em função do raio Galáctico de acordo com o desenvolvimento teórico de Lynden-Bell e Kalnajs (1972). Neste exemplo estão mostradas apenas as variações ΔL na co-rotação (CR) e nas ressonâncias interna e externa 2:1 de Lindblad para estrelas em interação com a onda espiral. O eixo- y é apresentado em uma escala arbitrária.

Zhang argumentou que tal conclusão de nenhum momento angular trocado entre a onda espiral e a estrela em movimento não-ressonante é de fato correta se a estrela experimenta apenas as distribuições suaves dos potenciais axissimétrico e espiral, porém nenhum efeito coletivo. Esta conclusão é suportada pelo fato de que a integral de Jacobi é uma constante do movimento orbital em um potencial espiral suave. Para conservar a integral de Jacobi, as quantidades de energia e momento angular perdidas pela estrela em interação com a onda devem apresentar a razão Ω_p , a qual é, em geral, diferente de $\Omega(R)$. Portanto, as trocas seculares de momento angular e energia entre uma estrela e a onda espiral são proibidas pela constância da integral de Jacobi se NÃO houver nenhum mecanismo de dissipação coletiva que converta parte da energia orbital da estrela em movimento não-circular, isto é, movimento epicíclico.

Contudo, é sabido de longa data que as estrelas formam um sistema não-colisional, portanto não-dissipativo. O termo ‘dissipação’ usado por Zhang se refere à habilidade do sistema estelar em converter irreversivelmente energia associada ao movimento orbital circular em energia associada ao movimento não-circular (epicíclico). A dissipação estelar é mediada pela onda de densidade espiral e é conduzida na forma de uma série de espalhamentos em pequenos ângulos quando a estrela atravessa o braço espiral. O fato das estrelas

serem capazes de espalhar estrelas vizinhas, a despeito do grande livre caminho médio que elas possuem, é devido à presença de uma instabilidade gravitacional temporária na localização dos braços espirais. A energia orbital dissipada é parcialmente usada para aquecer (dinamicamente) localmente o disco e parcialmente carregada ao disco externo pelo padrão espiral *trailing*.

Zhang argumenta que para uma estrutura espiral quasi-estacionária na escala de tempo dinâmico da galáxia, a única forma possível para as estrelas e a onda trocarem momento angular secularmente é de que a distribuição de densidade espiral seja defasada em azimute com respeito à distribuição do potencial espiral. Sabe-se que devido à natureza de longo-alcance da interação gravitacional, a geometria espacial do potencial geralmente apresenta uma distribuição diferente da geometria da distribuição de massa que o gera. No caso de uma onda espiral, esta diferença aparece na forma de uma diferença de fase azimutal entre o potencial e a densidade espiral, os quais estão relacionados através da equação de Poisson. Faremos referência à tal diferença de fase pelo termo em inglês *phase shift* originalmente utilizado pela autora. Para tal *phase shift*, Zhang (1996) fornece uma expressão baseada na solução das equações de movimento Eulerianas linearizadas e a solução das órbitas periódicas lineares para uma órbita em um referencial em co-rotação com o padrão espiral (uma reprodução do desenvolvimento desta relação é apresentada no apêndice A):

$$\phi_0(R) = \frac{1}{m} \tan^{-1} \left[\frac{-\frac{dA_{sp}}{dR} - \frac{2\Omega A_{sp}}{R(\Omega - \Omega_p)}}{A_{sp} k} \right], \quad (3.32)$$

onde $k = \frac{m}{R \tan i}$ é o número de onda radial e todos os parâmetros, exceto Ω_p , são funções do raio de ordem-zero da órbita não-perturbada. Para um padrão espiral *trailing*, no qual $i < 0 \Rightarrow k < 0$ na nossa convenção, o *phase shift* $\phi_0(R)$ é positivo em raios interiores à co-rotação, significando que a densidade espiral (representada aqui pelas órbitas estelares) avança em azimute com respeito ao potencial espiral; a situação oposta é satisfeita para as órbitas exteriores à co-rotação. A figura 3.7 mostra a dependência do phase shift com o raio galáctico para a curva de rotação, amplitude do potencial espiral e geometria do *modelo-padrão* espiral apresentados no capítulo 2. Observa-se a partir da figura que no raio de co-rotação o *phase shift* sofre uma descontinuidade ao mudar de sinal.

Para efeitos coletivos operarem em uma galáxia espiral, órbitas estelares individuais pre-

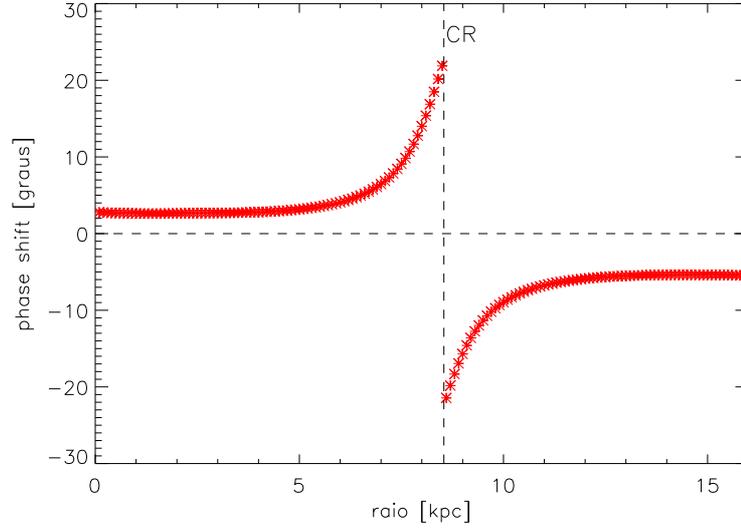


Figura 3.7: Diferença de fase azimutal (*phase shift*) entre a densidade e o potencial espiral em função do raio Galáctico. A função graficada corresponde à equação 3.32.

cisam ser perturbadas pelo campo gravitacional conjunto das estrelas diretamente na sua vizinhança. Entretanto, como é bem conhecido, encontros binários em discos de galáxias são eventos extremamente raros quando comparados à idade da galáxia (Binney e Tremaine 1987, pág. 4). Sob esta circunstância, o espalhamento de uma estrela pelas estrelas vizinhas pode ocorrer apenas quando o disco é localmente gravitacionalmente instável. Zhang analisou a condição de estabilidade local de um disco estelar utilizando o critério de estabilidade de Toomre (1964):

$$Q = \frac{\sigma_R \kappa}{3,36 G \Sigma} > 1, \quad (3.33)$$

considerando que as variações no material estelar são principalmente na direção radial do referencial galáctico (compressão e expansão). Em diferentes posições azimutais, o material do disco, movendo-se sob a influência do potencial espiral perturbador, muda os valores da dispersão radial de velocidade σ_R , frequência epicíclica κ , e densidade superficial Σ dos seus valores originais apropriados para um disco axissimétrico. Com base nos resultados de uma simulação N-corpos, Zhang (1996) mostrou que o material estelar, ao entrar no braço espiral, apresenta um decréscimo na sua dispersão radial de velocidade σ_R , o que coincide com a fase em que a velocidade perpendicular ao braço v_{\perp} sofre uma súbita queda, indo

de valores supersônicos antes da queda para valores subsônicos após a queda, indicando claramente a presença de um choque. Tais comportamentos podem ser observados na figura 3.8, retirada de Zhang (1996), a qual mostra as variações azimutais das propriedades do material estelar do disco em um dado raio a partir de um instantâneo da simulação N-corpos: o painel (b) mostra o perfil da variação da dispersão radial de velocidade σ_R ; no azimute $\theta \sim 70^\circ$, o qual corresponde à fase em que o material atinge o mínimo do potencial espiral ao atravessar o braço (painel (a)), observa-se o decréscimo nos valores de σ_R e o correspondente rápido decréscimo na velocidade perpendicular v_\perp mostrada no painel (f). Também nota-se no painel (a) que os máximos de densidade (linha sólida) apresentam uma diferença de fase azimutal com respeito aos mínimos do potencial espiral (graficados em linha tracejada e com sinal trocado, aparecendo como máximos, portanto), tornando clara a presença do *phase shift*.

Tal termo ‘choque não-colisional’ utilizado por Zhang, o qual é de natureza gravitacional, refere-se ao tipo de choque associado ao processo de espalhamento de partículas dentro de uma frente de instabilidade. A fase azimutal em que é observado o decréscimo da dispersão radial de velocidade, na simulação N-corpos realizada pela autora, também é a fase na qual se observam o acréscimo da densidade superficial Σ (painel (a) na figura 3.8) associada à localização da perturbação de densidade, e o acréscimo da frequência epicíclica κ (painel (c)). Isto causa o parâmetro Q de Toomre sofrer um drástico decréscimo na região do braço espiral, para um valor muito próximo de (e algumas vezes menor do que) 1 (painel (d)). Isto confirma a predição de que deve haver uma instabilidade gravitacional local temporária nos braços espirais. Uma vez que a presença desta instabilidade está associada à relativa diferença de fase entre o potencial e a densidade de um padrão espiral aberto, devemos esperar uma correlação entre a intensidade da instabilidade gravitacional e o valor do *phase shift* em um estado quasi-estacionário.

A diferença de fase entre o potencial e a densidade espiral indica a presença de um torque aplicado pelo potencial espiral sobre a densidade espiral, o que resulta na transferência secular de energia e momento angular entre as estrelas do disco e a onda de densidade espiral. Para a distribuição de densidade do modo espiral, mostra-se que o sentido do *phase shift* é tal que para uma galáxia espiral *trailing* a matéria do disco dentro da co-rotação deve perder energia e momento angular para a onda de densidade, enquanto que a matéria

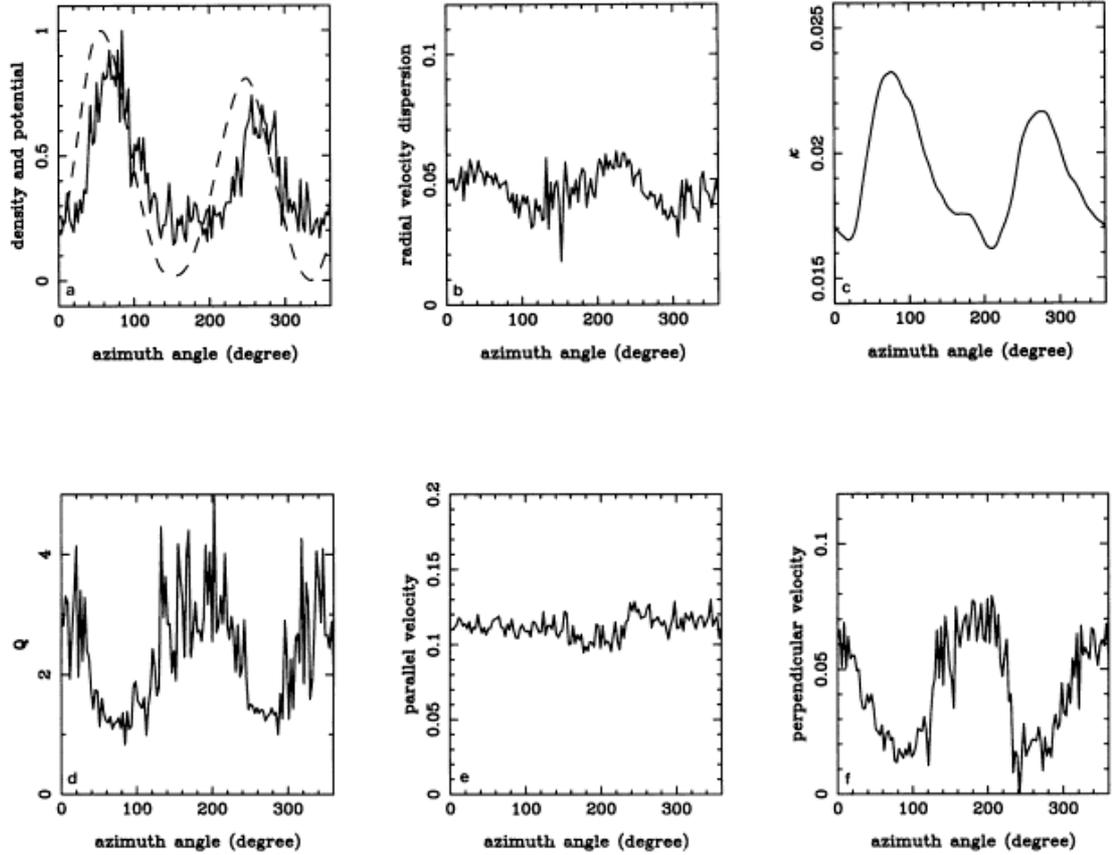


Figura 3.8: Distribuições azimutais das propriedades do disco estelar a partir de simulação N-corpos de Zhang (1996). Os diferentes painéis mostram os seguintes parâmetros: (a) Densidade superficial (linha sólida) e negativo do potencial espiral (linha tracejada). A densidade é normalizada e o potencial é apresentado em escala arbitrária. (b) Dispersão radial de velocidade σ_R . (c) Frequência epicíclica κ . (d) Parâmetro Q de Toomre. (e) Componente da velocidade paralela ao braço espiral v_{\parallel} . (f) Componente da velocidade perpendicular ao braço espiral v_{\perp} . Todas as distribuições são mostradas para um mesmo raio e instante da simulação. Figura retirada de Zhang (1996).

fora da co-rotação deve ganhar energia e momento angular da onda. Como resultado, a densidade superficial do disco deve se tornar cada vez mais centralmente concentrada, junto com a formação de um disco externo radialmente estendido. Este sentido do *phase shift*, em operação com a instabilidade gravitacional nos braços espirais, levam ao decréscimo secular do raio orbital médio para estrelas dentro da co-rotação, assim como o acréscimo secular do raio orbital médio para estrelas fora da co-rotação. Neste sentido, o trabalho de Zhang complementa o trabalho de Lynden-Bell e Kalnajs no que diz respeito à predição de uma redistribuição secular de matéria, energia e momento angular entre as estrelas do disco e a densidade espiral em regiões do disco NÃO restritas apenas às vizinhanças das ressonâncias onda-partícula.

Em Zhang (1998), a autora mostra que da fase de crescimento da onda no regime linear para o progressivo crescimento no regime não-linear, uma crescente fração do momento angular depositado pelo modo espiral é canalizado sobre as estrelas que formam o disco axissimétrico através dos processos de choques gravitacionais discutidos anteriormente, em vez de ser usado inteiramente para o crescimento do modo espiral, como ocorre no regime linear. As características das ondas no regime não-linear incluem modificações da relação de dispersão, assim como mudanças do perfil azimutal da onda, daquelas formas correspondentes ao regime linear. Finalmente, na totalidade do regime não-linear, o qual corresponde ao estado quasi-estacionário da onda, todo momento angular depositado pelo modo espiral *trailing* é transferido para o disco axissimétrico, com a estabilização da amplitude do modo espiral. O modo espiral pode permanecer no regime quasi-estacionário às custas do balanço dinâmico entre a sua tendência espontânea de crescimento e o processo de dissipação local, assim como pelo contínuo fluxo de matéria, energia e momento angular através do sistema. Portanto, em princípio, um padrão espiral pode permanecer quasi-estacionário dada a condição de que tal fluxo de matéria e energia possa ser mantido. É importante notar que as ideias levantadas por Zhang também podem ser conciliadas à concepção da estrutura espiral como as ondas cinemáticas de Kalnajs (1973). Quando as estrelas atravessam os braços espirais, o processo de dissipação devido ao choque gravitacional destrói a coerência de fase das órbitas. Portanto, as órbitas estelares não podem mais se alinhar perfeitamente para compor o correspondente à espiral cinemática (Kalnajs 1973), a fim de reforçar a amplitude da onda. A súbita desaceleração no choque, para uma

estrela dentro da co-rotação, também significa que a estrela perde parte de seu momento angular orbital para a onda. Ao passo que a amplitude da onda aumenta e, portanto, o choque se torna mais intenso e espacialmente estreito, uma fração crescente do momento angular negativo depositado pela onda é usado para a desaceleração do movimento orbital da estrela, em vez de ser usado para o realinhamento das órbitas estelares para contribuir para o crescimento da onda. Este processo de crescimento da onda também se direciona para um regime de estabilização da amplitude da perturbação espiral.

Zhang (1998) mostrou que, no regime quasi-estacionário, a taxa média de troca de momento angular entre um padrão espiral aberto e uma estrela do disco, por unidade de massa, pode ser dado por:

$$\overline{\frac{dL_*}{dt}}(R) = \frac{1}{2} F^2 V_c^2 \tan i \sin(m\phi_0) \quad (3.34)$$

onde $F^2 \equiv F_\Sigma F_\nu$. Relacionando com os parâmetros apresentados no capítulo 2, F_Σ é o contraste de densidade superficial $\delta\Sigma/\Sigma$, e F_ν é a razão do campo de forças f_r ; V_c é a velocidade circular, i é o *pitch angle*, m é o número de braços espirais, e ϕ_0 o *phase shift* dado pela equação 3.32. Tal taxa de variação do momento angular está relacionada à taxa de variação do raio orbital médio da estrela por:

$$\overline{\frac{dL_*}{dt}}(R) = V_c \frac{dR_*}{dt}, \quad (3.35)$$

o que resulta em:

$$\frac{dR_*}{dt} = \frac{1}{2} F^2 V_c \tan i \sin(m\phi_0), \quad (3.36)$$

No apêndice B, reproduzimos o desenvolvimento apresentado em Zhang (1998) das relações mostradas nas equações 3.34 e 3.36. Utilizando a curva de rotação da equação 2.1, os parâmetros do *modelo-padrão* da geometria espiral ($m = 4$ e $i = 12^\circ$), razão do campo de forças normalizada para $f_{r0} = 0,075$, um contraste de densidade constante $\delta\Sigma/\Sigma = 0,15$, e o *phase shift* ϕ_0 da equação 3.32 com $\Omega_p = 25 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$, integramos iterativamente a equação 3.34 sobre a variação radial e ao longo de um intervalo de tempo de

5 bilhões de anos. O resultado desta integração é mostrado na figura 3.9 em termos da variação do momento angular ΔL em função do raio Galactocêntrico R . Deve-se lembrar que esta é a variação secular de momento angular das estrelas do disco galáctico, na fase quasi-estacionária do regime não-linear do modo espiral. Portanto, de acordo com o desenvolvimento das teorias das interações estrelas - perturbação espiral apresentadas nesta seção, temos que as figuras 3.6 e 3.9 correspondem às distribuições radiais das variações de momento angular em distintos regimes do crescimento da perturbação espiral: a figura 3.6 mostra as variações $\Delta L(R)$ no regime linear de crescimento da onda espiral, de acordo com Lynden-Bell e Kalnajs (1972); a figura 3.9 mostra as variações $\Delta L(R)$ no regime não-linear do modo espiral, de acordo com o desenvolvimento teórico de Zhang (1996, 1998). Como as variações de L são também uma função do tempo, as figuras 3.6 e 3.9 mostram as envoltórias das distribuições $\Delta L(R)$ para um determinado instante de tempo t . A figura 3.10 mostra uma combinação das duas figuras anteriores para simular o resultado final de um disco estelar que experimentou as duas fases de crescimento da perturbação espiral. Novamente, esta figura serve meramente para ilustrar o que poderíamos esperar da distribuição $\Delta L(R)$ para um disco estelar e estrutura espiral com propriedades similares às observadas das correspondentes componentes Galácticas. A distribuição mostrada na figura 3.10 será usada para comparação com os resultados das simulações numéricas apresentadas no capítulo 5, e veremos que, em uma primeira aproximação, o comportamento graficado de $\Delta L(R)$ condiz com o que pode ser esperado para as estrelas no disco da Via Láctea e no contexto de um padrão espiral de longa-duração.

Finalizamos esta seção argumentando que a redistribuição secular da densidade superficial do disco Galáctico, determinada pelo fluxo de matéria em direções opostas em ambos os lados da co-rotação, é o fenômeno que associamos com a formação do mínimo de densidade estelar no raio de co-rotação. No capítulo 5, comparamos as distribuições de variação de momento angular no disco Galáctico, resultantes das integrações numéricas das órbitas de partículas-teste no potencial Galáctico, com as predições teóricas apresentadas neste capítulo. Mostramos também que mesmo um cálculo não auto-consistente da resposta das órbitas estelares aos potenciais axissimétrico e espiral impostos é capaz de levar em conta as mudanças seculares dos raios orbitais médios das estrelas. Quantitativamente, estas variações seculares concordam com as predições teóricas, estando diretamente relacionadas à

transferência de momento angular induzida pela diferença de fase entre o potencial espiral e a densidade espiral resposta.

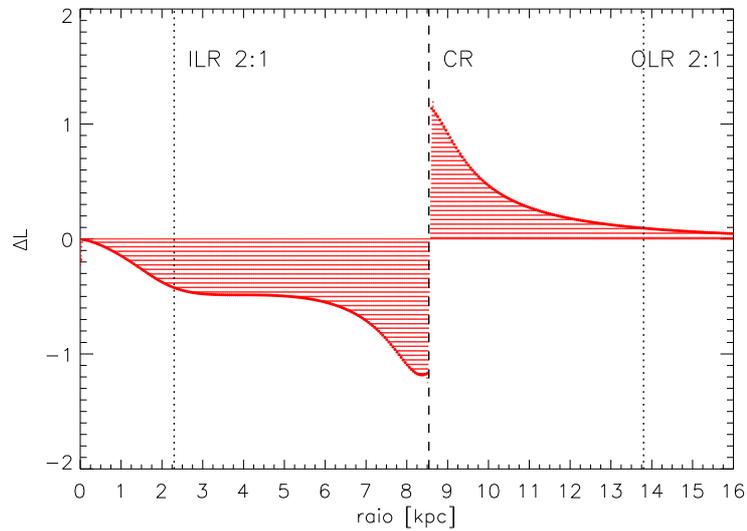


Figura 3.9: Variação secular do momento angular ΔL em função do raio Galáctico, resultante de integração da expressão na equação 3.34 para um intervalo de tempo de 5 Ganos. O eixo- y apresenta a variação ΔL em unidades da velocidade circular V_c , correspondendo a raio Galáctico em unidade de kiloparsec, portanto.

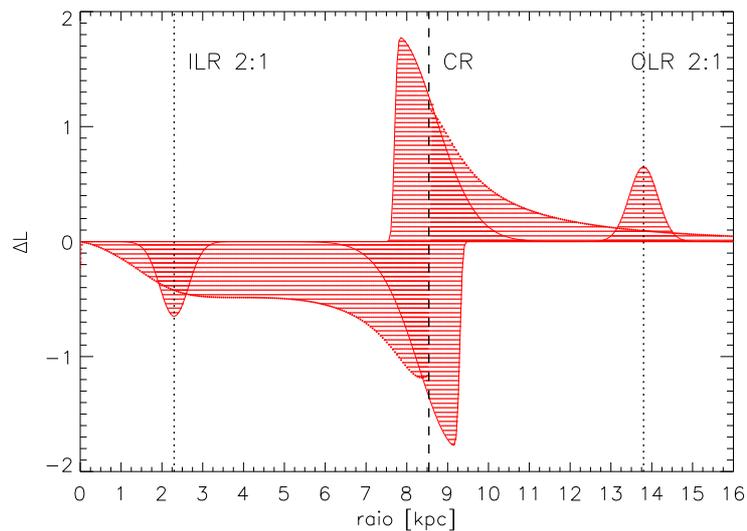


Figura 3.10: Diagrama composto das variações de momento angular ΔL em função do raio Galáctico: combinação dos diagramas apresentados nas figuras 3.6 e 3.9 para fases de crescimento linear e não-linear, respectivamente, do modo espiral. O eixo- y apresenta a variação ΔL na mesma unidade mostrada na figura 3.9.

Experimentos numéricos

Neste capítulo, apresentamos as características principais das simulações de partículas-teste empregadas no presente estudo. Detalhamos o método de integração numérica das órbitas e as condições iniciais impostas às partículas, com o objetivo de simular um disco com uma cinemática inicial correspondendo a um disco estelar jovem, e sobre o qual a perturbação espiral cresce de forma aproximadamente linear com o tempo.

4.1 Aspectos gerais

Nas últimas décadas, vários estudos têm sido focados nos efeitos da ressonância de co-rotação sobre as órbitas estelares, usando tanto abordagens analíticas quanto numéricas, e.g. Barbanis (1970, 1976); Contopoulos (1973); Mennessier e Martinet (1978, 1979); Morozov e Shukhman (1980); Palous (1980); Bertin e Haass (1982); Sellwood e Binney (2002); Lépine et al. (2003), entre outros.

A abordagem analítica geralmente utilizada no estudo da resposta das órbitas estelares a uma pequena perturbação espiral consiste em expandir as mudanças nas variáveis dinâmicas R e θ em uma série de potências da amplitude do potencial espiral perturbador. Em uma ressonância, uma estrela experimenta a força perturbadora em fase com a sua oscilação natural ao redor do centro galáctico. Próximo à ressonância de co-rotação, devido à menor velocidade relativa entre a estrela e o padrão espiral, a perturbação acelera a estrela em uma direção praticamente constante sobre um longo intervalo de tempo, causando grandes desvios do seu estado inicial não-perturbado. Neste caso, a aproximação de pequenas variações nas quantidades dinâmicas não é conveniente para descrever o movimento estelar próximo da co-rotação. Como mencionado por Sellwood e Binney (2002),

a teoria de perturbação de segunda ordem desenvolvida por Lynden-Bell e Kalnajs (1972) explica bem os sentidos das trocas de momento angular entre as estrelas e a onda espiral próximo do raio de co-rotação, porém as amplitudes das maiores variações em L não podem ser recuperadas usando a teoria de perturbação linear. Neste trabalho, preferimos estudar as interações não-lineares entre as estrelas e a perturbação espiral próximas da ressonância de co-rotação baseados na abordagem de experimentos numéricos com órbitas de partículas-teste.

Realizamos então simulações de partículas-teste para estudar a evolução dinâmica de um disco estelar bi-dimensional no plano-médio da Galáxia. Seguimos as trajetórias orbitais de partículas não auto-gravitantes em um potencial gravitacional inicialmente composto pela componente axissimétrica, e no qual perturbações não-axissimétricas são evoluídas no tempo. As órbitas são integradas em um sistema de referência onde os braços espirais estão espacialmente estacionários, garantindo assim a conservação da integral de Jacobi, como descrito no capítulo 3. Com o Hamiltoniano da equação 3.4:

$$H = \frac{1}{2} \left[\dot{R}^2 + \frac{L^2}{R^2} \right] + \Phi_{\text{ax}} + \Phi_{\text{sp}} - \Omega_{\text{p}} L, \quad (4.1)$$

e as equações de Hamilton aplicadas sobre o mesmo,

$$\begin{aligned} \frac{d\theta}{dt} &= \frac{L}{R^2} - \Omega_{\text{p}}, & \frac{dR}{dt} &= \dot{R}, \\ \frac{dL}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial \theta}, & \frac{d\dot{R}}{dt} &= -\frac{\partial H}{\partial R}, \end{aligned} \quad (4.2)$$

obtemos as seguintes equações de movimento para as órbitas estelares:

$$\begin{aligned} \ddot{R} &= -\frac{\partial \Phi_{\text{ax}}}{\partial R} - \frac{\partial \Phi_{\text{sp}}}{\partial R} + R\dot{\theta}^2 + 2\Omega_{\text{p}}R\dot{\theta} + \Omega_{\text{p}}^2 R \\ \ddot{\theta} &= -\frac{1}{R^2} \frac{\partial \Phi_{\text{sp}}}{\partial \theta} - \frac{2}{R} \dot{R}\dot{\theta} - \frac{2}{R} \Omega_{\text{p}} \dot{R}. \end{aligned} \quad (4.3)$$

Os potenciais da componente axissimétrica Φ_{ax} e da perturbação espiral Φ_{sp} são dados

pelas equações 2.2 e 2.17/ 2.18, respectivamente. O número total de partículas usado em cada simulação é de cerca de 10^5 . O tempo total de integração utilizado na maioria das simulações é de 5 Ganos, o que corresponde a aproximadamente 20 revoluções do padrão espiral com relação ao referencial inercial (para uma velocidade do padrão $\Omega_p = 25 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$). Em algumas outras simulações integramos as órbitas das partículas para um tempo total de 10 Ganos, equivalente a 40 revoluções do padrão espiral. As integrações numéricas das equações 4.3 são realizadas empregando-se o método de integração Runge-Kutta de 5ª ordem, com um passo de tempo típico de $\Delta t = 0,5 \text{ Mano}$. Uma vez que todo o código numérico de integração de órbitas foi escrito na linguagem de programação IDL - *Interactive Data Language*, adaptamos a rotina ‘rkck’ do Runge-Kutta de 5ª ordem, publicada no *Numerical Recipes* do Fortran 77 (Press et al. 1992), ao nosso código em IDL e com a vetorização dos processos de integração, a qual se mostrou bastante eficiente na questão da redução do tempo de computação. Checamos a conservação da integral de Jacobi das partículas ao final das simulações e encontramos um desvio típico desta quantidade de cerca de $|\Delta E_J/E_{J_0}| \approx 10^{-9}$ (para os casos nos quais um único modo espiral está presente). Na expressão anterior, E_{J_0} se refere à energia correspondente à condição inicial de cada partícula, as quais são descritas a seguir.

4.2 Condições iniciais

Simulamos o disco Galáctico sorteando aleatoriamente as posições iniciais ($R; \theta$) das partículas-teste, obedecendo a uma distribuição de densidade uniforme na direção azimutal θ e com uma distribuição de densidade na direção radial na seguinte forma:

$$N_*(R) = N_c R e^{-R/R_d}, \quad (4.4)$$

onde N_c é o número central de estrelas para este dado perfil de densidade. O número de estrelas N_* contidas dentro de um anel com raios interno e externo R e $R + \Delta R$, respectivamente, é dado por:

$$N_*(R) \Delta R = 2\pi N_c R e^{-R/R_d} \Delta R, \quad (4.5)$$

onde R_d é a escala de comprimento radial do disco. Na literatura são encontrados valores para R_d dentro de um intervalo de $\sim 2-4$ kpc, aproximadamente. Neste momento, estamos interessados apenas na distribuição estelar no plano-médio do disco Galáctico, não sendo necessária, portanto, a distinção entre as componentes dos discos estelares fino e espesso. Escolhemos uma escala de comprimento do disco $R_d = 2,5$ kpc para as nossas simulações, e veremos no capítulo 7 que a variação deste valor não acarreta em mudanças nos resultados acerca do mínimo de densidade estelar formado no raio de co-rotação. O valor $R_d = 2,5$ kpc é compatível, por exemplo, com o encontrado por Freudenreich (1998) em seu modelo para o disco estelar velho baseado nos dados do *survey* em infravermelho DIRBE/*COBE*. O perfil radial da equação 4.4 se assemelha ao perfil exponencial modificado da densidade superficial do disco Galáctico proposto por Lépine e Leroy (2000), o qual apresenta um decréscimo da densidade nos raios próximos ao centro Galáctico e um comportamento exponencial em grandes raios. López-Corredoira et al. (2004) propuseram um perfil de densidade similar e interpretaram o déficit na densidade central como um *flare* na distribuição vertical de estrelas (perpendicular ao plano). A figura 4.1(a) mostra a distribuição radial de densidade inicial de partículas no disco, de acordo com a equação 4.5.

Às partículas em cada raio, são atribuídas velocidades circulares iniciais de acordo com a curva de rotação da equação 2.1. Às velocidades circulares iniciais são adicionadas dispersões de velocidade nas direções radial σ_U e azimuthal σ_V , com um perfil radial similar ao usado para a distribuição de densidade da equação 4.4. Em cada raio, portanto, as distribuições iniciais de velocidades radiais V_R e azimuthais V_ϕ Galactocêntricas apresentam um formato Gaussiano, com as dispersões $\sigma_U(R)$ e $\sigma_V(R)$ correspondendo aos desvios-padrão das distribuições. Tais distribuições são normalizadas para os valores $\sigma_{U_0} = \sigma_{V_0} = 5$ km s⁻¹ no raio orbital solar, e com um pico na distribuição de dispersão de velocidades de $\sim 6,5$ km s⁻¹ no raio $R \sim 4$ kpc. Estes valores são compatíveis com as amplitudes da perturbação no campo de velocidades devido às ondas espirais encontrados na literatura (e.g. Burton 1971; Mishurov et al. 1997; Bobylev e Bajkova 2010). Também são valores similares à dispersão de velocidades das estrelas mais jovens do catálogo *Hipparcos* (Aumer e Binney 2009; Antoja et al. 2011). Com estes valores para a distribuição inicial de dispersão de velocidades ao longo do disco, estamos simulando um disco estelar dinami-

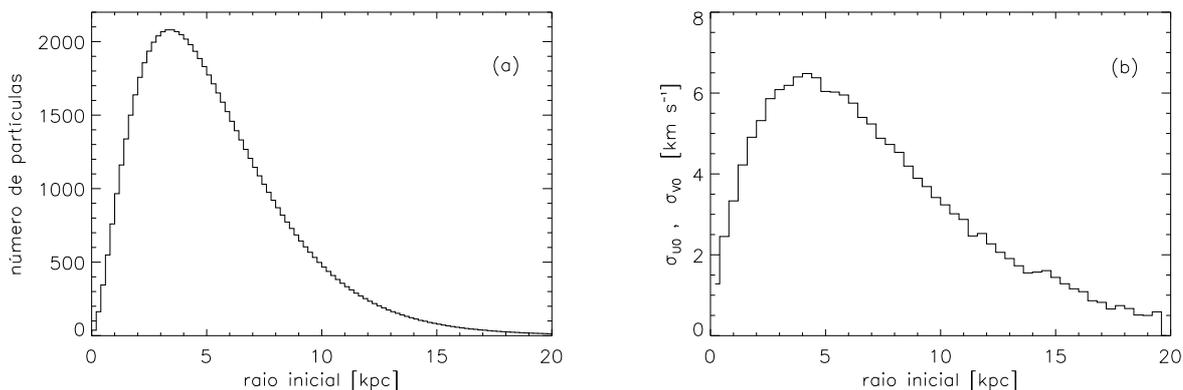


Figura 4.1: Distribuições radiais iniciais da densidade de partículas-teste no plano Galáctico (a) (equação 4.5), e dispersões de velocidades σ_{U_0} e σ_{V_0} (b).

camente ‘frio’. Este é um critério importante para o estudo das interações entre as estrelas e a perturbação espiral, uma vez que as amplitudes das variações dos parâmetros orbitais são anti-correlacionadas com o grau de dispersão cinemática inicial das estrelas; em outras palavras, quanto menor a dispersão inicial de velocidades, maiores serão as amplitudes das interações onda-partícula. No capítulo 5, analisamos os resultados de uma simulação com um disco inicialmente ‘quente’ e as consequências sobre o mínimo de densidade na co-rotação. A figura 4.1(b) mostra a distribuição radial de dispersões de velocidades iniciais σ_{U_0} e σ_{V_0} para o disco simulado.

A perturbação espiral é ‘ligada’ no tempo $t \approx 0,5$ Gano, atingindo sua máxima amplitude em $t \approx 2$ Ganos e permanecendo constante após este instante e até o final da simulação em $t = 5$ Ganos. O aumento da amplitude da perturbação espiral com o tempo é governado pela seguinte função:

$$A_{\text{sp}}(t) = A_{\text{spmax}} \frac{1}{2} \{1 + \tanh[3(t - 1.1)]\}, \quad (4.6)$$

com t dado em giga-anos. Esta função assegura uma transição suave entre o disco inicial não-perturbado e o estado perturbado, assim como o regime de crescimento adiabático da perturbação, uma vez que o tempo de crescimento é bem maior que o tempo de revolução do padrão espiral. Neste trabalho, consideramos somente a variação temporal da amplitude da onda espiral; o *pitch angle* e a velocidade angular do padrão Ω_p são mantidos constantes

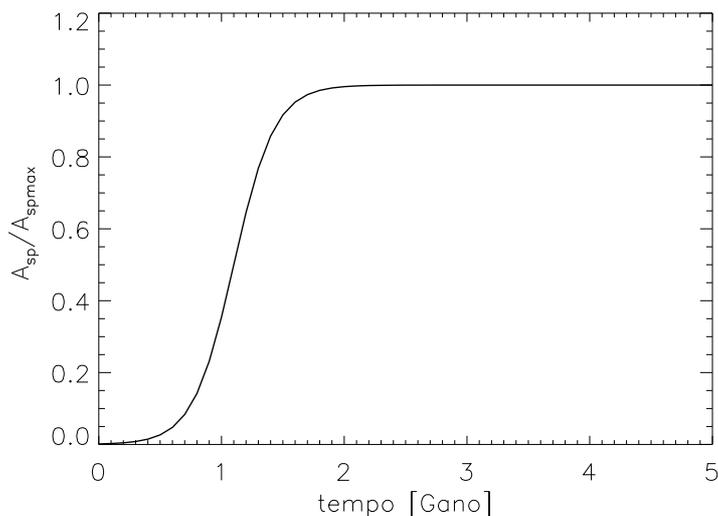


Figura 4.2: Variação temporal da amplitude do potencial espiral utilizada nas simulações (equação 4.6).

durante as integrações. A figura 4.2 mostra a dependência temporal da amplitude da perturbação espiral de acordo com a equação 4.6.

Finalizamos este capítulo discutindo brevemente os principais motivos para realizarmos simulações de partículas-teste no presente estudo. Primeiramente, deve-se ressaltar que as simulações não são auto-consistentes, no sentido de que apenas analisamos a resposta das órbitas estelares à perturbação espiral imposta e não adotamos o critério de que tal densidade resposta satisfaça a permanência das propriedades da perturbação a cada passo de tempo de integração Δt . Associada a este fato, surge a questão do porquê não realizarmos simulações N-corpos, as quais são, em sua essência, auto-consistentes. Além disso, como discutido no capítulo 3 (§ 3.3), o fenômeno que estamos investigando, da formação do mínimo de densidade estelar na co-rotação, é de natureza puramente gravitacional. A propriedade da auto-gravidade presente nas simulações N-corpos, além de sua natureza auto-consistente, tornaria este tipo de experimento mais apropriado para a abordagem do problema que estamos tratando. Entretanto, como é bem conhecido, a maioria das atuais simulações N-corpos falham em reproduzir padrões espirais que sobrevivam por várias revoluções em um disco galáctico. Isto tem sido interpretado por muitos autores como uma evidência da efemeridade da estrutura espiral nas galáxias. Por outro lado, também sabe-se que existe um problema inerente às simulações N-corpos no que diz respeito à

dependência do ‘aquecimento’ numérico das partículas do disco (aumento da dispersão de velocidades) com o número total de partículas utilizado na simulação; quanto maior o número de partículas empregadas menor o efeito de aquecimento espúrio devido a encontros próximos entre partículas. Neste sentido, as simulações de partículas-teste, como a empregada no presente estudo, apresentam a vantagem de que podemos trabalhar com um padrão espiral cujas propriedades são mantidas sob controle durante toda a simulação, especialmente sua amplitude e velocidade angular de rotação. Uma velocidade angular constante Ω_p garante a permanência das ressonâncias onda-partícula nos mesmos raios durante toda a evolução do disco, considerando pequenas alterações na curva de rotação do disco durante o processo. Além disso, como veremos no capítulo 5, a condição para a formação do mínimo de densidade estelar no raio de co-rotação é, em última análise, a presença do *phase shift* na distribuição azimutal entre o potencial espiral e a densidade espiral resposta, o qual gerará o torque sobre as órbitas estelares e a redistribuição dos raios orbitais médios como descrito no capítulo 3. Mostramos no capítulo 5 que as simulações de partículas-teste conseguem de fato recuperar tanto qualitativa como quantitativamente a predição da formação de tal mínimo de densidade na co-rotação, mesmo com as condições de auto-gravidade e auto-consistência ausentes neste tipo de experimento numérico.

Resultados e análises

Neste capítulo, apresentamos os resultados provindos das simulações de partículas-teste, direcionando as análises para a questão da formação do mínimo de densidade estelar no raio de co-rotação.

Realizamos inicialmente a análise dos resultados baseada no produto da simulação que emprega o modelo da componente não-axissimétrica do potencial Sp1 (tabela 2.4). Este modelo é composto pelo nosso *modelo-padrão* da geometria espiral ($m = 4$ braços e *pitch angle* $i = -12^\circ$), com uma razão do campo de forças $f_{r0} = 0,075$ e um perfil senoidal para a amplitude do potencial espiral. Tal perfil senoidal é escolhido nesta primeira análise apenas para tornar mais fácil a comparação com os resultados de outros estudos que empregam o mesmo tipo de perfil para o potencial espiral. Veremos que o mínimo de densidade estelar na co-rotação também é produzido pela simulação que utiliza o modelo com um perfil azimutal Gaussiano para o potencial espiral (modelo Sp3). Isto, por sua vez, já se apresenta como um importante resultado: a formação do mínimo de densidade na co-rotação não possui uma forte dependência sobre a forma azimutal dos braços espirais; sua dependência mais forte está sobre o *phase shift* entre o potencial e a densidade espiral, como será discutido posteriormente. Os resultados das simulações que utilizam os outros modelos não-axissimétricos da tabela 2.4 são discutidos na seção 5.4. A figura 5.1 mostra uma sequência temporal da distribuição de partículas no plano galáctico para alguns instantâneos da simulação com o modelo Sp1. Daqui em diante, faremos referência às partículas-teste como estrelas propriamente ditas, tanto para tornar mais fácil a contextualização do problema como pelo fato de que este é realmente o papel que as partículas desempenham nas simulações.

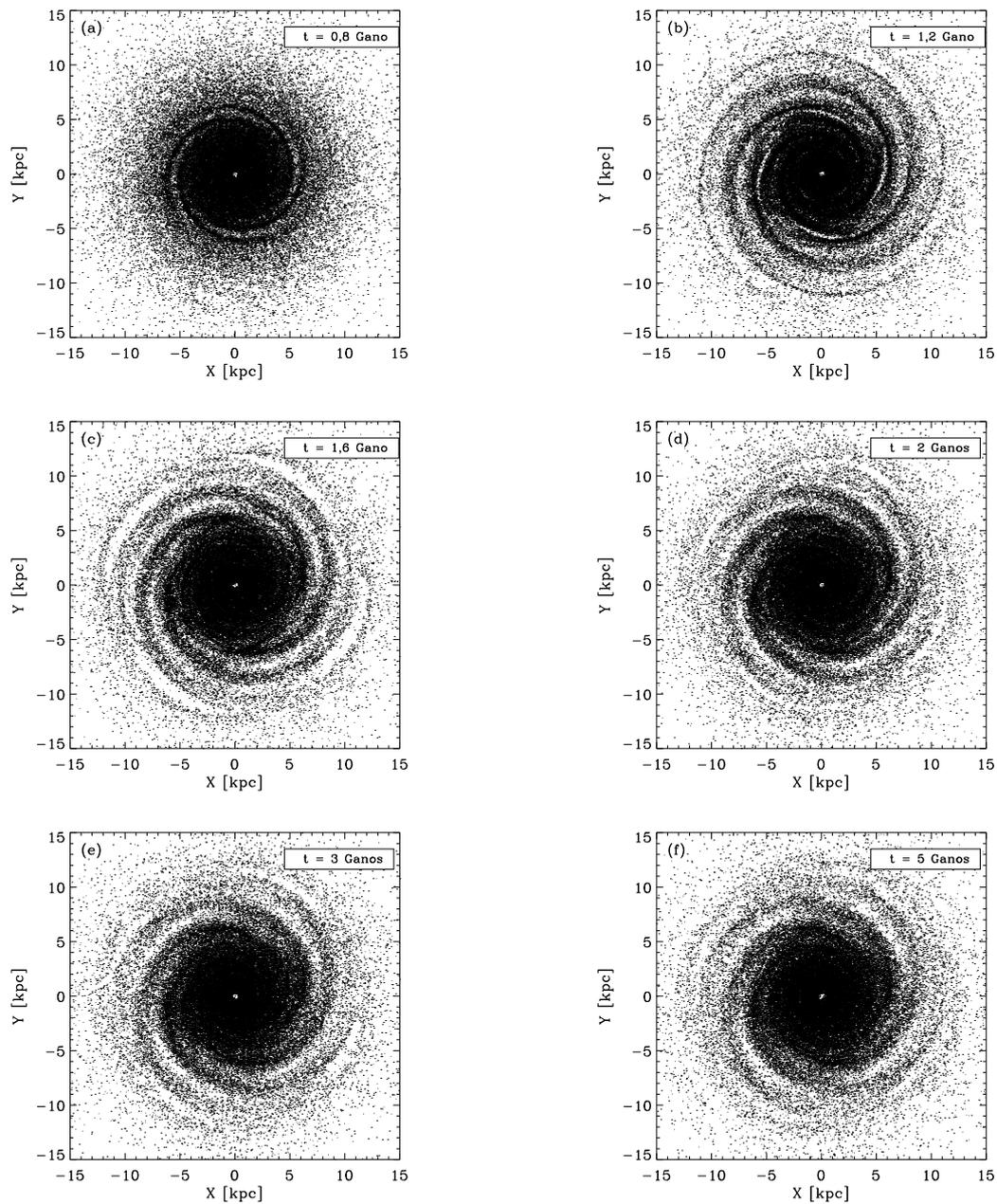


Figura 5.1: Sequência temporal da distribuição de partículas-teste no plano galáctico. Os instantes nos quais as distribuições foram registradas estão indicados nas legendas de cada painel. As distribuições são o resultado da simulação usando a perturbação espiral do modelo Sp1.

5.1 Distribuições radiais

Mostramos na figura 5.2(a) as distribuições inicial e final de densidade de estrelas no disco galáctico, como o resultado da simulação de órbitas de partículas-teste sob a perturbação do potencial espiral do modelo Sp1 e com todas as características e condições iniciais apresentadas no capítulo 4. A distribuição inicial (curva azul na figura 5.2(a)) é equivalente à mostrada na figura 4.1(a), aqui apresentada em termos da densidade normalizada. Nesta primeira análise, não estamos preocupados com os valores absolutos da densidade estelar em cada raio; nosso interesse principal é acerca das variações relativas desta quantidade em diferentes instantes das simulações. A distribuição final (curva vermelha na figura 5.2(a)) é tomada ao término da simulação, em $t = 5$ Ganos. A figura 5.2(b) mostra a amplitude relativa das variações de densidade em função do raio galáctico. Em outras palavras, mostra-se a diferença entre as distribuições final e inicial de densidades dividida pela distribuição inicial. À parte de algumas características gerais, pode-se observar que o maior desvio da distribuição inicial ocorre no raio de co-rotação, $R_{\text{cr}} = 8,54$ kpc, onde temos um evidente mínimo de densidade com uma amplitude relativa de cerca de -0,35. As distribuições mostradas nas figuras 5.2(a) e 5.2(b) foram suavizadas através da aplicação da técnica de kernel para estimativa de densidade. Utilizamos um kernel Gaussiano para construir a função estimadora de densidade \hat{f} , dada por Silverman (1986) na forma:

$$\hat{f}(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}nh} \sum_{i=1}^n \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{x - x_i}{h} \right)^2 \right], \quad (5.1)$$

a qual é projetada para ser o mais próximo possível da verdadeira distribuição de densidade f dos dados provindos da simulação. Na equação 5.1, n é o número total de estrelas na simulação; x_i é a amostra de raios galácticos de cada estrela i , e x é o conjunto de pontos ao longo do raio do disco nos quais a densidade \hat{f} é calculada; h é a largura de banda, ou parâmetro de suavização, o qual é escolhido para ser da forma $h = 1,06 \sigma n^{-1/5}$ para um kernel Gaussiano. Para a dispersão dos dados σ , obtivemos resultados similares usando tanto o desvio-padrão da amostra quanto o desvio absoluto da mediana, dado por $\sigma = \text{mediana}\{|x_i - \tilde{\mu}|\} / 0,6745$, onde $\tilde{\mu}$ denota a mediana da amostra. O desvio absoluto da mediana é preferível quando lidamos com distribuições com longas caudas, como discutido

em Bowman e Azzalini (1997).

A figura 5.3 mostra a distribuição da dispersão radial de velocidade em função do raio galáctico, no início (curva traço-pontilhada; equivalente à figura 4.1(b)) e no final da simulação (curva sólida). Observa-se que vários picos na distribuição final de σ_U estão relacionados às posições das ressonâncias de Lindblad. Também pode ser notado que um mínimo local na distribuição final de σ_U ocorre no raio de co-rotação, o que está de acordo com o fato de que variações do momento angular na co-rotação não produzem aquecimento dinâmico significativo do disco estelar (equação 3.13). As dispersões σ_U foram calculadas convencionalmente como as raízes quadradas da variância:

$$\sigma_U = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (V_{R_i} - \bar{V}_R)^2}{n-1}} \quad (5.2)$$

onde n é o número de estrelas em cada *bin* de raio, e $\bar{V}_R = \frac{\sum_{i=1}^n V_{R_i}}{n}$.

5.1.1 Variações de momento angular

Estimamos as variações de momento angular ΔL através do disco galáctico a partir do cálculo dos momentos angulares iniciais $L_i = R_i \cdot V_{\phi_i}$ e finais $L_f = R_f \cdot V_{\phi_f}$ de cada órbita estelar simulada. Para os momentos angulares finais são tomadas as médias sobre as duas últimas revoluções de cada órbita estelar individual. A linha superior da figura 5.4 mostra ΔL em função do raio galáctico inicial das estrelas para dois intervalos de tempo diferentes, em $t = 1,5$ Gano (painel (a)), e no final da simulação em $t = 5$ Ganos (painel (b)). A escala de cores corresponde à densidade de estrelas no plano $\Delta L - R$. O eixo- y de cada painel superior da figura 5.4 mostra a variação de momento angular ΔL dividida pela velocidade circular inicial V_c das estrelas, o que corresponde aproximadamente à magnitude das variações em raio (daqui em diante, embora não explicitamente, os valores para ΔL serão dados em unidades de kiloparsecs). Os painéis inferiores da figura 5.4 mostram as amplitudes das variações relativas de densidade estelar em função do raio galáctico, da mesma forma como mostrado na figura 5.2(b). Os painéis (c) e (d) também mostram as distribuições nos intervalos de tempo $t = 1,5$ e 5 Ganos. Em cada painel da figura 5.4, a linha vertical tracejada indica o raio de co-rotação do nosso modelo Galáctico; as linhas verticais pontilhadas indicam os raios das 2:1 ILR/OLR e 4:1 ILR/OLR. Notamos aqui

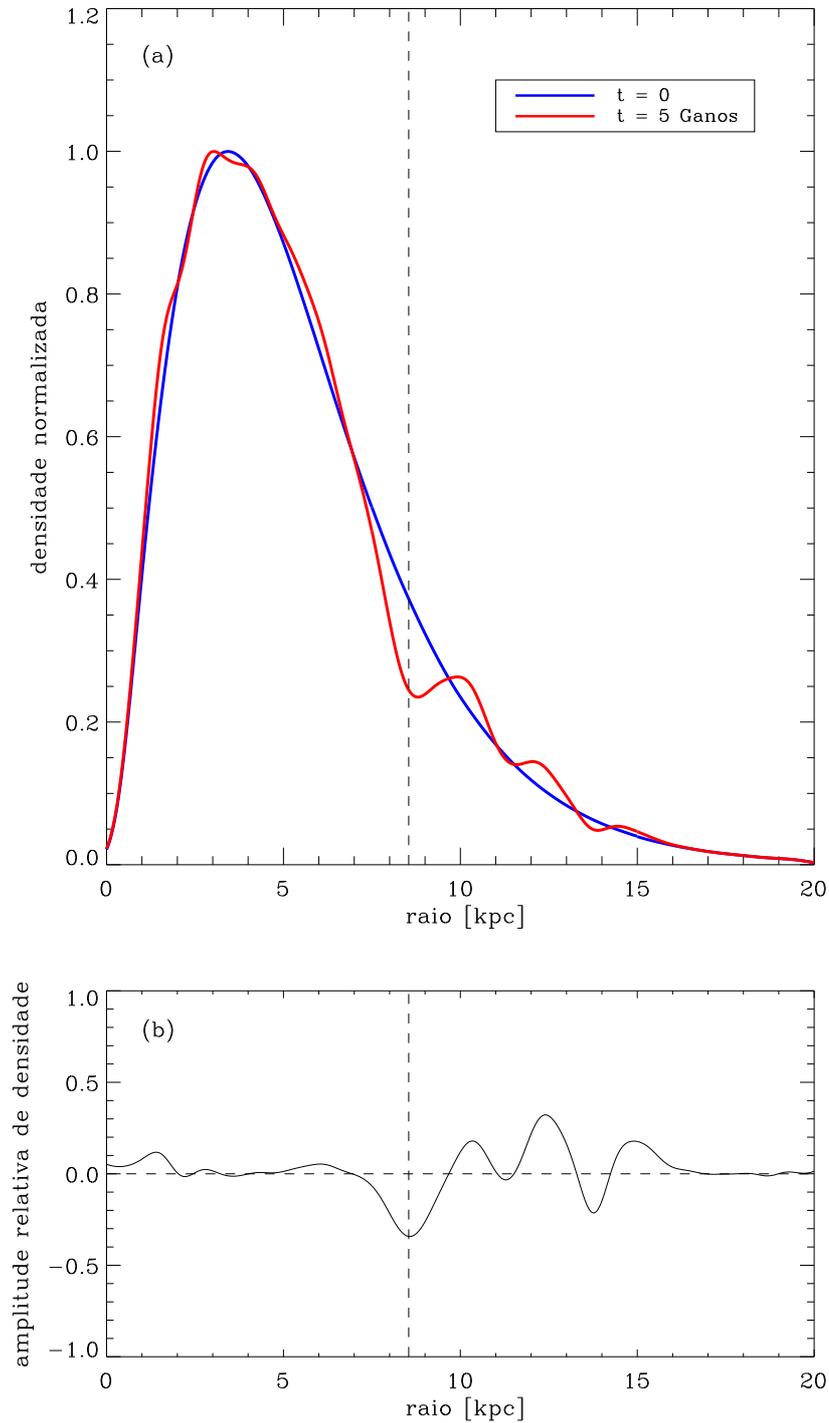


Figura 5.2: (a) Densidade normalizada de estrelas no plano galáctico. As curvas correspondem à distribuição inicial de estrelas em $t = 0$ (curva azul) e à distribuição final (média azimutal) em $t = 5$ Ganos (curva vermelha). As distribuições são o resultado da simulação usando a perturbação espiral do modelo Sp1. (b) Amplitudes das variações relativas de densidade entre os estágios inicial e final da simulação; o correspondente direto da diferença relativa entre as distribuições mostradas no painel (a). As linhas verticais tracejadas nos dois painéis indicam o raio de co-rotação do modelo, $R_{cr} = 8,54$ kpc.

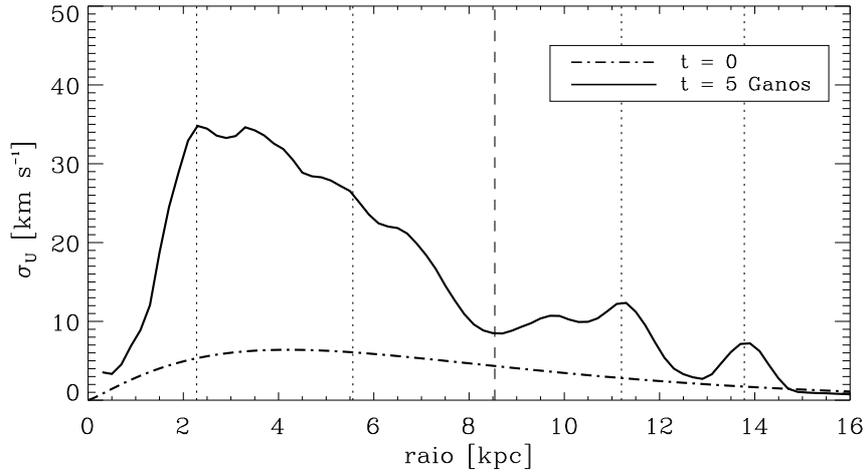


Figura 5.3: Distribuição de dispersão radial de velocidade em função do raio galáctico para o disco inicial não-perturbado (curva traço-pontilhada) e para o estado final ao término da simulação em $t = 5$ Ganos (curva sólida). As distribuições são o resultado da simulação usando a perturbação espiral do modelo Sp1. A linha vertical tracejada indica o raio de co-rotação; as linhas verticais pontilhadas indicam as ressonâncias internas e externas 2:1 e 4:1 de Lindblad.

a grande semelhança entre a distribuição radial de ΔL na figura 5.4(b), obtida a partir da evolução simulada do disco para um tempo de 5 Ganos, com a distribuição esquematizada na figura 3.10, obtida a partir dos resultados teóricos das transferências de momento angular entre as estrelas do disco e a onda espiral derivados por Lynden-Bell, Kalnajs e Zhang.

Como mencionado por vários autores (e.g. Sellwood e Binney 2002; Minchev e Famaey 2010; Roškar et al. 2012), as maiores mudanças em momento angular são aquelas que ocorrem próximo da co-rotação. O formato da distribuição de ΔL com uma inclinação negativa, da ordem de -2 com respeito à linha $\Delta L = 0$ e cruzando esta no raio de co-rotação, causa algumas estrelas a se mover simetricamente de um lado para o outro da co-rotação. Como notado por Minchev et al. (2012), a tendência geral é um acréscimo em ΔL em raios justamente interiores à co-rotação e um decréscimo desta quantidade em raios justamente exteriores à co-rotação. Em nossos experimentos numéricos, este comportamento é especialmente verificado durante os estágios de crescimento da amplitude da perturbação espiral. Imediatamente após o tempo em que a perturbação espiral é ‘ligada’, em $t \approx 0,5$ Gano, as variações de momento angular começam a crescer exclusivamente nas ressonâncias de Lindblad e na ressonância de co-rotação. Durante os últimos estágios de crescimento da per-

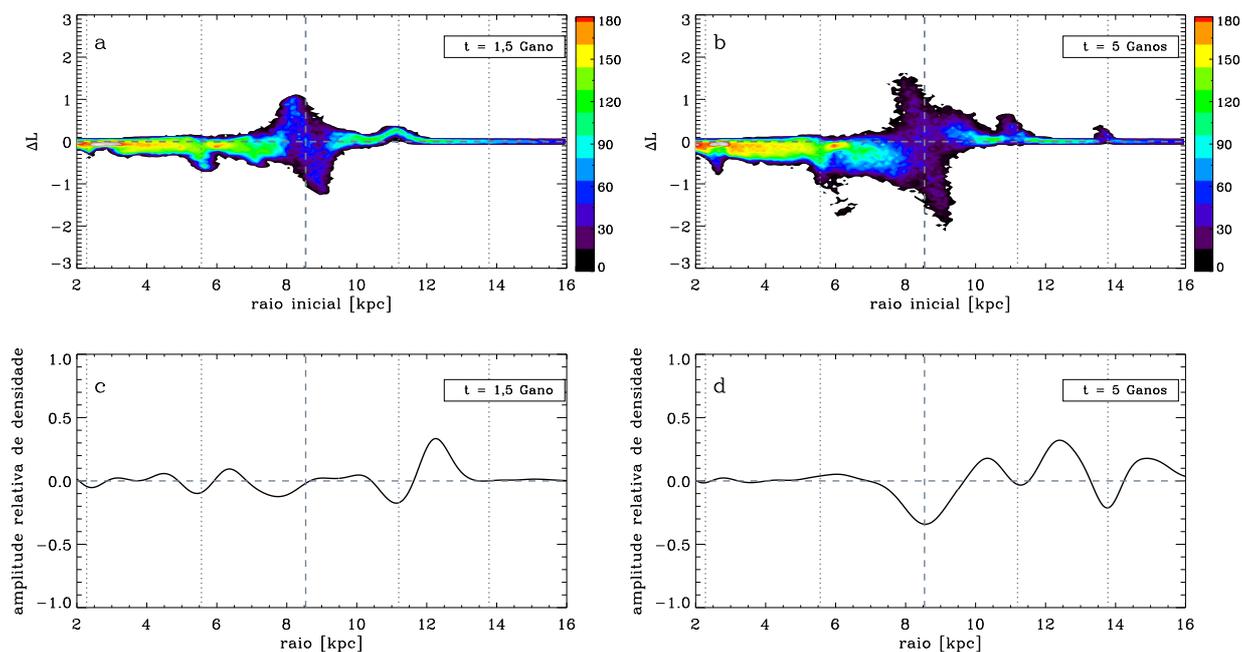


Figura 5.4: Painéis (a) e (b): variações de momento angular em função do raio galáctico inicial das estrelas. O eixo- y mostra ΔL em unidades da velocidade circular inicial V_c das estrelas. A escala de cores é uma medida da densidade de estrelas em cada bin de ΔL e R . Painéis (c) e (d): amplitudes das variações relativas entre as distribuições inicial e final de densidade de estrelas no disco galáctico (para um dado instante t). Os painéis à esquerda e à direita de cada linha mostram as distribuições nos instantes da simulação $t = 1,5$ e $t = 5$ Ganos, respectivamente. Linhas verticais: o raio de co-rotação é indicado pelas linhas tracejadas; as 2:1 ILR/OLR e 4:1 ILR/OLR são indicadas pelas linhas pontilhadas. As distribuições são o resultado da simulação usando a perturbação espiral do modelo Sp1.

turbação, a distribuição $\Delta L(R)$ atinge máximos locais nestas ressonâncias, mas um certo espalhamento em ΔL ao longo de todo o disco galáctico se torna perceptível. Isto pode ser verificado analisando-se a figura 5.4(a): a distribuição é tomada no instante $t = 1,5$ Ganos, o que corresponde ao estágio no qual a perturbação espiral atinge $\sim 92\%$ da sua amplitude máxima, de acordo com a função de crescimento da amplitude espiral dada na equação 4.6. Adicionalmente às características acima mencionadas, observamos que os sinais de ΔL nas ressonâncias estão de acordo com as previsões de Lynden-Bell e Kalnajs (1972) para a fase linear de crescimento da onda espiral, como discutido no capítulo 3 (§ 3.3). Apesar do relativo espalhamento na distribuição de ΔL em torno da co-rotação, uma estrutura com uma significativa densidade de estrelas no plano $\Delta L - R$ é claramente visível: regiões com grandes variações ΔL positivas e negativas justamente dentro e fora da co-rotação, respectivamente, conectadas pela linha com inclinação negativa ~ -2 discutida previamente.

Após o crescimento completo da amplitude das espirais, em $t \approx 2$ Ganos, observamos que as variações em L acontecem sobre todos os raios galácticos, não apenas principalmente nas ressonâncias. Uma comparação direta entre as figuras 5.4(a) e 5.4(b) revela que uma grande fração de momento angular é trocada entre as estrelas e o modo espiral mesmo durante os estágios quando a perturbação está completamente crescida e constante no tempo. Isto também pode ser verificado através da sequência evolutiva com alguns instantâneos da simulação mostrados na figura 5.5. Do painel (a) ao painel (d), temos a evolução das trocas de momento angular no disco durante o período de crescimento da perturbação espiral. Como mencionado anteriormente, observamos que as maiores amplitudes das variações ΔL ocorrem próximo à co-rotação e ressonâncias de Lindblad. Neste último caso, mais precisamente, as ressonâncias 4:1 interna e externa de Lindblad apresentam $|\Delta L|$ maiores quando comparados àqueles nas ressonâncias 2:1. Isto pode ser entendido lembrando que as ressonâncias 4:1 são ressonâncias de 1ª ordem para um modo espiral $m = 4$ braços, que é exatamente o modo espiral do modelo Sp1 utilizado nesta simulação. Nestas condições, o período de oscilação do movimento epicíclico nas ressonâncias 4:1 coincide naturalmente com o período de encontro das estrelas com os braços espirais, o que pode explicar as maiores variações ΔL próximo a tais ressonâncias. Do painel (e) ao painel (h), temos o correspondente à evolução do disco no regime da perturbação espiral independente do tempo. Observa-se agora uma aparente saturação das variações ΔL na co-rotação e ressonâncias 4:1, e um contínuo crescimento das variações em L em todo o intervalo de raios galácticos, não restritos às ressonâncias, porém a uma taxa bem mais reduzida quando comparada à taxa das variações durante o crescimento da perturbação. Além disso, também se observa agora uma intensificação das variações em L nas ressonâncias 2:1 de Lindblad nesta fase de amplitude constante da perturbação.

As principais variações em L ocorrem até o final da simulação, como mostrado nas figuras 5.4 e 5.5. Realizamos também simulações com um tempo total de integração de $t = 10$ Ganos, e apenas pequenas variações adicionais na distribuição de $\Delta L(R)$ foram observadas após o tempo $t = 5$ Ganos. Além disso, também pode ser observado através da figura 5.4(b) que os sinais de $\Delta L(R)$ invertem através da co-rotação: as mudanças principais em L são negativas para raios dentro da co-rotação e positivas para raios fora da co-rotação. Estes resultados estão em concordância com os trabalhos de Zhang (1996,

1998), no que diz respeito às suas previsões sobre as trocas de momento angular entre as estrelas do disco e a onda espiral no regime não-linear, quando o modo espiral atinge seu estado quasi-estacionário. Uma representação esquemática desta fase é apresentada pela distribuição de $\Delta L(R)$ no gráfico da figura 3.9. Retornaremos à análise da correspondência entre nossos resultados e os trabalhos de Zhang ao final desta seção.

Focamos as nossas análises agora sobre as variações de momento angular e densidade estelar que acontecem próximo do círculo da co-rotação. Durante o crescimento inicial da perturbação espiral, as amplitudes das variações ΔL aumentam com o aumento da amplitude das espirais. Analisando as mudanças em L em uma região anular com uma largura $\sim 0,5$ kpc exatamente interior ao raio de co-rotação, da figura 5.4(a) vemos que uma maior densidade de estrelas apresentam valores positivos para ΔL do que valores negativos. Isto também pode ser verificado analisando-se a sequência mostrada na figura 5.5 para tempos da simulação anteriores ou iguais a 2 Ganos (painéis (a) a (d)), correspondente à fase de crescimento da perturbação. O oposto da situação descrita acima é verificado quando tomamos o anel de 0,5 kpc de largura exatamente fora da co-rotação: uma maior densidade de estrelas com valores negativos de ΔL do que valores positivos. Estas mudanças em L são devido principalmente às estrelas se movendo nas *horseshoe orbits*. Ao passo que a amplitude das espirais aumenta, o processo de captura de órbitas ao redor dos pontos Lagrangianos $L_{4/5}$ também aumenta, possibilitando o desenvolvimento de grandes variações em L próximo da co-rotação. Na fase do completo crescimento da perturbação ($t \approx 2$ Ganos), as amplitudes de $|\Delta L|$ atingem $\approx 1,4$ em ambos os lados da co-rotação. Durante a fase final de crescimento e a fase independente do tempo da amplitude das espirais, de $t = 2$ a 5 Ganos, o desenvolvimento de variações negativas em L ($\Delta L < 0$) pelas estrelas no anel interior à co-rotação parece contra-balancear o aumento positivo de L devido às *horseshoe orbits*. O processo oposto ocorre justamente no anel externo à co-rotação. Entretanto, de $t = 2$ a 5 Ganos, observamos um aumento adicional do pico positivo de ΔL dentro da co-rotação, de $\approx 1,4$ a $\approx 1,7$, assim como um aumento absoluto do pico negativo fora da co-rotação, de $\approx -1,4$ a $\approx -2,0$. Estas variações adicionais estão marcadas no painel (h) da figura 5.5 pelos círculos vermelhos. Este resultado pode ser explicado da seguinte maneira: algumas estrelas viajando nas *horseshoe orbits* podem sofrer variações em L com o sinal oposto daquele necessário para a manutenção de tais órbitas, estando

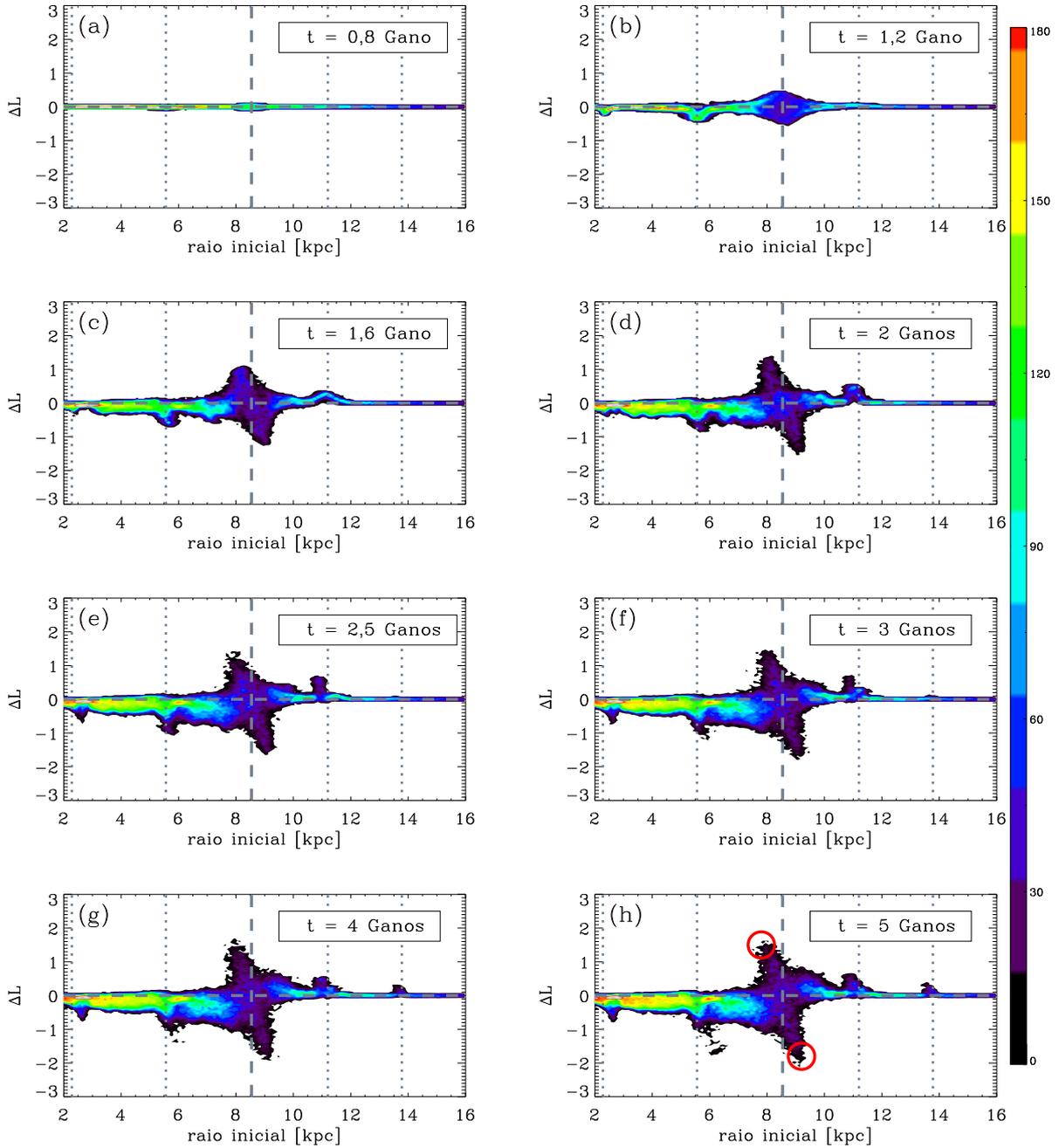


Figura 5.5: Sequência temporal das variações de momento angular em função do raio galáctico inicial das estrelas. Os instantes nos quais as distribuições foram tomadas estão indicados nas legendas de cada painel. As variações ΔL são apresentadas da mesma forma como as mostradas nos painéis superiores da figura 5.4. As distribuições são o resultado da simulação usando a perturbação espiral do modelo Sp1.

tanto do lado interno quanto do lado externo à co-rotação. Por exemplo, uma estrela que estava inicialmente em uma *horseshoe orbit* e do lado externo à co-rotação (com energia $H_{12} < H < H_{45}$, de acordo com a notação apresentada no capítulo 3) perde momento angular ao interagir com a onda espiral e passa para o lado interno da *horseshoe orbit* (com raio $R < R_{\text{cr}}$). Ao invés de ganhar L da onda neste lado da órbita, a estrela pode perder momento angular para a onda uma vez que na fase independente do tempo das espirais, uma grande fração de estrelas dentro da co-rotação começa a apresentar valores negativos de ΔL . Após algumas revoluções, estas perdas de momento angular podem eventualmente causar o ‘desprendimento’ da estrela de sua *horseshoe orbit* inicial e levá-la para uma órbita interna à co-rotação e ao redor do centro galáctico (com energia $H < H_{12}$). Um processo similar, mas com sinais opostos para ΔL , pode ser imaginado para uma estrela inicialmente no lado interno da *horseshoe orbit*; a estrela irá terminar em uma órbita ligada ao redor do centro galáctico e do lado externo à co-rotação (também com energia $H < H_{12}$). Este mecanismo explica o incremento adicional nos picos de $\Delta L(R)$ nas extremidades da estrutura com inclinação negativa e que cruza a co-rotação, durante a fase constante da amplitude da perturbação espiral.

Nos painéis da figura 5.6, apresentamos exemplos de tal processo de espalhamento de órbitas na co-rotação ocorrendo para quatro estrelas em nossas simulações. Nos painéis da coluna à esquerda da figura 5.6, mostramos as órbitas das estrelas no plano galáctico e em um referencial co-rotacionando com o padrão espiral; os pontos azuis e vermelhos mostram as posições iniciais e finais das estrelas, respectivamente; os pontos verdes indicam as posições quando a amplitude da espiral atinge a metade do seu valor máximo (em $t = 1, 1$ Gano), e os pontos laranjas marcam as posições quando a amplitude atinge seu valor máximo (em $t = 2$ Ganos). Os painéis na coluna à direita da figura 5.6 mostram a variação temporal do raio de cada órbita mostrada no painel correspondente à esquerda. Das figuras 5.6(a) e 5.6(b), vemos que a estrela se encontrava inicialmente em uma órbita interior à co-rotação, ficou aprisionada em uma *horseshoe orbit* entre $t \sim 1$ e 4 Ganos, e então escapou da zona de aprisionamento e terminou em uma órbita no lado externo da co-rotação. Por todo o processo, a estrela foi espalhada de um lado para o outro da co-rotação sem um aumento significativo da excentricidade de sua órbita. As figuras 5.6(c) e 5.6(d) também mostram um caso de espalhamento de uma órbita estelar inicialmente no

lado interior à co-rotação e terminando no lado exterior à esta ressonância. No caso das figuras 5.6(e) e 5.6(f), o processo inverso ocorreu: a estrela se encontrava inicialmente em uma órbita exterior à co-rotação e terminou em uma órbita altamente excêntrica dentro da co-rotação. Vemos que durante o cruzamento da co-rotação, entre $t \sim 1$ e 2 Ganos, nenhum acréscimo da amplitude do movimento epicíclico ocorreu, e o posterior significativo aumento desta quantidade até o final da simulação possivelmente foi causado por grandes trocas de momento angular no interior da co-rotação. As figuras 5.6(g) e 5.6(h) mostram outro caso de espalhamento orbital com características semelhantes a este último.

No contexto de ondas espirais recorrentes, Sellwood e Binney (2002), como também Roškar et al. (2012), argumentam que apenas espirais transientes são capazes de promover a excursão de estrelas de um lado para o outro da co-rotação. De acordo com estes autores, a variação temporal da perturbação, desde o seu crescimento exponencial até a rápida evanescência, é da ordem de metade do período das *horseshoe orbits*, portanto estrelas nestas órbitas seriam capazes de cruzar a co-rotação no máximo uma única vez. Neste sentido, uma perturbação espiral estacionária não causaria espalhamento das órbitas através da co-rotação porque as estrelas estariam presas às *horseshoe orbits* por todo o tempo, resultando em nenhuma troca líquida de momento angular próximo à co-rotação. Nossas simulações contradizem esta última hipótese pelo mecanismo discutido previamente e mostrado na figura 5.6: em uma perturbação espiral estacionária, estrelas inicialmente em *horseshoe orbits*, através de um processo de perda/ganho de momento angular dentro/fora da co-rotação (contrário ao necessário para a manutenção das *horseshoe orbits*), podem gradualmente escapar da zona de aprisionamento e migrar para órbitas com raios dentro ou fora da co-rotação e ao redor do centro galáctico. Estas trocas de momento angular com sinais opostos àqueles apresentados por estrelas em *horseshoe orbits* são o que relacionamos ao mecanismo proposto por Zhang (1996) responsável pela estabilização da onda e pela redistribuição da densidade superficial estelar ao longo do disco galáctico. Portanto, concluímos que um padrão espiral estacionário é capaz de promover migração radial através da co-rotação; algumas impressões deste processo podem estar presentes na distribuição radial de metalicidades próximo ao círculo da co-rotação no disco Galáctico, um assunto que é discutido no capítulo 6.

Daqui em diante, referiremos às trocas de momento angular que ocorrem em todo o

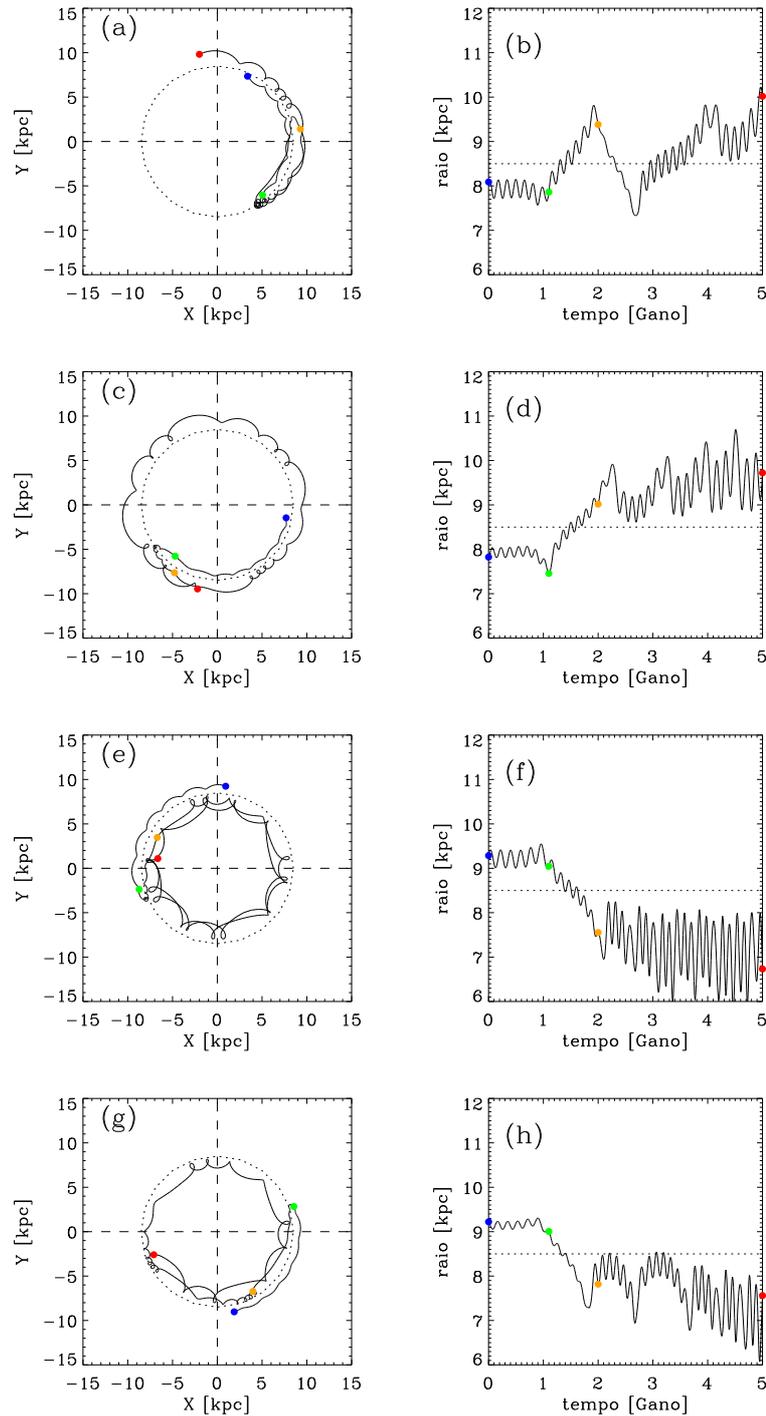


Figura 5.6: Coluna à esquerda: trajetórias orbitais no plano galáctico para estrelas inicialmente próximas e dentro da co-rotação (painéis (a) e (c)) e inicialmente próximas e fora da co-rotação (painéis (e) e (g)). As órbitas são mostradas num referencial em rotação com o padrão espiral, e o sentido positivo de rotação é o horário. A curva pontilhada indica o círculo da co-rotação. Coluna à direita: evolução temporal dos raios orbitais para as órbitas mostradas na coluna à esquerda. A linha horizontal pontilhada indica o raio de co-rotação. Em cada painel, os pontos azuis e vermelhos indicam as posições iniciais e finais das estrelas, respectivamente; os pontos verdes e laranjas indicam as posições em $t = 1, 1$ e 2 Ganos, respectivamente.

disco galáctico, na fase estacionária das espirais, como as mudanças *seculares* em L , para fazer distinção das mudanças em L que ocorrem nas ressonâncias durante o regime linear de crescimento das espirais. Do painel (b) da figura 5.4, vemos que as principais variações seculares no momento angular das estrelas do disco são negativas dentro da co-rotação e positivas fora deste raio. Estas variações seculares em L também podem ser observadas como variações seculares dos raios orbitais médios ΔR das estrelas do disco, com o mesmo padrão de sinais relativos à co-rotação. Na figura 5.7, como resultado da simulação com o modelo espiral Sp1, apresentamos as variações no raio orbital médio, $\Delta R = R_f - R_i$, em função do raio galáctico inicial R_i das estrelas; os raios finais R_f são os raios médios das duas últimas revoluções de cada órbita estelar individual. Estimamos agora as variações ΔR que podem ser esperadas a partir da teoria de espalhamento das órbitas apresentada no capítulo 3. Utilizamos a expressão desenvolvida por Zhang (1998) para a variação secular do raio orbital médio das estrelas (apêndice B), a qual é mostrada na equação 3.36 e repetida a seguir:

$$\frac{dR_*}{dt} = \frac{1}{2} F^2 V_c \tan i \sin(m\phi_0). \quad (5.3)$$

A expressão para o *phase shift* ϕ_0 (apêndice A) é a mostrada na equação 3.32, e também repetida aqui:

$$\phi_0(R) = \frac{1}{m} \tan^{-1} \left[\frac{-\frac{dA_{sp}}{dR} - \frac{2\Omega A_{sp}}{R(\Omega - \Omega_p)}}{A_{sp} k} \right]. \quad (5.4)$$

Inserindo ϕ_0 da equação 5.4 na equação 5.3, com os parâmetros do modelo espiral Sp1 e a curva de rotação da equação 2.1, e considerando um contraste de densidade superficial constante de $\delta\Sigma/\Sigma = 0,15$ (o qual entra na expressão para F), e integrando a equação 5.3 iterativamente sobre a variação de raio e sobre um intervalo de Δt , podemos estimar a magnitude das variações seculares ΔR ao longo do disco. Efetuamos estes cálculos usando um intervalo de tempo de 3 Ganos, que é o intervalo da fase independente do tempo da perturbação espiral em nossas simulações. A distribuição analítica derivada para ΔR em função do raio inicial é sobreposta à distribuição resultante da simulação e mostrada na figura 5.7 como uma sequência de pontos vermelhos. Uma grande concordância pode

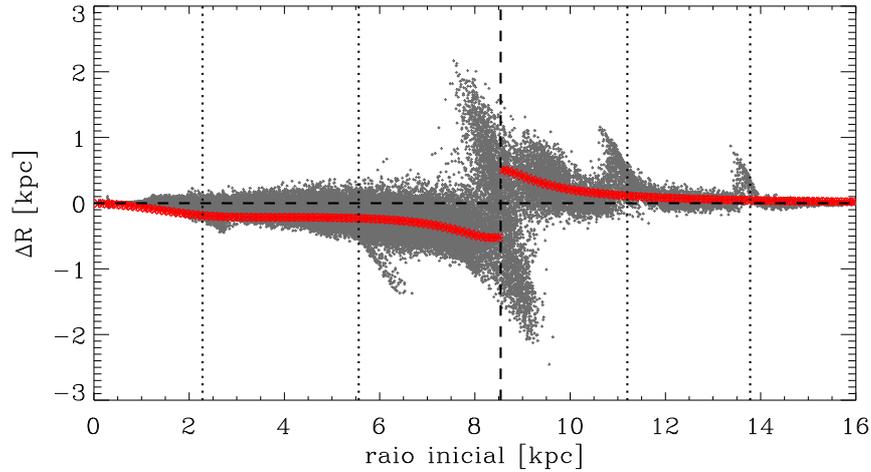


Figura 5.7: Mudanças no raio orbital médio em função do raio inicial para as estrelas da simulação usando a perturbação espiral do modelo Sp1. A sequência de pontos vermelhos mostra a distribuição de ΔR usando as expressões analíticas das equações 5.3 e 5.4. A linha vertical tracejada indica o raio de co-rotação, e as linhas verticais pontilhadas indicam as 2:1 e 4:1 ILR/OLR.

ser observada entre os valores médios da distribuição $\Delta R(R)$ em *bins* de raios galácticos, obtidos com as simulações, e os valores preditos pelas expressões analíticas nas equações 5.3 e 5.4. Deve-se mencionar, entretanto, que esta grande concordância surge em parte da nossa maneira controlada de impor uma perturbação espiral que idealmente atinge uma fase de estado estacionário. Como mencionado anteriormente, a taxa de variação orbital na forma expressa pela equação 5.3 resulta do constrangimento para o estado quasi-estacionário do modo espiral (Zhang 1999). Entretanto, as propriedades das espirais na equação 5.3 (F , i e ϕ_0) são funções do raio R e também da densidade superficial $\Sigma(R)$ e dispersão de velocidades $\sigma(R)$; então, a evolução secular das propriedades do disco estelar apenas garante o estado estacionário das espirais em um cenário de auto-consistência. Zhang (1999) mostrou que nos casos onde tal auto-consistência está ausente, o modo espiral deve co-evoluir com as propriedades do disco estelar durante o processo de redistribuição das órbitas estelares. De qualquer forma, se o padrão espiral da Via Láctea tem experimentado tal fase de estado quasi-estacionário ao longo dos últimos bilhões de anos com as suas características atuais observadas, nossas simples simulações deveriam nos dar, pelo menos, uma figura aproximada da redistribuição da densidade superficial estelar ao longo do disco da nossa Galáxia.

5.2 A confiabilidade das simulações

Como comentado ao final do capítulo 4, o mecanismo de choques gravitacionais que levam à dissipação da energia orbital quando uma estrela atravessa um braço espiral, o qual é descrito por Zhang (1996) como o responsável pela evolução secular dos discos de galáxias espirais, seria adequadamente inferido por meios de experimentos de N-corpos. Também argumentamos no capítulo 4 o fato de que a maioria das atuais simulações N-corpos reproduzem padrões espirais de curta-duração, além de que também geralmente apresentam vários padrões superpostos, cada um com sua velocidade angular Ω_p . Como vimos, o mínimo de densidade estelar na co-rotação é o resultado de um processo de interação com uma perturbação espiral de longa-duração, que persiste por várias revoluções no disco em um regime quasi-estacionário. A simulação N-corpos realizada por Zhang (1996), a qual foi uma versão da simulação realizada por Donner e Thomasson (1994), e que deu suporte para suas descobertas teóricas, produziu um disco estelar no qual um padrão espiral de dois braços e de longa-duração se desenvolveu espontaneamente. Mais recentemente, Sellwood (2011) reproduziu o experimento N-corpos de Zhang, e nas suas simulações o que fora anteriormente reconhecido por Zhang como uma estrutura de longa-duração aparece agora como uma superposição de alguns padrões fortes com diferentes velocidades, cada um destes apresentando curtos tempos de vida.

Temos mostrado que as nossas simulações de partículas-teste fornecem descrições quantitativas razoáveis para a evolução do disco estelar, pelo menos na fase estacionária das espirais. O grande exemplo disto é a boa correspondência entre as distribuições analíticas e simuladas das mudanças seculares dos raios orbitais médios, mostrada na figura 5.7. Entretanto, a questão a ser feita é como nossas simulações com partículas não auto-gravitantes são capazes de reproduzir a evolução de um sistema no qual processos físicos envolvendo instabilidades gravitacionais agem para impulsionar a evolução secular do estado básico do sistema. As instabilidades e processos de espalhamento nos braços espirais, apontados por Zhang, são consequências diretas do *phase shift* entre o potencial e a densidade espiral. Em última análise, as variações seculares de momento angular das estrelas são causadas pelo torque aplicado pelo potencial espiral sobre a densidade espiral, e isto também é, por sua vez, uma consequência do *phase shift*. Em nossas simulações, os sinais das mudanças ΔL e ΔR em ambos os lados da co-rotação (figuras 5.4(b) e 5.7) sugerem que um meca-

nismo similar de torque está sendo aplicado sobre as órbitas estelares: um torque negativo dentro da co-rotação e um torque positivo fora da co-rotação. Além do mais, isto somente poderia ser alcançado se também estivesse presente em nossas simulações tal *phase shift* entre o mínimo do potencial espiral e o máximo da densidade espiral resposta em cada raio. Mostramos a seguir que tal *phase shift* de fato parece operar em nossas simulações.

Na figura 5.8, mostramos as posições de partículas, no plano $R - \theta$, como resultado de uma simulação com algumas pequenas alterações nas condições iniciais descritas no capítulo 4. Tais mudanças são: (1) uma distribuição radial inicial uniforme de densidade de partículas no disco; (2) uma perturbação espiral introduzida abruptamente no início da simulação e com uma amplitude constante no tempo e independente do raio galáctico. Com estas mudanças, apenas pretendemos reproduzir uma densidade resposta mais forte das partículas à perturbação espiral e com valores semelhantes para cada raio galáctico. Em outras palavras, queremos criar condições para que as respostas das órbitas à perturbação apresentem suas dependências e características espaciais principalmente na direção azimutal. Estas mudanças nas condições iniciais também não são sujeitas a perdas de generalidade. Por exemplo, Mennessier e Martinet (1979) e Palous (1980) mostraram que não há diferença substancial na resposta orbital das estrelas entre uma perturbação espiral introduzida de forma lenta ou uma introduzida abruptamente. As posições das partículas foram registradas logo no início da simulação, $t = 100$ Manos, quando a dispersão de velocidades ainda é pequena e conseqüentemente a densidade resposta é mais forte. As curvas vermelhas na figura 5.8 indicam o *locus* do mínimo do potencial espiral; a linha horizontal azul e tracejada indica o raio de co-rotação do modelo. O sentido de rotação é o de azimutes crescentes e os braços representam espirais tipo *trailing*. A figura 5.8 torna evidente a presença do *phase shift* entre o mínimo do potencial espiral e o máximo da densidade resposta de partículas, assim como a mudança de sinal do *phase shift* através da co-rotação; para estrelas com raios orbitais interiores à co-rotação, a densidade resposta se torna mais intensa em azimutes que se adiantam em fase com respeito ao mínimo do potencial espiral, enquanto para estrelas com raios orbitais exteriores à co-rotação, a densidade resposta é maior em azimutes que se atrasam em fase com respeito ao mínimo do potencial espiral.

De certa forma, o fato de um determinado instantâneo da simulação mostrar que existe

um excesso de densidade de partículas em determinadas regiões do disco indica que tais partículas apresentam uma maior probabilidade de se encontrarem em tais regiões considerando um dado intervalo de tempo que engloba tal instantâneo. Em outras palavras, os excessos de densidade mostrados na figura 5.8 devem corresponder às fases orbitais nas quais as partículas passam a maior parte do tempo, tornando assim maior a probabilidade de serem encontradas em tais regiões. Identificando tal excesso de densidade como a densidade resposta à perturbação espiral, temos que as partículas nestas regiões são aquelas que apresentam as órbitas regulares (periódicas ou quasi-periódicas) que tenderão a reforçar o padrão espiral num cenário de auto-consistência. Além disso, temos que a densidade resposta à perturbação apresenta uma diferença de fase com relação ao mínimo do potencial espiral. O fato da estrela passar mais tempo em uma fase orbital que se encontra em um dado lado do mínimo do potencial espiral implica na atuação mais prolongada do torque da perturbação sobre a referida fase da órbita estelar. Deve-se esperar que o torque, devido à componente azimutal da força da perturbação espiral sobre a órbita estelar, deva apresentar a mesma magnitude em ambos os lados do mínimo do potencial espiral, porém com sinais opostos. Mas se a estrela experimenta o torque por um tempo mais prolongado em um dado lado do mínimo do potencial, haverá então um torque líquido τ sobre a órbita da estrela e a conseqüente variação do seu momento angular ($\tau = \frac{dL}{dt} \Rightarrow \Delta L = \bar{\tau}\Delta t$). Da figura 5.8, fica claro que as estrelas com raios orbitais dentro da co-rotação experimentam torques líquidos no sentido contrário ao movimento orbital (relativo ao referencial inercial), gerando então variações negativas de momento angular; estrelas com raios orbitais fora da co-rotação sofrem torques no sentido do movimento orbital (relativo ao referencial inercial) e apresentam, portanto, variações positivas de momento angular.

Temos identificado dessa forma o mecanismo de dissipação de energia orbital que parece estar operando em nossas simulações. A perturbação, representada na forma das ondas espirais, é o agente que induz as variações de energia e momento angular das estrelas no sentido apresentado no diagrama de Lindblad da figura 3.1. Em raios diferentes da co-rotação, as trocas de momento angular e energia entre a estrela e a onda espiral são seguidas da conversão de parte da energia orbital da estrela em ‘calor’ (i.e. movimento não-circular). Mas agora, este processo de aquecimento ocorre em qualquer raio, não apenas nas ressonâncias. Com o aumento da amplitude do movimento epicíclico, a fase da

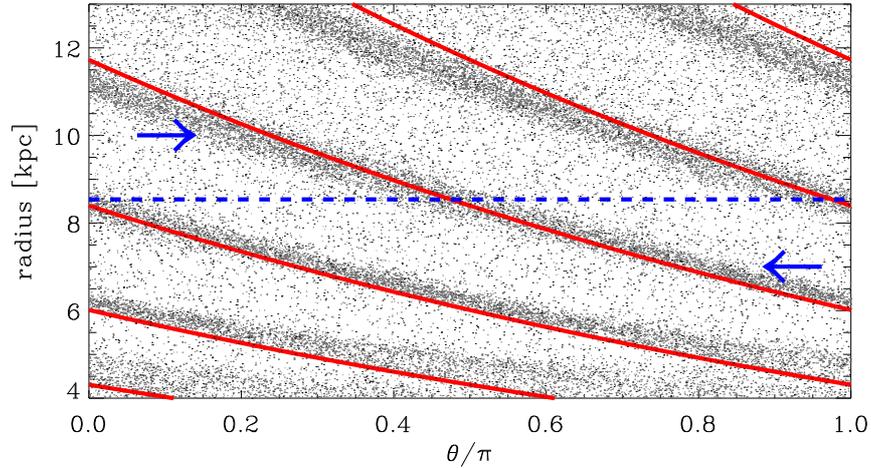


Figura 5.8: Posições das partículas em um instantâneo de uma simulação com pequenas mudanças nas condições iniciais (ver texto para mais detalhes). As curvas vermelhas indicam o *locus* do mínimo do potencial espiral; a linha horizontal tracejada azul marca o raio de co-rotação. As setas azuis apontam para algumas regiões de máxima densidade resposta de partículas. Figura retirada de Barros et al. (2013).

componente não-circular da velocidade estelar começa a se tornar decorrelacionada com a fase das espirais, levando a uma saturação das amplitudes das mudanças em energia e momento angular. Na figura 5.9, mostramos o aquecimento do disco galáctico em termos da variação temporal da dispersão radial de velocidade, baseado nos resultados da simulação com o modelo Sp1. Graficamos as curvas de σ_U para três diferentes raios iniciais: $R_1 = 5,8$ kpc, o qual é próximo da ILR 4:1; $R_2 = 8,5$ kpc, o qual é bem próximo da co-rotação; e para um raio intermediário $R_3 = 7,3$ kpc. As variações temporais de cada curva concordam com as nossas expectativas sobre o processo de transferência de momento angular e energia durante os estágios de crescimento da perturbação e sua fase estacionária. Isto também é, por sua vez, uma prova de que nossas simulações incorporam efeitos dissipativos que levam ao aquecimento do disco estelar. Deve ser notado que as curvas $\sigma_U(t)$ na figura 5.9 mostram a evolução do aquecimento dinâmico das estrelas que estavam inicialmente nos raios R_1 , R_2 e R_3 , mas que não necessariamente permaneceram nestes raios com o progresso da simulação, uma vez que esperamos que estas estrelas tenham sofrido um decréscimo dos seus raios orbitais médios. Consequentemente, com o aumento da distância até a co-rotação, uma dada quantidade de perda de momento angular está associada com uma quantidade cada vez maior de energia convertida em movimento não-circular. A figura 5.9

mostra que mesmo depois do tempo em que as espirais atingem o estado estacionário ($t = 2$ Ganos), o processo de aquecimento continua operando no disco em todos os raios exceto a co-rotação, a uma taxa bem menor comparada àquela durante a fase de crescimento da amplitude das espirais ($t \sim 0,5$ a 2 Ganos), entretanto.

Uma análise mais profunda dos efeitos não-lineares associados com a transferência secular de momento angular não está dentro dos propósitos deste trabalho. Em qualquer caso, temos mostrado que as quantidades médias de momento angular e energia trocadas em um dado passo de tempo nas simulações concordam qualitativa e quantitativamente bem com aquelas esperadas pela teoria. Mesmo que os processos intermediários que levam à dissipação de energia orbital quando a estrela interage com a onda espiral não sejam reproduzidos pelas nossas simulações, nossos resultados sugerem que o torque final aplicado pelas espirais sobre as órbitas estelares que contribuem para a densidade espiral resposta tem seu papel devidamente levado em conta pelos nossos experimentos. Isto nos permite ir além no estudo dos efeitos da perturbação espiral sobre as órbitas estelares, e especificamente, os efeitos da ressonância de co-rotação sobre a densidade superficial do disco estelar.

5.3 O mínimo de densidade estelar na co-rotação

Uma vez que podemos considerar a densidade superficial do disco estelar como sendo formada pela superposição de órbitas estelares, um estudo das mudanças da resposta orbital a uma perturbação é em última análise um estudo da evolução da densidade superficial do disco. As mudanças seculares dos raios orbitais médios das estrelas são o fator principal responsável pela formação do mínimo na densidade estelar no raio de co-rotação, como podemos ver a partir da figura 5.2. Também vimos que as mudanças orbitais das estrelas presas às *horseshoe orbits*, durante o crescimento linear da perturbação, causam apenas pequenas variações da densidade estelar inicial próximo à co-rotação (figura 5.4(c)). O mínimo de densidade na co-rotação, obtido com os parâmetros espirais do modelo Sp1 ($f_{r0} = 0,075$), atinge uma amplitude relativa de $\approx 0,35$ no passo de tempo $t = 5$ Ganos e é seguido por um máximo de densidade estelar com amplitude relativa de $\approx 0,18$ no raio $R \sim 10,3$ kpc. Acreditamos que tal máximo é inicialmente formado por algumas estrelas que ficam aprisionadas nas *horseshoe orbits* e que passam a maior parte do tempo

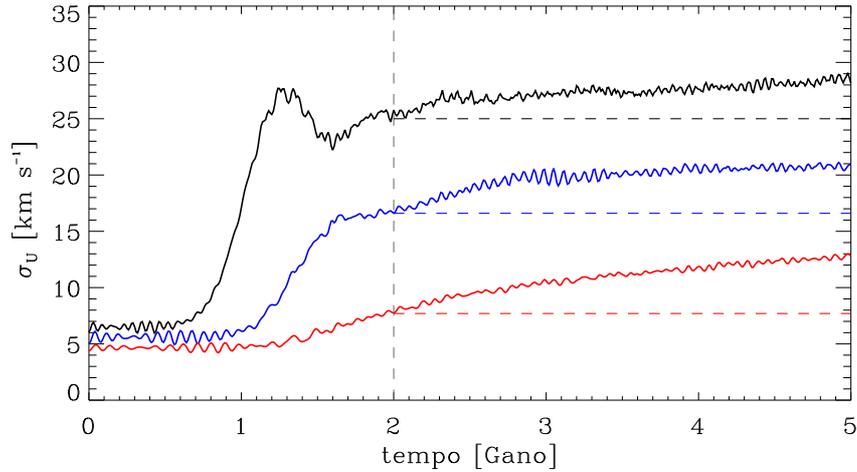


Figura 5.9: Dispersão radial de velocidade em função do tempo para três diferentes raios iniciais: $R_1 = 5,8$ kpc (linha preta), $R_2 = 8,5$ kpc (linha vermelha), and $R_3 = 7,3$ kpc (linha azul). As curvas para R_1 e R_2 mostram a evolução de σ_U em raios próximos à 4:1 ILR e co-rotação, respectivamente; a curva para R_3 mostra a evolução de uma região intermediária entre estas duas principais ressonâncias. A rápida ascensão de σ_U durante o crescimento inicial da perturbação é retratada nas curvas para R_1 e R_3 . As linhas horizontais tracejadas enfatizam a continuação do aquecimento do disco durante a fase estacionária das espirais (após $t = 2$ Ganos).

no lado externo da órbita (relativo ao raio de co-rotação). Durante a fase estacionária das espirais, a amplitude deste máximo aumenta devido ao aumento dos raios orbitais médios nas regiões fora da co-rotação. Também não podemos excluir a possível dependência deste máximo com as mudanças orbitais devido aos efeitos da OLR 4:1.

Também executamos outras simulações com o mesmo conjunto de parâmetros, mas mudando o valor da razão do campo de forças f_{r0} : uma simulação com $f_{r0} = 0,05$ produziu um mínimo na co-rotação com uma amplitude relativa bastante pequena, $\approx 0,07$; por outro lado, uma simulação com $f_{r0} = 0,1$ gerou um mínimo com uma amplitude relativa bem maior, $\approx 0,50$, seguido por um máximo de densidade com amplitude $\approx 0,25$. A configuração de máximos e mínimos mostrada na figura 5.4(d) atinge um estado estável dentro de alguns passos de tempo antes do final da simulação em $t = 5$ Ganos. Realizamos uma simulação com as mesmas condições iniciais mas para um tempo total de integração de 10 Ganos, e apenas algumas pequenas variações adicionais na distribuição das amplitudes relativas de densidade estelar foram observadas entre os passos $t = 5$ Ganos e $t = 10$ Ganos, o maior deles sendo um aumento da amplitude do mínimo na co-rotação de 0,35

para $\sim 0,40$. Observamos que as principais variações na densidade superficial estelar ocorreram dentro de um intervalo de tempo de 3 *Ganos*, o qual é o intervalo no qual as espirais permanecem num estado estacionário em nossas simulações. Neste estudo, concentramos as atenções sobre o mínimo de densidade associado com a co-rotação e o máximo de densidade em raios logo após esta ressonância; as características na densidade que parecem estar associadas com as ressonâncias internas e externas 2:1 e 4:1 de Lindblad são discutidas brevemente no capítulo 7.

Enfatizamos aqui que estamos reportando a existência de um mínimo de densidade na co-rotação o qual é formado apenas na componente estelar do disco. Entretanto, um mínimo de densidade na componente de gás também deve estar presente na co-rotação. De fato, uma região em forma de anel deficiente em hidrogênio neutro, com raio ligeiramente maior que o raio Galáctico solar, pode ser vista nos resultados dos levantamentos de *surveys* de H I do passado, e.g. Kerr (1969) e Burton (1976). Amôres, Lépine e Mishurov (2009) mapearam tal anel deficiente em H I e interpretaram o mesmo como sendo um efeito da ressonância de co-rotação. A figura 5.10 mostra o mapeamento realizado por estes autores para a distribuição Galáctica de mínimos na densidade de H I; os círculos azuis representam regiões no plano do disco onde se localizam os mínimos mais ‘profundos’ de gás, enquanto os círculos pretos correspondem aos mínimos de gás com amplitudes maiores que a temperatura de antena de 15 K. A distribuição dos mínimos em forma de anel com raio ligeiramente maior que o do círculo solar (círculo com raio 7,5 kpc na figura 5.10) é bem evidente. Lépine et al. (2011) explicam que tal vazão de gás é causado pelo efeito de ‘bombeamento’ promovido pela estrutura espiral, o qual produz um fluxo de gás em direções opostas a partir da co-rotação: um fluxo em direção ao centro Galáctico no interior da co-rotação e um fluxo ‘para fora’ da Galáxia no exterior da co-rotação. Estudos tanto analíticos como numéricos do fluxo de gás próximo à co-rotação têm predito tal comportamento (e.g. Lacey e Fall (1985); Lépine et al. (2001)). Uma observação direta deste processo foi recentemente conduzida por Elmegreen, Galliano e Alloin (2009) a partir da análise do fluxo de gás na região da co-rotação da galáxia NGC 1365.

Portanto, o mínimo de densidade de massa na co-rotação parece ser formado por ambas as depleções nas densidades das componentes de gás e de estrelas. A existência e formação do mínimo na densidade de gás foram investigadas pelos estudos mencionados anterior-

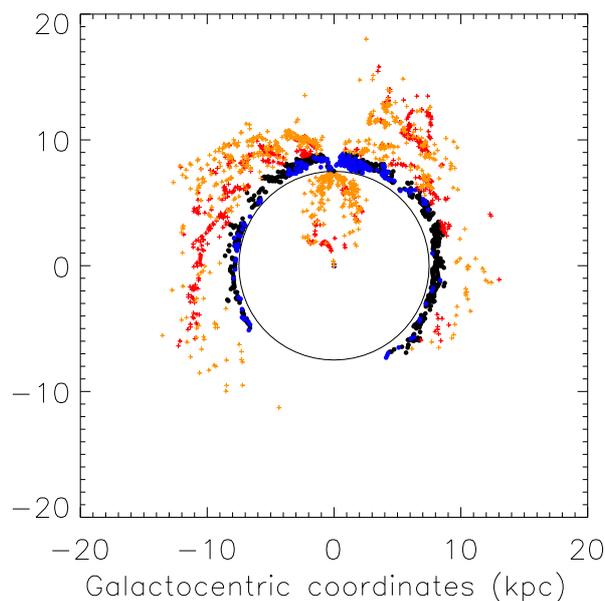


Figura 5.10: Distribuição das regiões deficientes em HI no plano Galáctico. O círculo solar com raio 7,5 kpc é mostrado. Os vazios pertencentes à divisão Galáctica tipo ‘anel de Cassini’ são representados pelos círculos preenchidos - em azul para os *gaps* ‘profundos’, e em preto para mínimos maiores que 15 Kelvin. Os *gaps* situados em regiões não associadas ao anel são representados pelas cruces vermelhas e laranjas. Figura retirada de Amôres et al. (2009).

mente. No presente estudo, propomos que o mínimo de densidade na componente estelar pode ser explicado pela evolução a longo prazo dos raios orbitais médios das estrelas. Esta proposição implica na existência do mínimo de densidade estelar apenas na componente estelar velha, a qual está mais sujeita às variações nas suas propriedades devido aos processos internos de evolução secular. No entanto, sendo um mínimo na densidade de gás também presente na co-rotação, devemos esperar, por consequência, um mínimo na densidade de estrelas jovens próximo a esta ressonância. Os processos físicos subjacentes às formações dos mínimos nas densidades de gás e estrelas na co-rotação são diferentes, principalmente devido aos diferentes livres caminhos médios destas duas componentes. Entretanto, os resultados finais destes processos apontam para um cenário comum para a densidade do disco no círculo da co-rotação.

5.4 Resultados das simulações usando diferentes modelos espirais

Apresentamos a seguir breves comentários sobre os resultados acerca da formação do mínimo de densidade estelar na co-rotação e para simulações usando os modelos espirais da tabela 2.4, exceto o modelo Sp1 já apresentado anteriormente, assim como para algumas variantes de tais modelos. Restringiremo-nos aqui às análises do mínimo na co-rotação; uma discussão geral sobre as características na densidade que ocorrem em outros raios é apresentada no capítulo 7. A figura 5.11 mostra as distribuições radiais das amplitudes das variações relativas de densidade para simulações usando os modelos espirais Sp2, Sp3, Sp4, Sp5 e Sp6 (mostrados pelas curvas sólidas), da mesma forma como a apresentada na figura 5.4(d) para o modelo Sp1. Também discutimos uma variação do modelo Sp1 (Sp1*) que simula um disco estelar com condições iniciais correspondentes a um disco dinamicamente quente. Todas as distribuições foram registradas no passo de tempo $t = 5$ Ganos.

5.4.1 Modelo Sp2

A figura 5.11(a) mostra as distribuições obtidas com um modo espiral único de 2 braços: a curva sólida mostra os resultados usando o modelo espiral Sp2 com os parâmetros da tabela 2.4 - a amplitude relativa de densidade para o mínimo na co-rotação é $\approx 0,25$. A curva tracejada representa a distribuição para um modelo com os parâmetros: $m = 2$, $i = -6^\circ$, $f_{r0} = 0,15$ - o maior valor para f_{r0} leva a uma maior amplitude para o mínimo na co-rotação, de $\approx 0,43$. A curva pontilhada mostra a distribuição para um modelo com: $m = 2$, $i = -12^\circ$, $f_{r0} = 0,125$ - a amplitude relativa do mínimo é de $\approx 0,32$. Comparando estas distribuições com aquela do modelo Sp1, vemos que um padrão quatro-braços com uma razão de forças $f_{r0} = 0,075$ é capaz de produzir um mínimo na densidade estelar com uma maior amplitude do que aquele produzido por um padrão dois-braços com $f_{r0} = 0,1$.

5.4.2 Modelo Sp3

Este modelo emprega o potencial espiral com perfil azimutal Gaussiano formulado por Junqueira et al. (2013). O modelo apresenta pequenas mudanças com relação aos valores originais dos parâmetros dados pelos autores, os quais são, especificamente, o número de braços $m = 4$ e *pitch angle* $i = -12^\circ$. A razão para estas mudanças é apenas para tornar

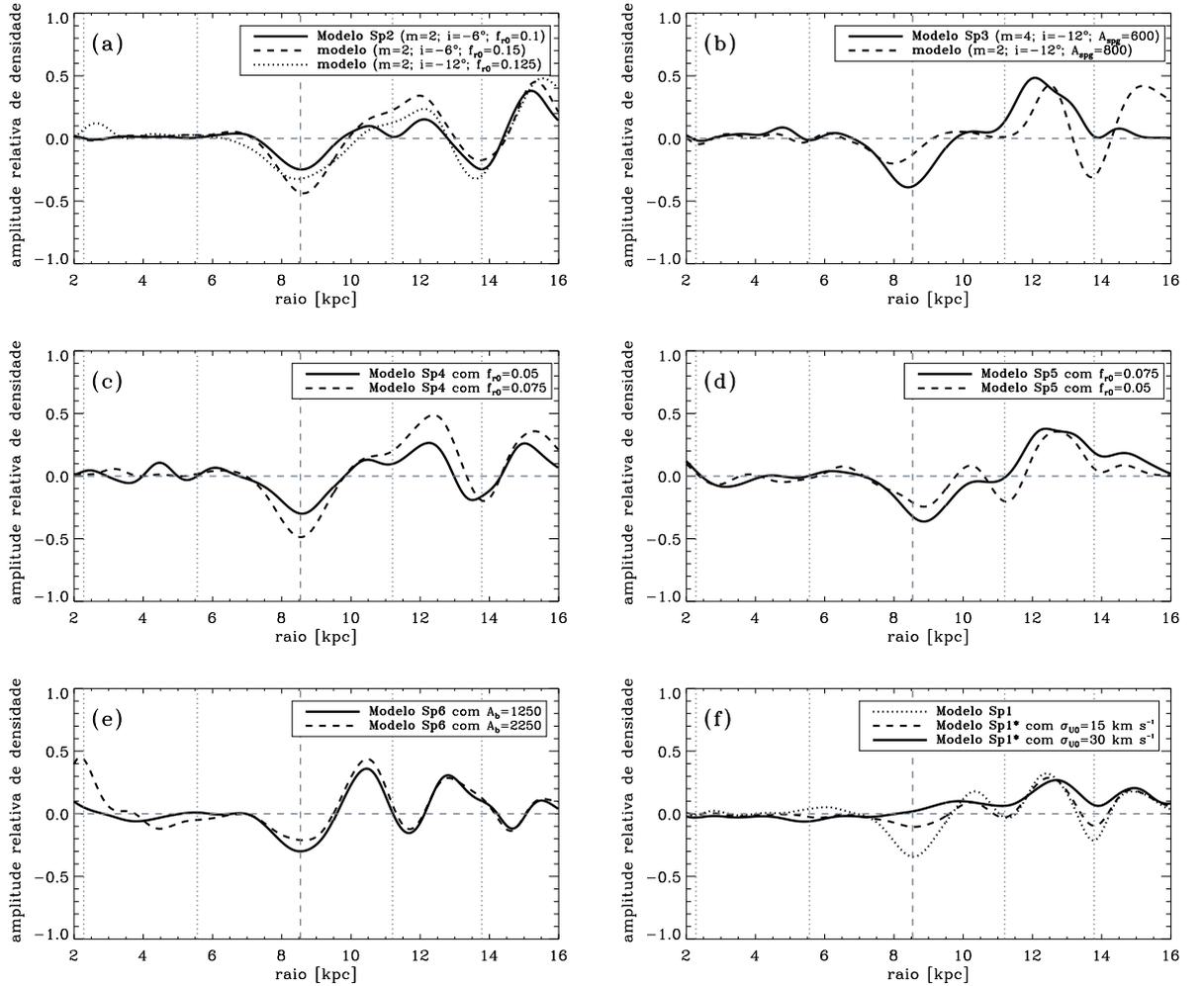


Figura 5.11: Distribuições radiais das amplitudes das variações relativas de densidade tomadas no final das simulações ($t = 5$ Ganos). Os painéis (a), (b), (c), (d) e (e) mostram os resultados das simulações usando os modelos espirais Sp2, Sp3, Sp4, Sp5 e Sp6, respectivamente, da tabela 2.4. As variantes de cada modelo têm seus parâmetros apresentados nas legendas de cada painel. O painel (f) mostra os resultados de simulações usando o modelo espiral Sp1, mas para dois casos de um disco estelar inicialmente dinamicamente quente. As linhas verticais mostram as posições das ressonâncias para um padrão espiral com velocidade angular $\Omega_p = 25 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$: co-rotação - linha tracejada; ILR/OLR 2:1 e ILR/OLR 4:1 - linhas pontilhadas.

mais fácil a comparação entre os resultados deste modelo e aqueles do modelo Sp1, o qual utiliza o perfil senoidal para o potencial espiral. Mantivemos a meia-largura dos braços σ_g constante ao longo do raio galáctico, o que por consequência produz um contraste de densidade dos braços também independente do raio. As variações relativas de densidade usando o modelo Sp3 são mostradas como a curva sólida na figura 5.11(b). O perfil do mínimo na co-rotação é bastante similar ao obtido com o modelo Sp1; a amplitude relativa do mínimo é 0,40. Como argumentado por Junqueira et al. (2013), este novo modelo do potencial espiral leva a uma descrição mais realista da estrutura espiral Galáctica em vários aspectos, e nossa verificação aqui de que ele também é capaz de produzir um mínimo na densidade estelar na co-rotação corrobora a sua importância ao estudo da dinâmica estelar influenciada pela perturbação espiral. A curva tracejada na figura 5.11(b) mostra o resultado de uma simulação que também emprega braços espirais Gaussianos, mas com $m = 2$ braços, *pitch angle* $i = -12^\circ$ e uma amplitude mais alta $\mathcal{A}_{\text{spg}} = 800 \text{ km}^2 \text{ s}^{-2} \text{ kpc}^{-1}$, o que implica uma razão $f_{r0} = 0,06$ de acordo com Junqueira et al. (2013). Embora com uma amplitude relativamente menor, o mínimo de densidade aparece deslocado da co-rotação, ocorrendo em um menor raio de $\approx 7,9 \text{ kpc}$.

5.4.3 Modelo Sp4

Este modelo é baseado no modelo auto-sustentado da estrutura espiral Galáctica proposto por Lépine, Mishurov e Dedikov (2001), o qual consiste de uma superposição dos modos dois- e quatro-braços com *pitch angles* -6° e -12° , respectivamente. Adotamos a mesma velocidade padrão $\Omega_p = 25 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ para ambos os modos. Adotando a mesma razão do campo de forças f_{r0} , as amplitudes de ambos os modos apresentam o mesmo valor em cada raio galáctico. A curva sólida na figura 5.11(c) mostra as variações relativas de densidade usando as configurações do modelo Sp4 e para uma razão $f_{r0} = 0,05$; a amplitude do mínimo na co-rotação atinge 30% da densidade subjacente. A curva tracejada mostra as variações para uma razão $f_{r0} = 0,075$, com a amplitude relativa do mínimo na co-rotação atingindo 50% neste caso. Esta última distribuição pode ser comparada com os resultados do modelo Sp1, mostrado na figura 5.4(d), onde a mesma configuração para o modo único de quatro-braços produziu um mínimo na co-rotação com uma amplitude relativa mais baixa, de 35% da densidade subjacente.

5.4.4 Modelo Sp5

Alguns estudos recentes relacionam as posições dos chamados *moving groups* Hyades e Sirius no plano de velocidades $U - V$ da vizinhança solar à famílias orbitais induzidas pela ressonância 4:1 interna de Lindblad de um modo dois-braços da estrutura espiral (e.g. Quillen e Minchev 2005; Famaey et al. 2007; Pompéia et al. 2011). Um modo único de dois braços, com sua ILR 4:1 próxima ao raio da órbita solar, implicaria um raio de co-rotação de $\sim 11 - 12$ kpc - um modelo com estas propriedades foi recentemente proposto por Siebert et al. (2012) a partir da análise do campo de velocidades radiais Galactocêntricas de estrelas do RAVE *survey*. Examinando as distribuições na figura 5.11(a), nenhuma característica muito forte na densidade é evidenciada próximo à ILR 4:1 de um modo puramente dois-braços (neste caso em $R = 5,6$ kpc), mesmo com o valor mais alto de f_{r0} empregado nas simulações com o modelo Sp2. Portanto, não esperamos que um modo espiral único $m = 2$, com a ILR 4:1 próxima ao raio solar e co-rotação em $R \sim 11 - 12$ kpc, possa ser o responsável pelo mínimo na densidade superficial do disco com raio entre 8,0 e 8,5 kpc, o qual é provavelmente a causa do mínimo na curva de rotação observada da Galáxia próximo a esta região, como veremos no capítulo 6. Para reconciliar estes dois cenários, Lépine et al. (2011) levantaram a hipótese de uma possível co-existência de dois padrões espirais com diferentes velocidades angulares: enquanto o padrão espiral principal *grand design* tem sua co-rotação em 8,3 – 8,4 kpc, o mesmo poderia co-existir com um padrão $m = 2$ mais lento, cuja ILR 4:1 se conectaria suavemente com a co-rotação do padrão principal. Isto nos motivou a investigar os efeitos de tal superposição de dois modos espirais sobre a densidade do disco: um padrão $m = 4$ com $\Omega_p = 25 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ e um padrão $m = 2$ com $\Omega_p = 18 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$. Adotamos o mesmo *pitch angle* para ambos os modos, o que resulta em um padrão dois-braços com amplitude duas vezes maior que a do padrão quatro-braços. As distribuições de variações relativas de densidade usando o modelo Sp5 estão mostradas na figura 5.11(d), para $f_{r0} = 0,05$ e $0,075$ (curvas tracejada e sólida, respectivamente). As amplitudes relativas do mínimo de densidade na co-rotação são similares àquelas encontradas com os outros modelos, porém os mínimos estão deslocados da co-rotação para um raio ligeiramente maior, de $\approx 8,8$ kpc.

5.4.5 Modelo Sp6

Com este modelo, investigamos a influência da perturbação da barra central quando esta age em conjunto com aquela dos braços espirais do modelo Sp1. Para o potencial gravitacional devido à barra, utilizamos a forma analítica dada por Dehnen (2000):

$$\Phi_b(R, \theta'; t) = A_b \cos[2(\theta' - \Omega_b t)] \times \begin{cases} \left(\frac{R}{R_b}\right)^3 - 2, & R \leq R_b \\ -\left(\frac{R_b}{R}\right)^3, & R \geq R_b, \end{cases} \quad (5.5)$$

onde A_b é a amplitude de perturbação da barra, a qual é dominada pelo termo de quadrupolo em $R \geq R_b$; R_b é o meio-comprimento da barra (semi-eixo maior); e Ω_b é a velocidade angular padrão da barra. Adotamos um meio-comprimento da barra $R_b = 3,5$ kpc (e.g. López-Corredoira et al. 2001; Cabrera-Lavers et al. 2008). Derivamos a amplitude da perturbação da barra através do parâmetro definido por Dehnen (2000) como $\alpha = 3(A_b/V_0^2)(R_b/R_0)^3$, o qual é a razão entre as forças devido ao termo de quadrupolo da barra e a relativa ao potencial axissimétrico no raio Galactocêntrico R_0 sobre o eixo maior da barra. Realizamos testes com $A_b = 1250$ e $2250 \text{ km}^2 \text{ s}^{-2}$, o que corresponde aos valores $\alpha = 0,007$ e $0,013$ usados por Dehnen (2000). Também investigamos as influências de uma barra mais ‘forte’, com amplitude $A_b = 4500 \text{ km}^2 \text{ s}^{-2}$. Este valor é consistente com o parâmetro $|\epsilon_b| = 0,03$ (o mesmo que α) usado por Minchev e Famaey (2010) e baseado nos resultados de Rodriguez-Fernandez e Combes (2008).

Diferentes métodos têm levado a diferentes valores medidos para a velocidade angular padrão da barra, variando de $\Omega_b = 30$ a $60 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ (e.g. Gerhard 2011, para um *review*). No presente estudo, investigamos o caso para $\Omega_b = 40 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$, não por que acreditamos que este seja o valor mais provável para este parâmetro, mas apenas por que a OLR 4:1 da barra se posiciona próximo do raio de co-rotação das espirais; pela mesma razão, também executamos simulações com $\Omega_b = 50 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$, o que põe a OLR 2:1 da barra próximo da co-rotação das espirais. Estes valores permitem o estudo dos efeitos da sobreposição de ressonâncias (e.g. Minchev e Famaey 2010) e sua influência sobre o mínimo de densidade formado na co-rotação do padrão espiral.

Testes preliminares com a perturbação da barra levaram-nos a optar por pequenas mudanças nas condições iniciais do disco e no potencial axissimétrico: uma vez que a curva

de rotação da equação 2.1 já deve incluir a contribuição do potencial da barra nas regiões centrais da Galáxia, recuperamos apenas a parte da curva relativa ao disco - o primeiro termo no lado direito da equação 2.1 - para a derivação da componente axissimétrica do potencial, porém mudando ligeiramente os valores dos parâmetros da curva para manter os mesmos valores para V_0 e R_{cr} usados nas outras simulações; também aumentamos a dispersão inicial de velocidades na região central do disco, mas mantendo o valor $\sigma_{U_0} = 5 \text{ km s}^{-1}$ no raio orbital solar. Estas mudanças são efetuadas com a intenção de diminuir a forte resposta estelar inicial à perturbação da barra, a qual levaria a intensas modificações das órbitas estelares nas regiões centrais. As distribuições de variações de densidade usando o modelo Sp6 são mostradas na figura 5.11(e). A curva em linha sólida mostra a distribuição usando a amplitude da barra $A_b = 1250 \text{ km}^2 \text{ s}^{-2}$ e a velocidade angular $\Omega_b = 40 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$; estes valores não alteram significativamente a estrutura do mínimo de densidade na co-rotação do padrão espiral, apenas diminuindo ligeiramente sua amplitude relativa para $\sim 0,30$. Entretanto, com a amplitude da barra mais alta, $A_b = 2250 \text{ km}^2 \text{ s}^{-2}$, e mesmo Ω_b (linha tracejada na figura 5.11(e)), a amplitude relativa do mínimo de densidade na co-rotação das espirais decresce para aproximadamente 0,20. A tendência da diminuição da amplitude do mínimo de densidade com o aumento da amplitude da perturbação da barra também foi verificada com uma simulação usando $A_b = 4500 \text{ km}^2 \text{ s}^{-2}$; neste caso quase nenhuma variação na densidade estelar foi observada próximo do raio de co-rotação do padrão espiral (não mostrado na figura 5.11(e)). Entretanto, neste último caso, um forte despovoamento de órbitas estelares nas regiões centrais do disco foi observada, assim como uma intensa modificação do perfil exponencial inicial da densidade superficial do disco ao final da simulação. Isto pode ser o resultado de uma forte migração radial estelar promovida pela sobreposição entre a co-rotação da barra e a ILR 4:1 do padrão espiral (em $R \sim 5,5 \text{ kpc}$), assim como entre as ILRs 2:1 de ambas a barra e a estrutura espiral (em $R \sim 2,2 \text{ kpc}$) (Minchev e Famaey 2010). Resultados semelhantes foram obtidos com simulações usando os menores valores para A_b , porém com a velocidade padrão da barra mais rápida $\Omega_b = 50 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$. Consideramos estes últimos resultados como fisicamente improváveis, uma vez que é mais plausível supor que nossas simples simulações não sejam apropriadas para reproduzir a resposta de partículas à interações envolvendo perturbações não-axissimétricas de altas amplitudes e velocidades de rotação.

5.4.6 Modelo $Sp1^*$

Este modelo emprega a mesma configuração espiral do modelo $Sp1$, com as mudanças feitas apenas na distribuição inicial de dispersão de velocidades das estrelas, no sentido de simular discos iniciais dinamicamente quentes. A linha pontilhada na figura 5.11(f) mostra as variações relativas de densidade usando o modelo espiral $Sp1$ (já mostradas na figura 5.4(d)), que foi o resultado de um disco com um perfil radial inicial de dispersão de velocidade normalizado para $\sigma_{U_0} = 5 \text{ km s}^{-1}$ em R_0 . A linha tracejada na figura 5.11(f) representa as variações de densidade para um disco com um perfil inicial de dispersão radial de velocidade semelhante, mas normalizado para $\sigma_{U_0} = 15 \text{ km s}^{-1}$. Esta curva mostra que as amplitudes das variações de densidade são menores quando comparadas às do modelo $Sp1$, principalmente no que se refere ao mínimo na co-rotação, que neste caso atinge apenas $\sim 10\%$ da densidade subjacente. O mínimo de densidade na co-rotação desaparece drasticamente em uma simulação com a dispersão radial inicial de velocidade normalizada para $\sigma_{U_0} = 30 \text{ km s}^{-1}$. Este último caso é mostrado pela distribuição representada pela linha sólida na figura 5.11(f). Esta tendência mostra que o mínimo de densidade na co-rotação é o resultado de um processo evolutivo que atua estritamente em um disco estelar inicialmente ‘frio’. Estes resultados não são inesperados, uma vez que o aumento na dispersão de velocidades leva a uma menor resposta à perturbação espiral. O aquecimento secular das estrelas, assim como o aumento secular do parâmetro Q de Toomre (equação 3.33) do disco estelar, devem levar a uma saturação do processo de transferência de energia e momento angular ao passo que o sistema evolui. Como discutido na seção 5.1, mesmo que não seja aparente na equação 5.3, a evolução das propriedades do estado básico do sistema (densidade superficial, dispersão de velocidades, frequência epicíclica), assim como das propriedades do padrão espiral (amplitude, *pitch angle*), devem ditar o processo de saturação das trocas de energia E e momento angular L em um cenário auto-consistente. Como mostrado por Zhang (1998), os modos espirais usualmente presentes nos estágios avançados de evolução secular têm pequenas amplitudes e pequenos *pitch angles*, o que diminui a taxa de evolução e leva a padrões que poderiam sobreviver, em princípio, por uma escala de tempo da ordem do tempo de Hubble ($\sim 10^{10}$ anos).

5.5 O aquecimento do disco no raio da órbita solar

Um ponto ligado à questão discutida na seção anterior sobre o aquecimento do disco estelar é que, como pode ser observado a partir da figura 5.3, a simulação com o modelo espiral Sp1 produziu uma dispersão radial de velocidade no raio solar R_0 com um valor muito baixo, $\sim 15 \text{ km s}^{-1}$. Observações das estrelas na vizinhança solar mostram uma dispersão de velocidade $\sigma_{U_0} \sim 35 \text{ km s}^{-1}$ para uma população com uma idade média ~ 5 Ganos (Holmberg et al. 2009). Por outro lado, temos mostrado que o modelo Sp1*, com um disco inicialmente quente, é mais estável contra a perturbação espiral, produzindo menores amplitudes para o mínimo de densidade na co-rotação. Além do mais, tal mínimo de densidade estelar, se de fato existe, deve ser uma característica global da população velha do disco estelar, não apenas da população mais fria. Então, acabamos nos deparando com o problema de como conciliar as evidências observacionais para: (1) um mínimo de densidade na co-rotação, o qual é indiretamente verificado no mínimo da curva de rotação logo após R_0 , e que deve afetar globalmente a principal componente estelar velha do disco; e (2) uma população estelar velha que predominantemente apresenta altas dispersões de velocidades na vizinhança solar. Também deve ser notado que o aquecimento secular que detectamos em nossas simulações com o modelo Sp1 não parece ser capaz de explicar a dispersão de velocidades observada. Isto poderia ser em parte devido ao fato de que usamos os valores observados atuais dos parâmetros da estrutura espiral, os quais foram mantidos fixos durante todo o tempo da simulação, com exceção da amplitude da perturbação. Zhang (1999) foi capaz de reproduzir a relação idade-dispersão de velocidade observada da vizinhança solar usando valores médios para os parâmetros de uma expressão que fornece o aumento secular da dispersão de velocidades com o tempo. Entretanto, neste caso, a autora usou um *pitch angle* $i = 20^\circ$ e um fator $\Omega(R_0) - \Omega_p = 8 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$, o qual em nossos modelos é de apenas $3,6 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$.

Alguns mecanismos de espalhamento têm sido propostos na literatura para explicar a relação entre a idade e a dispersão de velocidades das estrelas na vizinhança solar, com o agente de espalhamento sendo, por exemplo, ondas espirais transientes, nuvens moleculares gigantes, buracos negros do halo Galáctico, *infall* de galáxias satélite, entre outros. Minchev e Quillen (2006) propuseram um novo mecanismo de aquecimento estelar baseado na sobreposição de ressonâncias de dois modos espirais estacionários movendo-se a dife-

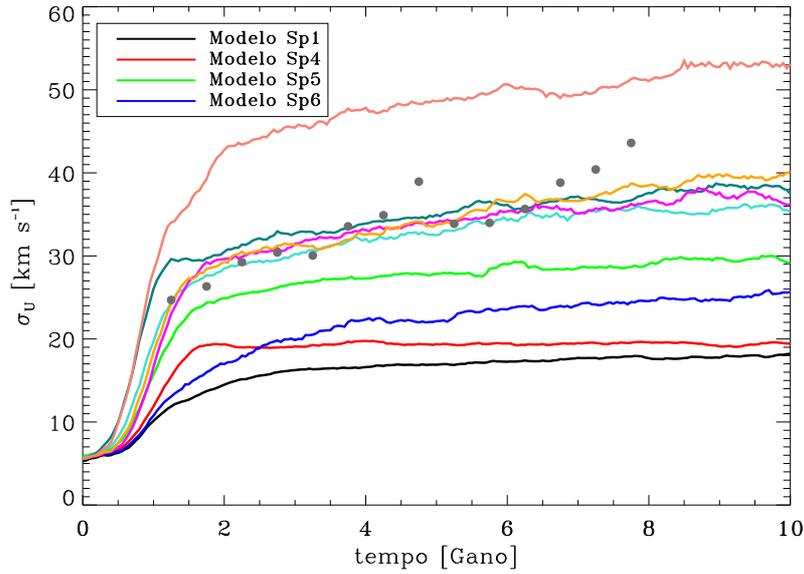


Figura 5.12: Evolução temporal da dispersão radial de velocidade no raio da órbita solar R_0 a partir de simulações com os modelos espirais Sp1, Sp4, Sp5, Sp6 e para outros modelos descritos na seção 5.5 (ver texto). Os pontos denotam a relação idade-dispersão de velocidade observada das estrelas da vizinhança solar derivada dos dados do Geneva-Copenhagen Survey (Holmberg, Nordström e Andersen 2009).

rentes velocidades angulares; Minchev e Famaey (2010) estudaram o caso do aquecimento estelar devido às interações barra-espirais. Nesta seção, investigamos em quais situações um padrão espiral de longa-duração é capaz de promover não apenas a formação do mínimo de densidade na co-rotação como também o aquecimento estelar observado em R_0 .

A figura 5.12 mostra a evolução temporal da dispersão radial de velocidade σ_U no raio da órbita solar para simulações com vários modelos espirais descritos na seção 5.4, assim como para algumas de suas variantes que serão descritas abaixo. Todas as curvas de $\sigma_U(t)$ foram obtidas a partir da computação da raiz quadrada da variância da distribuição de velocidades radiais das partículas dentro de um anel centrado em R_0 e com largura $\Delta R = 0,1$ kpc; a computação foi feita para cada intervalo de tempo de 50 Manos ($\sim 1/4$ do período da rotação Galáctica em R_0). As simulações foram rodadas para um tempo total de integração de 10 Ganos. A fim de melhor comparar os resultados aos dados observacionais, uma pequena mudança foi feita na expressão para a taxa de crescimento da amplitude da perturbação espiral dada na equação 4.6, fazendo as espirais crescerem de $t = 0$ a 1,5 Gano. As quatro curvas mais inferiores na figura 5.12 são (de baixo para cima): preta para o modelo Sp1; vermelha para o modelo Sp4 com $f_{r0} = 0,075$; azul para

o modelo Sp6 com amplitude da barra $A_b = 2250 \text{ km}^2 \text{ s}^{-2}$; verde-claro para o modelo Sp5 com $f_{r0} = 0,075$. Os pontos cinzas denotam a dispersão radial de velocidade observada para as estrelas da vizinhança solar derivada dos dados do Geneva-Copenhagen Survey (Holmberg, Nordström e Andersen 2009) e suas médias calculadas sobre *bins* de 0,5 Gano da distribuição de idades das estrelas (no intervalo 1 – 8 Ganos); da mesma forma feita por Holmberg et al. (2009), utilizamos uma subamostra de estrelas com dispersão de idades de $\sigma_{idade} < 25\%$. Como pode ser observado na figura 5.12, todas as quatro curvas acima citadas fornecem valores para a taxa de aquecimento estelar bem abaixo da observada na vizinhança solar. Entretanto, é evidente que os modelos com múltiplos padrões movendo-se a diferentes velocidades (modelos Sp5 e Sp6) produziram maiores dispersões de velocidade quando comparados ao modelo com um único padrão (Sp1) ou dois padrões movendo-se com mesma velocidade Ω_p (Sp4). Estes resultados estão em concordância com aqueles obtidos por Minchev e Quillen (2006). Dessa forma, investigamos algumas variantes dos modelos Sp5 e Sp6 que resultaram em maiores taxas de aquecimento, mesmo para um disco estelar inicialmente frio. Seguindo novamente as curvas na figura 5.12, a curva em azul-claro mostra o resultado de um modelo similar ao modelo Sp5, mas para perturbações espirais mais fortes, com $f_{r0} = 0,1$ para ambos os modos dois- e quatro-braços. A curva magenta é para um modelo similar ao Sp6, mas para o caso da barra mais forte, com $A_b = 4500 \text{ km}^2 \text{ s}^{-2}$ (e $\Omega_b = 40 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$). A curva em verde-escuro é para um modelo também similar ao Sp5, também com $f_{r0} = 0,1$, mas trocando as velocidades angulares dos modos dois- e quatro-braços: $\Omega_p = 25 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ para o padrão com $m = 2$, e $\Omega_p = 18 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ para o padrão com $m = 4$. Esta configuração agora põe a ILR 4:1 do modo quatro-braços (a qual é uma ressonância de primeira-ordem deste modo) próxima à co-rotação do modo dois-braços (que agora é o padrão principal com sua co-rotação próxima a R_0), e que de acordo com as figuras 3 e 4 de Minchev e Quillen (2006), também produz uma quantidade extra de aquecimento quando comparada à configuração original do modelo Sp5. A curva laranja é para um modelo também similar ao Sp6, mas para uma barra mais rápida, com $\Omega_b = 50 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ (e $A_b = 2250 \text{ km}^2 \text{ s}^{-2}$). Estes últimos quatro modelos parecem produzir taxas de aquecimento razoáveis quando comparadas às observações, pelo menos para o conjunto de dados observacionais entre ~ 2 a 6 Ganos. A taxa de aquecimento além de ~ 6 Ganos mostrada pelos dados observados apresenta

um comportamento crescente e com valores superiores aos produzidos pelas simulações. Apesar destas relativas concordâncias, mostramos na seção 5.4 que modelos com barras mais fortes e mais rápidas geraram resultados não confiáveis para a densidade superficial do disco ao final das simulações. Finalmente, a curva (de cor salmão) na parte mais superior do gráfico da figura 5.12 também é para um modelo barra+espirais, mas para os casos da barra mais forte ($A_b = 4500 \text{ km}^2 \text{ s}^{-2}$) e mais rápida ($\Omega_b = 50 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$). Este último modelo produziu uma taxa de aquecimento exageradamente mais alta comparada às dos modelos anteriores e à atualmente observada, um resultado também encontrado por Minchev e Famaey (2010) com valores para os parâmetros da barra e espirais similares àqueles utilizados no presente estudo. Considerando todos os resultados descritos acima, parece que a presença de dois padrões espirais movendo-se a diferentes velocidades é a melhor configuração para promover tanto o aquecimento estelar observado em R_0 como o esperado mínimo de densidade estelar na co-rotação do padrão principal próximo a R_0 . De acordo com Minchev e Quillen (2006), o aquecimento extra produzido por tal configuração temo como origem o movimento estocástico estelar devido à sobreposição de ressonâncias dos padrões espirais. Aqui sugerimos que, adicionalmente a este mecanismo, também é possível que tenha havido um aumento na eficiência do aquecimento secular no caso estudado de dois padrões espirais com diferentes Ω_p , uma vez que a co-rotação do padrão mais lento se posiciona mais longe de R_0 , e de acordo com Zhang (1999), é esperado que a função $\sigma_{U_0}(t)$ cresça com o fator $\Omega(R_0) - \Omega_p$.

Evidências observacionais para o mínimo de densidade estelar na co-rotação

Neste capítulo, apresentamos algumas evidências observacionais que corroboram a presença do mínimo de densidade estelar no raio de co-rotação da Galáxia, cuja existência foi argumentada teoricamente nos capítulos anteriores. Tais evidências se baseiam na distribuição Galáctica de objetos pertencentes à população estelar velha do disco, assim como a relação direta existente entre o mínimo na distribuição de densidade e o mínimo na curva de rotação referente à componente do disco.

6.1 Evidência indireta a partir do mínimo na curva de rotação Galáctica

Um disco galáctico com um anel de mínimo de densidade tem implicações sobre o potencial total da sua galáxia hospedeira. Para uma galáxia em equilíbrio dinâmico, a densidade superficial do disco $\Sigma(R)$ e a aceleração centrífuga sobre a órbita circular V_c^2/R no plano do disco são transformadas integrais uma da outra. Portanto, se um decréscimo na distribuição da densidade superficial efetivamente existir em um dado raio do disco, um mínimo na rotação da galáxia deve ser esperado ligeiramente após este determinado raio. Imaginemos, por exemplo, o caso ideal de uma lacuna no disco onde a densidade cai abruptamente a zero. No raio da extremidade interna de tal lacuna, a curva de rotação começará a apresentar um decréscimo e atingirá um mínimo no raio da extremidade externa da lacuna. Neste caso, o mínimo da curva de rotação é deslocado do raio do mínimo de densidade (o centro da lacuna) por metade da largura da lacuna. Para o perfil de densidade mostrado na figura 5.2, e considerando apenas o mínimo de densidade na co-rotação e o

máximo logo após o mesmo como as principais mudanças com relação à distribuição inicial, podemos representar tais variações de densidade com a seguinte função:

$$\Sigma_f(R) = \Sigma_i(R) \left[1 + \mathcal{C} \frac{df_{\text{mcr}}}{dR} \right], \quad (6.1)$$

onde denotamos Σ_i e Σ_f como as densidades superficiais inicial e final, respectivamente; \mathcal{C} é uma constante arbitrária necessária para a conversão de unidades e para o ajuste da amplitude do mínimo de densidade; f_{mcr} é a função Gaussiana para o mínimo na curva de rotação expressa na equação 2.3, e sua derivada sendo simplesmente dada por:

$$\frac{df_{\text{mcr}}(R)}{dR} = A_{\text{mcr}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{R - R_{\text{mcr}}}{\sigma_{\text{mcr}}} \right)^2 \right] \cdot \left(\frac{R - R_{\text{mcr}}}{\sigma_{\text{mcr}}^2} \right). \quad (6.2)$$

A figura 6.1 mostra o gráfico para $\Sigma_f(R)$ como a curva vermelha e em unidades arbitrárias. A velocidade circular resultante de um disco com o perfil de densidade superficial de Σ_f é mostrado como a curva azul na figura 6.1, também em unidades arbitrárias. Como consequência, o perfil da velocidade circular pode ser ajustado pela função f_{mcr} . A partir da figura 6.1, vemos que o raio do mínimo na curva de rotação R_{mcr} (indicado pela linha vertical pontilhada à direita) é deslocado do raio de co-rotação (o raio do mínimo de densidade - linha vertical tracejada) por um fator correspondente à meia-largura $\sigma_{\text{mcr}} = R_{\text{mcr}} - R_{\text{cr}}$. No exemplo acima, consideramos uma mesma amplitude para ambos o mínimo e o máximo no perfil de densidade. No caso do perfil resultante das simulações, onde a amplitude do máximo é ligeiramente menor que a do mínimo, poderíamos ajustá-lo usando uma função Gaussiana com uma leve assimetria (*skewness*) positiva para a função f_{mcr} .

Recentemente, Sofue, Honma e Omodaka (2009) apresentaram uma curva de rotação unificada da Galáxia e sua decomposição em três componentes principais de massa: bojo, disco e halo escuro. De acordo com os autores, ‘a depressão em 9 kpc é exibida como a característica mais pronunciada e peculiar da curva de rotação Galáctica’. Este mínimo local na curva de rotação é observado mesmo quando se usam diferentes traçadores do padrão de rotação da Galáxia. Analisando a curva de rotação apresentada na figura 2.1, vemos que logo após o círculo solar, tanto os dados de regiões H II (e.g. Georgelin e Georgelin 1976; Clemens 1985; Fich et al. 1989) como os dados das regiões de emissão maser (Honma et al.

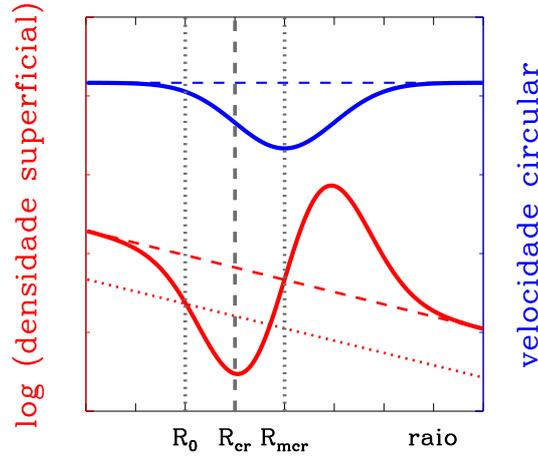


Figura 6.1: Ilustração esquemática do perfil radial da densidade superficial do disco (curva vermelha) e a correspondente velocidade circular de rotação (curva azul) na região próxima ao círculo da co-rotação. Ambos os perfis são dados em unidades arbitrárias. A linha vertical tracejada indica o raio de co-rotação R_{cr} , e as linhas verticais pontilhadas indicam o raio Galáctico solar R_0 e o raio do mínimo da curva de rotação R_{mcr} .

2012) apresentam um declínio sistemático da velocidade circular de rotação média e que se estende até $R \sim 10$ kpc, retornando em seguida a um patamar similar à curva de rotação traçada pela emissão de HI e CO no círculo solar interno. Uma curva de rotação baseada nos dados de nebulosas planetárias e estrelas do ramo assintótico das gigantes, derivada por Amaral et al. (1996), também exhibe um mínimo em $R \sim 8,5$ kpc. Adicionalmente, Lépine, Dias e Mishurov (2008) verificaram que uma curva de rotação com um mínimo em $R \sim 8,8$ kpc explica bem a distribuição radial da frequência epicíclica κ determinada a partir da distribuição de velocidades iniciais de aglomerados abertos. Por causa da diferente natureza destes traçadores (estrelas ou gás atômico e neutro), pode-se concluir que o mínimo na curva de rotação não pode nem ser unicamente devido à resposta não-linear do gás à perturbação espiral, nem simplesmente devido a desvios locais do movimento circular apresentados pelas estrelas. Além disso, esta característica também foi observada na curva de rotação obtida por Honma e Sofue (1997) utilizando o método da espessura do disco de HI desenvolvido por Merrifield 1992. Este método é aplicado à toda a extensão do disco de HI, o que evita o efeito do viés apontado por Binney e Dehnen (1997) sobre a forma com a qual a velocidade de rotação é medida e que depende da localização da fonte dentro ou fora do círculo solar.

A fim de modelar teoricamente tal depressão na curva de rotação, Sofue et al. (2009) sobrepuseram um anel de máximo e mínimo de densidade no perfil exponencial de densidade superficial do disco. O anel apresenta um perfil radial similar ao apresentado na figura 6.1 para a densidade superficial: o mesmo consiste de um mínimo em 8,5 kpc, um máximo em 11 kpc, um ponto nodal em 9,5 kpc e uma amplitude de $\sim 0,34$ vezes a densidade superficial adjacente para ambos mínimo e máximo (no referido trabalho os autores usaram $R_0 = 8$ kpc). Vemos uma grande semelhança entre esta estrutura e o padrão de anéis para as variações de densidade estelar obtidas com as nossas simulações. Em nosso caso, o mínimo está localizado exatamente no raio de co-rotação (8,54 kpc), seguido por um máximo com uma menor amplitude em $R \sim 10,3$ kpc. A amplitude do mínimo de $\sim 0,35\%$ da densidade subjacente, resultante da simulação utilizando o modelo espiral Sp1, apresenta uma grande concordância com a do modelo proposto por Sofue et al. (2009). Entretanto, uma vez que nossas simulações tratam apenas da componente estelar, também temos que considerar a contribuição do mínimo na densidade do gás. Para tanto, realizamos uma estimativa grosseira baseada no contraste de densidade do *gap* na distribuição de HI dado por Amôres et al. (2009); tais autores derivaram uma depleção no *gap* de $\sim 80\%$ da densidade média de HI em regiões no entorno do mesmo. Para a razão entre a densidade superficial de HI, Σ_{HI} , e a densidade superficial de estrelas, Σ_{star} , na co-rotação, usamos o valor $\Sigma_{\text{HI}}/\Sigma_{\text{star}} = 0,23$, o qual é próximo da razão utilizada no modelo de Flynn et al. (2006) para a densidade de massa local do disco. Concluímos que uma variação relativa de apenas $\sim 0,20\%$ da densidade total do disco seria produzida considerando somente o mínimo na densidade do gás na co-rotação. Para produzir uma variação relativa no intervalo $\sim 30 - 40\%$ da densidade total, ainda precisamos empregar uma variação relativa de $\sim 20 - 30\%$ na densidade da componente estelar. Temos que notar, entretanto, que a dispersão dos dados observacionais ao redor do mínimo na curva de rotação poderia mesmo suportar um disco com um mínimo na densidade total de cerca de 50% da densidade subjacente.

6.2 Evidência direta a partir da distribuição Galáctica de objetos estelares velhos

A sondagem direta do mínimo de densidade estelar não parece ser uma tarefa muito simples, considerando os dados observacionais atualmente disponíveis. Um bom traçador para o mínimo de densidade deve apresentar características que obedecem aos seguintes critérios: (1) distâncias heliocêntricas determinadas com grande acurácia; (2) uma distribuição espacial observada no plano Galáctico que englobe um grande intervalo de azimutes θ e raios R Galácticos, e cujo domínio contenha a esperada localização do raio de co-rotação R_{cr} . Uma outra importante propriedade do traçador do mínimo de densidade é a sua idade. Em princípio, objetos velhos seriam mais adequados para traçar o mínimo de densidade estelar, uma vez que esta característica é causada pela evolução secular induzida pela perturbação espiral. Por outro lado, objetos jovens seriam melhores traçadores do mínimo na densidade do gás; a taxa de formação estelar é diretamente proporcional à densidade do gás e, adicionalmente, objetos jovens, em geral, não têm tempo suficiente para experimentar grandes migrações radiais, ficando aproximadamente no mesmo raio orbital do seu nascimento. Entretanto, uma questão problemática é que os objetos muito jovens, e aqueles que se encontram próximos ao círculo da co-rotação, com pequenas velocidades relativas ao padrão espiral, irão essencialmente traçar a estrutura espiral da Galáxia. Neste caso, poderia ser difícil discernir uma característica relacionada ao mínimo na densidade do gás de uma associada com o número menor de objetos em uma região inter-braço da estrutura espiral. Entretanto, uma vez que a frequência epicíclica κ no raio solar corresponde a um período do movimento epicíclico de ~ 150 Manos (Lépine et al. 2008), objetos mais velhos que esta quantidade de tempo são mais prováveis de terem preenchido as regiões inter-braços das espirais e apresentarem uma distribuição mais uniforme de raios Galácticos. Dadas todas estas considerações, decidimos analisar as distribuições Galácticas de amostras de aglomerados abertos, Cefeidas, e estrelas do *red clump*, na tentativa de usar estes objetos como traçadores do mínimo de densidade estelar. A seguir, apresentamos os resultados obtidos com cada amostra de objeto analisada.

6.2.1 Aglomerados abertos

Para o estudo com os aglomerados abertos, utilizamos o catálogo DLAM ‘*New Catalogue of Optically Visible Open Clusters and Candidates*’, publicado por Dias et al. (2002)¹. A presente versão 3.3 do catálogo contém 2174 objetos, dos quais 1628 possuem distâncias e idades estimadas publicadas. A figura 6.2 mostra algumas características desta amostra de 1628 aglomerados: o painel (a) mostra a distribuição das idades dos aglomerados em função dos seus raios Galácticos, enquanto os painéis (b) e (c) mostram os histogramas das distribuições da idades e raios Galácticos, respectivamente, de forma separada; o painel (d) mostra as posições dos aglomerados no plano Galáctico, onde a intersecção das linhas tracejadas indica a posição do Sol no plano e os sentidos positivos dos eixos x e y apontam na direção de rotação Galáctica e na direção do anti-centro Galáctico, respectivamente. Observa-se através dos painéis (a) e (b) que tal amostra de aglomerados cobre um grande intervalo de idades, de $\sim 1 \times 10^6$ a 1×10^{10} anos.

Para o nosso presente estudo do mínimo de densidade, selecionamos subamostras de aglomerados mais velhos que 0,5 e 1 Gano, as quais totalizam 629 e 361 objetos, respectivamente. Os raios Galácticos destas subamostras foram calculados a partir das coordenadas Galácticas l e b e distâncias heliocêntricas d dos aglomerados, e utilizando $R_0 = 7,5$ kpc:

$$R = \sqrt{R_0^2 + (d \cos b)^2 - 2R_0 d \cos b \cos l}. \quad (6.3)$$

As distribuições de raios Galácticos para estas amostras de aglomerados velhos estão mostradas no painel à esquerda da figura 6.3, em termos de histogramas com tamanho do *bin* de 0,2 kpc. O histograma na parte superior mostra a distribuição de raios para aglomerados com idades $\geq 0,5$ Gano, e o histograma na parte inferior para objetos com idades ≥ 1 Gano. As distribuições tornam evidente a presença de mínimos no número de contagens de objetos em raios $\sim 7,6$ e $7,8$ kpc. Também mostramos as distribuições de raios em termos de estimativas de densidade por meio de kernel adaptativo: utilizamos kernels Gaussianos para construir a função estimadora de densidade \hat{f} como a dada na equação 5.1, mas agora neste caso substituindo a largura de banda fixa h por uma largura variável $h\lambda_i$, onde λ_i são os fatores de largura de banda locais que controlam a largura global do kernel em cada

¹ Disponível na página web www.astro.iag.usp.br/ocdb/

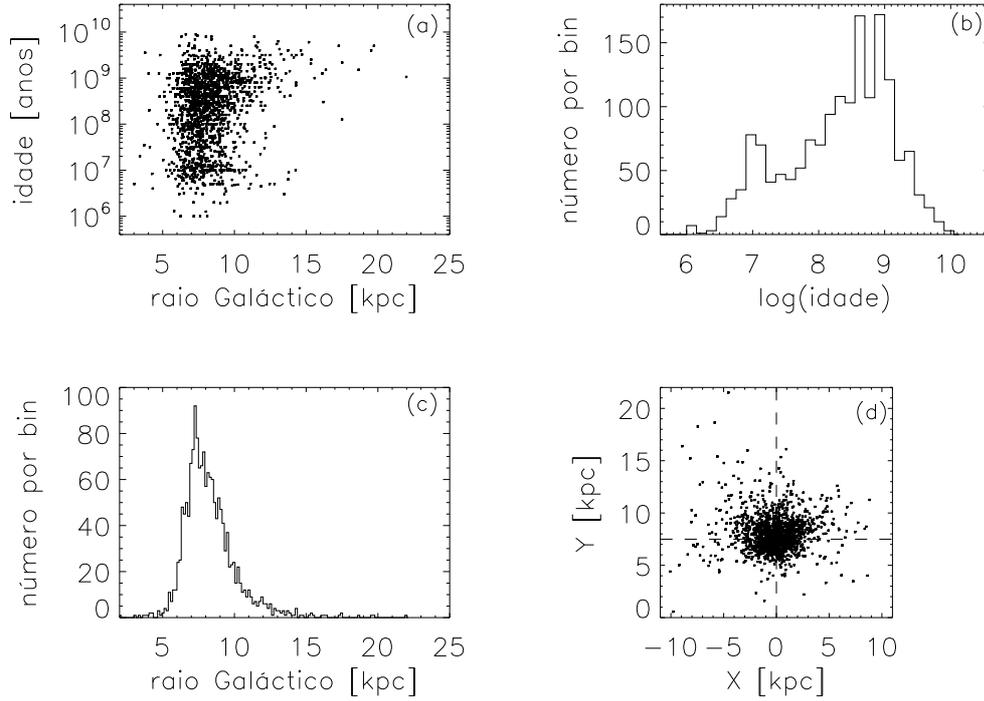


Figura 6.2: Painel (a): relação entre as idades e raios Galácticos da amostra de 1628 aglomerados abertos com idades e distâncias heliocêntricas estimadas. Painel (b): histograma da distribuição do logaritmo das idades. Painel (c): histograma da distribuição de raios Galácticos. Painel (d): posições $(x; y)$ dos aglomerados no plano Galáctico; a posição do Sol é marcada pela intersecção das linhas tracejadas e o centro Galáctico possui coordenadas $(0; 0)$.

ponto do conjunto de dados (Skuljan et al. 1999) e são dados por:

$$\lambda_i = \left[\frac{\hat{f}(x_i)}{g} \right]^{-\alpha}, \quad (6.4)$$

onde g é a média geométrica das funções $\hat{f}(x_i)$:

$$\ln g = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \ln \hat{f}(x_i) \quad (6.5)$$

e α é o parâmetro de sensibilidade, o qual escolhemos para ser $\alpha = 0,5$ (Silverman 1986). O valor ideal para a largura de banda h pode ser determinado usando o método de mínimos quadrados de validação cruzada, o qual consiste na minimização da chamada *score function*:

$$M_0(h) = \int \hat{f}^2 - \frac{2}{n} \sum_{i=1}^n \hat{f}_{-i}(x_i), \quad (6.6)$$

onde $\hat{f}_{-i}(x_i)$ é a estimativa de densidade em x_i construída a partir de todos os pontos do conjunto de dados exceto x_i . Uma das vantagens da estimativa de densidade pelo método de kernel adaptativo é a ausência da subjetividade que surge quando da escolha do tamanho e da posição do *bin* na representação da distribuição de densidade por histogramas, por exemplo. As distribuições de densidade de raios dos aglomerados obtidas pelas estimativas por kernel são sobrepostas aos histogramas da figura 6.3 (painel à esquerda), representadas pelas curvas azul e vermelha para os aglomerados mais velhos que 0,5 e 1 Gano, respectivamente. Os valores ótimos encontrados para as larguras de banda foram: $h_{\geq 0,5\text{Gano}} = 0,301$ kpc para a amostra de aglomerados com idades $\geq 0,5$ Gano, e $h_{\geq 1\text{Gano}} = 0,359$ kpc para a amostra de aglomerados com idades ≥ 1 Gano. As distribuições suavizadas geradas pelo método de kernel também evidenciam a presença dos mínimos de densidade na distribuição de raios Galácticos dos aglomerados velhos, indicando ser esta uma característica inerente à distribuição de densidade real dos objetos.

Investigamos a influência dos erros nas distâncias heliocêntricas dos aglomerados sobre a estrutura dos mínimos nas contagens realizando simulações Monte-Carlo: para as amostras de aglomerados abertos, atribuímos novas distâncias heliocêntricas obtidas a partir das distâncias constantes no catálogo e às quais erros aleatórios, normalmente distribuídos e com uma dispersão de 15% (1σ), foram adicionados; com estas novas distâncias, recalculamos os raios Galácticos das amostras simuladas usando a equação 6.3. A escolha de um erro padrão de 15% das distâncias dos aglomerados foi baseada na estatística apresentada por Paunzen e Netopil (2006) de que cerca de 80% dos aglomerados abertos apresentam erros relativos das distâncias médias menores do que 20%. Simulamos um número de 100 amostras, e para cada uma delas uma estimativa de densidade por kernel adaptativo foi construída, seguindo todos os passos apresentados no parágrafo anterior. Este procedimento é imaginado ser capaz de eliminar características espúrias da distribuição de densidade, preservando apenas os modos que realmente pareçam estar presentes. As distribuições de densidade para cada amostra simulada são apresentadas no painel à direita da figura 6.3, para os dois grupos de aglomerados mais velhos que 0,5 e 1 Gano. Nota-se

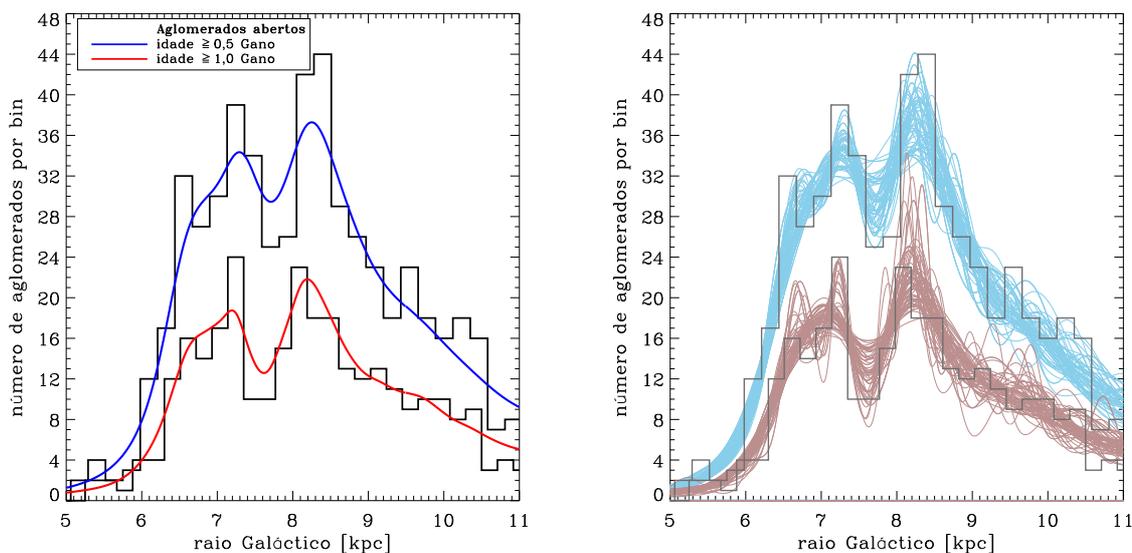


Figura 6.3: Painel à esquerda: histogramas para distribuições de raios Galácticos de amostras de aglomerados abertos mais velhos que 0,5 e 1 Gano; as curvas azul e vermelha sobrepostas são estimativas de densidade por kernel Gaussiano adaptativo. O tamanho do *bin* em cada histograma é de 0,2 kpc. Painel à direita: mesmas distribuições de raios do painel à esquerda, com estimativas de densidade por kernel adaptativo resultantes de teste Monte-Carlo sobre as distribuições (curvas azuis e marrons).

que a grande maioria das distribuições simuladas, para estes dois grupos de aglomerados, mostram a presença dos mínimos de densidade aproximadamente nas mesmas posições daqueles mostrados pelas distribuições reais no painel à esquerda da figura 6.3.

Trabalhando agora com os histogramas e considerando que as contagens em cada *bin* obedecem a uma estatística de Poisson, uma simples adição de uma barra de erro ao número de contagens no mínimo das distribuições ($N_{\min} + \sqrt{N_{\min}}$) ainda resulta em um número de objetos bem abaixo da distribuição média adjacente.

No que concerne à amostra de aglomerados abertos, como apontado por Bonatto et al. (2006), os efeitos de completeza sobre a distribuição radial observada afetam criticamente a detecção de aglomerados abertos de baixo contraste localizados próximos à direção do centro Galáctico, onde a densidade estelar de fundo é alta, assim como diminuem as detecções acima do fundo estelar com o aumento da distância a partir do Sol para regiões tanto dentro como fora do círculo solar. Uma vez que o mínimo de contagens observado na distribuição de aglomerados abertos é muito próximo do círculo solar, argumentamos que tais efeitos de completeza não devem afetar as contagens de objetos nestes raios. De fato, verificamos que o mínimo de contagens também se faz presente quando seleciona-

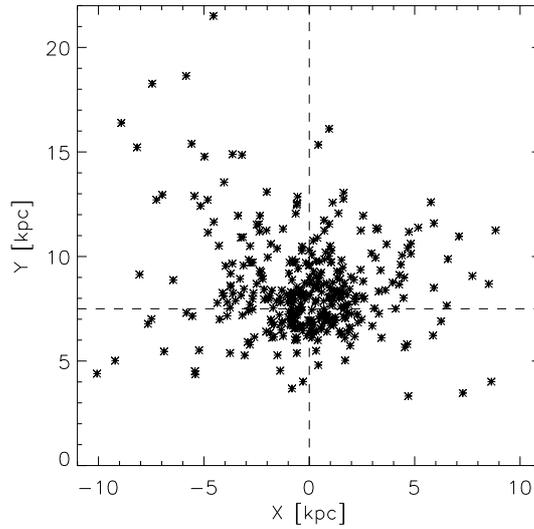


Figura 6.4: Posições no plano Galáctico dos aglomerados abertos com idades ≥ 1 Gano; a posição do Sol é marcada pela intersecção das linhas tracejadas e o centro Galáctico possui coordenadas (0; 0).

mos os aglomerados com distâncias heliocêntricas de no máximo 1,5 kpc. Todos os testes descritos acima levaram-nos a concluir que o mínimo na distribuição de raios Galácticos dos aglomerados abertos velhos é uma característica estatisticamente significativa. Como discutido anteriormente, as idades avançadas destes objetos excluem a hipótese do mínimo nas contagens ser uma mera consequência de um decréscimo de densidade na região inter-braços da estrutura espiral Galáctica. Uma inspeção visual da distribuição bi-dimensional destes aglomerados no plano Galáctico não revela nenhuma estrutura discernível baseada na disposição de braços espirais, como pode ser notado através da figura 6.4. Baseado nos resultados teóricos e de experimentos numéricos que mostram que um mínimo de densidade estelar deve se formar na co-rotação, propomos a associação do mínimo observado nas contagens de aglomerados abertos com o raio de co-rotação na Galáxia. Interpretamos este mínimo como uma evidência direta para o anel de menor densidade na componente estelar velha do disco Galáctico.

6.2.2 Cefeidas

A amostra de Cefeidas Galácticas foi obtida do catálogo de Berdnikov et al. (2000), o qual contém dados para 455 estrelas e está disponível na base de dados *VizieR*². O

² <http://vizier.u-strasbg.fr/viz-bin/VizieR>

catálogo lista os períodos fundamentais de pulsação P_0 das estrelas; para as Cefeidas que pulsam no primeiro harmônico, as chamadas *first-overtone* (classe DCEPS no catálogo GCVS), os autores converteram seus períodos de pulsação P_1 para o modo fundamental aplicando a correção dada em Feast e Catchpole (1997): $P_1/P_0 = 0,716 - 0,027 \log P_1$. Utilizando a relação período-idade para as Cefeidas derivada por Efremov (2003), $\log t = 8,50 - 0,65 \log P_0$ (com idade t em anos e período de pulsação P_0 em dias), a distribuição de idades de toda a amostra de Cefeidas do catálogo cobre um intervalo de 20 a 250 Manos, com um pico no valor médio em torno de 100 Manos (painel à direita da figura 6.5). Esta relação período-idade empírica foi obtida por Efremov a partir de Cefeidas associadas a aglomerados abertos na Grande Nuvem de Magalhães. Obtivemos uma relação bastante similar utilizando 21 associações reportadas na literatura entre Cefeidas e aglomerados abertos na nossa Galáxia.

Em vez de usar as distâncias heliocêntricas constantes no catálogo, preferimos recalculá-las utilizando as correções apresentadas em Lépine et al. (2011): usamos a relação período-luminosidade de Berdnikov et al. (1996) ($M_V = -1,01 - 2,87 \log P_0$), as magnitudes médias nas bandas B e V listadas no catálogo, uma expressão para cores intrínsecas em função do período dada por Abrahamyan (2003) ($(B - V)_0 = 0,365 + 0,328 \log P_0$), e a razão entre a extinção total e seletiva $R_V = A_V/E(B - V) = 3,5$, em vez da usual 3,1. Lépine et al. (2011) argumentam que tais correções melhoram a correlação entre as distâncias fotométricas e as distâncias cinemáticas das Cefeidas, além de serem justificadas pelo fato de que R_V apresenta dependência sobre as cores das estrelas; uma correção deve ser feita para o comprimento de onda efetivo dos filtros B e V quando estes são convoluídos com a distribuição de energia das estrelas. Todas as relações apresentadas acima são combinadas na equação para o cálculo das distâncias das Cefeidas:

$$d = 10^{\frac{1}{5}\{V - M_V + 5 - R_V[(B - V) - (B - V)_0]\}}. \quad (6.7)$$

Em todo caso, encontramos que a diferença entre as distâncias novas derivadas e as presentes no catálogo é de apenas 0,27 kpc (rms). De posse das distâncias e coordenadas Galácticas l e b catalogadas, calculamos os raios Galácticos das Cefeidas por meio do uso da equação 6.3. A distribuição de raios Galácticos de toda a amostra é apresentada no pai-

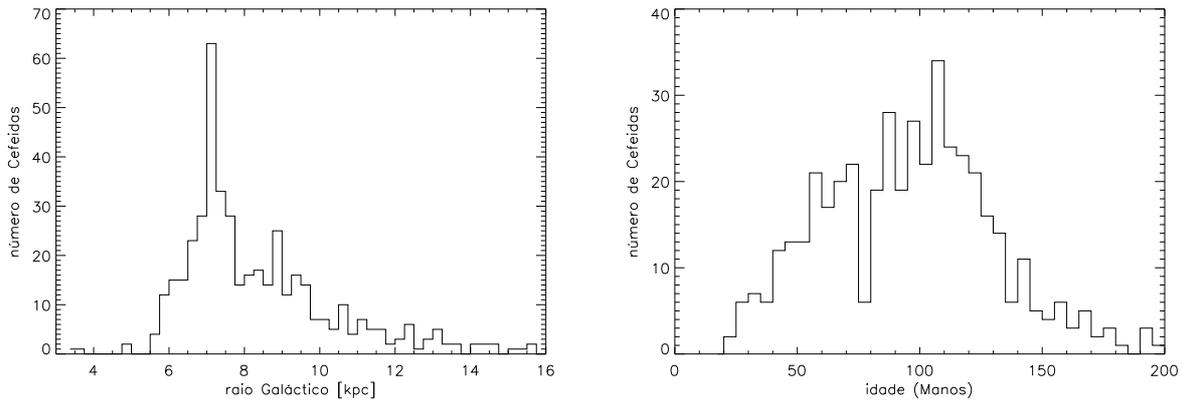


Figura 6.5: Histogramas para a distribuição de raios Galácticos de Cefeidas do catálogo de Berdnikov et al. (2000) (painel à esquerda), e para a distribuição de idades da mesma amostra (painel à direita) utilizando relação período-idade de Efremov (2003).

nel à esquerda da figura 6.5. Para a nossa análise do mínimo de densidade na co-rotação, selecionamos as Cefeidas com períodos de pulsação menores que 6 dias, o que corresponde às estrelas mais velhas que ~ 100 Manos e compreende uma amostra de 210 objetos.

A figura 6.6 mostra a distribuição de raios Galácticos para esta amostra de Cefeidas. Apresentamos a distribuição de raios na forma de histograma e na forma de estimativa de densidade por kernel Gaussiano adaptativo, esta última mostrada como a curva vermelha sobreposta ao histograma. Um mínimo nas contagens de estrelas similar àquele apresentado pelos aglomerados abertos velhos também pode ser observado, neste caso em um raio médio de 8 kpc. A despeito desta boa concordância, uma vez que esta amostra de Cefeidas ainda consiste de objetos relativamente jovens, é improvável que tal mínimo nas contagens das Cefeidas seja o resultado dos processos seculares estudados neste trabalho, os quais guiam a evolução a longo prazo de uma população estelar velha. Também improvável é a sua associação com uma região inter-braço, uma vez que a amostra é composta de objetos mais velhos que 100 Manos. Tal mínimo poderia ser um reflexo do mínimo na densidade do gás no círculo da co-rotação (Amôres et al. 2009), e então convertido no mínimo de estrelas jovens, as quais não foram capazes de preencher o vazio de gás a partir do espalhamento orbital porque algumas delas têm estado presas às *horseshoe orbits*, onde as estrelas passam mais tempo alternando entre regiões dentro e fora da co-rotação e atravessando rapidamente o raio desta ressonância (Lépine et al. 2003).

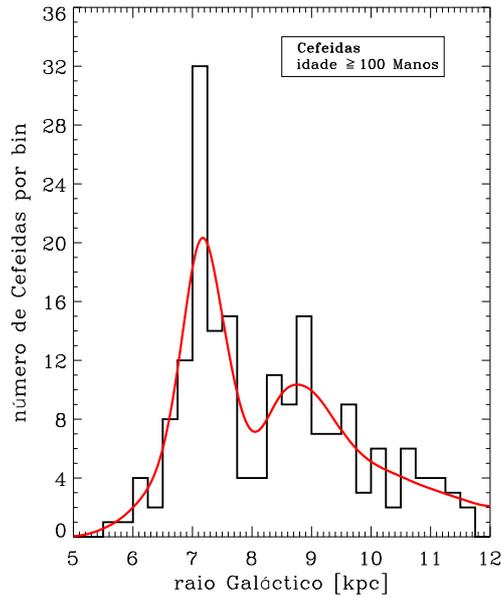


Figura 6.6: Distribuição de raios Galácticos para amostra de Cefeidas com idades ≥ 100 Manos (períodos de pulsação ≤ 6 dias). O tamanho do *bin* do histograma é de 0,2 kpc. A curva vermelha sobreposta ao histograma é o resultado da suavização da distribuição a partir de estimativa de densidade por kernel Gaussiano adaptativo.

6.2.3 Estrelas Red Clump

Estrelas Red Clump são estrelas gigantes de tipo K na fase de queima de hélio no caroço central. Teoricamente, as luminosidades das estrelas nesta fase evolutiva são praticamente independentes da composição química ou idade, o que as torna boas velas-padrão para a estimativa de distâncias tanto na nossa Galáxia como em galáxias próximas. Paczynski e Stanek (1998) foram os primeiros a defender o uso das estrelas Red Clump como indicadores de distância; Alves (2000) foi o primeiro a considerar o uso da banda K para as Red Clump como uma vela-padrão. Como notado por López-Corredoira et al. (2002), o tipo mais comum de gigantes é, de longe, as gigantes de tipo espectral K. Em um diagrama cor-magnitude absoluta (DCMA) no infravermelho, as gigantes K produzem um agrupamento bem definido, com uma densidade de estrelas muito maior que nas áreas circundantes. A magnitude absoluta do centro do agrupamento das Red Clump é estimada como sendo $M_K = -1,65$ mag, com um possível erro da ordem de 0,1 mag. Consultando as tabelas de Wainscoat et al. (1992), uma magnitude absoluta $M_K = -1,65$ corresponde a um tipo espectral K2III e a uma cor intrínseca $(J - K)_0 = 0,75$. As estrelas Red

Clump são tipicamente da ordem de 200 – 300 Manos ou mesmo mais velhas, de acordo com Carraro (2013), ou suas idades mínimas são cerca de 0,9 – 1,5 Gano de acordo com Tolstoy (1999).

Considerando uma amostra de estrelas Red Clump a diferentes distâncias do Sol, devido ao fato destas apresentarem distribuições estreitas em magnitude absoluta e cor intrínseca, tal amostra se situará ao longo de uma faixa em um diagrama cor-magnitude (DCM). A dispersão da amostra em distâncias heliocêntricas, além dos efeitos de extinção interestelar, causam o espalhamento vertical do agrupamento das Red Clump no DCM, na direção das magnitudes mais débeis; a extinção por si só causa o deslocamento das Red Clump na direção horizontal do DCM, no sentido das cores mais vermelhas. Dessa forma, o efeito combinado de distância e extinção reflete no espalhamento das Red Clump na forma de uma faixa diagonal em um DCM; em regiões da Galáxia onde a extinção é baixa, tal faixa se apresentará aproximadamente na vertical, enquanto que em regiões de alta extinção, como nas linhas de visada que atravessam a parte interna da Galáxia, a faixa das Red Clump terá um considerável ângulo de inclinação.

Neste trabalho, também experimentamos verificar a presença do mínimo de densidade estelar na co-rotação através da distribuição Galáctica das estrelas Red Clump. Para tanto, utilizamos a base de dados de fontes pontuais do *survey* em infravermelho 2MASS³ (Skrutskie et al. 2006). O método que utilizamos é idêntico ao desenvolvido por López-Corredoira et al. (2002), o qual consiste do isolamento da faixa das estrelas gigantes Red Clump no diagrama cor-magnitude K_S versus $(J - K_S)$ e a inversão das suas contagens de estrelas para obter diretamente a distribuição de densidade estelar ao longo da linha de visada. Extraímos os dados fotométricos do 2MASS para um total de 94 regiões selecionadas no plano Galáctico ($b = 0^\circ$) e no intervalo de longitudes $70^\circ \leq l \leq 290^\circ$. Dentro do intervalo $l = 90^\circ$ a 270° , as linhas de visada foram separadas em passos de 2.5° . Algumas linhas de visada, por exemplo $l = 80^\circ$, 85° , 270° , foram evitadas devido à difícil identificação da faixa das Red Clump e regiões próximas a estas foram então selecionadas. As áreas cobertas pelos campos em cada linha de visada variam entre 1,5 e 5 graus quadrados no céu, com aberturas circulares e sem sobreposição dos campos. Assim como em López-Corredoira et al. (2002), extraímos os dados do 2MASS sem seleção prévia baseada

³ <http://www.ipac.caltech.edu/2mass/>

em critérios sobre a qualidade fotométrica das fontes.

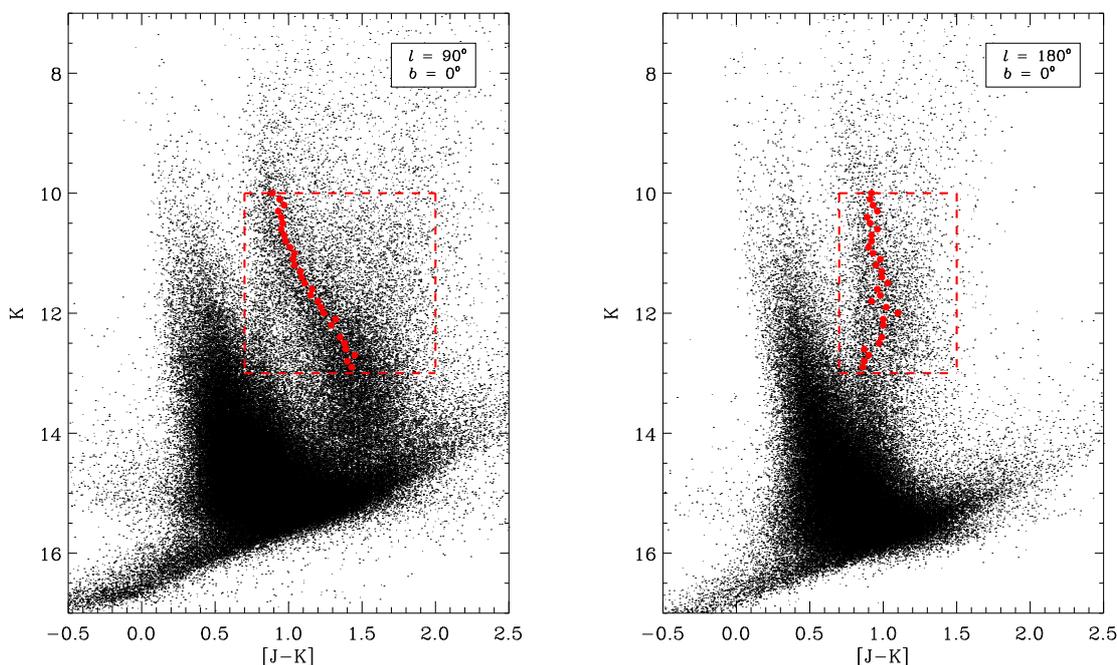


Figura 6.7: Diagramas cor-magnitude K vs. $[J - K]$ com dados fotométricos do 2MASS para dois campos estudados neste trabalho. As caixas em linhas tracejadas vermelhas delimitam a região do diagrama que contém a faixa das estrelas Red Clump. Os pontos vermelhos indicam os máximos das distribuições de estrelas em fatias horizontais de largura δK ; as estrelas que possuem índices de cor $[J - K]$ dentro de $\pm 0,2$ mag dos máximos das distribuições são atribuídas à população das Red Clump e extraídas para o processo de contagens.

A figura 6.7 mostra o DCM K versus $[J - K]$ ($K = K_S$) para dois campos relativos a duas linhas de visada usadas neste estudo, $l = 90^\circ$ e $l = 180^\circ$. A faixa das Red Clump é claramente visível em ambos os diagramas. Para isolar as fontes relativas às Red Clump, selecionamos as estrelas contidas dentro de um determinado intervalo em magnitudes aparentes K e cores $[J - K]$, representada pela área delimitada pela caixa em linhas tracejadas vermelhas nos DCMs da figura 6.7. As dimensões das caixas foram determinadas para cada DCM de cada campo analisado, através de inspeção visual, porém obedecendo a alguns critérios gerais. O limite à esquerda da caixa não deve incluir fontes associadas a regiões com maiores probabilidades de conterem estrelas na Sequência Principal, o que geralmente limita as cores $[J - K]$ a um valor mínimo de 0,6 ou 0,7; o limite à direita da caixa é, em princípio, desnecessário, podendo até ser o próprio limite do DCM. O limite superior da caixa também depende do DCM, porém na maioria dos casos adotamos como sendo a

magnitude $K = 10,0$. Esta é a única modificação que introduzimos ao método original de López-Corredoira et al. (2002), onde o limite inferior de magnitude utilizado pelos autores é de $K = 8,5$ mag. A nossa modificação tem por objetivo reduzir erros Poissônicos que afetam principalmente as contagens de estrelas próximas. O limite inferior da caixa é tomado como a magnitude $K = 13,0$, assim como em López-Corredoira et al. (2002). As caixas foram então fatiadas em cortes horizontais (i.e. em índice de cor) e com largura em magnitude $\delta K = 0,1$ mag. Para cada corte horizontal, calculamos a distribuição de densidade de fontes em função da cor $[J - K]$ aplicando um kernel Gaussiano com largura de banda fixa. Ao final, determinamos o pico da distribuição de densidade para cada corte horizontal. Tais picos de densidade são mostrados como pontos vermelhos ao longo da faixa das Red Clump nos DCMs da figura 6.7. As fontes com cores $[J - K]$ dentro de $\pm 0,2$ mag do pico de densidade são então extraídas para a realização das contagens de estrelas; a largura de $0,2$ mag é um compromisso entre a necessidade de se evitar a inclusão de estrelas de outros tipos porém incluir o maior número possível de gigantes Red Clump. López-Corredoira et al. (2002) argumentam que um dos principais pontos fortes deste método é que ele é totalmente empírico, e a única hipótese feita é a de que a magnitude absoluta de todas as fontes extraídas é fixa - neste caso a função de luminosidade se torna uma função delta de Dirac, mas os mesmos autores também estimam que os erros introduzidos por esta aproximação são desprezíveis. Os erros sistemáticos finais associados a todo o processo de determinação da densidade de estrelas Red Clump em função da distância é estimado pelos autores como sendo da ordem de 20%.

Com as contagens de estrelas Red Clump em cada intervalo de magnitude δK , podemos obter diretamente a densidade por meios da equação da estatística estelar:

$$N_*(m) = \omega \int_0^\infty r^2 \rho_*(r) \phi(M) dr, \quad (6.8)$$

onde $N_*(m)$ é o número de estrelas por unidade de área de ângulo sólido ω e no intervalo de magnitudes m e $m + dm$, e $\phi(M)$ é a função de luminosidade. Na equação 6.8, r se refere às distâncias heliocêntricas. Como discutido anteriormente, assumimos $M_K = -1,65$ e uma cor intrínseca $[J - K]_0 = 0,75$ para as estrelas Red Clump. A extinção A_K é calculada para cada *bin* de magnitude $K + \delta K$ usando a cor $[J - K]$ do pico da distribuição em cada

fatia horizontal do DCM e a cor intrínseca $[J - K]_0$ (López-Corredoira et al. (2002)):

$$A_K = \frac{[J - K] - [J - K]_0}{1,52}. \quad (6.9)$$

Cada intervalo de magnitude δK está associado ao intervalo em distância heliocêntrica δr . As distâncias heliocêntricas para cada faixa de magnitude K são calculadas como:

$$r = 10^{\frac{1}{5}[K - M_K + 5 - A_K(r)]}. \quad (6.10)$$

As distâncias Galactocêntricas relativas a cada *bin* de magnitude K são calculadas usando as distâncias heliocêntricas r através da equação:

$$R = \sqrt{R_0^2 + r^2 - 2rR_0 \cos l}. \quad (6.11)$$

E finalmente, para cada linha de visada l , calculamos a densidade de estrelas Red Clump para cada intervalo de magnitude $K + \delta K$, o que corresponde a intervalos de distância $r + \delta r$ que se traduzem em intervalos de distância Galactocêntrica $R + \delta R$. As densidades são obtidas a partir da inversão da equação 6.8:

$$\rho_*(r) = \frac{N_*(K)\delta K}{\omega r^2 \delta r} \quad (6.12)$$

Para cada linha de visada, a densidade de estrelas Red Clump em função da distância foi calculada, e a sua dependência com o raio Galáctico é mostrada na figura 6.8, para todas as linhas de visada observadas. Na figura, cada círculo preenchido (verde e laranja) mostram a densidade estimada de estrelas Red Clump em um dado raio Galáctico e para uma dada linha de visada. A curva verde sólida e a curva vermelha com pontos e traços representam, respectivamente, a média e a moda das distribuições de densidade para pontos de dados dentro de *bins* de 0,2 kpc de raio Galáctico. As densidades estimadas cujas frequências estão dentro de 75 – 100% da moda da distribuição em um dado *bin* são marcadas como círculos laranjas. Uma vez que a dispersão de pontos é menor em grandes raios Galácticos,

experimentamos ajustar a distribuição de dados com raios $R > 10$ kpc por uma lei exponencial simples $\psi_* \propto e^{-R/R_d}$, com a escala de comprimento $R_d = 2,32$ kpc. O ajuste (curva tracejada azul na figura 6.8) descreve bem as tendências mostradas por ambas as médias e modas das distribuições, pelo menos para raios maiores que 10 kpc. Nota-se que a distribuição dos modos apresenta um desvio sistemático do ajuste exponencial, com menores valores de densidades, em raios no intervalo $\sim 7,8$ a $\sim 8,8$ kpc. Além disso, quase todas as densidades dentro de 75 – 100% dos modos (círculos laranjas) e entre $\sim 7,8$ e 8,5 kpc possuem valores abaixo do ajuste exponencial. Por outro lado, a distribuição das densidades médias apresenta uma tendência oposta a esta, com densidades acima do ajuste exponencial para o mesmo intervalo de raios. Isto é provavelmente devido à alta dispersão em densidades em tais raios, o que torna as médias das distribuições mais sensíveis aos altos valores de densidade apresentados por alguns pontos. Se fôssemos levados a acreditar que a distribuição dos modos é mais provável de fornecer a esperada dependência da densidade de estrelas Red Clump em função do raio Galáctico, então poderíamos associar os valores mais baixos de densidades entre $\sim 7,8$ a $\sim 8,8$ kpc descritos acima com o predito anel de mínimo de densidade estelar no círculo da co-rotação. Entretanto, a amplitude relativa de tal decréscimo em densidade é de apenas cerca de 15%, aproximadamente a metade do valor esperado. Obviamente, o alto espalhamento dos pontos de dados na figura 6.8 mostra que não parece ser muito cauteloso tirar qualquer conclusão acerca de características com escalas relativamente pequenas na distribuição de densidade estelar do disco. Poderíamos até mesmo apontar uma possível fonte de erro sistemático: a dependência das distâncias estimadas com a metalicidade das estrelas, em conjunto com um decréscimo tipo ‘degrau’ observado no padrão de abundâncias próximo ao raio de co-rotação (Lépine et al. 2011). Quando a metalicidade decresce a estrela se torna mais azul, e portanto, o avermelhamento após o mencionado ‘degrau’ poderia estar sendo subestimado; uma subestimativa na extinção interestelar induz a distâncias superestimadas. Tal dependência poderia estar gerando a aparente ‘quebra’ no perfil exponencial da distribuição dos modos de densidade em raios entre 8,5 e 9 kpc. De qualquer forma, futuros trabalhos e melhoramentos neste campo de pesquisa são necessários para estabelecer a melhor forma de usar as estrelas Red Clump como traçadoras do possível mínimo de densidade estelar na co-rotação.

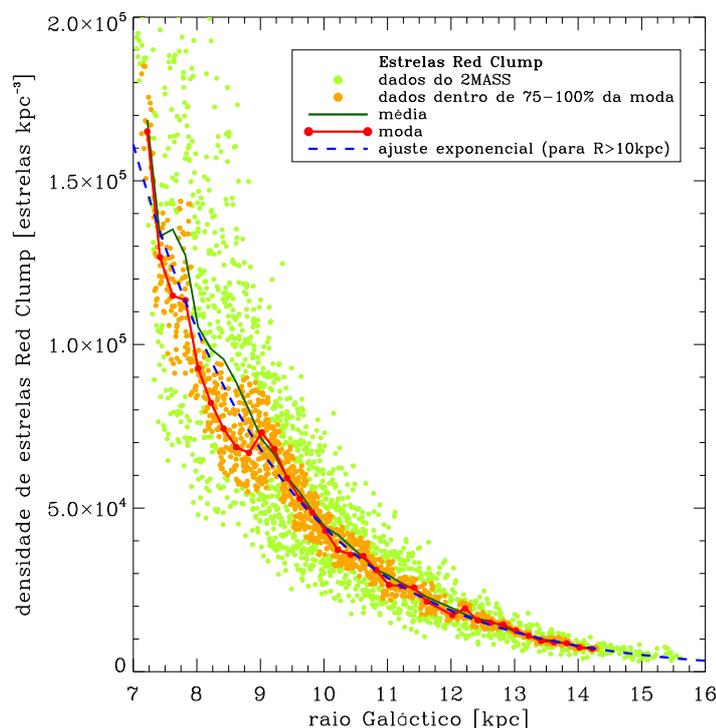


Figura 6.8: Distribuição da densidade numérica espacial de estrelas Red Clump em função do raio Galáctico. Os círculos preenchidos (verde e laranja) mostram os raios e densidades derivados a partir de contagens de estrelas Red Clump extraídas da base de dados do *survey* 2MASS, para várias linhas de visada no plano Galáctico ($b = 0^\circ$). As curvas verde e vermelha representam, respectivamente, a média e a moda das distribuições de densidade para pontos dentro de *bins* de 0,2 kpc de raio Galáctico. Os círculos preenchidos em laranja denotam os valores de densidade com frequências dentro de 75 – 100% da moda da distribuição em cada *bin* de raio. A curva azul tracejada corresponde ao ajuste da distribuição de pontos com raios $R > 10$ kpc por uma lei exponencial $\psi_* \propto e^{-R/R_d}$.

6.2.4 Conclusões desta seção

A amostra de aglomerados abertos velhos parece fornecer a mais forte evidência para a existência de um anel de menor densidade da componente estelar no raio de co-rotação do disco Galáctico. O raio onde tal mínimo de contagens ocorre ($R \sim 7,6 - 7,8$ kpc) é ligeiramente menor que o raio médio de 8,3 kpc do *gap* na densidade de H I encontrado por Amôres et al. (2009). Embora esta seja uma pequena diferença, a mesma poderia estar relacionada ao fato de que o mínimo da densidade de gás pode estar ligeiramente deslocado com relação ao raio de co-rotação, como revelado pelas simulações hidrodinâmicas de Lépine et al. (2001). Consequentemente, o *gap* na densidade de objetos muito jovens deveria estar relacionado ao mínimo na densidade de gás em vez do exato raio de co-rotação,

simplesmente porque estrelas não podem nascer em regiões com ausência de gás. Deste modo, podemos também entender algumas outras pequenas discrepâncias. Um decréscimo abrupto tipo ‘degrau’ de $\sim 0,3$ dex na distribuição radial da abundância $[\text{Fe}/\text{H}]$ dos aglomerados abertos foi encontrada no disco Galáctico por Twarog, Ashman e Anthony-Twarog (1997), e confirmado por Lépine et al. (2011) usando dados mais recentes. Adotando $R_0 = 7,5$ kpc, o raio onde ocorre tal descontinuidade na distribuição de metalicidade é de cerca de 8,5 kpc. A figura 6.9 mostra uma reprodução do gráfico da dependência da abundância $[\text{Fe}/\text{H}]$ com o raio Galáctico obtido por Lépine et al. (2011) a partir dos dados de aglomerados abertos do catálogo de Dias et al. (2002). Como explicado pelos autores, a descontinuidade em metalicidade é ela própria uma consequência do anel de deficiência na densidade de gás, o qual isola os lados interior e exterior do *gap* um do outro e leva a uma evolução independente da metalicidade nestes dois lados.

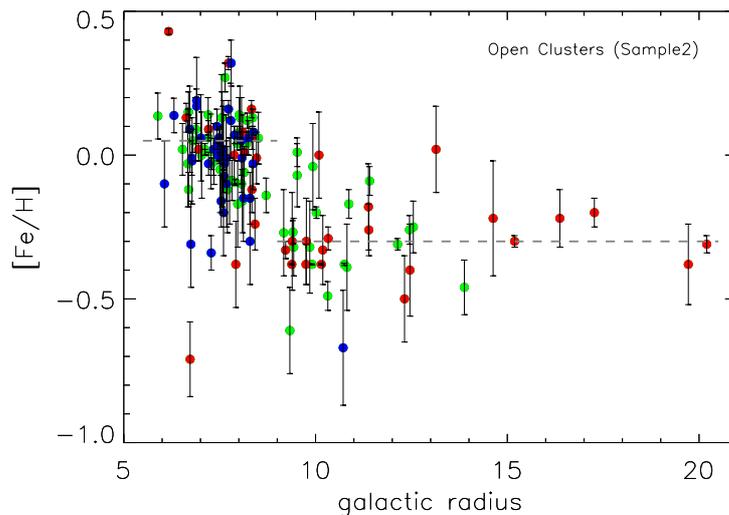


Figura 6.9: Abundância de Fe (normalizada pela abundância solar) em função do raio Galáctico para amostra de aglomerados abertos do catálogo de Dias et al. (2002). As abundâncias foram medidas por diferentes autores e baseadas em espectroscopia, fotometria, ou outros métodos. As diferentes cores correspondem a diferentes intervalos de idades dos aglomerados: azul para idades < 200 Manos; verde para $200 < \text{idades} < 1200$ Manos; vermelho para idades > 1200 Manos. As linhas horizontais tracejadas indicam as metalicidades médias em ambos os lados da co-rotação. Figura retirada de Lépine et al. (2011).

A conexão entre os raios das descontinuidades nas distribuições de metalicidade e os raios de co-rotação foi investigada por Scarano e Lépine (2013) usando uma grande amostra de galáxias espirais. Os autores encontraram uma clara correlação entre estes dois raios,

porém com uma tendência dos raios galácticos nos quais ocorrem as quebras ou mudanças de inclinação dos gradientes de metalicidade serem ligeiramente maiores ($\sim 10\%$) do que os raios de co-rotação. Uma possível causa deste desvio poderia ser o deslocamento do mínimo na densidade de gás com relação à co-rotação, como já mencionado. Retornando para o caso da nossa Galáxia, embora tenhamos encontrado certas discrepâncias, devemos ter em mente que as medidas indiretas baseadas em metalicidades fornecem valores para o raio de co-rotação que estão dentro da incerteza esperada de 0,6 kpc (para $R_0 = 7,5$ kpc), como a derivada por Dias e Lépine (2005).

Considerações adicionais sobre o mínimo de densidade estelar na co-rotação

Neste capítulo, apresentamos algumas considerações referentes ao mínimo de densidade estelar na co-rotação e os efeitos e consequências da sua presença sobre a estrutura e estimativas da massa total do disco Galáctico.

7.1 Estabilidade do disco na co-rotação

Estimamos a estabilidade do disco após a formação do anel de mínimo de densidade estelar na co-rotação. Para tanto, utilizamos o critério de estabilidade de Toomre (Toomre 1964), dado pelo parâmetro $Q \equiv \frac{\sigma_U \kappa}{3.36 G \Sigma} > 1$ (equação 3.33) para o caso de um disco puramente estelar; G é a constante gravitacional e todos os outros parâmetros (já definidos nos capítulos anteriores) são funções do raio Galáctico. Para propósitos de um teste simples, construímos um modelo de disco com um perfil exponencial para a densidade superficial $\Sigma(R)$ e com a normalização para o raio da órbita solar $\Sigma_0 = 50 M_\odot \text{ pc}^{-2}$ (Flynn e Fuchs 1994; Holmberg e Flynn 2004); adicionamos a este perfil a mesma variação de densidade próxima ao raio de co-rotação representada pela curva vermelha na figura 6.1 e expressa analiticamente nas equações 6.1 e 6.2. Para a dispersão radial de velocidades $\sigma_U(R)$, usamos uma distribuição similar à mostrada na figura 5.3, a qual foi obtida para um disco estelar que evoluiu por um tempo total de 5 Ganos, e normalizada para o valor local $\sigma_{U_0} = 35 \text{ km s}^{-1}$, o qual é consistente com a dispersão radial de velocidades observada para populações com idades ~ 3 a 5 Ganos (Robin et al. 2003; Holmberg et al. 2009). A frequência epicíclica $\kappa(R)$ (equação 2.25) é derivada da curva de rotação Galáctica à qual

um mínimo Gaussiano centrado em 8,9 kpc é adicionado, da mesma maneira descrita na seção 6.1 e representada pela curva azul na figura 6.1. Adotando a amplitude do mínimo Gaussiano como 18 km s^{-1} , o que resulta em uma frequência epicíclica local $\kappa_0 = 38 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$, obtemos o valor para o parâmetro Q de Toomre próximo ao raio de co-rotação de cerca de 1,0. Tal valor põe o disco Galáctico na condição de estabilidade marginal próximo à ressonância de co-rotação. Entretanto, quaisquer pequenas mudanças nos valores dos parâmetros descritos acima podem levar a diferentes configurações de estabilidade. Por exemplo, um menor valor para a amplitude do mínimo na curva de rotação de 12 km s^{-1} , ou um valor ligeiramente maior para κ_0 de $43 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$, resulta em $Q \sim 1,5$, bem acima da estabilidade marginal portanto. Enfatizamos que estes valores de Q se referem ao estado final do disco nas simulações, quando observamos uma saturação no crescimento do mínimo de densidade.

7.2 Mudanças nas condições iniciais do disco estelar e no potencial axissimétrico

Executamos simulações com diferentes valores para a escala de comprimento do disco R_d , tais como 2, 3 e 3,5 kpc, e com o mesmo conjunto de parâmetros do potencial Galáctico usado na simulação com o modelo espiral Sp1. Essencialmente, as mesmas configurações da distribuição final de densidade superficial foram obtidas quando comparadas com aquelas do modelo Sp1. Também verificamos a condição do potencial axissimétrico inicial sendo derivado de uma curva de rotação com o mínimo em $R \sim 9 \text{ kpc}$ já estando presente no início da simulação. Esta condição baseia-se na hipótese do mínimo na curva de rotação sendo associado com alguma outra propriedade do potencial Galáctico que não seja o mínimo na densidade estelar no raio de co-rotação. No entanto, uma configuração das variações relativas de densidade semelhante àquelas mostradas na figura 5.4(d) foi obtida, mostrando que a formação do mínimo de densidade depende mais fortemente das propriedades da perturbação espiral do que das características iniciais do potencial axissimétrico.

7.3 Anéis de densidade no disco externo da Galáxia?

As variações de densidade resultantes das simulações usando os diferentes modelos de potencial espiral, as quais são mostradas na figura 5.11, apresentam um padrão similar nas regiões externas do disco: mínimos locais de densidade nas OLRs 2:1 e 4:1, e um máximo local de densidade entre estas duas ressonâncias e também além da OLR 2:1. Em alguns casos, as amplitudes destes mínimos e máximos de densidade atingem um valor similar àquele da amplitude do mínimo na co-rotação. No entanto, estes devem ser formados por um processo diferente. Temos visto que durante os estágios do crescimento linear da perturbação, estrelas localizadas próximo às ressonâncias externas ganham momento angular proveniente da onda espiral, o que as põe em órbitas com raios maiores. Parte da quantidade de energia orbital ganha neste processo é convertida em movimento não-circular. Isto pode ser checado através da figura 5.3, onde picos na distribuição da dispersão radial de velocidade são observados nas OLRs 2:1 e 4:1. Vimos que a quantidade de momento angular trocada no disco externo, no estado estacionário da onda, é menor comparada àquela no disco interno. O baixo espalhamento radial das órbitas no disco externo não é eficiente em apagar as características na densidade estelar que foram criadas nos estágios anteriores, o que parece ocorrer no disco interno entretanto. Dessa forma, o comportamento quasi-circular das órbitas no disco externo ajuda a manter o padrão de anéis de densidade que observamos a partir das simulações. Enfatizamos que tal padrão de anéis depende fortemente das propriedades da estrutura espiral no disco externo. Portanto, este resultado deve ser tratado com certo ceticismo, uma vez que nossos modelos fazem uso de uma extrapolação para grandes raios das propriedades observáveis locais dos braços espirais. Este não é o caso da região da co-rotação, uma vez que devido à sua proximidade do círculo solar, os parâmetros mais bem definidos dos braços espirais levam a um mínimo de densidade na co-rotação cuja existência é mais confiável do que as das outras variações de densidade no disco externo.

Todavia, a existência de anéis nas regiões externas da Galáxia foi considerada por Binney e Dehnen (1997) como uma possibilidade para explicar a aparente subida da curva de rotação em raios $R \gtrsim 1,25R_0$. Os erros nas estimativas das distâncias de traçadores concentrados em tais anéis poderiam levar ao resultado $V_c \propto R$, imitando um disco com rotação de corpo rígido. Os autores calcularam uma alta probabilidade da maioria dos

traçadores estando situados em um anel de raio $R \approx 1,6R_0$, o que em nossa escala adotada resulta em $R \approx 12$ kpc. Este raio é próximo da região onde uma sobredensidade entre as OLRs 4:1 e 2:1 aparece em nossas simulações, com um raio médio entre 11,5 e 13 kpc. Isto também é próximo ao raio onde ‘quebras’ no gradiente de metalicidade de aglomerados abertos (Yong, Carney e Friel 2012) e Cefeidas (Andrievsky et al. 2004; Lépine et al. 2011) ocorrem no disco Galáctico. No caso de galáxias externas, como argumentado por Amôres et al. (2009), *gaps* em forma de anel estão presentes no perfil de densidade de H I de um relativo número de objetos estudados na literatura. Como exemplo, Schommer e Sullivan (1976) argumentaram sobre a relação entre as regiões de ressonância e as estruturas tipo anel observadas na galáxia espiral NGC 4736. Os autores mostraram que a posição da ILR 2:1 é coincidente com uma zona tipo anel de regiões H II, a co-rotação é associada a um *gap* na distribuição de brilho no óptico e em H I, e também a OLR 2:1 coincide com a posição de um anel externo de estrelas e de H I, como também possivelmente um anel de regiões H II. Posteriormente, Gu et al. (1996) conduziram simulações de partículas de nuvens de gás e mostraram que ambos os anéis interno e externo em NGC 4736 são estruturas estáveis localizadas, respectivamente, na ILR e OLR.

7.4 O tempo de vida do padrão espiral

A questão se os braços espirais são estruturas de curta ou longa duração ainda é um assunto de grande debate (e.g. Sellwood 2011; Siebert et al. 2012). No caso da Vial Láctea, alguns vínculos observacionais recentes que tendem a favorecer um padrão longo para as espirais têm sido postos em evidência. Por exemplo, Lépine et al. (2011) estimaram o tempo requerido para a formação do decréscimo tipo ‘degrau’ na distribuição radial de metalicidade dos aglomerados abertos no disco Galáctico como sendo da ordem de 3 bilhões de anos. Este valor deve ser tomado como uma medida do limite mínimo para o tempo de vida do padrão espiral *grand-design* observado atualmente, o que significa que a ressonância de co-rotação permaneceu aproximadamente no mesmo raio Galáctico durante este período de tempo. Este resultado também está em concordância com o trabalho de Maciel, Costa e Uchida (2003), o qual mostra que as nebulosas planetárias Galácticas mais jovens que 4 Ganos apresentam uma distribuição radial de metalicidade com um comportamento plano ou mesmo com uma inclinação positiva em raios além da co-rotação.

Tal resultado é compatível com a ideia de que a taxa de formação estelar no disco, além de depender explicitamente do conteúdo de gás, também é proporcional à velocidade relativa do gás com respeito aos braços espirais, $\text{SFR} \propto |\Omega - \Omega_p|$ (e.g. Mishurov, Lépine e Acharova 2002, entre outros). Nosso resultado no presente trabalho de que o tempo transcorrido de 3 Ganos, requerido para desenvolver um mínimo na densidade estelar na co-rotação de $\sim 30 - 40\%$ da densidade adjacente, apresenta-se como uma outra evidência indireta de tal limite inferior para a idade da estrutura espiral da Galáxia.

7.5 *Um anel Galáctico de mínimo de densidade estelar próximo ao raio da órbita solar*

Devido à proximidade da ressonância de co-rotação, a órbita solar estaria localizada muito próxima ao mínimo de densidade do disco. Isto resultaria em fortes implicações para as medições de densidade e da cinemática da vizinhança solar, assim como para o disco Galáctico como um todo. Para investigar tais implicações, construímos um modelo de um disco exponencial com escala de comprimento $R_d = 2,5$ kpc e com uma distribuição de densidade superficial à qual um mínimo seguido de um máximo de densidade foram adicionados, com o mesmo perfil radial mostrado pela curva vermelha na figura 6.1 e expresso pelas equações 6.1 e 6.2. Escolhemos os mesmos parâmetros da função f_{mcr} como os dados na tabela 2.1: $R_{\text{mcr}} = 8,9$ kpc, $\sigma_{\text{mcr}} = 0,8$ kpc, e uma amplitude A_{mcr} que multiplicada pela constante \mathcal{C} fornece um fator de 0,45. Este perfil radial para a densidade superficial põe a co-rotação em $R_{\text{cr}} = 8,1$ kpc e com uma amplitude para o mínimo de densidade de 34% da densidade adjacente. Na distância Galactocêntrica do Sol, $R_0 = 7,5$ kpc, a densidade relativa é de 21,3% mais baixa que a densidade adjacente. Este modelo implica que o disco poderia ser em média mais de 20% mais denso em raios anteriores e posteriores a R_0 do que um disco sem o mínimo de densidade na co-rotação, considerando a mesma normalização para a densidade superficial local Σ_0 . Esta diferença em densidade é representada na figura 6.1 pelo deslocamento vertical entre as linhas retas vermelhas tracejada e pontilhada da distribuição de densidade: a linha vermelha pontilhada representa a estimativa da distribuição de densidade superficial a partir da medição da densidade local Σ_0 e adotando-se um perfil exponencial simples para o disco; a linha

vermelha tracejada representa a estimativa da densidade superficial a partir da medição do mesmo Σ_0 mas agora considerando as variações de densidade associadas ao raio de co-rotação. Tomando a densidade $\Sigma_0 = 50 \text{ M}_\odot \text{ pc}^{-2}$ no raio solar, a massa total do disco apresentando as variações de densidade no círculo da co-rotação é $M_d = 4,94 \times 10^{10} \text{ M}_\odot$; para um disco sem as variações de densidade na co-rotação, e com a mesma densidade superficial local Σ_0 e mesma escala de comprimento R_d , a massa total é de $M_d = 3,93 \times 10^{10} \text{ M}_\odot$. De acordo com nosso modelo, teríamos então um disco com uma massa total $\sim 26\%$ maior do que a atualmente estimada, o que seria equivalente a um disco com uma densidade superficial local $\Sigma_0 \approx 63 \text{ M}_\odot \text{ pc}^{-2}$. Este resultado nos põe na seguinte situação: se o raio da órbita solar está de fato dentro de um anel de mínimo de densidade, e este fato não é levado em conta na determinação da massa do disco, estaríamos então negligenciando uma fração considerável de massa na componente do disco da Galáxia. Considerando agora o modelo de disco Galáctico de Sofue et al. (2009), e com os mesmos parâmetros para o anel de densidade além de R_0 utilizados por estes autores (o qual é similar ao nosso perfil na figura 6.1), a diferença acima citada em massa é tão maior quanto cerca de 39% da massa de um disco sem o anel de densidade sobreposto (neste cálculo consideramos o mesmo Σ_0 para ambos os discos com e sem o anel de densidade, modelado pelos autores como $\Sigma_0 = 87,5 \text{ M}_\odot \text{ pc}^{-2}$).

Estes resultados também possuem fortes implicações para a contribuição do disco à curva de rotação da Galáxia. Como exemplo, Lepine e Amaral (1999) encontraram uma diferença de cerca de 30% entre a densidade superficial local derivada de contagens de estrelas com a adição de um disco de gás e aquela necessária para o ajuste da curva de rotação. Sackett (1997), baseado em dados observacionais da época sobre a estrutura do disco Galáctico, verificou que a ‘hipótese de disco máximo’, comumente aplicada a galáxias externas, também fornece um ‘disco máximo’ quando aplicada a Via Láctea. De acordo com esta definição, para ser ‘máximo’, o disco deve prover $85 \pm 10\%$ do suporte rotacional total da galáxia no raio $R = 2,2 R_d$. Usando nosso modelo de disco ($\Sigma_0 = 50 \text{ M}_\odot \text{ pc}^{-2}$; $R_d = 2,5 \text{ kpc}$; $R_0 = 7,5 \text{ kpc}$), a contribuição à velocidade circular total em $R = 2,2 R_d = 5,5 \text{ kpc}$ pela componente do disco é: $V_c^{disco}(5,5 \text{ kpc}) = 161 \text{ km s}^{-1}$ para um disco sem as variações de densidade no círculo da co-rotação, e $V_c^{disco}(5,5 \text{ kpc}) = 182 \text{ km s}^{-1}$ para um disco com o padrão de anéis de densidade na co-rotação como o descrito

anteriormente. A curva de rotação que utilizamos na equação 2.1 fornece uma velocidade circular total em $R = 5,5$ kpc de $V_c(5,5 \text{ kpc}) = 216,5 \text{ km s}^{-1}$. Isto implica que os discos com e sem o mínimo de densidade na co-rotação são responsáveis por 84% e 74% da velocidade circular total em $R = 5,5$ kpc, respectivamente, o que os põe dentro do intervalo esperado para serem considerados como ‘discos máximos’. Se considerássemos uma curva de rotação com velocidades mais altas, com $V_c(5,5 \text{ kpc}) = 230 \text{ km s}^{-1}$ por exemplo, o disco com o mínimo de densidade na co-rotação proveria 80% da velocidade circular total em $R = 5,5$ kpc, ainda sendo ‘máximo’ portanto; o disco sem o mínimo de densidade forneceria apenas 70% do suporte rotacional, podendo ser então classificado como um ‘disco submáximo’. Naturalmente, o critério para um ‘disco máximo’ depende dos valores adotados para Σ_0 , R_d , R_0 , a curva de rotação com o valor de V_0 , assim como estimativas confiáveis das escalas de altura dos discos fino e espesso.

Argumentamos aqui que a suposição de que a órbita solar situa-se próximo a um anel de mínimo de densidade implica em uma correção para maiores valores para a massa total do disco Galáctico, e conseqüentemente, uma maior contribuição da componente do disco à curva de rotação interna da Galáxia. Este resultado também implica em um halo escuro de menor importância para a dinâmica das regiões internas da Galáxia, ou mesmo excluiria modelos da Galáxia que evocam um disco de matéria escura com os mesmos parâmetros estruturais do disco de matéria luminosa observado. Finalizamos com o argumento de que o mínimo de densidade na co-rotação não parece ser, em princípio, incompatível com modelos Galácticos baseados em contagens de estrelas em bandas no infravermelho. Por exemplo, Polido, Jablonski e Lépine (2013) recentemente desenvolveram um modelo da Galáxia a partir de contagens de estrelas utilizando os dados do 2MASS e verificaram que um modelo de disco com um mínimo de densidade próximo a R_0 gera um ajuste ligeiramente melhor para as contagens na banda K_S no plano Galáctico, quando em comparação a um modelo de disco sem o mínimo de densidade. Em acordo com os resultados mostrados acima, o modelo de disco com a correção na densidade leva a um acréscimo nas contagens teóricas, em todo o intervalo de longitudes Galácticas, quando comparado a um disco sem tal correção, o que significa que um disco mais massivo é obtido quando o mínimo de densidade é levado em consideração.

O potencial gravitacional tridimensional da Galáxia

Neste capítulo e no seguinte, direcionamos o foco do trabalho para o estudo de órbitas de estrelas e aglomerados estelares do disco Galáctico. Nosso objetivo final consiste na caracterização das órbitas para diferentes populações estelares do disco; pretendemos analisar a dependência de alguns parâmetros orbitais das estrelas, tais como raios orbitais médios, excentricidades, alturas máximas alcançadas com relação ao plano, em função de seus parâmetros físicos estimados como a idade ou observados como a composição química. Para tanto, realizamos a integração das órbitas em todas as componentes espaciais (R, θ, z) , fazendo uso, portanto, de toda a informação do espaço de posições e velocidades dos objetos. A fim de se desenvolver um estudo de órbitas tridimensionais, precisamos de uma descrição detalhada do potencial gravitacional Galáctico não apenas no plano-médio do disco, como fizemos até agora, mas também na direção da componente z perpendicular ao plano Galáctico. Dessa forma, destinamos este capítulo à apresentação do método de construção do modelo do potencial Galáctico, o qual é derivado de um modelo para a distribuição de densidade de massa das componentes Galácticas bojo, disco e halo escuro. Nas próximas seções, apresentamos a construção dos modelos de massa da Galáxia utilizados nesta parte do estudo, a construção de um modelo numérico para o potencial axissimétrico do disco derivado a partir de cada modelo de massa, e o método para interpolação dos gradientes radiais e verticais do potencial do disco mapeados em uma grade no plano meridional $R - z$.

8.1 Modelos de massa da Galáxia

Trabalhos pioneiros na construção de modelos de massa para a Galáxia foram realizados por Schmidt (1956) e Caldwell e Ostriker (1981). Como definido em Binney e Merrifield (1998), um modelo de massa consiste das distribuições de densidade especificadas para uma ou mais componentes da Galáxia. O campo de força gravitacional combinado destas componentes é calculado e os parâmetros das distribuições de densidade são ajustados para otimizar a concordância entre as predições cinemáticas do modelo e observáveis tais como os valores das constantes de Oort, a variação radial das velocidades terminais no círculo solar interno, a densidade superficial total de matéria próximo ao Sol $\Sigma_{\text{tot}}(R_0)$, e assim por diante. Ao lado dos modelos de massa, também temos os modelos baseados em contagens de estrelas, modelos baseados na distribuição de brilho da Galáxia, modelos cinemáticos e modelos dinâmicos. Como apontado por Dehnen e Binney (1998a), todos estes modelos se baseiam na decomposição da Galáxia em componentes de massa, o que é motivado pelos estudos fotométricos de galáxias externas.

Uma das deficiências dos modelos de massa reside no fato de que todas as informações cinemáticas mencionadas acima, que têm sido tradicionalmente usadas para restringir os modelos, relacionam-se quase que exclusivamente à força radial no plano Galáctico. Ainda há um grande déficit de informação sobre a distribuição de densidade e cinemática estelar na direção z perpendicular ao plano. Estudos pioneiros sobre a densidade de massa na vizinhança solar e a estrutura ‘vertical’ do disco foram realizados por Oort (1932, 1960). Uma deficiência nestes estudos, assim como em outros posteriores (e.g. Bahcall 1984c), é o fato de se negligenciar o termo de acoplamento entre os movimentos radiais e verticais das estrelas, o qual aparece na equação de Jeans como σ_{Rz}^2 correspondendo ao produto das componentes de velocidade $V_R V_z$, e reduzir a análise do problema à uma dimensão. Uma correção sobre o efeito da omissão de tal termo foi posteriormente estudada por Kuijken e Gilmore (1989b). Entretanto, como apontado em Binney e Merrifield (1998), o melhor conhecimento disponível atualmente sobre a densidade superficial de massa próximo a R_0 é a integrada até uma altura $|z| = 1,1$ kpc (Kuijken e Gilmore 1991), sendo esta uma restrição que se aplica tão próximo ao plano Galáctico que não é capaz de fornecer muita informação sobre a distribuição de massa a alguns kiloparsecs acima do plano.

No presente trabalho, construímos um modelo de massa cujos perfis de densidade das

componentes bojo e disco são baseados no modelo para o brilho no infravermelho da Galáxia desenvolvido por Lépine e Leroy (2000). No referido estudo, os autores apresentaram um modelo que reproduz a distribuição de brilho no infravermelho próximo em $2 \mu\text{m}$ da Galáxia e compararam as previsões de tal modelo com os resultados das observações do *Spacelab* obtidas por Kent et al. (1992) e os dados do experimento *COBE/DIRBE*. Considerando populações estelares características para cada componente Galáctica (neste caso separadas em bojo, discos fino e espesso, e distribuições relativas aos braços espirais e barra), e baseados em uma calibração da densidade de fluxo por unidade de massa para cada população, Lépine e Leroy estimaram a massa de cada componente e verificaram que a distribuição de massa total do modelo resulta em uma curva de rotação consistente com a observada para a Galáxia. Neste sentido, o modelo de Lépine e Leroy (2000) também resulta em um modelo de massa da Galáxia. Dado o fato de no presente trabalho usarmos um valor para V_0 maior do que o usado por Lépine e Leroy ($V_0 = 215 \text{ km s}^{-1}$ contra 184 km s^{-1} usado pelos autores), nossas estimativas de massa total para algumas das componentes deverão apresentar valores maiores do que os estimados no referido artigo. Nosso modelo de massa consiste então das três componentes principais: bojo e disco, cujos perfis radiais de densidade provêm do modelo de Lépine e Leroy (2000), e um halo escuro para manutenção da curva de rotação plana a grandes raios Galácticos. As massas totais de cada componente são obtidas a partir de restrições observacionais baseadas na curva de rotação, assim como em outros vínculos especificados nas subseções a seguir.

8.1.1 Formas funcionais das componentes Galácticas

8.1.1.1 Bojo

A relação empírica conhecida como lei $r^{1/4}$ proposta por de Vaucouleurs (1977) representa com grande precisão a distribuição de brilho superficial das galáxias elípticas, também sendo aplicável aos bojos de galáxias espirais. No entanto, para análises teóricas, um perfil mais conveniente de ser adotado é o perfil proposto por Hernquist (1990) para a distribuição de densidade de massa, dada por (nas equações a seguir usamos coordenadas cilíndricas R , θ , e z):

$$\rho_b(R, z) = \frac{M_b}{2\pi} \frac{a_b}{\sqrt{R^2 + z^2}} \frac{1}{(\sqrt{R^2 + z^2} + a_b)^3}, \quad (8.1)$$

onde M_b é a massa do bojo e a_b é a escala de tamanho do bojo. Este perfil foi mostrado por Hernquist ser capaz de reproduzir a lei $r^{1/4}$ de de Vaucouleurs sobre um grande intervalo de raios Galácticos. Integrando a equação de Poisson com a densidade dada pela equação 8.1, Hernquist mostrou que o potencial Φ_b e a velocidade circular V_b associados ao bojo são dados por:

$$\Phi_b(R, z) = -\frac{G M_b}{\sqrt{R^2 + z^2} + a_b} \quad (8.2)$$

e

$$V_b(R, z) = \frac{[G M_b \sqrt{R^2 + z^2}]^{1/2}}{\sqrt{R^2 + z^2} + a_b}. \quad (8.3)$$

A equação 8.3 acima mostra que, assintoticamente, ao passo que r tende ao infinito, a velocidade V_b se aproxima do regime Kepleriano $V_b \propto r^{-1/2}$. Como apontado por Amaral e Lepine (1997), existe uma certa incerteza sobre os parâmetros da componente esferoidal da Galáxia. A natureza do pico na curva de rotação em $R \sim 300$ pc é uma questão de debate; muitos autores consideram que tal pico não é devido ao movimento de rotação. Assim como Amaral e Lépine, por simplicidade, adotaremos a interpretação clássica das velocidades terminais do gás como sendo o resultado do movimento de rotação no ponto subcentral de cada linha de visada. Embora haja incertezas associadas a esta abordagem, as mesmas devem afetar principalmente as regiões mais internas da Galáxia ($R \lesssim 2$ kpc), em um domínio de raios que não abrange a maioria das órbitas que analisamos neste estudo.

8.1.1.2 Halo escuro

Ainda existe uma lacuna no nosso conhecimento sobre o verdadeiro comportamento da curva de rotação da Via Láctea a grandes distâncias Galactocêntricas. Como pode ser

observado a partir da curva de rotação mostrada na figura 2.1, os dados de velocidade de rotação de regiões H II ou fontes de emissão maser são limitados a raios Galácticos $\lesssim 2R_0$. Mesmo a curva de rotação levantada a partir da cinemática do hidrogênio neutro H I no disco não vai muito além do que raios $R \sim 2,5R_0$. Ainda assim, como apontado por Honma e Sofue (1997), dependendo dos valores adotados para as constantes Galácticas (R_0, V_0) , pode-se obter curvas de rotação que crescem gradualmente, ou que se mantêm planas, ou mesmo que decrescem suavemente com o raio nas regiões externas da Galáxia. Dado o nosso presente grau de ignorância acerca da curva de rotação externa da Galáxia, consideraremos que a mesma permanece aproximadamente plana a grandes raios Galácticos. Isto parece ser uma razoável aproximação, dado o par (R_0, V_0) utilizado no presente estudo e a curva de rotação obtida na figura 2.1. Entretanto, como veremos nas próximas seções, a contribuição do nosso modelo de disco à curva de rotação não suporta tal comportamento plano a grandes raios. Sendo modelos de distribuição de massa finita, as velocidades circulares associadas aos potenciais das componentes bojo e disco decrescem seguindo um regime Kepleriano $V_c \propto R^{-1/2}$ em grandes raios R . Para uma curva de rotação que se estabelece constante a grandes raios, $V_c \propto V_\infty$, temos para o gradiente radial do potencial $\partial\Phi/\partial R \propto V_\infty^2/R$, e portanto $\Phi \propto V_\infty^2 \ln R + \text{cte}$ nesta região. Consideramos a componente que contribui com tal velocidade constante a grandes raios como a correspondente ao halo escuro, cujo potencial logarítmico é dado por:

$$\Phi_h(R, z) = \frac{V_\infty^2}{2} \ln (R^2 + z^2 q^{-2} + r_h^2) , \quad (8.4)$$

onde V_∞ é a velocidade circular constante no infinito, q é o parâmetro de achatamento, e r_h é a escala de comprimento associada ao raio do *core* do halo. Por simplicidade, adotamos um halo esférico ($q = 1$). Da equação de Poisson, $\nabla^2\Phi = 4\pi G\rho$, a densidade de massa correspondente ao potencial da equação 8.4, e para $q = 1$, é dada por:

$$\rho_h(R, z) = \frac{V_\infty^2}{4\pi G} \frac{(R^2 + z^2 + 3r_h^2)}{(R^2 + z^2 + r_h^2)^2} . \quad (8.5)$$

A velocidade circular devido ao halo é dada na forma:

$$V_h(R, z) = V_\infty \sqrt{\frac{R^2 + z^2}{(R^2 + z^2 + r_h^2)}}. \quad (8.6)$$

Dado o grande espalhamento nas medidas das velocidades de rotação no disco externo da Galáxia, assim como os grandes erros causados por incertezas nas distâncias Galactocêntricas das fontes (com exceção de algumas poucas fontes maser nestas regiões), torna-se difícil a distinção do melhor modelo paramétrico para a contribuição do halo escuro à curva de rotação. Por exemplo, Sofue et al. (2009) encontraram equivalência na qualidade do ajuste da curva de rotação entre 10 e 20 kpc para três diferentes modelos de halo escuro: perfil NFW (Navarro et al. 1996), perfil de Burkert (Burkert 1995), e o perfil de uma esfera semi-isotérmica. O perfil de densidade da equação 8.5 é similar ao perfil semi-isotérmico utilizado por Sofue et al. (2009) por apresentar um *core* central de densidade, em contrapartida ao perfil NFW o qual apresenta uma cúspide central. No entanto, como mencionado anteriormente, a razão de utilizarmos uma componente relativa a um halo de matéria escura é apenas para manter a curva de rotação plana até raios $\sim 3R_0$. Não discutiremos sobre a real existência de tal componente ou sobre o conteúdo material da mesma, uma vez que existem outras abordagens para explicar a aproximada constância de algumas curvas de rotação baseadas em modificações da gravidade Newtoniana no regime de baixas acelerações. Adicionalmente, como veremos a seguir, em nossos modelos a contribuição do halo escuro à curva de rotação se dá principalmente em raios maiores do que ~ 12 kpc; a curva de rotação em raios interiores a estes é dominada pelas componentes bojo e disco. Utilizaremos aqui a abordagem adotada por Dehnen e Binney (1998a) de que não será feita distinção entre tal halo escuro e o halo estelar visível, do qual as estrelas RR Lyrae e os aglomerados globulares pobres em metal são clássicos traçadores; assumiremos que a Galáxia possui um único halo massivo cuja razão massa-luminosidade cresce com o raio Galactocêntrico.

8.1.1.3 Disco(s)

Nosso modelo de disco é formado pelas componentes relativas ao disco estelar e disco de gás. Dividimos o disco estelar nas componentes de disco fino e disco espesso; o disco

de gás, representando o meio interestelar (MIE), é dividido nas duas componentes principais: disco de H I e disco de H₂. Neste trabalho nos preocupamos em uma descrição mais detalhada das componentes do disco Galáctico. Uma vez que estamos interessados em estudar as órbitas de estrelas e objetos estelares que pertencem ao disco e que compõem uma grande extensão espacial do mesmo, tanto em raio R quanto em azimute θ e altura z , entendemos que tais órbitas, mesmo que respondam ao potencial global Galáctico, devem sobretudo responder ao potencial do disco cujas características são afetadas pela distribuição de massa desta componente. Mesmo que as melhores estimativas das propriedades do disco ainda sejam aquelas restritas à vizinhança solar, nas últimas décadas os *surveys* destinados ao estudo da estrutura em larga escala da Galáxia, em ambas as componentes estelar e gasosa, têm possibilitado os modelos de contagens de estrelas ou da distribuição do gás e poeira a pôr vínculos sobre vários dos parâmetros estruturais do disco: escalas de comprimento e altura, variação radial da escala de altura (*flare*), estrutura do *warp*, densidades locais volumétrica e superficial, entre outros. Nosso objetivo, portanto, é explorar ao máximo tais vínculos observacionais acerca da estrutura do disco e a influência das variações dos parâmetros sobre as órbitas estelares estudadas. Neste sentido, os mínimos de densidade estelar e de gás na co-rotação, estudados nos capítulos anteriores, são importantes características que exploraremos nesta parte do estudo. Lembramos também que nosso modelo de disco trata apenas da parte axissimétrica do mesmo. Como apontado e argumentado por Dehnen e Binney (1998a), embora haja bastante evidência de que o disco interno da Galáxia é afetado por estruturas não-axissimétricas (e.g. barra e braços espirais), modelos axissimétricos têm obtido sucesso ao levar em conta observações na linha de 21 cm do hidrogênio em longitudes $l \gtrsim 30^\circ$, sugerindo que órbitas no potencial Galáctico que carregam estrelas a raios $R \gtrsim 4$ kpc podem ser acuradamente modeladas por órbitas em um potencial axissimétrico. A seguir, mostramos os perfis radiais de densidade superficial adotados para cada disco e o método para a obtenção da curva de rotação relativa à distribuição de massa dos discos.

1. Discos fino e espesso

Para os discos fino e espesso, adotamos o seguinte perfil para a distribuição radial de densidade superficial, normalizada para o raio da órbita solar R_0 :

$$\Sigma_{d_i}(R) = \Sigma_{0_{d_i}} \exp \left[-\frac{(R - R_0)}{R_{d_i}} - R_{dc_i} \left(\frac{1}{R} - \frac{1}{R_0} \right) \right] \times \left[\frac{1 + f_{cr_i}(R)}{1 + f_{cr_i}(R_0)} \right], \quad (8.7)$$

com a função para as variações de densidade na co-rotação (mínimo na co-rotação seguido de um máximo após este raio) sendo dada por:

$$f_{cr_i}(R) = A_i \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{R - R_{\min_i}}{\sigma_i} \right)^2 \right] \times \left(\frac{R - R_{\min_i}}{\sigma_i^2} \right). \quad (8.8)$$

Nas equações 8.7 e 8.8 acima, os índices ‘*i*’ se referem às componentes do disco fino ou disco espesso. Na equação 8.7, Σ_{0_d} é a densidade superficial local do disco (em R_0), R_d é a escala de comprimento do disco, e R_{dc} é a escala radial da depressão central de densidade, de acordo com o modelo de Lépine e Leroy (2000). Tal perfil exponencial modificado foi mostrado por estes autores ser capaz de melhor reproduzir a distribuição no infravermelho do disco Galáctico. O perfil para as variações de densidade na co-rotação, mostrado na equação 8.8, é o mesmo já utilizado no capítulo 6 para o estudo do mínimo na curva de rotação e apresentado pela curva vermelha na figura 6.1. Os parâmetros A , R_{\min} e σ denotam a amplitude, raio e meia-largura do mínimo de densidade, respectivamente. Os valores numéricos dos parâmetros das equações 8.7 e 8.8 são apresentados na subseção 8.1.3.

2. Disco de H I

Para a distribuição de densidade superficial do hidrogênio atômico H I no disco, utilizamos a seguinte expressão:

$$\Sigma_{\text{HI}}(R) = \Sigma_{0_{\text{HI}}} \exp \left[-\frac{(R^{3/2} - R_0^{3/2})}{R_{d_{\text{HI}}}^{3/2}} - R_{dc_{\text{HI}}}^2 \left(\frac{1}{R^2} - \frac{1}{R_0^2} \right) \right] \times \left[\frac{1 + f_{cr_{\text{HI}}}(R)}{1 + f_{cr_{\text{HI}}}(R_0)} \right] \quad (8.9)$$

com a função para o mínimo de densidade na co-rotação dada por:

$$f_{cr_{\text{HI}}}(R) = -A_{\text{HI}} \exp \left[-\frac{1}{2} \left(\frac{R - R_{\min_{\text{HI}}}}{\sigma_{\text{HI}}} \right)^2 \right]. \quad (8.10)$$

Na equação 8.9, $\Sigma_{0\text{HI}}$ denota a densidade superficial local de H I, $R_{d\text{HI}}$ é a escala de comprimento do disco de H I, e $R_{d\text{cHI}}$ é a escala radial da depressão central de densidade de H I. Este perfil é baseado naquele adotado por Amôres e Lépine (2005) para seus modelos de extinção interestelar na Galáxia, porém com algumas modificações para se ajustar à distribuição média Σ_{HI} apresentada no *review* de Kalberla e Kerp (2009) sobre a distribuição de H I na Via Láctea. A figura 8.1 mostra a reprodução da figura 5 de Kalberla e Kerp (2009) (painel à esquerda) com a distribuição média de densidade de H I do disco (curva vermelha) assim como distribuições obtidas por outros autores; o painel à direita mostra a distribuição de H I (curva vermelha) resultante da função na equação 8.9 e utilizada como modelo para o disco de H I no presente estudo. Os parâmetros da equação 8.10 são equivalentes àqueles apresentados para os discos fino e espesso: A_{HI} , R_{minHI} e σ_{HI} são a amplitude, raio e meia-largura do mínimo de densidade, respectivamente. As características de tal mínimo Gaussiano de densidade adicionado ao perfil de H I são baseadas no trabalho de Amôres et al. (2009), já apresentado nos capítulos 5 e 6. Os valores numéricos dos parâmetros das equações 8.9 e 8.10 são apresentados na subseção 8.1.3.

3. Disco de H₂

Para o perfil radial da distribuição de densidade superficial do hidrogênio molecular H₂, utilizamos uma expressão similar à empregada por Amôres e Lépine (2005):

$$\Sigma_{\text{H}_2}(R) = \Sigma_{0\text{H}_2} \exp \left[-\frac{(R - R_0)}{R_{d\text{H}_2}} - R_{d\text{cH}_2}^2 \left(\frac{1}{R^2} - \frac{1}{R_0^2} \right) \right], \quad (8.11)$$

onde $\Sigma_{0\text{H}_2}$ designa a densidade superficial local de H₂, $R_{d\text{H}_2}$ é a escala de comprimento e $R_{d\text{cH}_2}$ é a escala radial da depressão central de densidade de H₂. Tal perfil para a distribuição de H₂ também é similar ao apresentado por Nakanishi e Sofue (2006). No caso do disco de H₂, não achamos necessária a inclusão das variações de densidade no raio de co-rotação, uma vez que a densidade superficial resultante da equação 8.11 em raios próximos a este atinge valores abaixo da unidade (em $M_{\odot} \text{ pc}^{-2}$). Os valores numéricos dos parâmetros da equação 8.11 são apresentados na subseção 8.1.3.

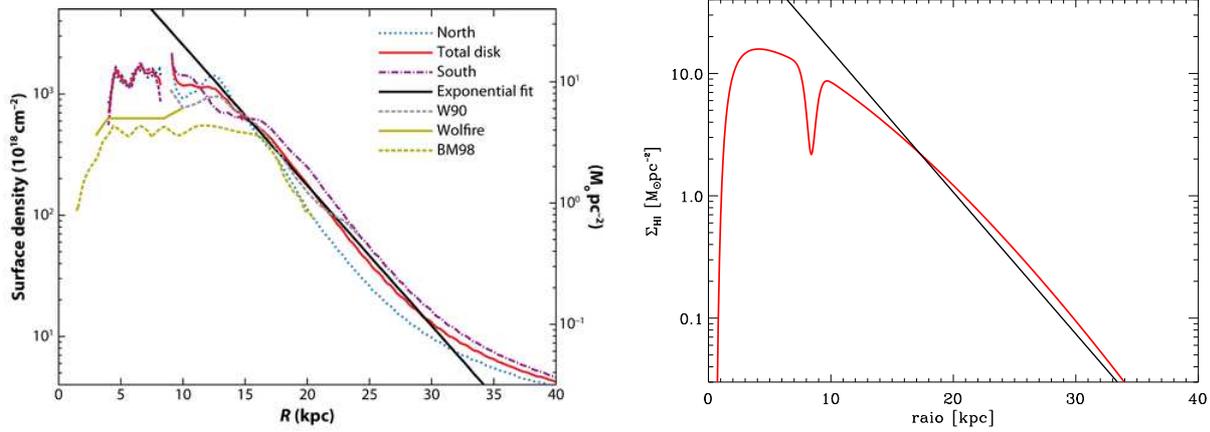


Figura 8.1: Painel à esquerda (Figura retirada de Kalberla e Kerp 2009): distribuição de densidade superficial média de HI em função do raio Galáctico. A curva vermelha denota a distribuição total média; as linhas pontilhada azul e traço-pontilhada púrpura marcam as distribuições do norte e do sul, respectivamente. A linha preta sólida mostra um ajuste exponencial com escala de comprimento de 3,75 kpc obtido por Kalberla e Dedes (2008). As demais curvas representam as distribuições de HI obtidas por diferentes autores: Wouterloot et al. (1990, W90); Wolfire et al. (2003); Binney e Merrifield (1998, fig.9.19, BM98). Painel à direita: distribuição de densidade superficial de HI obtida a partir do perfil apresentado na equação 8.9 (curva vermelha) e reprodução do ajuste exponencial (linha preta) apresentado no painel à esquerda, para comparação.

Discos exponenciais simples têm suas curvas de rotação expressas por funções de Bessel modificadas, por exemplo. As expressões que utilizamos para os perfis de densidade superficial das componentes do disco, apresentadas nas equações 8.7, 8.9 e 8.11 acima, no entanto, não fornecem meios analíticos diretos para a obtenção da curva de rotação do disco. Dessa forma, analogamente ao método empregado por Sofue et al. (2009), calculamos numericamente a velocidade de rotação devido à contribuição de cada componente do disco do seguinte modo: calculamos diretamente a força gravitacional $f(R)$ atuante em um ponto a uma distância galactocêntrica $x = R$ a partir da integração da componente na direção x da força devido a um elemento de massa $\Sigma_d(r)dx dy$ no plano Cartesiano (x,y) :

$$f(R) = G \int_{y_{\min}}^{y_{\max}} \int_{x_{\min}}^{x_{\max}} \frac{\Sigma_d(r)(R-x)}{s^3} dx dy, \quad (8.12)$$

onde $s = \sqrt{(R-x)^2 + y^2}$ é a distância entre o elemento de massa e o ponto onde a força é calculada. A velocidade circular no plano do disco para que a força centrífuga sobre uma partícula-teste no raio R seja equilibrada pela força gravitacional devido à distribuição de

massa de todo o disco é então calculada como:

$$V_d(R) = \sqrt{fR}. \quad (8.13)$$

Na equação 8.12, o módulo dos limites mínimo e máximo das variáveis de integração ($|x_{\min}| = |y_{\min}| = |x_{\max}| = |y_{\max}|$) é tomado grande o suficiente para evitar efeitos de truncamento do disco sobre a curva de rotação. A figura 8.2 mostra um desenho esquemático do método utilizado para o cálculo da velocidade de rotação devido a uma distribuição de densidade superficial no disco galáctico.

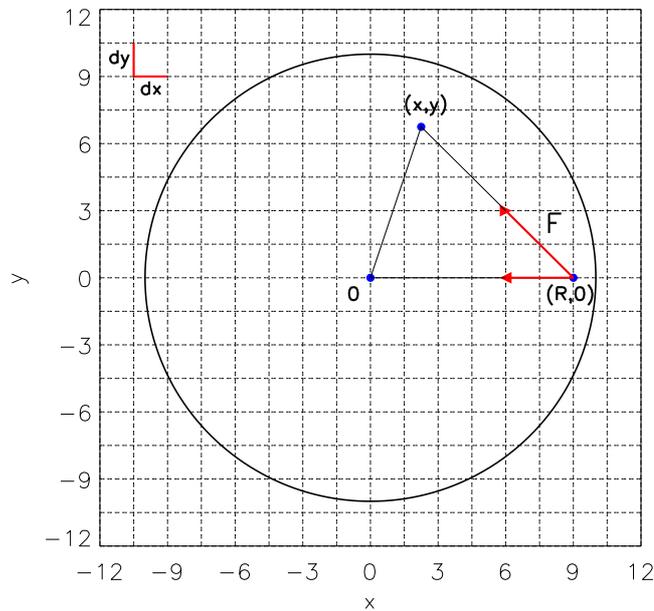


Figura 8.2: Desenho esquemático para ilustração do método numérico para obtenção da velocidade de rotação devido a uma distribuição de densidade superficial no disco galáctico: calcula-se a somatória f das componentes x das forças sobre uma partícula-teste na posição $(R,0)$ devido a cada elemento de massa nas células de coordenadas centrais (x,y) ; a velocidade de rotação da partícula é obtida a partir da relação $V_c(R) = \sqrt{fR}$.

É importante notar que a velocidade de rotação do disco obtida a partir das equações 8.12 e 8.13 é a referente ao plano-médio do disco Galáctico ($z = 0$): $V_d = V_d(R, z = 0)$. Isto pode ser entendido ao se perceber que na equação 8.12 a informação sobre a distribuição de massa no disco é dada na forma da densidade superficial $\Sigma_d(R) = \int \rho_d(R, z) dz$. Tal método, portanto, usa a informação da densidade de massa projetada no plano do disco.

Esta é uma aproximação que pode ser válida, em princípio, para discos muito finos, para os quais a escala de altura h_z é muito menor que a escala de comprimento radial R_d . Uma vez levando-se em conta a distribuição de densidade na direção z perpendicular ao plano, obtém-se que a força gravitacional no plano devido a uma coluna de material do disco com densidade $\rho_d(R, z)$ deve ser menor do que aquela produzida quando considerada apenas a densidade da coluna projetada no plano $\Sigma_d(R)$. Para um exemplo hipotético de um disco com uma densidade volumétrica ρ_d independente da altura z , a diferença mencionada entre a força gravitacional da coluna considerando-se a sua densidade ρ_d e aquela considerando-se apenas a densidade superficial Σ_d deve ser de um fator $\left[1 + \frac{z^2}{R^2}\right]^{-1/2}$. Obviamente, para situações em que $z \ll R$, o fator de correção mencionado anteriormente deve ser desprezível. Mais ainda se considerarmos uma dependência exponencial da densidade ρ_d com a altura z como representativa para os discos galácticos. No caso da Via Láctea, mesmo para a componente do disco espesso, que possui uma maior escala de altura h_z , as correções para a curva de rotação do disco quando da consideração da distribuição de densidade perpendicular ao plano devem ser muito pequenas para a faixa de raios considerados. Dessa forma, a velocidade de rotação no plano do disco calculada a partir do método descrito acima deve ser tomada como uma boa aproximação do valor real. Por outro lado, mesmo que disponível, a informação sobre a variação da densidade com a altura z não é capaz de discriminar o modelo de massa do disco que melhor ajusta uma determinada curva de rotação. Em outras palavras, diferentes funções para a dependência com a altura z da densidade ρ_d podem levar a uma mesma qualidade do ajuste da curva de rotação produzida. Um resultado similar a este foi encontrado por McMillan (2011) em seus modelos de massa da Galáxia, onde o autor observou que mudanças nas escalas de altura dos discos fino e espesso apresentaram pequeno impacto sobre a estrutura global dos modelos. Também é um resultado presente no modelo de contagens de estrelas de Polido et al. (2013), onde as escalas de altura dos discos apresentam pequenos valores dos coeficientes de correlação com os demais parâmetros. Temos então que para os nossos modelos de discos, os valores dos parâmetros das funções para a variação da densidade com a altura serão tomados como fixos, variando apenas de modelo para modelo.

Estrutura vertical dos discos

Os movimentos das estrelas e do gás nos discos galácticos apresentam desvios das órbitas puramente circulares. Tais desvios agem como um termo de ‘pressão’ do fluido de estrelas ou gás, o que está diretamente relacionado à dispersão de velocidades das partículas. Considerando que tais movimentos aleatórios na direção perpendicular ao plano do disco estão desacoplados do movimento de rotação galáctica, podemos estimar o perfil de densidade na direção z a partir da aproximação do equilíbrio estático das forças nesta direção. Denotando a pressão do material (estrelas e gás) do disco por p , a qual está associada ao movimento de oscilação vertical com dispersão de velocidade σ_z , podemos escrever para a equação de estado deste sistema:

$$p = \rho_i \sigma_z^2, \quad (8.14)$$

onde ρ_i é a densidade da população i (estrelas ou gás) do material do disco. Da equação de equilíbrio hidrostático $\vec{\nabla} p = -\rho_i \vec{\nabla} \Phi$ (Φ é o potencial gravitacional), e considerando apenas os gradientes na direção z :

$$\frac{dp}{dz} = -\rho_i \frac{d\Phi}{dz} = -\rho_i K_z, \quad (8.15)$$

onde identificamos o gradiente do potencial na direção z como K_z ¹. Das equações 8.14 e 8.15, temos:

$$\frac{d(\rho_i \sigma_z^2)}{dz} = -\rho_i K_z. \quad (8.16)$$

Considerando um disco fino como um sistema muito achatado na direção z , a variação vertical do potencial em um dado raio R do disco depende aproximadamente apenas da distribuição vertical de densidade $\rho(z)$ neste raio. Binney e Tremaine (1987, eq. 2-57) mostram que para este sistema a equação de Poisson se simplifica na seguinte forma:

¹ A força gravitacional na direção z é frequentemente denotada por K_z , onde K se refere a *Kraft*, força em alemão.

$$\frac{d^2\Phi(z)}{dz^2} = 4\pi G \rho(z) = \frac{dK_z}{dz}. \quad (8.17)$$

Das equações 8.16 e 8.17, chegamos à expressão:

$$\frac{d}{dz} \left[\frac{1}{\rho_i} \frac{d(\rho_i \sigma_Z^2)}{dz} \right] = -4\pi G \rho(z). \quad (8.18)$$

A equação acima mostra que as medidas das densidades ρ_i e dispersão de velocidades σ_Z em função da altura z de qualquer população estelar podem nos indicar o valor da densidade total de matéria que determina a aceleração gravitacional perpendicular ao plano do disco. Este foi o método originalmente utilizado por Oort (Oort 1932, 1960) para estimar a densidade local de matéria, a qual é conhecida na literatura como o limite de Oort, e cujo valor foi encontrado como $\rho_0 \equiv \rho(R_0, z = 0) = 0,15 M_\odot \text{ pc}^{-3}$.

Considerando que a dispersão de velocidade σ_Z de determinada população é independente da altura z , a solução da equação 8.18 para um disco auto-gravitante é dada por Spitzer (1942):

$$\rho_i(z) = \rho_{i_0} \operatorname{sech}^2 \left(\frac{z}{z_{i_0}} \right), \quad (8.19)$$

com $z_{i_0} = \frac{\sigma_Z}{\sqrt{2\pi G \rho_{i_0}}}$ correspondendo à escala de altura e ρ_{i_0} a densidade no plano da população i em questão. Da equação 8.17, a expressão para a força gravitacional na direção z , K_z , é então dada por:

$$K_z = 4\pi G \rho_{i_0} z_{i_0} \tanh \left(\frac{z}{z_{i_0}} \right). \quad (8.20)$$

A aproximação de uma população com dispersão de velocidade σ_Z independente da altura é baseada na consideração de que, observacionalmente, componentes individuais do disco são razoavelmente aproximadas por perfis isotérmicos de densidade. Tal aproximação foi empregada por Bahcall (1984c,b,a), entre outras considerações, para determinar a densidade de massa local do disco Galáctico.

Desde os trabalhos de Oort até os mais recentes, e.g. Zhang et al. (2013), observa-se que a força gravitacional K_z cresce aproximadamente de forma linear com a altura dentro do intervalo $|z| \lesssim 200$ pc. Utilizando a aproximação $K_z = \alpha z$ neste intervalo de alturas, a solução da equação 8.16, considerando novamente $\sigma_z = \text{cte}$, é dada por:

$$\rho_i(z) = \rho_{i_0} \exp \left[- \left(\frac{z}{z_{i_0}} \right)^2 \right]. \quad (8.21)$$

O perfil Gaussiano da equação 8.21 descreve corretamente as observações da distribuição vertical de densidade do gás no disco Galáctico, em ambas as formas atômica e molecular (Amôres e Lépine 2005). Na verdade, o comportamento Gaussiano da equação 8.21 é um caso particular da solução geral do perfil sech^2 da equação 8.19 para o regime de pequenas alturas $z \ll z_{i_0}$. No regime de grandes alturas $z \gg z_{i_0}$, o perfil sech^2 apresenta um comportamento que pode ser aproximado por uma exponencial, sendo a densidade então dada por $\rho_i(z) \approx \rho_{i_0} \exp \left(-\frac{z}{z_{i_0}} \right)$. A figura 8.3 mostra uma comparação entre os perfis sech^2 , exponencial e Gaussiano para a variação da densidade com a altura z .

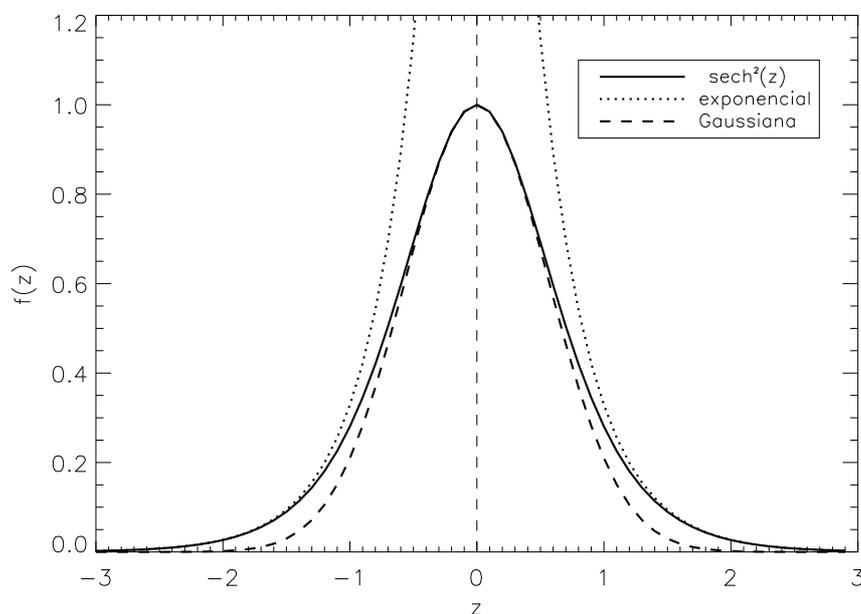


Figura 8.3: Perfis para a dependência da densidade com a altura z perpendicular ao plano do disco. A escala de altura é a mesma para as três distribuições. As curvas sólida, pontilhada e tracejada representam os perfis sech^2 , exponencial e Gaussiano, respectivamente.

Ao passo que a estrutura vertical da distribuição de densidade de gás no disco é bem representada por um perfil Gaussiano, há na literatura descrições do perfil vertical da densidade de estrelas dadas preferencialmente ou na forma exponencial (e.g. Hammersley et al. 1999) ou preferencialmente na forma sech^2 ou mesmo sech (e.g. Korchagin et al. 2003). Como apontado por estes últimos autores, a distribuição vertical de uma população isotérmica de estrelas é determinada em primeira aproximação pela razão entre a dispersão de velocidade da população e a dispersão de velocidade média da matéria gravitante no disco. Se tal população tem uma dispersão de velocidade maior do que aquela da matéria gravitante, atingindo grandes alturas portanto, a sua distribuição em alturas z será próxima de uma exponencial. Uma população com uma dispersão de velocidade vertical próxima daquela da matéria gravitante no disco estará distribuída em alturas de acordo com uma lei sech^2 . Dessa forma, o perfil vertical da distribuição estelar dependerá do grau de aquecimento dinâmico da população estudada. No caso de galáxias externas, distribuições verticais de luminosidade em galáxias espirais *edge-on* mostram que os modelos com os melhores ajustes são tanto de distribuição exponencial para alguns casos quanto de uma lei sech simples para outros (de Grijs e van der Kruit 1996). Uma distribuição de densidade na forma $\text{sech}^2(z)$ também foi obtida por Vandervoort (1970) como uma solução explícita para a função de distribuição de um sistema de estrelas em um disco galáctico axissimétrico em equilíbrio e em rápida rotação.

van der Kruit (1988) considerou uma generalização da equação 8.19 para uma família de modelos que tem o perfil isotérmico sech^2 e o perfil exponencial como casos limites:

$$\rho(z) = 2^{-2/n} \rho_{z_0} \text{sech}^{2/n} \left(\frac{nz}{2h_z} \right), \quad (8.22)$$

onde representamos ρ_{z_0} como a densidade no plano do disco e h_z a escala de altura. Da equação 8.22, temos que a distribuição isotérmica corresponde ao caso $n = 1$ e a distribuição exponencial ao caso limite $n = \infty$. Integrando a equação 8.22 sobre todas as alturas z para obter as densidades superficiais ($\Sigma = \int_{-\infty}^{\infty} \rho dz$), encontramos as seguintes relações:

$$n = 1 : \quad \Sigma = \rho_{z_0} h_z; \quad \rho(z) = \frac{\Sigma}{4h_z} \operatorname{sech}^2 \left(\frac{z}{2h_z} \right), \quad (8.23)$$

$$n = \infty : \quad \Sigma = 2\rho_{z_0} h_z; \quad \rho(z) = \frac{\Sigma}{2h_z} \exp \left(-\frac{|z|}{h_z} \right). \quad (8.24)$$

No caso da Via Láctea, parece haver uma prevalência dos modelos de contagens de estrelas que descrevem a distribuição vertical de estrelas do disco como leis exponenciais simples, para ambos os discos fino e espesso. No presente estudo, utilizamos um perfil exponencial simples para descrever a variação da densidade estelar com a altura z perpendicular ao plano do disco, em conformidade com recentes modelos Galácticos como os de Lépine e Leroy (2000); Polido et al. (2013); Jurić et al. (2008), entre outros. Para os discos estelares fino e espesso, temos para a densidade espacial ρ_d a seguinte expressão:

$$\rho_{d_i}(R, z) = \frac{\Sigma_{d_i}(R)}{2h_{z_i}(R)} \exp \left(-\frac{|z|}{h_{z_i}(R)} \right), \quad (8.25)$$

com a densidade superficial Σ_{d_i} dada pela equação 8.7. Para a distribuição vertical de densidade dos discos de H I e H₂, utilizamos o perfil Gaussiano adotado por Amôres e Lépine (2005), o qual é baseado no perfil vertical de CO obtido por Sanders, Solomon e Scoville (1984):

$$\rho_{\text{HI,H}_2}(R, z) = \frac{\Sigma_{\text{HI,H}_2}(R)}{2 z_{1/2\text{HI,H}_2}(R)} \exp \left[-\left(\frac{z}{1,18 z_{1/2\text{HI,H}_2}(R)} \right)^2 \right], \quad (8.26)$$

com as densidades superficiais de H I e H₂ dadas pelas equações 8.9 e 8.11, respectivamente, e as escalas de altura $z_{1/2}$ correspondendo à meia-largura a meio-máximo dos picos de densidade de H I e H₂ no plano Galáctico.

Como pode ser notado a partir das equações 8.25 e 8.26, expressamos as escalas de altura das componentes do disco como uma função do raio Galáctico R . Esta dependência é conhecida como o *flare* do disco, que nada mais é do que o crescimento da escala de altura do disco com o aumento do raio Galáctico. É observado que esta dependência

ocorre tanto para a componente estelar quanto para a componente gasosa do disco. Esta é uma característica que também exploramos em nossos modelos. As funções para as escalas de altura dos discos fino e espesso e de H I e H₂ são dadas nas formas:

$$h_z(R) = h_{z0} \exp\left(\frac{R - R_0}{h_{R_f}}\right), \quad (8.27)$$

$$z_{1/2}(R) = z_{1/20} \exp\left(\frac{R - R_0}{h_{R_f}}\right). \quad (8.28)$$

onde h_{z0} e $z_{1/20}$ são as escalas de altura dos discos no raio solar R_0 e h_{R_f} é a escala de comprimento radial do *flare*. Estudando a distribuição de pulsares no disco Galáctico, Yusifov (2004) encontrou que a escala de altura da distribuição destes objetos cresce exponencialmente de $\sim 0,5$ a ~ 1 kpc enquanto a distância Galactocêntrica cresce de 5 a 15 kpc. A escala de comprimento para o *flare* do disco derivada por este autor foi de $h_{R_f} = 14$ kpc. Momany et al. (2006) encontraram um comportamento parecido para o *flare* do disco obtido a partir da distribuição de estrelas gigantes vermelhas e estrelas Red Clump da base 2MASS selecionadas em três valores diferentes de distâncias heliocêntricas. A escala de comprimento do *flare* obtida por López-Corredoira et al. (2002) é bem menor que a obtida por Yusifov, gerando escalas de altura muito grandes em raios $\gtrsim 15$ kpc. A figura 8.4, retirada do artigo de Yusifov (2004), mostra uma comparação da variação da escala de altura com a distância Galactocêntrica entre várias componentes do disco Galáctico (estrelas, gás e poeira) obtidas por diferentes autores.

Nos nossos modelos, utilizamos $h_{R_f} = 14$ kpc para ambos os discos fino e espesso. Para as escalas de comprimento do *flare* dos discos de H I e H₂, utilizamos as mesmas empregadas por Amôres e Lépine (2005), $h_{R_f} = 10$ kpc para ambos os discos. Como argumentado anteriormente, os dados observacionais cinemáticos utilizados para a modelagem da distribuição de massa da Galáxia restringem fracamente o perfil vertical de densidade dos discos. Dessa forma, consideramos modelos cujas escalas de altura dos discos foram estimadas por diferentes autores em estudos de modelos da Galáxia por contagens de estrelas ou distribuição de brilho no infravermelho. Para os discos de H I e H₂, utilizamos as mesmas escalas de altura e densidades locais adotadas por Amôres e Lépine (2005). Para

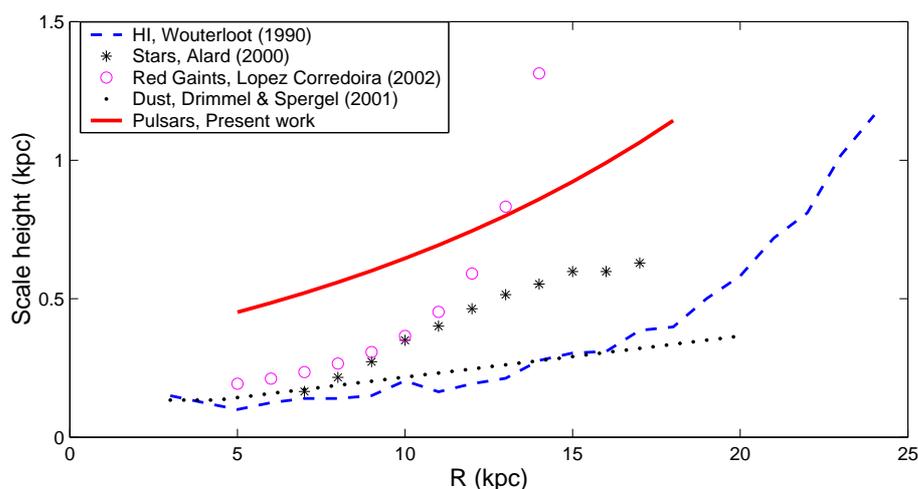


Figura 8.4: Comparação das variações da escala de altura de várias componentes do disco Galáctico em função da distância Galactocêntrica. A legenda mostra cada tipo de componente observada (estrelas, gás ou poeira) e os autores dos trabalhos originais (Wouterloot et al. 1990; Drimmel e Spergel 2001; Alard 2000; López-Corredoira et al. 2002; Yusifov 2004). Figura retirada de Yusifov (2004).

os discos fino e espesso, no entanto, construímos modelos com diferentes escalas de altura locais h_{z0} : no modelo 1, adotamos as escalas de altura locais obtidas por Lépine e Leroy (2000): $h_{z0} = 100$ pc e 390 pc para os discos fino e espesso, respectivamente; no modelo 2, utilizamos as escalas de Polido et al. (2013): $h_{z0} = 205$ pc (disco fino) e $h_{z0} = 640$ pc (disco espesso); e no modelo 3, adotamos as escalas de altura de Jurić et al. (2008): $h_{z0} = 300$ pc (disco fino) e $h_{z0} = 900$ pc (disco espesso). A tabela 8.1 sumariza os parâmetros adotados para o perfil vertical das componentes do disco Galáctico de acordo com as equações 8.27 e 8.28.

8.1.2 Restrições observacionais

Os valores dos parâmetros do modelo de massa introduzido na subseção anterior são ajustados de acordo com restrições observacionais separadas em três grupos principais: (i) dados de velocidades terminais no círculo solar interno ($R < R_0$); (ii) dados de velocidades de rotação no círculo solar externo ($R > R_0$); (iii) dados de propriedades locais, como densidade superficial local, velocidade angular de rotação local, entre outros. A seguir, discutimos cada grupo de restrições separadamente.

Tabela 8.1 - Escalas de altura locais e escalas de comprimento do *flare* para os modelos das componentes do disco Galáctico.

Componente	h_{R_f} (kpc)	$z_{1/20}$ (pc)	h_{z0} (pc)
disco fino	14	—	100 (modelo 1)
			205 (modelo 2)
			300 (modelo 3)
disco espesso	14	—	390 (modelo 1)
			640 (modelo 2)
			900 (modelo 3)
disco de H I	10	171	—
disco de H ₂	10	95	—

8.1.2.1 Velocidades terminais para a Galáxia interna

Para o gás em rotação circular no disco axissimétrico da Galáxia, a velocidade máxima ao longo de uma dada linha de visada, com latitude $b = 0^\circ$ e longitude l no primeiro ou quarto quadrantes do plano Galáctico, origina-se do raio $R = R_0 \sin l$, o chamado ponto sub-central. Esta relação pode ser identificada através da figura 2.2, para o caso em que o ângulo entre as distâncias R e d_p é igual a 90° . Relativo ao padrão local de repouso (LSR), tal ‘velocidade terminal’ está relacionada à velocidade circular V_c por:

$$V_{\text{term}} = V_c(R) - V_0 \sin l = V_c(R) - V_0 \left(\frac{R}{R_0} \right). \quad (8.29)$$

Como já apresentado no capítulo 2, os dados de velocidades terminais para a Galáxia interna foram obtidos a partir da compilação de Sofue et al. (2009), sendo os dados originais de Burton e Gordon (1978) e Clemens (1985).

8.1.2.2 Velocidades de rotação na Galáxia externa

Para um objeto em órbita circular, com coordenadas Galácticas (l, b) , raio Galáctico R e velocidade radial relativa ao LSR V_{LSR} , a sua velocidade circular é dada por (segunda expressão na equação 2.5):

$$V_c = \left[\left(\frac{V_{\text{LSR}}}{\sin l \cdot \cos b} \right) + V_0 \right] \cdot \frac{R}{R_0}, \quad (8.30)$$

com R novamente dado por: $R = \sqrt{R_0^2 + (d \cos b)^2 - 2R_0 d \cos b \cos l}$. Para objetos com $R > R_0$, não podemos recorrer do método do ponto sub-central para o cálculo dos seus raios, como ocorre no círculo solar interno. Nestes casos, devemos ter em mãos informação direta sobre as distâncias heliocêntricas d , medidas de forma independente do modelo para a curva de rotação. Os dados comumente utilizados para a curva de rotação externa da Galáxia provêm em grande parte de medidas de velocidade radial de regiões H II e nuvens moleculares associadas, com as distâncias espectro-fotométricas medidas das estrelas de tipos O e B associadas a tais regiões. Ainda que haja a introdução de erros devido à hipótese de que tais fontes apresentam velocidades puramente circulares, uma grande fonte de erros nas velocidades de rotação destes objetos surge do fato de que as velocidades dependem dos raios Galácticos estimados, os quais por sua vez dependem das medidas das distâncias d , como pode ser notado na equação 8.30. Devemos esperar, portanto, que os erros nas velocidades de rotação estimadas estejam altamente correlacionados com os erros nas medidas dos raios Galácticos. Um método comumente empregado para contornar este problema consiste em obter a curva de rotação externa a partir do parâmetro $W(R)$, o qual é baseado apenas nas informações dos observáveis l , b e V_{LSR} , e de acordo com a equação 8.30 é expresso por:

$$W(R) \equiv \frac{V_{\text{LSR}}}{\sin l \cdot \cos b} = \frac{R_0}{R} V_c(R) - V_0. \quad (8.31)$$

Para os dados de velocidade de rotação na Galáxia externa, utilizamos os dados originais de regiões H II e fontes CO de Fich et al. (1989), com o procedimento para o cálculo dos raios Galácticos e velocidades de rotação, além das incertezas associadas, já apresentados no capítulo 2.

Também utilizamos os dados das velocidades de rotação e raios Galácticos das regiões de emissão maser compiladas em Honma et al. (2012). Neste caso, como temos informação das velocidades espaciais destas fontes (obtidas a partir de suas velocidades radiais e movimentos próprios por VLBI), associamos as suas componentes azimutais com as velocidades

devido ao padrão de rotação Galáctica. Utilizamos as velocidades calculadas a partir da segunda expressão na equação 2.12 e incertezas dadas pela equação 2.13; os raios Galácticos são obtidos diretamente das coordenadas Galácticas e distâncias heliocêntricas d .

8.1.2.3 Outras restrições

Velocidade angular de rotação local Ω_0

Qualquer modelo de massa construído para a Galáxia deve recuperar o valor da velocidade circular de rotação V_0 no raio da órbita solar R_0 . No entanto, como mencionado no capítulo 1, a maioria dos estudos que restringem observacionalmente o valor de V_0 são aqueles que na verdade restringem o valor da razão $V_0/R_0 = \Omega_0$, a qual pode ser determinada localmente utilizando, por exemplo, as constantes de Oort A e B ($A - B = V_0/R_0$). Os valores mais comumente usados para as constantes A e B são aqueles de Feast e Whitelock (1997), baseados nos movimentos próprios de Cefeidas a partir do *Hipparcos*, e que fornecem o resultado $A - B = 27,2 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$. Por outro lado, estudos recentes da cinemática estelar local têm obtido valores mais altos para a velocidade angular de rotação Ω_0 , de ~ 29 a $33 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ (e.g. Olling e Dehnen 2003; Branham 2002; Fernández et al. 2001; Miyamoto e Zhu 1998; Metzger et al. 1998; Méndez et al. 1999). Estes valores são mais compatíveis com as medidas do movimento próprio de Sgr A* no centro Galáctico (Reid e Brunthaler 2004), os quais resultam na velocidade angular solar $\Omega_{\odot} = (30, 24 \pm 0, 11) \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$. Uma vez que é esperado que Sgr A* esteja estacionário no centro Galáctico dentro de uma incerteza de $\sim 1 \text{ km s}^{-1}$, o seu movimento próprio é considerado como sendo quase inteiramente devido ao movimento do Sol ao redor do centro Galáctico: $\Omega_{\odot} = (V_0 + v_{\odot})/R_0 \rightarrow \Omega_0 = \Omega_{\odot} - v_{\odot}/R_0$. Considerando o valor para a componente solar de Schönrich et al. (2010) $v_{\odot} = (12, 24 \pm 2, 06) \text{ km s}^{-1}$ (capítulo 1) e $R_0 = 7,5 \text{ kpc}$, obtemos $\Omega_0 = (28, 608 \pm 0, 424) \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$. Este é o valor que decidimos utilizar como restrição dos modelos de massa para a velocidade angular de rotação local.

Hipótese de ‘disco máximo’ para a Galáxia

Como apresentado no capítulo 7 (§ 7.5), para uma galáxia ser considerada de ‘disco máximo’, o disco deve prover $85\% \pm 10\%$ do suporte rotacional total da galáxia no raio $R = 2, 2R_d$, onde R_d é a escala de comprimento do disco. Vimos também que as propriedades

do disco da Via Láctea a colocam dentro dos limites para que obedeça aos critérios de ‘disco máximo’. Também foi visto que a contribuição do disco à curva de rotação interna da Galáxia é aumentada se levamos em conta a hipótese de que a órbita solar se encontra dentro de um anel de mínimo de densidade. Como o mínimo de densidade (estrelas + gás) na co-rotação é uma propriedade do disco Galáctico que exploramos nos nossos modelos de massa, além do fato de acreditarmos que o disco e o bojo são os maiores contribuintes para a curva de rotação interna (contrariamente a alguns modelos que consideram um halo escuro dominante mesmo em raios internos ao círculo solar, e.g. Robin et al. 2003), tomamos a hipótese de ‘disco máximo’ para a Via Láctea como outra restrição aos modelos de massa. Dessa forma, tomando a escala de comprimento do disco fino como representativa desta componente, devemos ter para a velocidade circular de rotação devido ao disco a seguinte relação: $V_c^{disc} \big|_{2,2R_d} = (0,85 \pm 0,10) \times V_c \big|_{2,2R_d}$, onde V_c é a velocidade total devido a todas as componentes (bojo + disco + halo).

Densidade superficial local Σ_0 dentro do intervalo $|z| \leq 1,1$ kpc

A partir de medidas da força vertical K_z , utilizando dados da distribuição espacial local e de velocidades de estrelas anãs de tipo K , Kuijken e Gilmore (1989a, 1991) foram capazes de estimar a densidade superficial local devido a toda a matéria dentro do intervalo de alturas $z = \pm 1,1$ kpc a partir do plano-médio do disco Galáctico como sendo:

$$\Sigma_0 \big|_{|z| \leq 1,1 \text{ kpc}} \equiv \frac{|K_z(R_0, z = 1,1 \text{ kpc})|}{2\pi G} = 71 \pm 6 \text{ M}_\odot \text{ pc}^{-2}. \quad (8.32)$$

Esta mesma quantidade foi estimada por Holmberg e Flynn (2004) a partir da densidade espacial local e função de luminosidade de gigantes tipo K com paralaxes medidas pelo *Hipparcos*, onde foi obtido o valor $\Sigma_0 \big|_{|z| \leq 1,1 \text{ kpc}} = 74 \pm 6 \text{ M}_\odot \text{ pc}^{-2}$. Tomamos este observável como outra restrição à qual nossos modelos devem obedecer. Dessa forma, sendo a densidade superficial local devido às componentes bojo, disco e halo escuro, adotamos o critério:

$$\Sigma_0 \big|_{|z| \leq 1,1 \text{ kpc}} = (\Sigma_{0b} + \Sigma_{0d} + \Sigma_{0h}) \big|_{|z| \leq 1,1 \text{ kpc}} = 72,5 \pm 7,5 \text{ M}_\odot \text{ pc}^{-2}. \quad (8.33)$$

Adotamos tentativamente o valor $72,5 \pm 7,5 M_{\odot} \text{ pc}^{-2}$ para a densidade superficial total a fim de cobrir todo o intervalo possível de acordo com os obtidos na literatura acima.

8.1.3 Ajuste do modelo aos observáveis

Procedemos o ajuste dos modelos de massa atribuindo, primeiramente, valores para os parâmetros e incertezas associadas das formas funcionais das componentes Galácticas descritas na subseção 8.1.1. Temos um total de 25 parâmetros a serem ajustados, os quais são listados a seguir para fins de recapitulação:

- **Bojo:** M_b, a_b (equações 8.1, 8.2 e 8.3);
- **Halo escuro:** r_h, V_{∞} (equações 8.4, 8.5 e 8.6);
- **Disco fino:** $\Sigma_{0d_f}, R_{d_f}, R_{dc_f}, A_f, R_{\min_f}, \sigma_f$ (equações 8.7 e 8.8);
- **Disco espesso:** $\Sigma_{0d_e}, R_{d_e}, R_{dc_e}, A_e, R_{\min_e}, \sigma_e$ (equações 8.7 e 8.8);
- **Disco de H I:** $\Sigma_{0\text{HI}}, R_{d\text{HI}}, R_{dc\text{HI}}, A_{\text{HI}}, R_{\min\text{HI}}, \sigma_{\text{HI}}$ (equações 8.9 e 8.10);
- **Disco de H₂:** $\Sigma_{0\text{H}_2}, R_{d\text{H}_2}, R_{dc\text{H}_2}$ (equação 8.11).

Uma vez atribuídos os valores de entrada para todos os parâmetros, calculamos as velocidades de rotação no plano-médio do disco resultantes da distribuição de massa de cada componente: as velocidades de rotação devido ao bojo V_b e halo escuro V_h são calculadas a partir das equações 8.3 e 8.6, respectivamente, onde para o plano-médio do disco atribuímos $z = 0$; as velocidades de rotação devido a todas as subcomponentes do disco V_d são calculadas numericamente através do método descrito na subseção 8.1.1.3 e sintetizado nas equações 8.12 e 8.13. A velocidade circular de rotação total em função do raio Galáctico é então obtida a partir da relação:

$$V_c(R) = \sqrt{V_b^2(R) + V_h^2(R) + V_d^2(R)}. \quad (8.34)$$

Com os dados para $V_c(R)$ provindos do modelo de massa e a razão R/R_0 , obtemos as velocidades terminais teóricas para raios $R < R_0$ a partir da equação 8.29; também obtemos as velocidades circulares teóricas em raios $R > R_0$ em termos do parâmetro $W(R)$ da

equação 8.31. O ajuste dos valores dos parâmetros das componentes Galácticas é realizado através da minimização dos resíduos entre as velocidades terminais calculadas e as observadas (descritas na subseção 8.1.2.1), e entre as velocidades $W(R)$ calculadas e as observadas (descritas na subseção 8.1.2.2). Além destes, também são minimizados os resíduos entre as quantidades observadas Ω_0 , $V_c^{disc} \Big|_{2,2R_d}$ e $\Sigma_0 \Big|_{|z| \leq 1,1\text{kpc}}$ (descritas na subseção 8.1.2.3) e as respectivas quantidades obtidas a partir do modelo de massa.

Dado o fato de trabalharmos com um espaço de parâmetros relativamente grande, torna-se necessário um método eficaz de ajuste global de todas as variáveis dos modelos. Para tanto, fazemos uso do algoritmo de otimização global conhecido como *cross-entropy* (Rubinstein 1997, 1999) para a busca do melhor modelo de massa para a Galáxia. Este algoritmo tem sido recentemente aplicado com sucesso no estudo da precessão de jatos em núcleos ativos de galáxias por Caproni, Monteiro e Abraham (2009), assim como no ajuste de isócronas a dados fotométricos de aglomerados abertos por Monteiro, Dias e Caetano (2010). Como apontado por estes últimos autores, o algoritmo *cross-entropy* (CE) promove uma forma adaptativa simples de estimativa do conjunto ótimo de parâmetros no processo de ajuste. Basicamente, o método CE envolve um processo iterativo onde em cada iteração os seguintes passos são efetuados:

- (i) Geração aleatória da amostra de parâmetros iniciais, respeitando critérios predefinidos;
- (ii) Seleção dos melhores candidatos baseada em algum critério matemático;
- (iii) Geração aleatória de amostras de parâmetros atualizados a partir dos melhores candidatos do passo (ii) e que serão avaliados na próxima iteração;
- (iv) O processo de otimização repete os passos (ii) e (iii) até que um critério de parada pré-especificado seja atingido.

Atribuímos os valores de entrada dos parâmetros estruturais do bojo e das escalas radiais das subcomponentes do disco baseados nos parâmetros dos modelos Galácticos de Lépine e Leroy (2000) e Amôres e Lépine (2005). Os valores iniciais de todos os parâmetros listados no início desta seção são definidos de forma preliminar através de uma comparação visual entre a curva de rotação obtida a partir do modelo e a curva de rotação observada. Estes parâmetros de entrada serão então utilizados para a geração das amostras iniciais de

acordo com o passo (i) do método CE explicitado acima. A tabela 8.2 lista nas colunas 3 e 4 os valores de entrada de todos os parâmetros e as incertezas associadas, respectivamente.

Tabela 8.2 - Parâmetros das formas funcionais das componentes Galácticas com os respectivos valores de entrada e incertezas utilizados no processo de ajuste do modelo de massa. Também são listados os valores de saída obtidos após o processo de otimização do *cross-entropy* (CE).

1	2	3	4	5
Componente	Parâmetro	Valor de entrada	Incerteza	Valor de saída (otimizado pelo CE)
Bojo	M_b	$2,4 \times 10^{10} M_\odot$	$1 \times 10^9 M_\odot$	$2,5 \times 10^{10} M_\odot$
	a_b	0,42 kpc	0,1 kpc	0,42 kpc
Halo escuro	r_h	18 kpc	2 kpc	18 kpc
	V_∞	190 km s ⁻¹	10 km s ⁻¹	200 km s ⁻¹
Discos				
fino	$\Sigma_{0_{df}}$	$30 M_\odot \text{ pc}^{-2}$	$2 M_\odot \text{ pc}^{-2}$	$30,26 M_\odot \text{ pc}^{-2}$
	R_{df}	1,7 kpc	0,5 kpc	2,11 kpc
	R_{dcf}	2,6 kpc	0,5 kpc	2,74 kpc
	A_f	0,6 kpc	0,1 kpc	0,58 kpc
	R_{minf}	8,9 kpc	0,1 kpc	8,94 kpc
	σ_f	0,8 kpc	0,05 kpc	0,78 kpc
espesso	$\Sigma_{0_{de}}$	$10 M_\odot \text{ pc}^{-2}$	$2 M_\odot \text{ pc}^{-2}$	$8,85 M_\odot \text{ pc}^{-2}$
	R_{de}	2,3 kpc	0,5 kpc	2,29 kpc
	R_{dce}	2,5 kpc	0,5 kpc	2,46 kpc
	A_e	0,6 kpc	0,1 kpc	0,61 kpc
	R_{min_e}	8,9 kpc	0,1 kpc	8,92 kpc
	σ_e	0,8 kpc	0,05 kpc	0,76 kpc
H I	$\Sigma_{0_{HI}}$	$10 M_\odot \text{ pc}^{-2}$	$2 M_\odot \text{ pc}^{-2}$	$10,6 M_\odot \text{ pc}^{-2}$
	$R_{d_{HI}}$	9,5 kpc	0,5 kpc	9,70 kpc
	$R_{dc_{HI}}$	1,9 kpc	0,5 kpc	1,96 kpc
	A_{HI}	0,8	0,1	0,76
	$R_{min_{HI}}$	8,4 kpc	0,1 kpc	8,40 kpc
	σ_{HI}	0,5 kpc	0,05 kpc	0,50 kpc
H₂	$\Sigma_{0_{H_2}}$	$3 M_\odot \text{ pc}^{-2}$	$1 M_\odot \text{ pc}^{-2}$	$3,19 M_\odot \text{ pc}^{-2}$
	$R_{d_{H_2}}$	1,2 kpc	0,25 kpc	1,27 kpc
	$R_{dc_{H_2}}$	3,5 kpc	0,25 kpc	3,51 kpc

A informação da massa contida em cada componente do disco nos nossos modelos provém principalmente dos valores atribuídos às densidades superficiais locais ($\Sigma_{0_{df}}$, $\Sigma_{0_{de}}$,

Σ_{HI} e Σ_{H_2}). No estudo da densidade superficial local a partir de dados do *Hipparcos*, Holmberg e Flynn (2004) estimaram $\Sigma_{0_d} = 53 \text{ M}_\odot \text{ pc}^{-2}$ em matéria visível no disco. Optamos por utilizar este valor para a densidade superficial local, a qual é distribuída entre as quatro subcomponentes do disco ($\Sigma_{0_d} = \Sigma_{0_{d_f}} + \Sigma_{0_{d_e}} + \Sigma_{\text{HI}} + \Sigma_{\text{H}_2}$). O valor específico de cada subcomponente é baseado, por sua vez, no modelo de massa do disco de Flynn et al. (2006). Estes autores estimaram a densidade de luminosidade local do disco Galáctico a partir de um modelo para a densidade de massa local, baseada em medidas do *Hipparcos*, e de estimativas da razão massa-luminosidade local do disco. No referido modelo, os autores adotam para a densidade superficial em estrelas $\Sigma_* = 35,5 \text{ M}_\odot \text{ pc}^{-2}$ ($28,5 \text{ M}_\odot \text{ pc}^{-2}$ para o disco estelar fino e $7 \text{ M}_\odot \text{ pc}^{-2}$ para o disco espesso), e para a componente gasosa $\Sigma_{\text{gas}} = 13,2 \text{ M}_\odot \text{ pc}^{-2}$ ($10,2 \text{ M}_\odot \text{ pc}^{-2}$ divididos em HI e gás quente e $3 \text{ M}_\odot \text{ pc}^{-2}$ em H_2). Para os nossos modelos, alteramos ligeiramente estes valores a fim de obter a densidade total de $53 \text{ M}_\odot \text{ pc}^{-2}$; os valores de entrada que adotamos para a densidade superficial de cada componente do disco estão listados na coluna 3 da tabela 8.2.

8.1.3.1 Cross-entropy - descrição do algoritmo

A seguir, descrevemos os passos gerais do algoritmo que implementa o método *cross-entropy* como apresentado em Monteiro et al. (2010) e Caproni et al. (2009), com a inserção de alguns detalhes para tornar claro e contextualizar o uso do mesmo no presente estudo.

Desejamos estudar um conjunto de N_d dados observacionais em termos de um modelo analítico caracterizado por N_p parâmetros p_1, p_2, \dots, p_{N_p} . No nosso presente caso, o conjunto N_d contém os dados observacionais usados como restrições aos modelos, nomeadamente as velocidades terminais em $R < R_0$, as velocidades $W(R)$ em $R > R_0$, e as outras restrições listadas na subseção 8.1.2.3. Além disso, o conjunto N_p mencionado contém os parâmetros do modelo listados na coluna 2 da tabela 8.2. O objetivo principal do método de otimização CE consiste em encontrar um conjunto de parâmetros $p_i^* (i = 1, \dots, N_p)$ para o qual o modelo fornece a melhor descrição dos dados observacionais (Rubinstein 1999; Kroese et al. 2006). Isto é realizado a partir da geração aleatória de N conjuntos independentes de modelos paramétricos $\mathbf{X} = (\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_2, \dots, \mathbf{x}_N)$, onde $\mathbf{x}_i = (p_{1_i}, p_{2_i}, \dots, p_{N_{p_i}})$, e da minimização da função objetiva $S(\mathbf{X})$ usada para transmitir a qualidade do ajuste durante o processo de execução. Se a convergência à solução exata é atingida então $S \rightarrow 0$,

o que significa $\mathbf{x} \rightarrow \mathbf{x}^* = (p_1^*, p_2^*, \dots, p_N^*)$.

A fim de encontrar a solução óptima através do método de otimização CE, começamos definindo o intervalo de cada parâmetro no qual o algoritmo procurará pelos melhores candidatos: $\xi_i^{\min} \leq p_i \leq \xi_i^{\max}$. Introduzindo os novos parâmetros:

$$\bar{\xi}_i(0) = \frac{\xi_i^{\min} + \xi_i^{\max}}{2} \quad (8.35)$$

e

$$\sigma_i(0) = \frac{\xi_i^{\max} - \xi_i^{\min}}{2}, \quad (8.36)$$

podemos computar a matriz $\mathbf{X}(0)$ dos conjuntos iniciais de modelos paramétricos, cujos elementos são dados por:

$$X_{ij}(0) = \bar{\xi}_i(0) + \sigma_i(0) G_{ij}, \quad (8.37)$$

onde \mathbf{G} é uma matriz $N_p \times N$ cujos elementos G_{ij} são números aleatórios gerados a partir de uma distribuição normal padrão $N(\mu, \sigma^2)$ com média $\mu = 0$ e desvio-padrão $\sigma = 1$. Para o caso do presente estudo, temos $N_p = 25$ parâmetros e adotamos $N = 500$ conjuntos independentes de modelos paramétricos. Para a primeira iteração $k = 1$, em vez da matriz \mathbf{G} , montamos a matriz $\mathbf{X}(0)$ acima utilizando uma matriz \mathbf{U} cujos elementos aleatórios U_{ij} são gerados a partir de uma distribuição uniforme com valores entre 0 e 1, a fim de permitir probabilidades iniciais iguais para os parâmetros nos intervalos $\xi_i^{\min} \leq p_i \leq \xi_i^{\max}$.

O próximo passo consiste em calcular as funções objetivas S para cada componente de $\mathbf{X}(0)$, ordenando-as do valor mais baixo até o valor mais alto. Então o primeiro conjunto de parâmetros N_{elite} é selecionado, i.e. as N_{elite} -amostras com os menores valores de S , as quais compõem a chamada matriz de amostras elite $\mathbf{X}^{\text{elite}}$. Tendo determinado $\mathbf{X}^{\text{elite}}$ na k -ésima iteração, por exemplo, a média e o desvio-padrão da matriz elite são calculados, $\bar{\mathbf{x}}_i^{\text{elite}}(k)$ e $\sigma_i^{\text{elite}}(k)$ respectivamente, usando:

$$\bar{\mathbf{x}}_i^{\text{elite}}(k) = \frac{1}{N_{\text{elite}}} \sum_{j=1}^{N_{\text{elite}}} X_{ij}^{\text{elite}} \quad (8.38)$$

e

$$\sigma_i^{\text{elite}}(k) = \sqrt{\frac{1}{(N_{\text{elite}} - 1)} \sum_{j=1}^{N_{\text{elite}}} [X_{ij}^{\text{elite}} - \bar{\mathbf{x}}_i^{\text{elite}}(k)]^2}, \quad (8.39)$$

com i parâmetros e j amostras elite. A fim de evitar a convergência para uma solução relativa a um mínimo local do espaço de parâmetros devido à intrínseca rápida convergência do método CE, Kroese et al. (2006) sugeriram a implementação de um esquema de suavização para os cálculos de $\bar{\mathbf{x}}_i^{\text{elite}}(k)$ e $\sigma_i^{\text{elite}}(k)$:

$$\bar{\mathbf{x}}_i^{\text{elite,s}}(k) = \alpha' \bar{\mathbf{x}}_i^{\text{elite}}(k) + (1 - \alpha') \bar{\mathbf{x}}_i^{\text{elite}}(k - 1), \quad (8.40)$$

$$\sigma_i^{\text{elite,s}}(k) = \alpha_d(k) \sigma_i^{\text{elite}}(k) + [1 - \alpha_d(k)] \sigma_i^{\text{elite}}(k - 1), \quad (8.41)$$

onde α' é um parâmetro constante de suavização no intervalo $0 < \alpha' < 1$ (tipicamente $\alpha' = 0,7$, valor este usado no presente estudo), e α_d é um parâmetro dinâmico de suavização obtido para cada iteração k na forma:

$$\alpha_d(k) = \alpha - \alpha (1 - k^{-1})^q, \quad (8.42)$$

com $0 < \alpha < 1$ (geralmente α é tomado no intervalo $[0,8; 0,99]$) e q sendo um inteiro tipicamente no intervalo entre 5 e 10 (Kroese et al. 2006). Neste estudo usamos $\alpha = 0,9$ e $q = 7$. Como mencionado anteriormente, tal parametrização evita que o algoritmo encontre uma solução de mínimo não-global, uma vez que ela garante uma velocidade de convergência polinomial em vez de exponencial. A matriz de modelos \mathbf{X} na iteração k seguinte é determinada analogamente à equação 8.37:

$$X_{ij}(k) = \bar{\mathbf{x}}_i^{\text{elite,s}}(k) + \sigma_i^{\text{elite,s}}(k) G_{ij}. \quad (8.43)$$

O processo de otimização chega ao final quando um critério de parada pré-estabelecido é atingido, como por exemplo o valor médio de $\sigma_i^{\text{elite},s}$ é menor que um valor predefinido, ou o número de máximo de iterações k_{max} é atingido. Para o algoritmo implementado neste estudo, observamos que a convergência para a solução ótima acontece em menos de $k = 15$ iterações.

8.1.3.2 Ajustes

Para a função objetiva S usada na obtenção das amostras elites, e a qual deverá ser minimizada no processo de otimização, adotamos uma quantidade similar à usada por Dehnen e Binney (1998a) no ajuste dos seus modelos de massa:

$$\chi_{\text{tot}}^2 = \frac{\chi_{\text{int}}^2}{N_{\text{int}}} + \frac{\chi_{\text{ext}}^2}{N_{\text{ext}}} + \frac{\chi_{\text{outros}}^2}{N_{\text{outros}}}, \quad (8.44)$$

que consiste na soma de chi-quadrado das contribuições de cada uma das três classes de restrições observacionais apresentadas na seção 8.1.2: velocidades terminais na Galáxia interna - χ_{int}^2 ; velocidades de rotação na Galáxia externa - χ_{ext}^2 ; e outras restrições locais - χ_{outros}^2 . As velocidades terminais na Galáxia interna contribuem para χ_{tot}^2 na forma:

$$\chi_{\text{int}}^2 = \sum_{i=1}^{N_{\text{int}}} \left(\frac{V_{\text{term,modelo}} - V_{\text{term,dados}}}{7 \text{ km s}^{-1}} \right)^2, \quad (8.45)$$

onde, assim como Dehnen e Binney (1998a), adotamos uma incerteza constante de 7 km s^{-1} para as velocidades terminais observadas a fim de permitir a presença de movimentos não-circulares ambos aleatórios e sistemáticos. Na equação 8.45, $V_{\text{term,modelo}}$ é a velocidade terminal resultante de cada modelo paramétrico \mathbf{X}_j e calculada a partir da equação 8.29; $V_{\text{term,dados}}$ são os dados de velocidades terminais observadas na Galáxia interna e utilizados no presente estudo, totalizando $N_{\text{int}} = 344$ dados. A informação que utilizamos sobre a curva de rotação externa provém das velocidades $W(R)$ das regiões H II e das velocidades de rotação V_ϕ das fontes de emissão maser. Cada um destes conjuntos de dados contribui para χ_{tot}^2 na forma:

$$\chi_{\text{ext}}^2 = \sum_{i=1}^{N_{\text{HII}}} \left(\frac{W(R)_{\text{modelo}} - W(R)_{\text{HII}}}{\sigma_{W_{\text{HII}}}} \right)^2 + \sum_{j=1}^{N_{\text{maser}}} \left(\frac{V_{\phi_{\text{modelo}}} - V_{\phi_{\text{maser}}}}{\sigma_{V_{\phi_{\text{maser}}}}} \right)^2. \quad (8.46)$$

As velocidades $W(R)_{\text{modelo}}$ são resultantes de cada modelo paramétrico \mathbf{X}_j e calculadas a partir da equação 8.30; as velocidades $W(R)_{\text{HII}}$ e incertezas $\sigma_{W_{\text{HII}}}$ são as correspondentes aos dados observacionais ($\sigma_{W_{\text{HII}}} = \sigma_{V_{\text{LSR}}} / (\sin l \cos b)$). As mesmas relações são dadas para as velocidades V_{ϕ} das fontes maser. Temos um total de $N_{\text{HII}} = 71$ regiões H II e $N_{\text{maser}} = 25$ fontes maser na Galáxia externa ($R > R_0$), totalizando portanto $N_{\text{ext}} = 96$ dados. Finalmente, cada um dos observáveis Ω_0 , $V_c^{\text{disco}}|_{2,2R_d}$ e $\Sigma_0|_{|z| \leq 1, 1\text{kpc}}$ (§ 8.1.2.3), e as respectivas quantidades obtidas a partir dos modelos paramétricos \mathbf{X}_j , contribuem para χ_{tot}^2 como:

$$\chi_{\text{outros}}^2 = \sum_{i=1}^{N_{\text{outros}}} \left(\frac{\Psi_{\text{modelo}} - \Psi_{\text{observ}}}{\sigma_{\Psi_{\text{observ}}}} \right)^2, \quad (8.47)$$

onde Ψ_{observ} refere-se a cada um dos três observáveis mencionados acima ($N_{\text{outros}} = 3$) e $\sigma_{\Psi_{\text{observ}}}$ às incertezas associadas; Ψ_{modelo} refere-se às respectivas quantidades modeladas.

Identificando a função objetiva S como a quantidade χ_{tot}^2 na equação 8.44 ($S = \chi_{\text{tot}}^2$), os melhores valores dos parâmetros do modelo de massa são obtidos a partir da minimização de S como parte do processo de otimização do CE. Na coluna 5 da tabela 8.2, listamos os valores de saída dos parâmetros após a execução completa do algoritmo de otimização. Como pode ser notado, todos os valores de saída são muito próximos daqueles que foram considerados como valores de entrada para o algoritmo. Isto é de certa forma esperado devido ao fato de que tais valores de entrada foram baseados em uma comparação visual entre a curva de rotação produzida pelo modelo e a curva de rotação observada da Galáxia. Além disso, não deve-se esquecer que tais parâmetros e seus valores de entrada foram derivados de modelos Galácticos existentes na literatura, portanto uma convergência rápida para a solução ótima deveria ser mesmo esperada. De qualquer forma, os valores de saída retornados pelo CE nos asseguram da qualidade da otimização objetiva do ajuste. Isto razoavelmente nos leva a adotar como incertezas nos valores de saída as mesmas que foram adotadas para os valores de entrada, listadas na coluna 4 da tabela 8.2. Uma estimativa eficaz dos erros associados aos parâmetros consiste na re-amostragem dos dados

originais com reposição usando técnicas Monte-Carlo, procedimento este denominado *bootstrapping* (Monteiro et al. 2010). No presente caso, não achamos necessária a execução de tal procedimento.

Os valores de saída dos parâmetros na tabela 8.2 e suas incertezas associadas compõem o que chamaremos de **modelo 1** para a distribuição de massa na Galáxia. A estes são adicionados os parâmetros relativos às escalas de altura locais do disco e escalas de comprimento do *flare* listadas na tabela 8.1 (relativos ao modelo 1). As massas totais de cada componente (bojo e disco) e das subcomponentes do disco são apresentadas na tabela 8.3. A massa que atribuímos ao bojo, $M_b = 2,5 \times 10^{10} M_\odot$, é relativamente alta comparada a outras estimativas na literatura. A maioria dos modelos na literatura obtêm massas do bojo $\sim 1 \times 10^{10} M_\odot$. No entanto, estes modelos também adotam perfis exponenciais simples para o disco, com massas nas regiões centrais maiores do que as obtidas com nosso modelo de disco, o qual possui uma depressão central de densidade. Como apontado por McMillan (2011), seu melhor modelo Galáctico apresenta uma massa estelar em raios interiores a 3 kpc de $\sim 2,4 \times 10^{10} M_\odot$ (mesmo resultado obtido por Flynn et al. 2006), em pleno acordo com a massa do bojo encontrada por Picaud e Robin (2004) assumindo um modelo de disco com uma depressão central. Este também é o mesmo valor para a massa do bojo no modelo de Lépine e Leroy (2000), o qual também possui discos com depressão central de densidade. Podemos então argumentar sobre a tendência dos modelos de disco com depressão central em redistribuir a massa nas regiões bem centrais do disco para o bojo, sem alterar significativamente a massa estelar total nestas regiões.

A massa estelar que obtemos nos discos fino e espesso totaliza $3,45 \times 10^{10} M_\odot$, em bom acordo com a massa dos discos estelares no modelo de Lépine e Leroy (2000) de $3,05 \times 10^{10} M_\odot$ (adicionando as contribuições das massas nos braços espirais e barra central). Flynn et al. (2006, e referências citadas) aponta que estudos baseados na emissão Galáctica no infravermelho próximo ou estudos da distribuição estelar local estimam massas estelares do disco no intervalo $3,6 - 5,4 \times 10^{10} M_\odot$. A massa estelar total (bojo + discos) de $5,95 \times 10^{10} M_\odot$ do nosso modelo é próxima do intervalo estimado por Flynn et al. (2006) de $4,85 - 5,5 \times 10^{10} M_\odot$, e relativamente próximo do obtido por McMillan (2011) de $6,61 \times 10^{10} M_\odot$. As massas que estimamos para o hidrogênio molecular H_2 de $3,15 \times 10^9 M_\odot$ e para o hidrogênio atômico $H\text{I}$ de $7,37 \times 10^9 M_\odot$ são próximas daquelas estimadas,

Tabela 8.3 - Massas das componentes Galácticas resultantes do modelo 1 para a distribuição de massa da Galáxia.

Componente	Massa ($\times 10^{10} M_{\odot}$)
Bojo	2,50
Discos	
fino	2,721
espesso	0,730
H _I	0,737
H ₂	0,315
total (discos)	4,503
total (bojo + discos)	7,0

por exemplo, por Elmegreen (1998): $4 \times 10^9 M_{\odot}$ e $5 \times 10^9 M_{\odot}$, respectivamente, ou mesmo por Kalberla e Kerp (2009): $2,5 \times 10^9 M_{\odot}$ e $8 \times 10^9 M_{\odot}$, respectivamente. A massa total bariônica do nosso modelo 1, considerando o bojo e discos (estelar e gás), é de $M_{\text{tot}} = 7 \times 10^{10} M_{\odot}$; para comparação, o modelo de Sofue et al. (2009) resulta em uma massa $M_{\text{bojo+disco}} = 8,3 \times 10^{10} M_{\odot}$.

A tabela 8.4 apresenta valores de algumas das propriedades locais resultantes do modelo 1 para a distribuição de massa da Galáxia. Tais valores permanecem próximos dos que foram usados como restrições iniciais ao modelo. Até mesmo as constantes de Oort A e B , que não foram usadas como restrições, apresentam valores modelados próximos daqueles estimados na literatura. A figura 8.5 mostra o ajuste resultante do modelo 1 (curva vermelha) aos dados de velocidade terminal na Galáxia interna; os dados apresentados correspondem aos observados no primeiro ($\sin l > 0$) e quarto ($\sin l < 0$) quadrantes. A figura 8.6 mostra as velocidades de rotação $W(R)$ (equação 8.31) em função da razão R/R_0 para dados de regiões H II na Galáxia externa. A curva vermelha corresponde ao ajuste resultante do modelo 1 aos dados observacionais. A curva de rotação obtida a partir do modelo 1 é apresentada na figura 8.7 como a curva sólida vermelha. Também são apresentadas as curvas de rotação relativas à cada componente Galáctica: bojo (linha pontilhada); discos (linha tracejada); e halo escuro (linha traço-pontilhada). Os dados observacionais são os mesmos apresentados na curva de rotação da figura 2.1.

Tabela 8.4 - Propriedades locais resultantes do modelo 1 para a distribuição de massa da Galáxia.

Propriedade	Valor
Velocidade circular local V_0	218 km s^{-1}
Velocidade angular local Ω_0	$29,07 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$
Constante de Oort A	$16,96 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$
Constante de Oort B	$-12,11 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$
Densidade superficial local (em $ z \leq 1, 1 \text{ kpc}$) $\Sigma_0 _{ z \leq 1, 1 \text{ kpc}}$	$67,8 M_\odot \text{ pc}^{-2}$
Densidade superficial local devido aos discos Σ_{0_d}	$52,9 M_\odot \text{ pc}^{-2}$

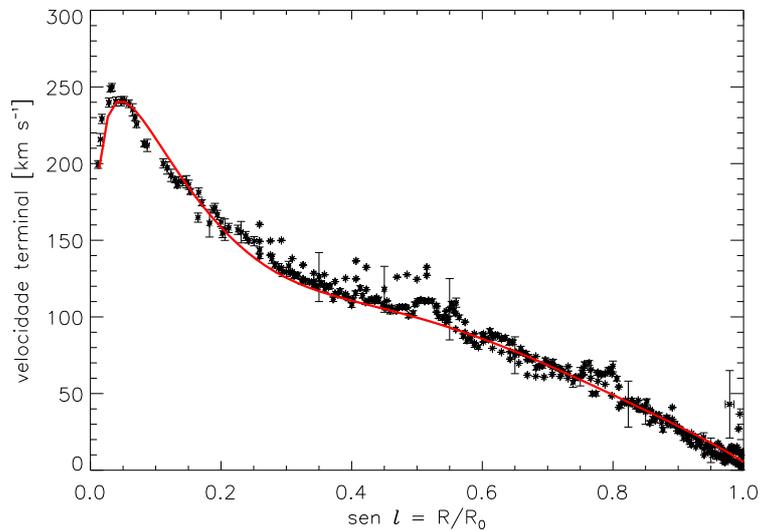


Figura 8.5: Velocidades terminais em $R < R_0$ para longitudes no primeiro e quarto quadrantes. Os dados são de Burton e Gordon (1978) e Clemens (1985) (compilados por Sofue et al. 2009). A curva vermelha representa o ajuste resultante do modelo 1 para a distribuição de massa da Galáxia.

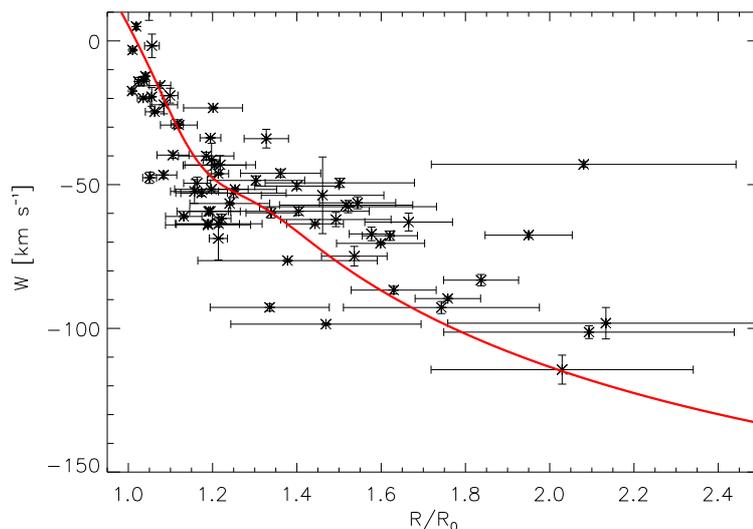


Figura 8.6: Velocidades W (equação 8.31) em função da razão R/R_0 . Os dados de regiões H II na Galáxia externa são de Fich et al. (1989) e Blitz et al. (1982). A curva vermelha representa o ajuste resultante do modelo 1 para a distribuição de massa da Galáxia.

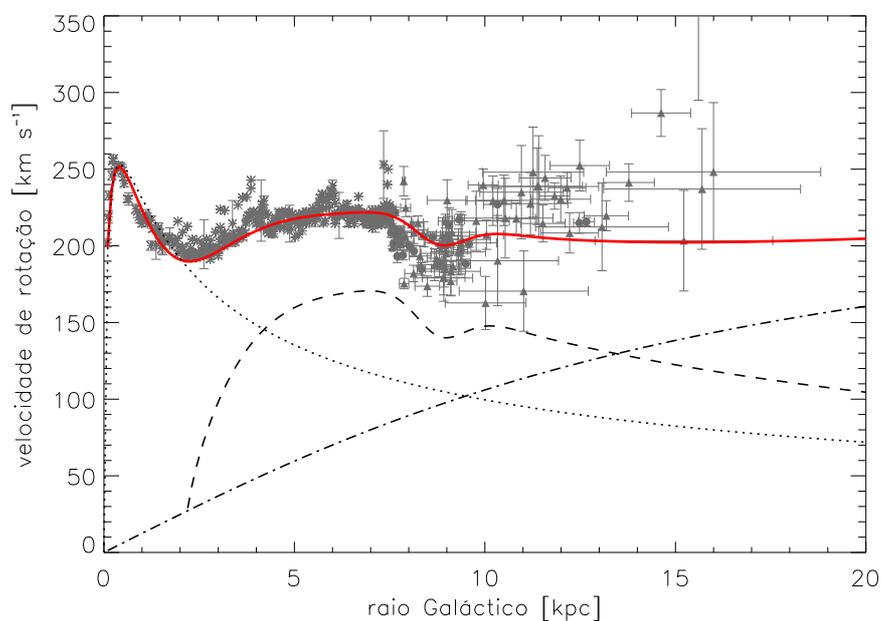


Figura 8.7: Curva de rotação obtida a partir do modelo 1 para a distribuição de massa da Galáxia (curva vermelha). As curvas devido à contribuição de cada componente Galáctica são mostradas pela linha pontilhada para a contribuição do bojo, linha tracejada para a contribuição do disco, e linha traço-pontilhada para a contribuição do halo escuro. Os dados observacionais são os mesmos apresentados na curva de rotação da figura 2.1.

8.2 Potencial axissimétrico no plano meridional do disco

A descrição da distribuição axissimétrica de densidade de massa do disco, com seus perfis de variação nas direções radial R e z perpendicular ao plano-médio, possibilita a obtenção do potencial gravitacional associado e o respectivo campo de forças. No entanto, como mesmo apontado por Binney e Tremaine (1987), o cálculo do potencial e do campo de força que são gerados por uma dada distribuição de matéria é geralmente uma tarefa árdua que muitas vezes leva a fórmulas complicadas envolvendo funções especiais ou cálculos numéricos. Isto se torna evidente ao tentarmos aplicar a equação de Poisson para o cálculo do potencial a partir da distribuição de densidade do disco dada pelas equações 8.25 e 8.7. Dada a dificuldade em se obter uma solução analítica para o potencial do disco resultante do nosso modelo de massa, optamos pelo cálculo numérico que deriva o potencial diretamente de uma distribuição de partículas com perfis de densidade idênticos àqueles utilizados no modelo.

Um par potencial-densidade composto por expressões analíticas simples para descrever as propriedades axissimétricas das galáxias foi proposto por Miyamoto e Nagai (1975) na forma:

$$\Phi_{MN}(R, z) = \frac{-GM}{\sqrt{R^2 + (a + \sqrt{z^2 + b^2})^2}}, \quad (8.48)$$

e densidade resultante:

$$\rho_{MN}(R, z) = \left(\frac{b^2 M}{4\pi}\right) \frac{aR^2 + (a + 3\sqrt{z^2 + b^2})(a + \sqrt{z^2 + b^2})^2}{\left[R^2 + (a + \sqrt{z^2 + b^2})^2\right]^{5/2} (z^2 + b^2)^{3/2}}. \quad (8.49)$$

Quando temos $a = 0$ na equação 8.48, o potencial Φ_{MN} se reduz ao potencial de uma distribuição esférica de Plummer (Plummer 1911), e quando $b = 0$, Φ_{MN} se reduz ao potencial de um sistema de disco extremamente achatado de Kuzmin (Kuzmin 1956). Portanto, dependendo da escolha dos dois fatores de escala a e b , Φ_{MN} pode representar o potencial de qualquer sistema indo de um disco infinitamente fino a uma distribuição esférica. A simplicidade matemática das expressões do par potencial-densidade de Miyamoto e Nagai, além da sua fácil manipulação tanto analítica quanto numérica, são características que as fazem

ser amplamente utilizadas na grande maioria dos estudos sobre a modelagem dinâmica da Galáxia e a computação de órbitas estelares. No trabalho de Allen e Santillan (1991), os autores constróem um modelo para a distribuição de massa da Galáxia cujo perfil de densidade para ambos o bojo e o disco é dado na forma do perfil de Miyamoto e Nagai da equação 8.49. Com tal modelo, os autores são capazes de reproduzir a curva de rotação observada da Galáxia, assim como uma série de observáveis locais como as constantes de Oort, velocidade de escape local, força K_z perpendicular ao plano do disco, entre outros.

Apesar de todas as vantagens do potencial analítico na forma da equação 8.48, é reconhecido que a distribuição de densidade resultante (equação 8.49) deve representar bem apenas de forma grosseira a estrutura global da galáxia. Por exemplo, como apontado em Binney e Tremaine (1987), da equação 8.49 temos que a densidade no plano do disco $\rho(R, 0) \propto R^{-3}$ para altos valores de R , enquanto que os perfis de brilho dos discos decaem de forma mais rápida com uma lei exponencial e^{-R/R_d} . Além disso, é possível que o perfil de densidade de Miyamoto e Nagai reproduza apenas de forma aproximada a distribuição vertical de densidade observada nos discos galácticos. Mesmo os detalhes que empregamos em nossos modelos de discos, como a depressão central de densidade, o mínimo de densidade na co-rotação, o aumento da escala de altura com o raio, entre outros, seriam difíceis de modelar utilizando o perfil de densidade de Miyamoto e Nagai. Estas são exatamente algumas das razões que motivam nosso empreendimento em analisar os efeitos de uma descrição mais detalhada do potencial do disco sobre a estrutura das órbitas estelares na Galáxia. Podemos dizer que este é o elemento novo que pretendemos fornecer como contribuição desta parte do estudo.

Como mencionado anteriormente, optamos pelo cálculo numérico direto do potencial e campo de forças resultantes do modelo de distribuição de massa do disco. A seguir, apresentamos o método empregado para a discretização da distribuição de massa e o cálculo do potencial e forças em uma grade no plano meridional $R - z$.

8.2.1 Discretização da distribuição de massa dos discos

Dada uma distribuição contínua de densidade espacial $\rho(R, z)$, temos pelo menos duas formas distintas de discretizar a massa contida em cada unidade de volume do sistema.

1. Dividimos o volume total V_{tot} em elementos de mesmo volume V , ou seja, o volume

que engloba um ponto arbitrário (R, z) é o mesmo para qualquer outro ponto do sistema: $V(R_i, z_i) = V(R_j, z_j) = V$. Dessa forma, a massa em cada elemento de volume depende exclusivamente da densidade espacial:

$$\rho(R, z) = \frac{M(R, z)}{V} \Rightarrow M(R, z) = \rho(R, z)V. \quad (8.50)$$

2. Dividimos a massa total M_{tot} em elementos de mesma massa M . Neste caso, a densidade espacial ρ em cada ponto (R, z) do sistema dependerá diretamente da densidade numérica $n(R, z)$ de elementos de massa M . Inversamente, derivamos o número de elementos de massa M por unidade de volume a partir da densidade espacial ρ na forma:

$$\begin{aligned} \rho(R, z) &= \frac{M(R, z)}{V} = \frac{N(R, z)M}{V} \rightarrow \\ \rightarrow \rho(R, z) &= \frac{N}{V}(R, z)M = n(R, z)M \Rightarrow n(R, z) = \rho(R, z)\frac{1}{M}. \end{aligned} \quad (8.51)$$

Embora o método 1 descrito acima resulte naturalmente em uma discretização de massa que gera uma distribuição suave do potencial, observamos que para uma boa resolução espacial muitos elementos de volume devem ser gerados, o que o torna dispendioso computacionalmente. Optamos então pelo método 2 por apresentar uma maior facilidade de implementação numérica e com menor custo computacional.

Pelo método 2, o que basicamente fazemos é gerar um sistema de partículas cuja distribuição espacial é idêntica à distribuição de densidade $\rho(R, z)$ do sistema em estudo. Atribuindo a mesma massa M para todas as partículas, a densidade numérica de partículas $n(R, z)$ recuperará a informação sobre a densidade espacial $\rho(R, z)$ de acordo com a última igualdade na equação 8.51. No caso das componentes do disco Galáctico, de acordo com nossos modelos, as expressões para a densidade espacial ρ (equações 8.25 e 8.26) são dadas na seguinte forma:

$$\rho(R, z) = \Sigma(R) f(z), \quad (8.52)$$

onde $f(z)$ é a função para a variação da densidade com a altura z perpendicular ao plano do disco. Substituindo $\rho(R, z)$ da equação 8.52 na última igualdade da equação 8.51, temos:

$$n(R, z) = \Sigma(R) f(z) \frac{1}{M}. \quad (8.53)$$

A equação 8.53 nos mostra que, de uma forma prática, a primeira informação da distribuição de densidade que devemos recuperar é a da superficial $\Sigma(R)$. Distribuindo verticalmente as partículas de acordo com a função $f(z)$ em cada raio R , recuperamos a distribuição para $\rho(R, z)$. As densidades superficiais das componentes do disco (fino, espesso, H1 e H2) apresentadas nas equações 8.7, 8.9 e 8.11, são dadas na forma $\Sigma(R) = \Sigma_0 f(R)$, com $f(R)$ sendo a função para o perfil de variação radial. Identificando a normalização da densidade Σ_0 como a quantidade N_0 de partículas de massa M por unidade de área A , $\Sigma_0 = \frac{N_0 M}{A}$, substituindo estas quantidades de volta na equação 8.53 e considerando apenas o número de partículas por unidade de área $N(R)/A$, achamos que o número de partículas por unidade de intervalo ΔR em função do raio R é simplesmente dado por $N(R) = N_0 f(R)$.

Dessa forma, dividimos o plano-médio do disco Galáctico em anéis de largura ΔR e o número de partículas em cada anel é calculado como:

$$N(R)\Delta R = N_c f(R)\Delta R, \quad (8.54)$$

onde N_c agora representa a normalização para o número de partículas no anel central. Em seguida, para cada anel sorteamos aleatoriamente os raios R_p ($p = 1 \rightarrow N(R)$) das $N(R)$ partículas de forma a seguir uma distribuição uniforme entre os raios R e $R + \Delta R$. De posse dos raios R_p , sorteamos aleatoriamente as alturas z_p de acordo com a função $f(z)$ para a faixa de raios em questão. Este procedimento é realizado para cada componente do disco em nossos modelos, e ao final obtemos pares de posições (R_p, z_p) para todas as partículas em cada componente.

Uma informação de que devemos dispor de antemão é a do número total de partículas que será atribuído a cada componente do disco. Para tanto, utilizamos o valor da razão

entre a massa de cada componente e a massa total do disco. Do nosso modelo 1 para a distribuição de massa na Galáxia, e da tabela 8.3, temos que tais razões são dadas por:

$$\text{disco fino : } \frac{M_{\text{fino}}}{M_{\text{total}}} = 0,604 \quad \text{disco espesso : } \frac{M_{\text{espesso}}}{M_{\text{total}}} = 0,162$$

$$\text{disco HI : } \frac{M_{\text{HI}}}{M_{\text{total}}} = 0,164 \quad \text{disco H}_2 : \frac{M_{\text{H}_2}}{M_{\text{total}}} = 0,07$$

Sendo N_{tot} o número total de partículas utilizadas, o número correspondente de partículas em cada componente k do disco é obtido na forma:

$$N_{p_k} = \left(\frac{M_k}{M_{\text{total}}} \right) N_{\text{tot}}, \quad (8.55)$$

com M_k/M_{total} dado por cada uma das razões apresentadas acima. Para o número total de partículas, utilizamos $N_{\text{tot}} = 1,1 \times 10^5$. Dessa forma, a cada partícula é atribuída uma massa $M_p = \frac{M_{\text{total}}}{N_{\text{tot}}} = 4,503 \times 10^5 M_{\odot}$. A informação sobre N_{p_k} é utilizada para o fator de normalização N_c na equação 8.54.

Um argumento contrário à discretização das componentes gasosas do disco (HI e H₂) pode ser levantado. No entanto, dado o nosso presente interesse em obter apenas o potencial devido à distribuição espacial de massa, não achamos que tal procedimento leve a erros críticos no potencial final resultante.

Obtidos os raios R_{p_k} e alturas z_{p_k} de todas as partículas de cada componente k do disco, sorteamos aleatoriamente valores para os azimutes θ_{p_k} de acordo com uma distribuição uniforme entre 0 e 2π . Para verificar a consistência do método, obtemos para a densidade superficial local de massa calculada a partir do número total de partículas em um anel de 0,5 kpc de largura centrado em R_0 o mesmo valor resultante do modelo 1, $\Sigma_{0_d} = 52,9 M_{\odot} \text{pc}^{-2}$.

A figura 8.8 mostra o resultado do perfil radial da densidade de partículas em cada componente do disco para o nosso modelo 1. Obviamente, estes são os mesmos perfis para as distribuições de densidade superficial de cada componente apresentados nas equações 8.7, 8.9 e 8.11. Os discos fino e espesso modelados apresentam extensões radiais

máximas $\sim 22 - 23$ kpc. É discutido na literatura a existência de um *cut-off* na distribuição de densidade do disco estelar da Galáxia em raios $\sim 14 - 15$ kpc. Esta é uma característica presente nos modelos da estrutura Galáctica e de populações estelares como os de Besançon (Robin et al. 2003). Recentemente, Minniti et al. (2011), usando estrelas Red Clump, encontraram que tal *cut-off* em 14 kpc é uma característica geral do disco, sendo detectado em várias longitudes Galácticas. Carraro (2013) aponta alguns vieses observacionais nos resultados de Minniti et al., como a técnica utilizada para a separação das Red Clump das estrelas anãs e sub-gigantes nos campos observados, e principalmente, os efeitos do *warp* e *flare* do disco Galáctico. De acordo com o autor, é natural encontrar um *cut-off* na densidade de estrelas ao se observar ao longo do plano $b = 0^\circ$ formal, uma vez que em distâncias Galactocêntricas de $\sim 13 - 15$ kpc a curvatura do disco na forma do *warp* Galáctico já começa a se tornar proeminente. Recentes trabalhos nesta linha (Brand e Wouterloot 2007; Carraro et al. 2010; Sale et al. 2010) de fato encontram que o disco estelar é muito mais estendido radialmente, até pelo menos 20 kpc do centro Galáctico, e em acordo com *surveys* de H I e H II. Em particular, Carraro et al. (2010) encontraram associações estelares extremamente jovens a mais de 20 kpc do centro Galáctico e no terceiro quadrante. Isto implica que as extensões dos discos fino e espesso do nosso modelo podem ser compatíveis com o observado, levando em conta as considerações apresentadas acima. No presente estudo, não experimentamos em modelar o *warp* Galáctico dado o fato de que o método empregado para a obtenção do potencial requer a modelagem axissimétrica (com respeito ao eixo- z) da distribuição de massa do disco. A extensão do disco de H I no nosso modelo, com um raio de ~ 35 kpc, é bem similar ao considerado como sendo o limite do disco de H I Galáctico de acordo com Kalberla e Kerp (2009).

A figura 8.9 mostra histogramas para as distribuições de densidade dos discos em função da altura z de acordo com nosso modelo 1. Na figura 8.10, apresentamos as distribuições de partículas para cada componente do disco no plano meridional $R - z$. Uma representação das componentes bojo e discos na forma da distribuição de partículas de acordo com o modelo 1 é apresentada na figura 8.11. Na figura 8.12, apresentamos a mesma distribuição anterior agora na forma de mapa *all-sky* em coordenadas Galácticas e usando projeção de áreas-iguais Aitoff.

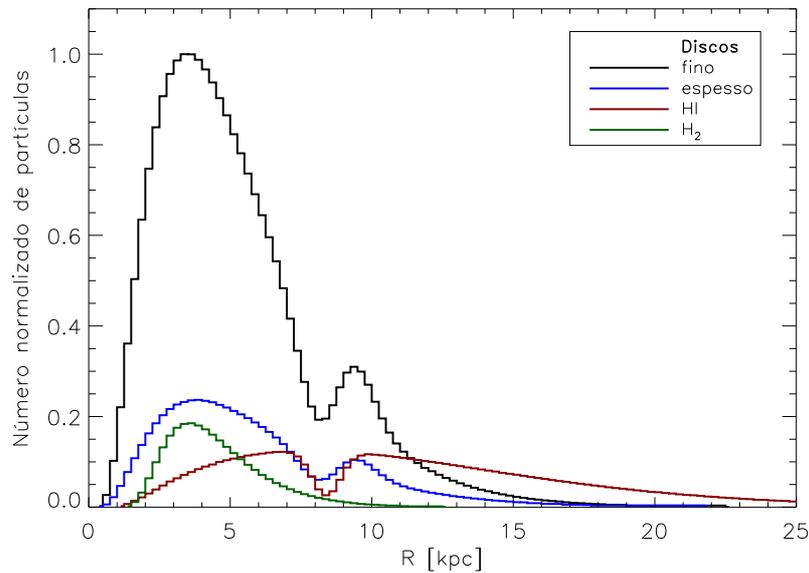


Figura 8.8: Histogramas para distribuições radiais de partículas em cada componente do disco de acordo com o modelo 1: preto para o disco fino; azul para o disco espesso; vermelho para o disco de HI; e verde para o disco de H_2 . As distribuições são normalizadas com relação ao valor máximo de contagens no disco fino; a largura do bin é de 0,25 kpc.

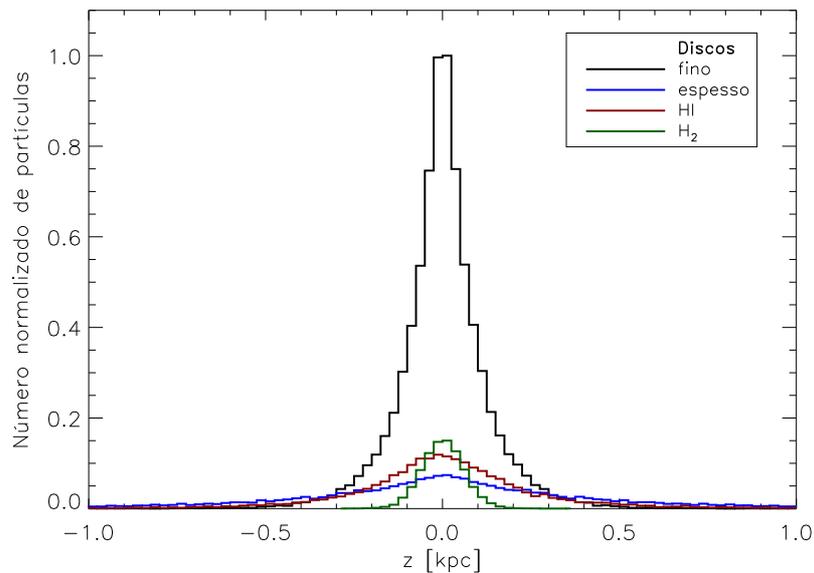


Figura 8.9: Histogramas para distribuições verticais de partículas em cada componente do disco de acordo com o modelo 1. As cores são relativas aos histogramas da figura 8.8. As distribuições são normalizadas com relação ao valor máximo de contagens no disco fino; a largura do bin é de 0,025 kpc.

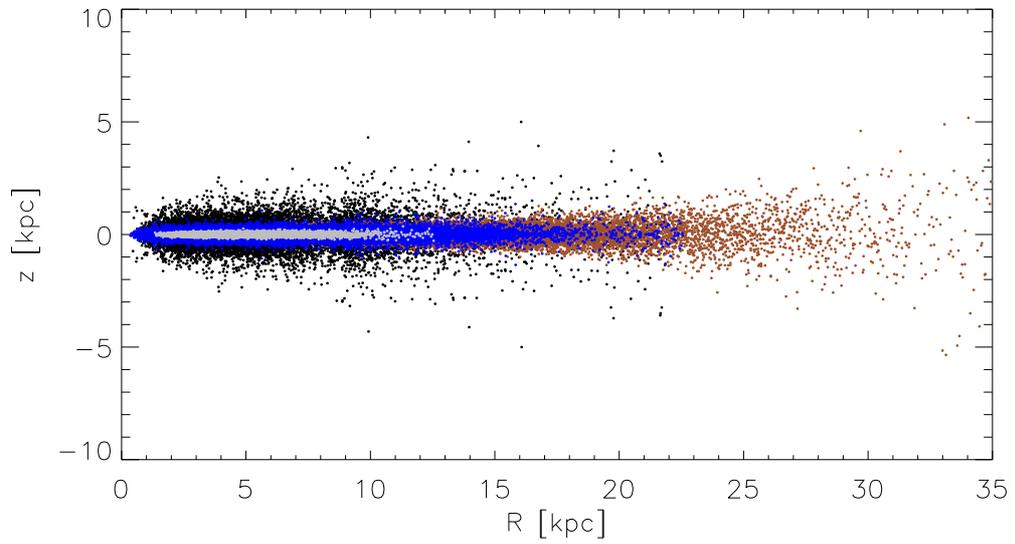


Figura 8.10: Distribuição de partículas no plano meridional $R - z$ do disco de acordo com o modelo 1. Os círculos com as diferentes cores representam, respectivamente: preto - disco espesso; marron (com a maior extensão radial) - disco de H I; azul - disco fino; e cinza-claro - disco de H_2 .

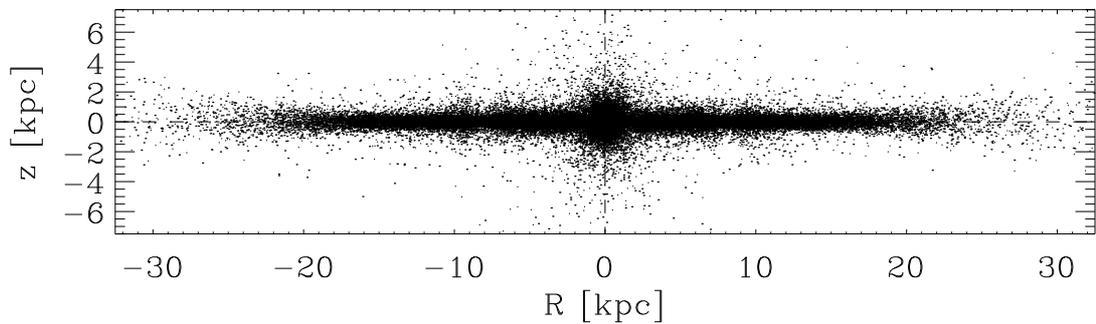


Figura 8.11: Representação no plano meridional do sistema bojo-disco na forma de distribuição de partículas de acordo com o modelo 1. Partículas com raios 'negativos' (para fins de visualização) correspondem àquelas com azimutes θ entre π e 2π .

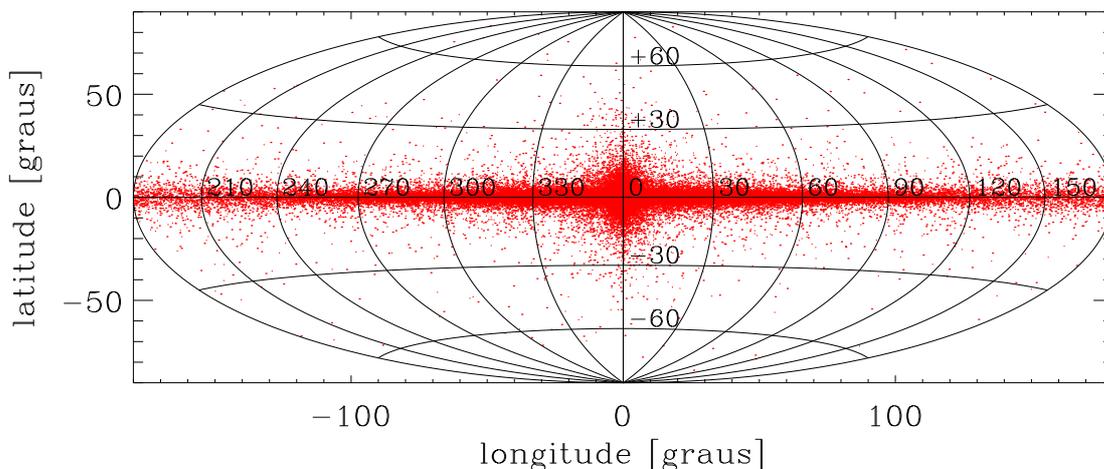


Figura 8.12: Representação no plano de coordenadas Galácticas longitude-latitude do sistema bojo-disco na forma de distribuição de partículas de acordo com o modelo 1. A figura usa projeção de áreas-iguais Aitoff.

8.2.2 Cálculo do potencial do disco e gradientes

Dada a distribuição de todas as partículas p no disco, com as posições (R_p, θ_p, z_p) , e todas com a mesma massa M_p , passamos para o cálculo do potencial gravitacional axisimétrico devido a tal distribuição de massa. Para tanto, construímos uma grade no plano meridional $R - z$, onde ambos o potencial e os gradientes nas direções R e z serão mapeados. Utilizamos uma grade cartesiana com uma resolução em raio de $\Delta R = 0,1$ kpc e em altura de $\Delta z = 0,02$ kpc ; os limites mínimo e máximo na direção radial são de 0 e 50 kpc, respectivamente, e os limites mínimo e máximo em altura z são de -20 e +20 kpc, respectivamente. A grade é composta, portanto, por 10^6 pontos (referimo-nos aos pontos da grade como os vértices das células formadas pelas duas malhas ortogonais nas direções R e z).

A geração das posições das partículas a partir de funções numéricas que geram números aleatórios naturalmente leva a regiões do espaço com leves sub- ou sobre-densidades de pontos. Embora tal característica não comprometa a axissimetria em larga escala da distribuição de massa, ela pode afetar o valor obtido para o potencial dependendo da direção azimutal que se adote para a grade. Para contornar este problema, calculamos o potencial em cada ponto da grade e para várias direções azimutais da mesma; adotamos

um total de 24 direções, espaçadas de 15° em azimute. O potencial final em cada ponto é considerado como uma média dos potenciais para cada direção da grade. Para o cálculo do potencial Φ_{g_i} em cada ponto g da grade na direção azimutal θ_{g_i} , devido a todas as partículas p de massa M_p e à distâncias d_{gp} , usamos a seguinte expressão:

$$\Phi_{g_i} = \sum_{p=1}^{N_{\text{tot}}} \frac{-G M_p}{\sqrt{d_{gp}^2 + \epsilon^2}}, \quad (8.56)$$

onde as distâncias d_{gp} das partículas até o ponto da grade em questão são calculadas como:

$$d_{gp} = [(R_g \cos \theta_{g_i} - R_p \cos \theta_p)^2 + (R_g \sin \theta_{g_i} - R_p \sin \theta_p)^2 + (z_g - z_p)^2]^{1/2}, \quad (8.57)$$

sendo R_g e z_g as posições do ponto da grade na direção azimutal θ_{g_i} . O parâmetro ϵ na equação 8.56 é comumente chamado de parâmetro de suavização, e sua função é evitar que a ocorrência de partículas a distâncias extremamente pequenas de um determinado ponto da grade induza erroneamente valores muito altos para o potencial neste ponto. Como o próprio nome sugere, o parâmetro ϵ serve para a suavização do potencial calculado ponto a ponto na grade. Um valor que achamos apropriado e utilizamos em nossos cálculos é $\epsilon = 0,2$ (nas mesmas unidades de d_{gp}). O potencial final em cada ponto é então obtido a partir da média dos potenciais para cada direção θ_{g_i} da grade:

$$\langle \Phi_g \rangle = \frac{1}{N_{\theta_g}} \sum_{i=1}^{N_{\theta_g}} \Phi_{g_i}, \quad (8.58)$$

com Φ_{g_i} dado pela equação 8.56 e N_{θ_g} sendo o número total de direções azimutais da grade (24 em nosso caso).

Com o potencial $\Phi_g = \langle \Phi_g \rangle$ tabelado em cada ponto da grade, calculamos os gradientes radiais $\partial \Phi_g / \partial R$ e verticais $\partial \Phi_g / \partial z$ usando diferenças finitas com o método do passo central. Além destes gradientes, também necessitamos das derivadas cruzadas $\partial^2 \Phi_g / \partial R \partial z$ para o método de interpolação explicado adiante. As relações que usamos são as seguintes:

$$\frac{\partial\Phi_g}{\partial R} = \frac{\Phi_g(R + \Delta R, z) - \Phi_g(R - \Delta R, z)}{2\Delta R} \quad (8.59)$$

$$\frac{\partial\Phi_g}{\partial z} = \frac{\Phi_g(R, z + \Delta z) - \Phi_g(R, z - \Delta z)}{2\Delta z} \quad (8.60)$$

$$\frac{\partial^2\Phi_g}{\partial R\partial z} = \frac{\Phi_g(R + \Delta R, z + \Delta z) - \Phi_g(R + \Delta R, z - \Delta z) - \Phi_g(R - \Delta R, z + \Delta z) + \Phi_g(R - \Delta R, z - \Delta z)}{4\Delta R\Delta z} \quad (8.61)$$

A figura 8.13 mostra os contornos das curvas equipotenciais no plano meridional do disco; o potencial Φ_g tabelado na grade $R - z$ é dado em unidades de $10^4 \text{ km}^2 \text{ s}^{-2}$. Nas figuras 8.14 e 8.15, apresentamos os contornos dos gradientes do potencial nas direções radial e vertical, respectivamente; em ambas as figuras, os gradientes são dados em unidades de $\text{km}^2 \text{ s}^{-2} \text{ pc}^{-1}$. A figura 8.16 mostra a variação da força vertical K_z ($K_z = \partial\Phi_g/\partial z$, § 8.1.1.3) em função da altura z no raio R_0 . No painel à esquerda, apresentamos resultados recentes de Zhang et al. (2013) sobre o potencial local modelado a partir da cinemática de estrelas anãs de tipo K com dados do SDSS/SEGUE: as curvas vermelhas referem-se a diferentes modelos de massa, com comparações para as predições de K_z versus z de Kuijken e Gilmore (1989a). O painel à direita mostra a variação de K_z de acordo com o nosso modelo de massa. Encontramos uma boa concordância entre as predições para K_z nos vários modelos da literatura e o obtido no presente estudo. Na figura 8.17, apresentamos a curva de rotação resultante do nosso modelo de massa e para várias alturas com relação ao plano-médio do disco. O gradiente vertical de velocidade de rotação que obtemos para um raio médio de 5 kpc é de $\partial V_c/\partial z = -19 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$, em bom acordo com o encontrado nos modelos de Jałocha et al. (2010) de $\partial V_c/\partial z = -21, 3 \pm 4, 2 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$. A velocidade de escape local V_{esc_0} resultante do nosso modelo é de $V_{\text{esc}_0} = 400 \text{ km s}^{-1}$. Este parece ser um valor bem abaixo do estimado na literatura. Por exemplo, Leonard e Tremaine (1990) determinaram o intervalo para a velocidade de escape local de $450 - 650 \text{ km s}^{-1}$, com 90% de confiança. Baseado em uma seleção de estrelas da amostra do Hipparcos com distâncias menores que 200 pc, e considerando apenas as velocidades tangenciais para o cálculo de

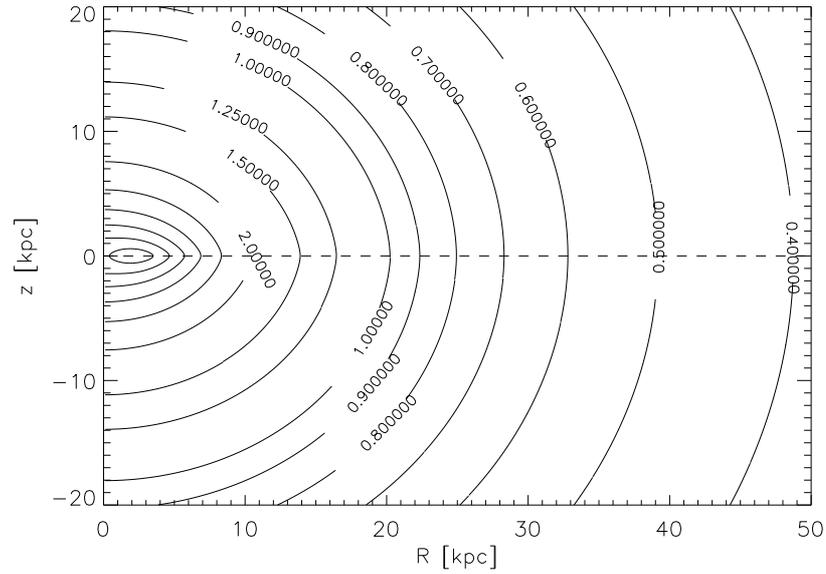


Figura 8.13: Curvas equipotenciais no plano meridional para o potencial resultante do modelo 1 da distribuição de massa no disco Galáctico. O módulo do valor do potencial em cada curva é dado em unidades de $10^4 \text{ km}^2 \text{ s}^{-2}$.

suas velocidades espaciais, com uma correção para a velocidade do LSR de 220 km s^{-1} , obtemos que apenas cerca de 0,01% desta amostra apresenta velocidades espaciais maiores que 400 km s^{-1} . A figura 8.18 mostra a distribuição de velocidades espaciais obtida para tal amostra.

8.2.3 Interpolação do potencial e gradientes

A grade formada com os valores do potencial do disco e seus gradientes será utilizada na integração de órbitas estelares. Para tanto, fazemos uso de interpolação numérica em duas dimensões com os dados tabulados. Utilizamos o método chamado *bicubic interpolation*, que faz uso da função $y(x_1, x_2)$ e de suas derivadas $\partial y/\partial x_1$, $\partial y/\partial x_2$ e $\partial^2 y/\partial x_1 \partial x_2$ em cada ponto da grade cartesiana. A função interpoladora encontrada terá as seguintes propriedades: (i) Os valores da função $y(x_1, x_2)$ e de suas derivadas são reproduzidos exatamente sobre os pontos da grade; (ii) os valores da função e suas derivadas mudam continuamente enquanto o ponto interpolador muda de uma célula da grade para outra.

Construímos um algoritmo de interpolação baseado na rotina ‘bcuint’ publicada no *Numerical Recipes* do Fortran 77 (Press et al. 1992), a qual executa o método *bicubic inter-*

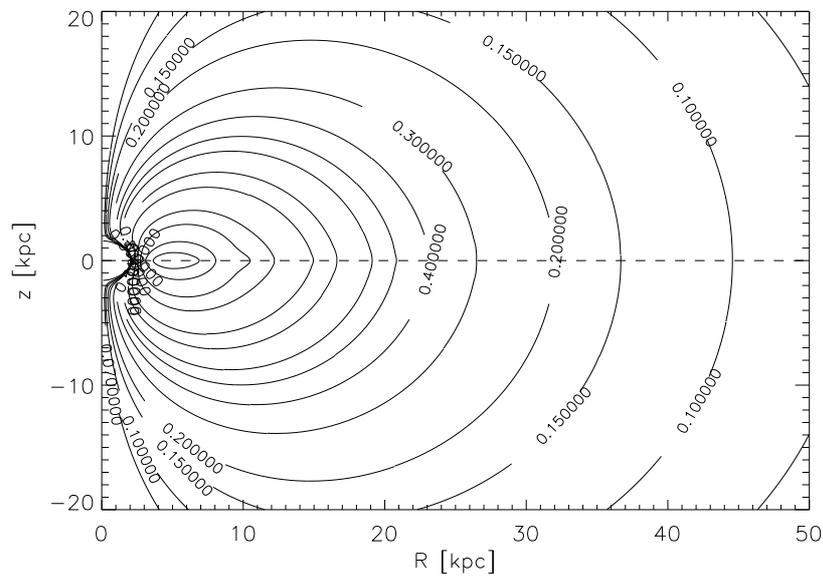


Figura 8.14: Contornos de valor constante para o gradiente radial do potencial resultante do modelo 1 para a distribuição de massa no disco Galáctico. Os valores dos gradientes são dados em unidades de $\text{km}^2 \text{s}^{-2} \text{pc}^{-1}$.

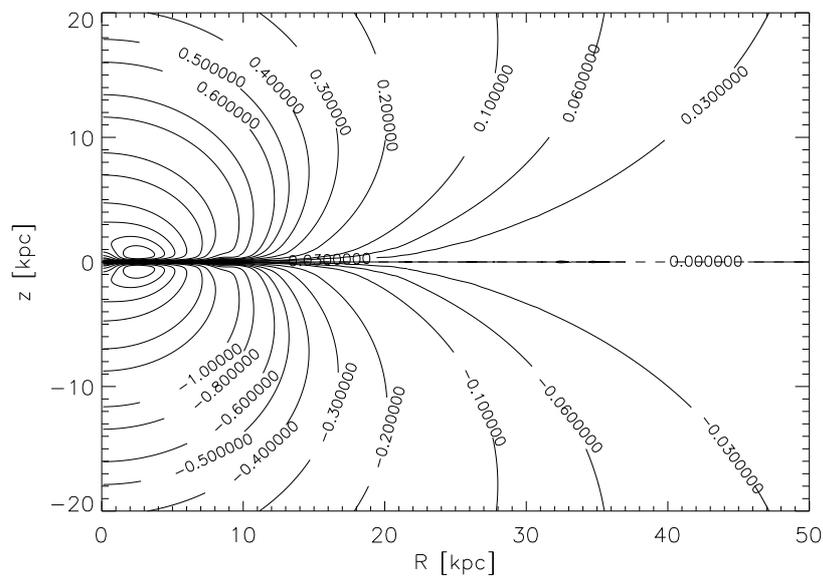


Figura 8.15: Contornos de valor constante para o gradiente vertical do potencial resultante do modelo 1 para a distribuição de massa no disco Galáctico. Os valores dos gradientes são dados em unidades de $\text{km}^2 \text{s}^{-2} \text{pc}^{-1}$.

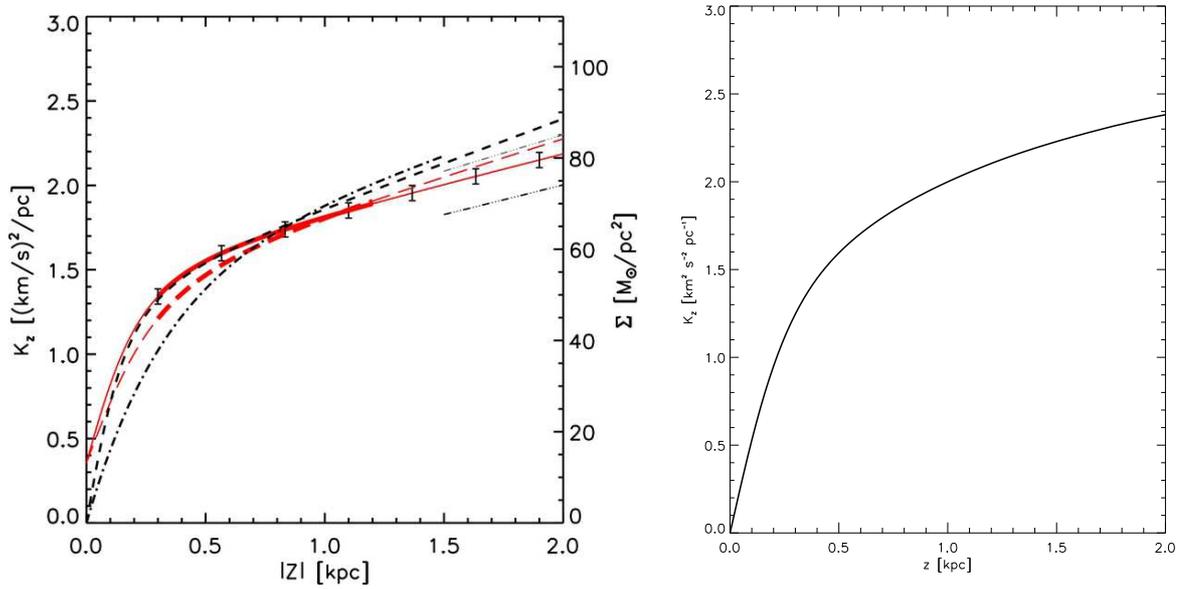


Figura 8.16: Variação da força K_z perpendicular ao plano em função da altura z no raio Galáctico R_0 . Painel à esquerda: resultados de modelos de Zhang et al. (2013) a partir de dados de cinemática estelar do SDSS/SEGUE; painel à direita: resultado do nosso modelo 1 para a distribuição de massa na Galáxia.

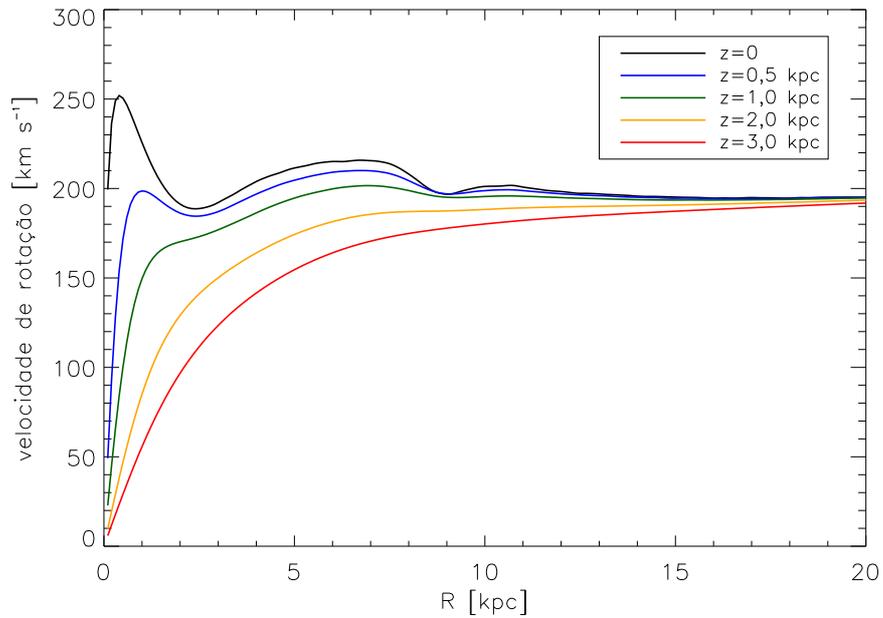


Figura 8.17: Curvas de rotação resultantes do modelo 1 para a distribuição de massa na Galáxia. Cada curva corresponde a uma diferente altura z indicada na legenda.

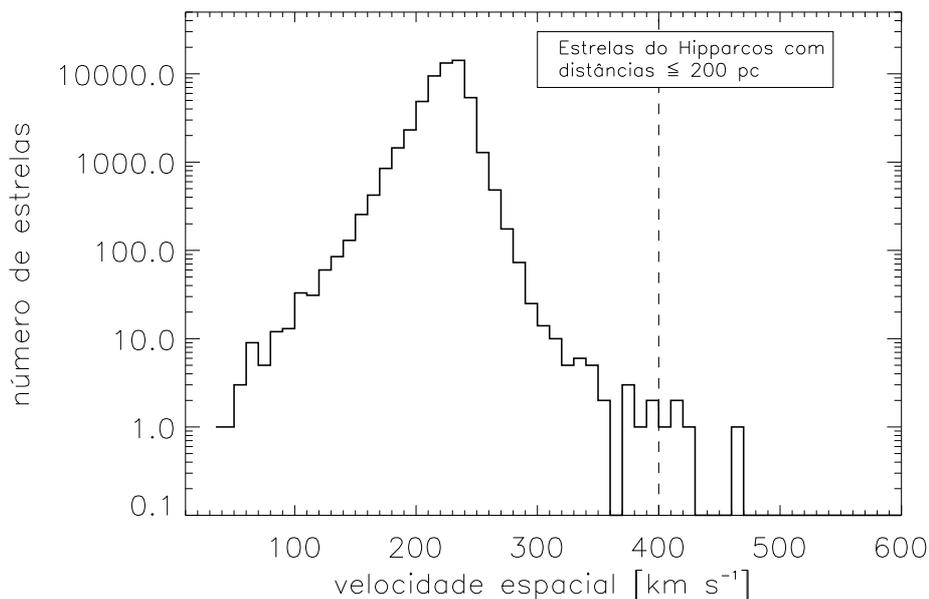


Figura 8.18: Distribuição de velocidades espaciais calculadas para uma amostra de 54.935 estrelas do Hipparcos com distâncias heliocêntricas menores que 200 pc. A velocidade do LSR adotada é de $V_0 = 220 \text{ km s}^{-1}$. A linha vertical tracejada indica a velocidade de escape local resultante do nosso modelo, $V_{\text{esc}0} = 400 \text{ km s}^{-1}$.

polation e retorna os valores da função interpolada e de seus dois gradientes. Basicamente, a função interpolada é calculada na forma:

$$\psi(x, y) = \sum_{i=0}^3 \sum_{j=0}^3 c_{ij} x^i y^j. \quad (8.62)$$

Os coeficientes c_{ij} são calculados utilizando a rotina ‘bcufof’ do *Numerical Recipes* do Fortran 77. Adaptamos as rotinas mencionadas a um código escrito em linguagem IDL e com a vetorização dos passos de iteração presentes nos códigos originais. A integração numérica das órbitas apresentadas no próximo capítulo fazem uso do código de interpolação para o cálculo dos gradientes do potencial do disco.

Dado o fato de usarmos uma grade limitada ao raio $R = 50 \text{ kpc}$ e a alturas $z = \pm 20 \text{ kpc}$, limites estes definidos por questões computacionais, é de se esperar que durante o processo de integração, órbitas estelares com altas excentricidades e/ou grandes variações em altura possam ultrapassar tais limites. A fim de contornar problemas de ordem numérica, para as órbitas que ultrapassam os limites da grade, o potencial do disco e seus gradientes são

obtidos a partir do potencial analítico de Miyamoto e Nagai da equação 8.48; os valores dos parâmetros a e b nesta equação são ajustados de forma a garantir uma transição suave do potencial interpolado para o potencial analítico nas extremidades da grade.

Órbitas no potencial Galáctico

Neste capítulo, apresentamos os resultados da integração de órbitas estelares sob o potencial Galáctico modelado no capítulo anterior. Aplicamos o esquema de integração numérica das órbitas para uma amostra de aglomerados abertos com informações espaciais e cinemáticas disponíveis. Analisamos os resultados provindos das órbitas dos aglomerados abertos, para os quais temos boas estimativas de idades e de composição química, e procuramos por correlações entre estas quantidades e os parâmetros orbitais calculados. Comparamos os nossos resultados com estudos semelhantes e recentes na literatura.

9.1 Esquema de integração das órbitas

Para as amostras de objetos que estudamos, temos informação sobre suas posições celestes, distâncias heliocêntricas, velocidades radiais e movimentos próprios. Em nosso esquema de integração, achamos conveniente a resolução das equações de movimento com as posições e velocidades dadas em coordenadas cilíndricas (R, θ, z) ¹ e no sistema Galactocêntrico apresentado no capítulo 1. Utilizando o esquema geométrico apresentado na figura 2.2, e lembrando que d_p é a distância heliocêntrica do objeto projetada no plano Galáctico ($d_p = d \cos b$), obtemos as posições a partir do sistema de equações:

$$\begin{cases} R = \sqrt{R_0^2 + (d \cos b)^2 - 2R_0 d \cos b \cos l} \\ \theta = \text{sen}^{-1} \left(\frac{d \cos b}{R} \text{sen } l \right) \\ z = d \text{sen } b + z_0. \end{cases} \quad (9.1)$$

¹ Utilizamos a coordenada azimutal θ no lugar da convencional ϕ apenas para facilitar a associação com as equações presentes no capítulo 2.

Na última igualdade, corrigimos as alturas z dos objetos adotando a altura solar $z_0 = +20$ pc acima do plano Galáctico (e.g. $z_0 = +14,8 \pm 2,4$ pc - Bonatto et al. 2006; $z_0 = +24,2 \pm 1,7$ pc - Maíz-Apellániz 2001; $z_0 = +25 \pm 5$ pc - Jurić et al. 2008). De posse das velocidades radiais heliocêntricas, movimentos próprios, distâncias e coordenadas Galácticas, utilizamos as expressões apresentadas na equação 2.10 para a obtenção das velocidades U , V e W no sistema heliocêntrico. Para as velocidades no sistema Galactocêntrico Π , Θ e Z , utilizamos as expressões na equação 2.11 para a correção das velocidades U , V e W do movimento solar e do movimento do LSR. As componentes radiais V_R e azimutais V_ϕ Galactocêntricas das velocidades no plano do disco são obtidas a partir do par de equações 2.12. Com o vetor de posições $[R, \theta, z]$ e velocidades $[V_R, \Omega, Z]$ formados ($\Omega = V_\phi/R$), resolvemos as equações de movimento para a órbita sob o potencial gravitacional axissimétrico Φ :

$$\ddot{R} = -\frac{\partial\Phi}{\partial R} + R\dot{\theta}^2 = \frac{dV_R}{dt} \quad (9.2)$$

$$\ddot{\theta} = -\frac{2}{R}\dot{R}\dot{\theta} = \frac{d\Omega}{dt} \quad (9.3)$$

$$\ddot{z} = -\frac{\partial\Phi}{\partial z} = \frac{dZ}{dt}. \quad (9.4)$$

A equação 9.3 expressa a conservação da componente do momento angular na direção do eixo- z , $\frac{dL_z}{dt} = \frac{d(R^2\dot{\theta})}{dt} = 0$, enquanto as equações 9.2 e 9.4 descrevem o movimento acoplado de oscilação da estrela no plano meridional $R - z$. As derivadas temporais nas equações de movimento acima são utilizadas no integrador numérico que implementa o método Runge-Kutta de 5ª ordem (capítulo 4), e que retorna as posições e velocidades para um passo de tempo $t + \Delta t$. A seguir, apresentamos os resultados da integração de órbitas para a amostra de aglomerados abertos.

9.2 Órbitas de aglomerados abertos

Utilizamos novamente o catálogo DLAM de aglomerados abertos de Dias et al. (2002), já apresentado no capítulo 6 (§ 6.2.1). A presente versão 3.3 do mesmo contém 605 aglomerados com dados de distâncias, idades, velocidades radiais e movimentos próprios. Utilizamos esta subamostra para o esquema de integração de órbitas apresentado na seção anterior.

Não realizamos nenhuma seleção baseada nos erros observacionais dos dados presentes no catálogo; utilizamos todos os objetos com informações espaciais e cinemáticas disponíveis. No entanto, levamos em consideração a influência dos erros observacionais sobre os parâmetros orbitais calculados. A partir de uma simulação Monte Carlo, para cada aglomerado, realizamos um total de 100 integrações de órbitas mudando os valores do vetor de entrada $[R, \theta, z, V_R, \Omega, Z]$ em cada realização levando em conta seus erros estimados $[\sigma_R, \sigma_\theta, \sigma_z, \sigma_{V_R}, \sigma_\Omega, \sigma_Z]$. Para cada realização, cada parâmetro A_i do vetor é obtido a partir da relação: $A_i = A + \sigma_A \times \mathbf{rand}$, onde A é o valor obtido a partir dos dados catalogados e σ_A a sua incerteza associada; \mathbf{rand} é um número aleatório gerado a partir de uma distribuição normal com média 0 e desvio padrão igual a 1. As incertezas σ_A em cada parâmetro de entrada são derivadas dos erros observacionais em velocidade radial e movimento próprio presentes no catálogo, e de um erro relativo de 10% adotado para as distâncias, sendo todos considerados como Gaussianos. As 100 órbitas computadas fornecem as distribuições para cada parâmetro orbital e das quais são calculados os valores médios e desvios padrão.

As órbitas dos aglomerados são integradas ‘para trás’ no tempo e sobre um intervalo total de 5 Ganos. Este tempo de integração é escolhido para assegurar que os aglomerados executem várias órbitas galácticas e os parâmetros orbitais médios sejam determinados satisfatoriamente. A figura 9.1 mostra uma órbita típica de um aglomerado (neste caso o NGC 5316) no sistema Cartesiano de coordenadas Galácticas. A regularidade apresentada por esta órbita é uma evidência de que o nosso método numérico para interpolação do potencial do disco é eficiente no que se refere à conservação da energia e momento angular orbital.

Os parâmetros orbitais derivados das integrações são os raios apogalácticos R_a e perigalácticos R_p , as excentricidades e e o valor absoluto das alturas máximas z_{\max} atingidas com relação ao plano Galáctico. Os raios R_a e R_p são determinados a partir dos valores

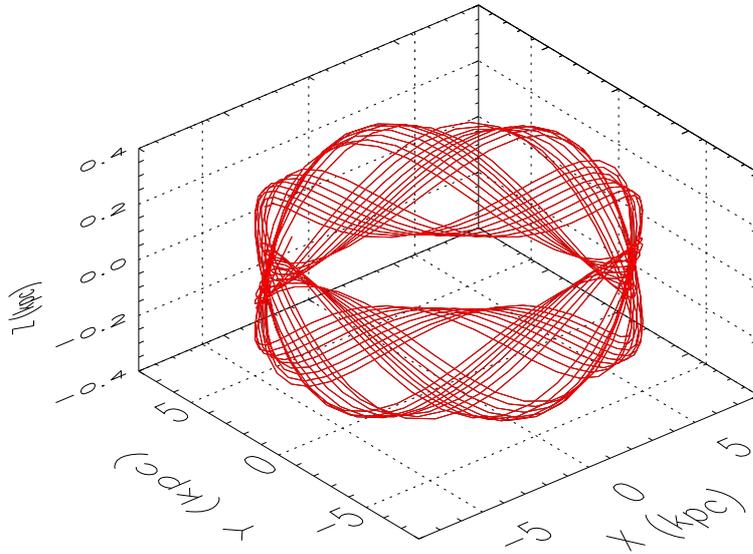


Figura 9.1: Órbita típica de aglomerado aberto (NGC 5316) calculada para um tempo total de 5 Ganos. O plano $x - y$ corresponde ao plano-médio do disco Galáctico, na altura $z = 0$.

máximo e mínimo, respectivamente, da distância Galactocêntrica do aglomerado na órbita integrada pelo tempo de 5 Ganos. As excentricidades orbitais são derivadas dos raios apo- e perigalácticos na forma:

$$e = \frac{R_a - R_p}{R_a + R_p} \quad (9.5)$$

Como apontado por Wu et al. (2009), os erros finais nos parâmetros orbitais devem incluir dois tipos de incertezas: uma associada à variação intrínseca dos parâmetros dentro do intervalo de integração de 5 Ganos, possivelmente devido a efeitos de caos e/ou distribuições complexas de famílias orbitais (Dinescu et al. 1999); e outra, sendo a principal fonte, vem dos erros observacionais nos dados de entrada mencionados anteriormente. Wu et al. estimaram que as excentricidades orbitais e as alturas máximas z_{\max} são afetadas principalmente pelas incertezas nas distâncias dos objetos. A grande incerteza sobre e é propagada das incertezas de ambos R_a e R_p . A grande incerteza sobre z_{\max} vem do fato

da maioria dos aglomerados possuem pequenas alturas z e se moverem próximo ao plano do disco, fazendo com que pequenas mudanças nos dados de entrada produzam grandes variações relativas das suas órbitas na direção perpendicular ao plano.

Dos 605 aglomerados, 13 apresentaram órbitas cujos raios apogalácticos $R_a + \sigma_{R_a}$ e alturas máximas $z_{\max} + \sigma_{z_{\max}}$ excederam os limites da grade utilizada para a interpolação do potencial do disco. Embora tenhamos adotado que para as órbitas que ultrapassam os limites da grade o potencial do disco é obtido do potencial de Miyamoto e Nagai, não garantimos uma perfeita continuidade do campo de forças nas fronteiras da grade. Dessa forma, não consideramos estas 13 órbitas como acuradamente calculadas e as retiramos da amostra final. A figura 9.2 mostra as distribuições dos parâmetros orbitais para os 592 aglomerados com órbitas calculadas através do método descrito acima (histogramas azuis). Para comparação, também mostramos as distribuições obtidas nos estudos de Wu et al. (2009) (histogramas vermelhos) e de Vande Putte et al. (2010) (histogramas verdes). Estes dois trabalhos também utilizam o catálogo DLAM de aglomerados abertos, porém relativo a uma versão que continha dados de distâncias e velocidades espaciais para cerca de 480 objetos. O maior número de aglomerados na nossa amostra deve ser levado em consideração nas comparações das distribuições na figura 9.2. Embora os aspectos gerais das distribuições de cada parâmetro concordem razoavelmente bem entre si, verificamos ligeiros desvios dos nossos resultados com relação aos da literatura. A nossa distribuição de raios apogalácticos apresenta um sistemático desvio para maiores valores em raios $R_a \gtrsim 9$ kpc quando comparado à distribuição de Wu et al. De modo contrário, nossos raios perigalácticos apresentam sistematicamente um desvio para menores valores comparado aos de Wu et al., para raios $R_p \lesssim 7$ kpc. Isto implica que, em média, nossas órbitas apresentam deslocamentos radiais maiores que as órbitas dos outros autores. Isto pode ser confirmado ao se observar as distribuições de excentricidades; para excentricidades $e > 0,1$, nossa distribuição apresenta excessos de objetos com órbitas mais excêntricas comparado às dos outros autores. A nossa distribuição de alturas máximas apresenta valores sistematicamente maiores com relação às da literatura para $z_{\max} \gtrsim 0,2$ kpc.

Estes desvios nas distribuições dos parâmetros orbitais são principalmente devido aos diferentes modelos para a distribuição de massa da Galáxia adotados nos trabalhos. O modelo do potencial gravitacional Galáctico empregado por Wu et al. corresponde ao

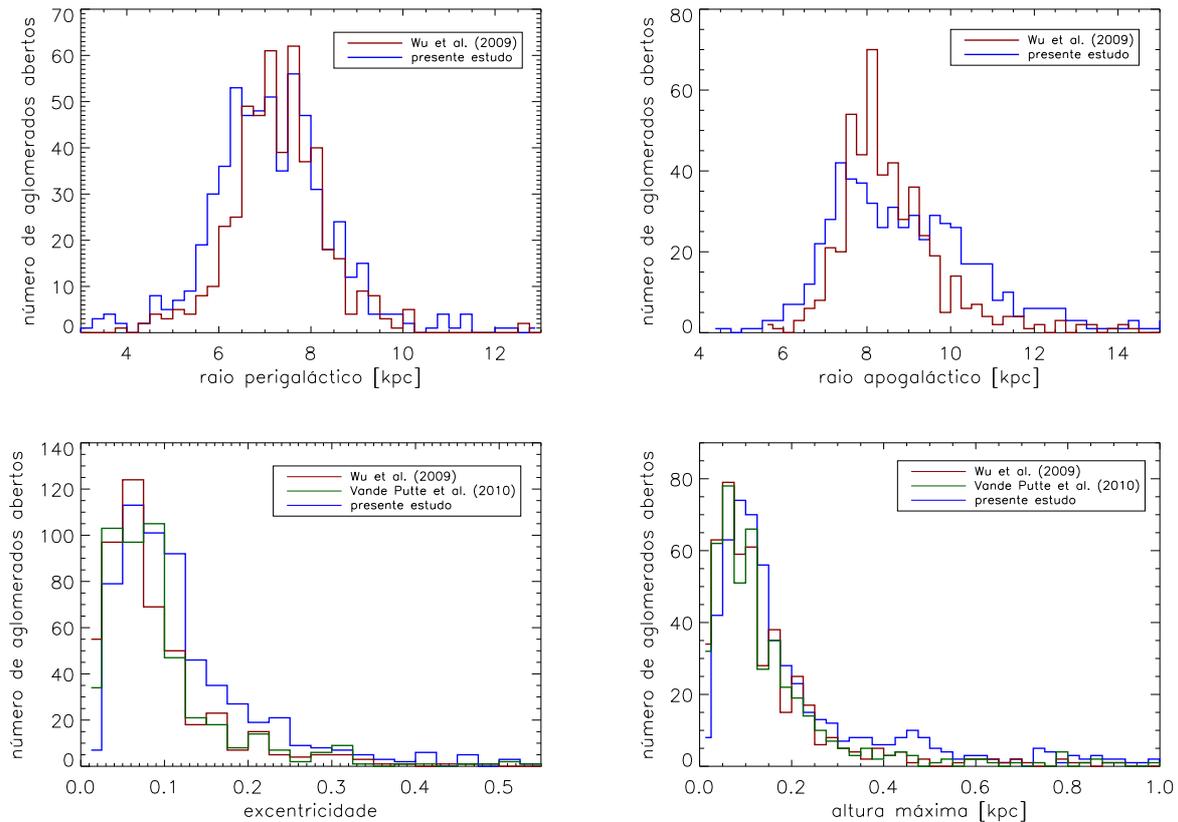


Figura 9.2: Distribuições dos parâmetros orbitais dos aglomerados abertos. Para os raios peri- e apogalácticos, são apresentadas as distribuições obtidas no presente estudo (histogramas azuis) e as determinadas por Wu et al. (2009) (histogramas vermelhos). Para as distribuições de excentricidades e alturas máximas acima do plano, também são apresentados os resultados de Vande Putte et al. (2010) (histogramas verdes).

modelo analítico de Allen e Santillan (1991), com discos do tipo Miyamoto e Nagai, e com uma massa total para a Galáxia de $9 \times 10^{11} M_{\odot}$. Vande Putte et al. utilizam o potencial Galáctico proposto por Fellhauer et al. (2006), o qual é composto por um bojo com um perfil de Hernquist e um halo massivo que contribui com um potencial logarítmico, nas mesmas formas utilizadas no presente estudo (seções 8.1.1.1 e 8.1.1.2). O modelo de disco adotado por estes autores também é na forma proposta por Miyamoto e Nagai. Somando as massas do bojo e do disco no modelo de Vande Putte et al., temos um total de $1,34 \times 10^{11} M_{\odot}$, aproximadamente duas vezes maior comparado ao nosso modelo ($7 \times 10^{10} M_{\odot}$, tabela 8.3). Se considerarmos as estimativas apontadas por Flynn et al. (2006, e referências citadas) de que estudos baseados na distribuição de brilho da Galáxia apontam para massas totais (bojo + disco) no intervalo $5 - 7 \times 10^{10} M_{\odot}$, concluímos que o modelo

utilizado por Vande Putte et al. superestima o valor atribuído à massa bariônica na Galáxia. Na verdade, esta parece ser uma característica geral dos modelos Galácticos que utilizam as expressões analíticas de Miyamoto e Nagai para o potencial e densidade do disco. Embora estes modelos consigam reproduzir razoavelmente bem características dinâmicas como a curva de rotação e o perfil vertical local da força gravitacional do disco, eles geralmente atribuem massas muito altas para as componentes. De fato, calculando a densidade superficial local do disco até a altura $|z| = 1,1$ kpc e com a expressão para a densidade espacial ρ de Miyamoto e Nagai (equação 8.49) com os parâmetros M , a e b de Vande Putte et al., encontramos um valor $\Sigma_{0_d} = 103 M_{\odot} \text{ pc}^{-2}$, enquanto os valores estimados na literatura ficam dentro do intervalo $48 - 56 M_{\odot} \text{ pc}^{-2}$.

Apesar das distribuições de cada parâmetro orbital apresentarem formas parecidas mesmo utilizando-se diferentes modelos de massa, as correlações um para um entre os parâmetros individuais podem não ser muito fortes. A partir da figura 9.3, observamos que as melhores correlações ocorrem apenas para os raios apo- e perigalácticos, comparando os nossos resultados com os de Wu et al. Para excentricidades e alturas máximas, a dispersão em torno da relação um para um é relativamente alta.

Passamos para a análise de correlações entre os parâmetros orbitais e parâmetros físicos estimados como idades e composição química dos aglomerados. A figura 9.4 mostra as distribuições de idades e metalicidades $[\text{Fe}/\text{H}]$ para a amostra de 592 aglomerados com parâmetros orbitais calculados no presente estudo. Desta amostra, temos 582 aglomerados com dados de idades e 145 aglomerados com dados de metalicidades no catálogo DLAM.

Antes de investigar a dependência dos parâmetros orbitais com a metalicidade, devemos analisar o comportamento da variação radial da metalicidade dos aglomerados no disco Galáctico. No capítulo 6, discutimos o gradiente radial de metalicidade dos aglomerados focando na presença da queda abrupta de abundância de cerca de 0,3 dex após o raio de co-rotação. A partir do gradiente da razão $[\text{Fe}/\text{H}]$ mostrado na figura 9.5, original de Lépine et al. (2011), vemos que a maioria dos aglomerados situados após a co-rotação (linha vertical verde tracejada) apresentam metalicidades com valores abaixo de -0,2 dex. O contrário ocorre para os aglomerados em raios interiores à co-rotação, com a maioria apresentando $[\text{Fe}/\text{H}] > -0,2$ dex. A distribuição de $[\text{Fe}/\text{H}]$ na figura 9.4 também mostra uma ausência de objetos com metalicidades em torno deste valor. Lépine et al. (2011)

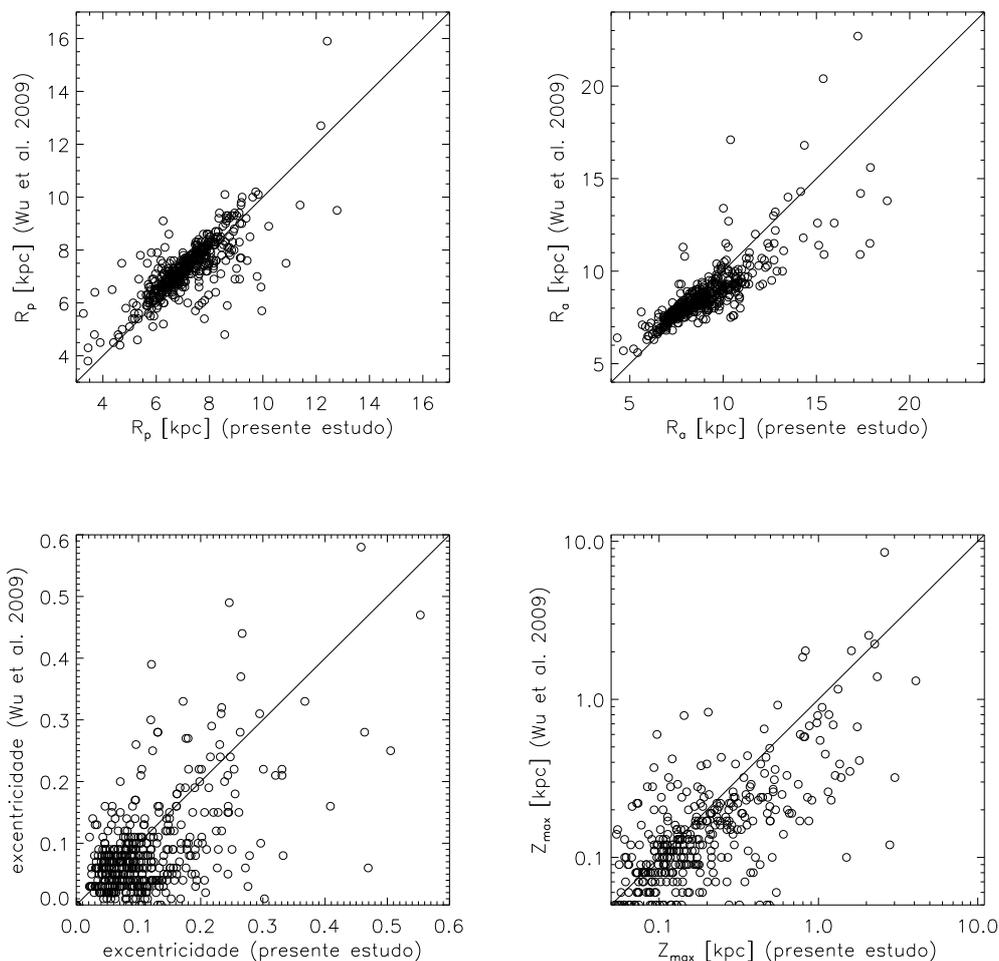


Figura 9.3: Comparação dos parâmetros orbitais dos aglomerados abertos derivados no presente estudo com os obtidos por Wu et al. (2009). As retas em cada painel indicam a relação um para um.

argumentam que uma possibilidade para o nivelamento do gradiente nas regiões externas do disco é o fluxo de gás de metalicidade relativamente alta originado da co-rotação, o que é uma consequência da interação do gás com o potencial espiral perturbador. Outra possibilidade levantada pelos autores é de que uma grande fração dos aglomerados que são atualmente observados em raios Galácticos de 15 – 20 kpc tenham nascido em raios menores. Lépine et al. mostram que esta segunda possibilidade se sustenta pelo fato de que em grandes raios Galácticos, para uma mesma energia de perturbação, as órbitas varrem um intervalo radial maior do que aquelas em raios mais internos. Dessa forma, podemos esperar que aglomerados no disco externo da Galáxia, com metalicidades menores que $-0,2$ dex, apresentem órbitas com excentricidades relativamente altas. Estes autores também

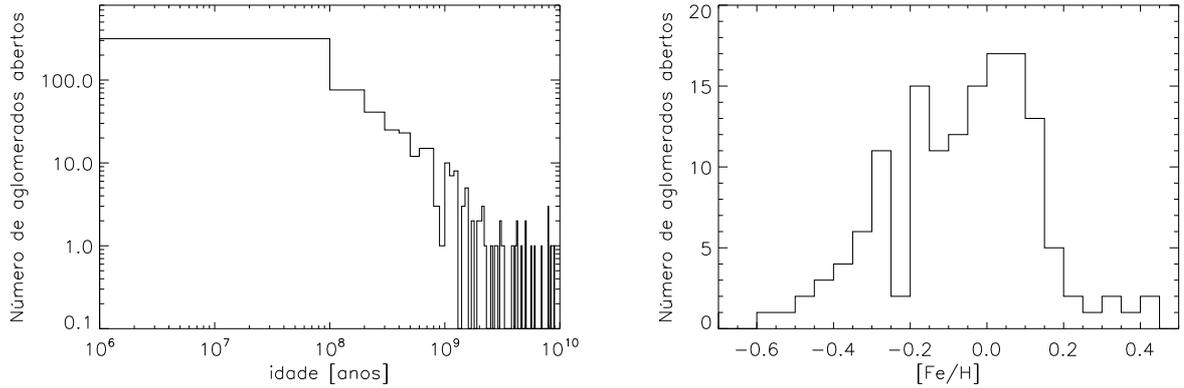


Figura 9.4: Histogramas para as distribuições de idade (painel à esquerda) e metalicidade $[\text{Fe}/\text{H}]$ (painel à direita) da amostra de aglomerados abertos do catálogo DLAM com dados de distâncias e velocidades espaciais.

apontam que as grandes alturas z observadas dos aglomerados em grandes raios são outro argumento a favor da hipótese dos mesmos terem nascido em raios mais internos. Uma vez que a força gravitacional perpendicular ao disco decresce com o raio Galáctico, a amplitude da oscilação da órbita na direção z aumenta ao passo que a estrela se move para raios maiores. Isto implica que os aglomerados no disco externo, com $[\text{Fe}/\text{H}] < -0,2$ dex, também são aqueles que possuem as órbitas que atingem as maiores alturas máximas z_{max} com relação ao plano.

As hipóteses levantadas acima acerca das excentricidades e alturas máximas são comprovadas nas figuras 9.6 e 9.7. A figura 9.6 mostra que a grande maioria dos aglomerados com razão $[\text{Fe}/\text{H}] < -0,2$ dex também apresentam altas excentricidades, $e > 0,2$. A mesma anti-correlação é observada entre a metalicidade e a altura máxima z_{max} na figura 9.7; a maioria dos aglomerados com $[\text{Fe}/\text{H}] < -0,2$ apresenta $z_{\text{max}} \gtrsim 0,2$ kpc, o que corresponde a duas vezes a escala de altura do disco fino nos nossos modelos.

Em contrapartida, as excentricidades e alturas máximas não apresentam uma dependência muito clara com as idades dos aglomerados, como pode ser verificado a partir da figura 9.8.

A figura 9.9 mostra a correlação positiva entre as excentricidades e as alturas máximas das órbitas dos aglomerados. Na figura 9.10, apresentamos o mesmo tipo de gráfico agora para a subamostra de aglomerados com dados de metalicidade $[\text{Fe}/\text{H}]$. Separamos os objetos de acordo com aqueles que possuem $[\text{Fe}/\text{H}] < -0,2$ dex e aqueles que apresentam $[\text{Fe}/\text{H}] >$

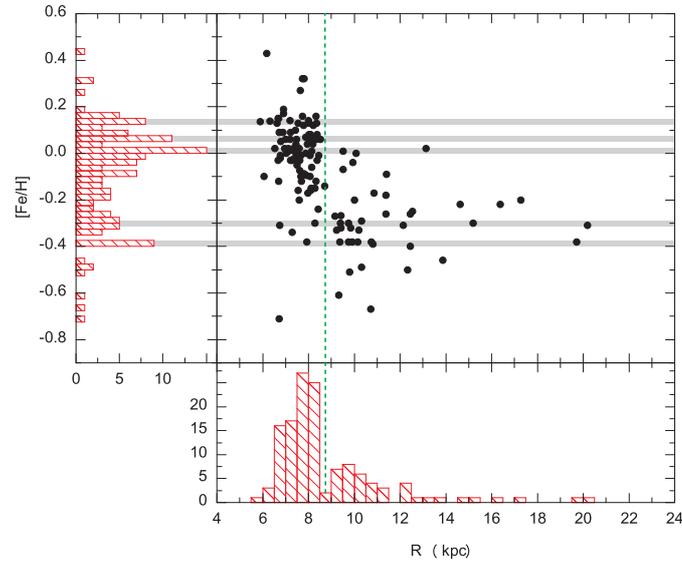


Figura 9.5: Metallicidade $[Fe/H]$ dos aglomerados abertos em função do raio Galáctico. Os histogramas das distribuições dos parâmetros graficados são apresentados nos eixos x e y . A linha vertical verde tracejada indica o raio de co-rotação. As bandas horizontais cinzas correspondem a picos na distribuição de metallicidades. Figura retirada de Lépine et al. (2011).

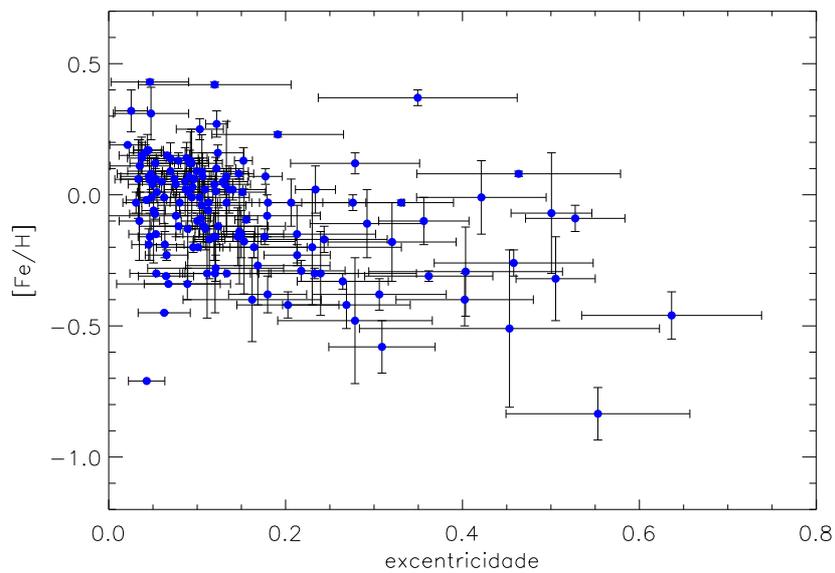


Figura 9.6: Relação entre as excentricidades das órbitas dos aglomerados abertos e suas metallicidades $[Fe/H]$. As barras de erro relativas à razão $[Fe/H]$ correspondem às incertezas catalogadas.

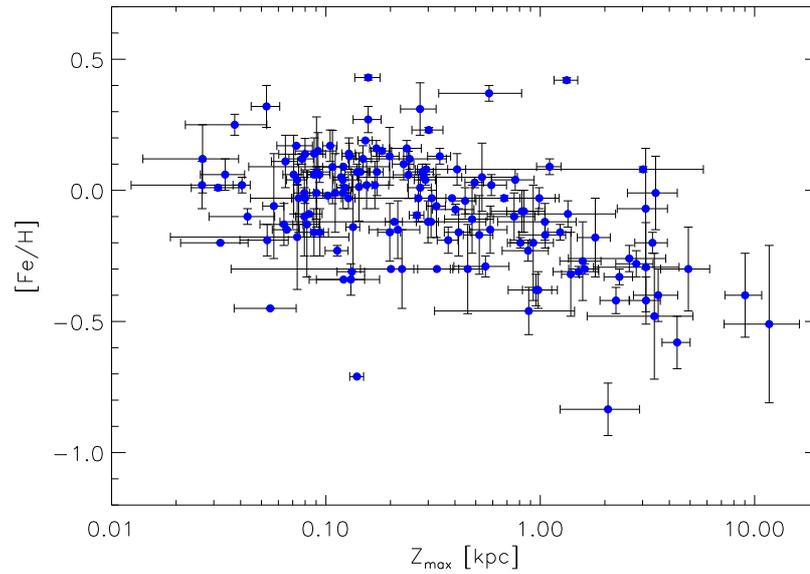


Figura 9.7: Relação entre as alturas máximas orbitais dos aglomerados abertos e suas metalicidades $[\text{Fe}/\text{H}]$.

$-0,2$ dex (pontos vermelhos e azuis, respectivamente). A figura novamente torna claro que a maioria dos aglomerados localizados no retângulo superior e à direita do gráfico, a região que contém as maiores excentricidades e alturas máximas, também são aqueles que apresentam metalicidades menores do que $-0,2$ dex. As regiões delimitadas pelas retas tracejadas no gráfico da figura 9.10 são baseadas no trabalho de Vande Putte et al. (2010); o autor considera que os aglomerados na região com os maiores valores de e e z_{max} são provavelmente de origem extragaláctica. No entanto, dados os argumentos de Lépine et al. (2011), vemos que estes aglomerados possivelmente são oriundos de regiões mais internas do disco Galáctico.

A série de figuras a seguir mostram órbitas de alguns aglomerados abertos, todas relativas ao intervalo de tempo total de 5 Ganos. Em cada figura, o painel à esquerda mostra a órbita projetada sobre o plano Galáctico, enquanto o painel à direita mostra a órbita no plano meridional. Os círculos vermelhos preenchidos indicam a posição atual observada de cada aglomerado. Da figura 9.11 à figura 9.19, temos as órbitas dos aglomerados: NGC 188, NGC 2682 (M67), NGC 2420, NGC 752, NGC 2506, Berkeley 33, Berkeley 20, Berkeley 29, Berkeley 31 e NGC 6791. Escolhemos estes aglomerados por que suas órbitas são apresentadas em Wu et al. (2009), o que torna fácil a comparação dos resultados obtidos

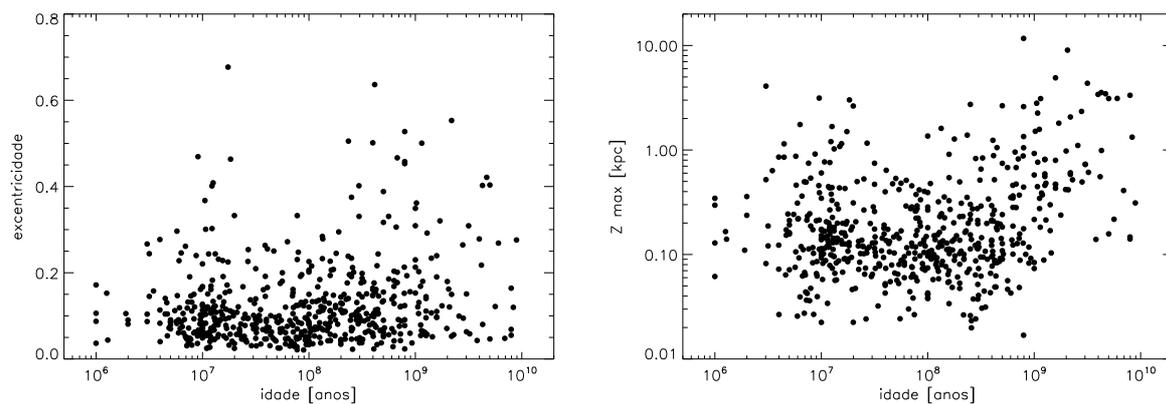


Figura 9.8: Dependência dos parâmetros orbitais dos aglomerados abertos (excentricidades e alturas máximas ao plano) em função das suas idades.

nos diferentes estudos. Além disso, Wu et al. também apresentam as mesmas órbitas para três modelos diferentes do potencial Galáctico. Os cinco primeiros aglomerados listados acima foram estudados por Carraro e Chiosi (1994), com suas órbitas também apresentadas por estes autores. Todos os dez aglomerados acima possuem idades no intervalo $0,5 - 8,0 \times 10^9$ anos. Aglomerados velhos têm recebido grande atenção devido ao fato de representarem peças-chave no estudo da evolução química e dinâmica do disco da Galáxia (Carraro e Chiosi 1994).

Todas as órbitas no plano meridional apresentadas nas figuras são do tipo *boxy*. Os aglomerados se movem no plano meridional dentro das áreas delimitadas pelas curvas de velocidade-zero, preenchendo quase simetricamente a região em seu interior. As órbitas projetadas no plano Galáctico tornam claro o movimento quasi-periódico dos aglomerados, confinado às regiões delimitadas pelos raios peri- e apogalácticos. Como pode ser notado na figura 9.18, o aglomerado Berkeley 29 possui uma órbita com raio apogaláctico $R_a \sim 75$ kpc e altura máxima $z_{\max} \sim 65$ kpc, ultrapassando portanto os limites da grade de interpolação do potencial do disco. Este é um dos aglomerados que foram excluídos da nossa amostra final por esta razão. Vande Putte et al. (2010) excluem os aglomerados Berkeley 20, 29, 31 e 33 da sua amostra final pelo fato destes apresentarem movimentos próprios catalogados com valores muito altos, o que parece improvável dadas as suas grandes distâncias heliocêntricas. Estes objetos estão entre os sete aglomerados mais distantes do Sol. Os autores argumentam que os altos movimentos próprios destes aglomerados possivelmente são

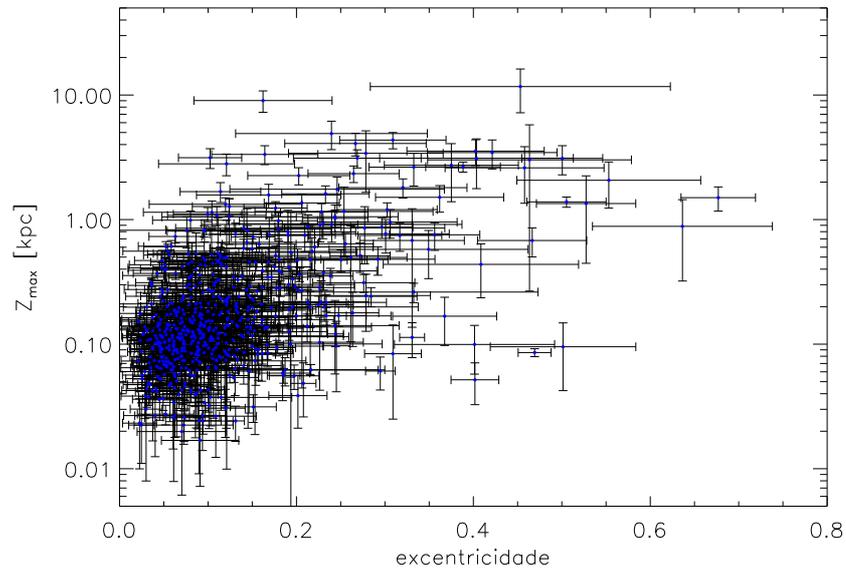


Figura 9.9: Relação entre as excentricidades orbitais e alturas máximas acima do plano para amostra de aglomerados abertos com órbitas calculadas no presente estudo.

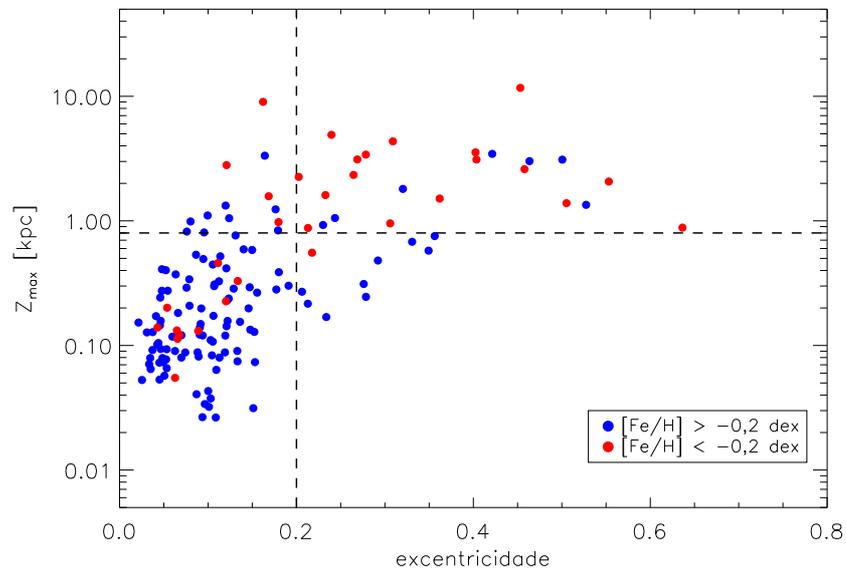


Figura 9.10: Mesma relação apresentada na figura 9.9 para subamostra de aglomerados com dados de metalicidades. Os círculos azuis e vermelhos correspondem a aglomerados com razão $[\text{Fe}/\text{H}] > -0,2$ e $[\text{Fe}/\text{H}] < -0,2$ dex, respectivamente.

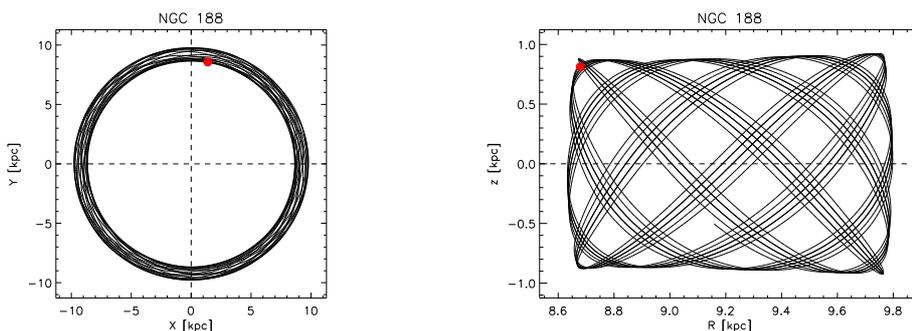


Figura 9.11: Órbita do aglomerado aberto NGC 188.

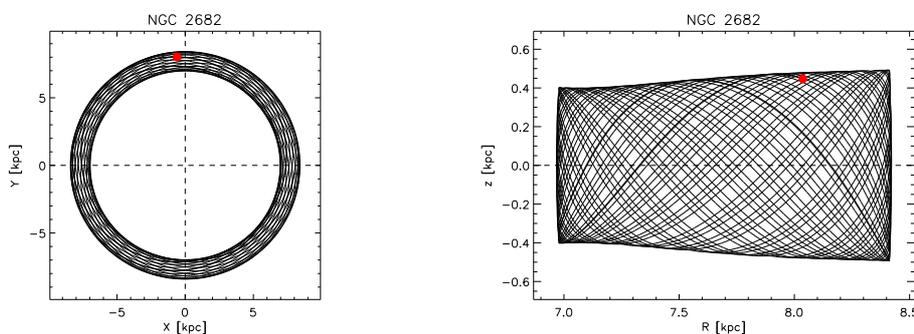


Figura 9.12: Órbita do aglomerado aberto NGC 2682.

enviesados por associações próximas de estrelas do campo. Além disso, Berkeley 29 apresenta uma velocidade de rotação retrógrada ($V_\phi < 0$), um resultado também encontrado por Vande Putte et al. (2010) e Frinchaboy e Majewski (2008). Este também é o caso do aglomerado Berkeley 75, também excluído da nossa amostra final. A figura 9.21 apresenta as órbitas para a mesma série de aglomerados obtidas por Wu et al. (2009), utilizando o modelo do potencial Galáctico de Allen e Santillan (1991).

Investigamos brevemente a dependência dos parâmetros orbitais dos aglomerados com o modelo adotado para o perfil vertical de densidade do disco. No capítulo 8 e na tabela 8.1, apresentamos os três modelos com diferentes escalas de altura locais h_{z0} empregados neste estudo. Os parâmetros orbitais dos aglomerados obtidos neste capítulo foram derivados a partir do potencial Galáctico que emprega o modelo 1 da distribuição de massa. Para o modelo 1, adotamos as escalas de altura dos discos fino e espesso como as estimadas por Lépine e Leroy (2000). No modelo 3, utilizamos as escalas de altura dadas em Jurić et al. (2008), as quais são aproximadamente cerca de três vezes maiores do que as de Lépine et

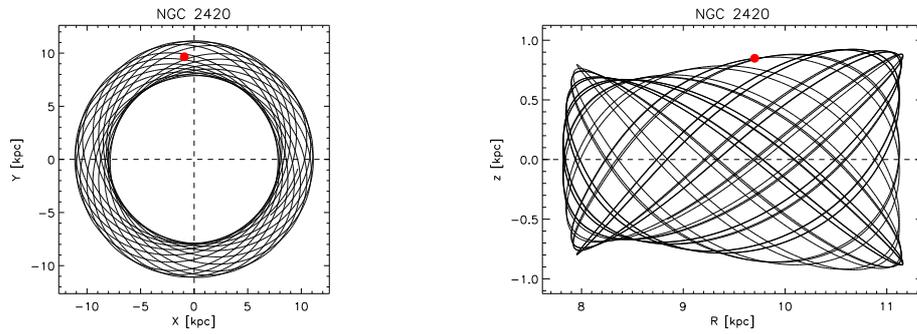


Figura 9.13: Órbita do aglomerado aberto NGC 2420.

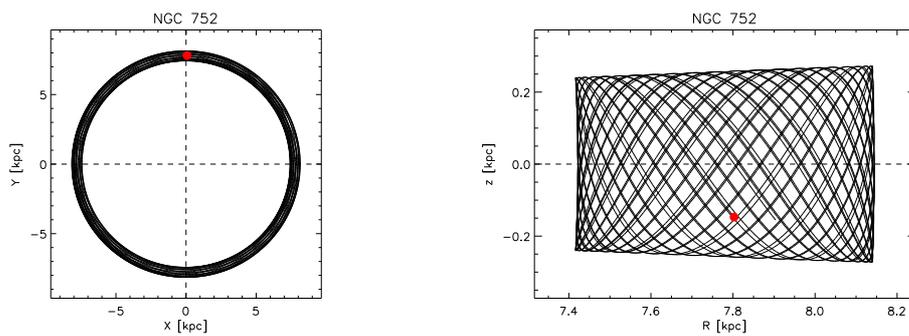


Figura 9.14: Órbita do aglomerado aberto NGC 752.

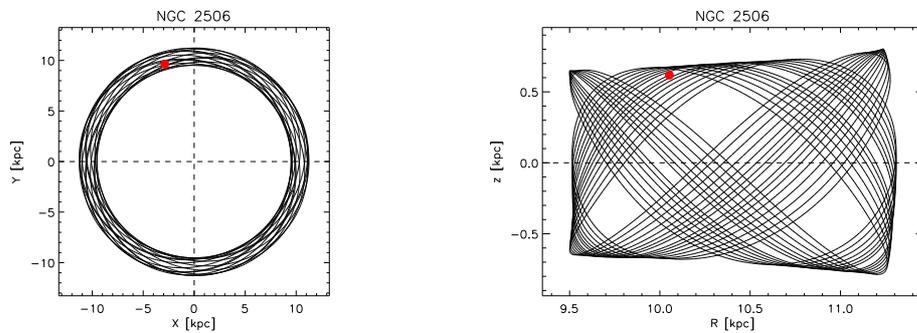


Figura 9.15: Órbita do aglomerado aberto NGC 2506.

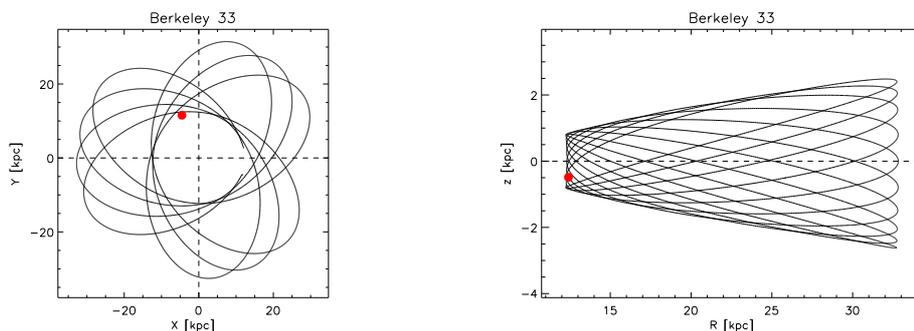


Figura 9.16: Órbita do aglomerado aberto Berkeley 33.

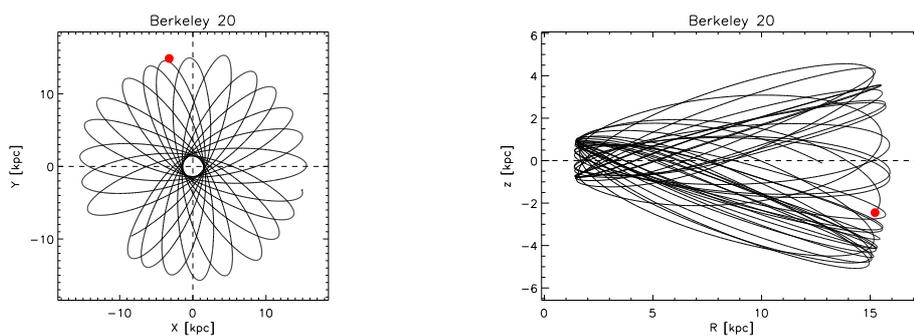


Figura 9.17: Órbita do aglomerado aberto Berkeley 20.

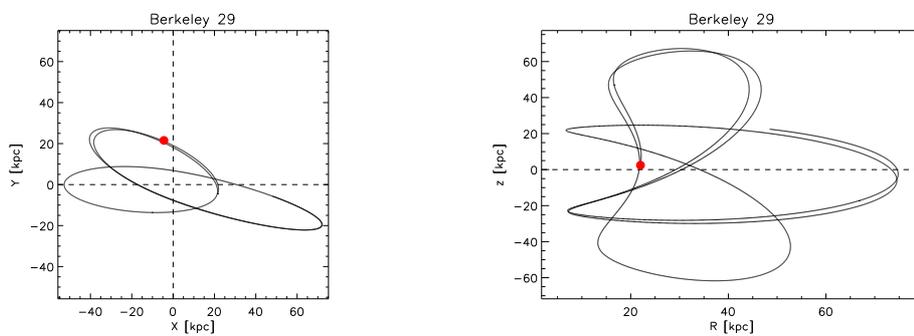


Figura 9.18: Órbita do aglomerado aberto Berkeley 29.

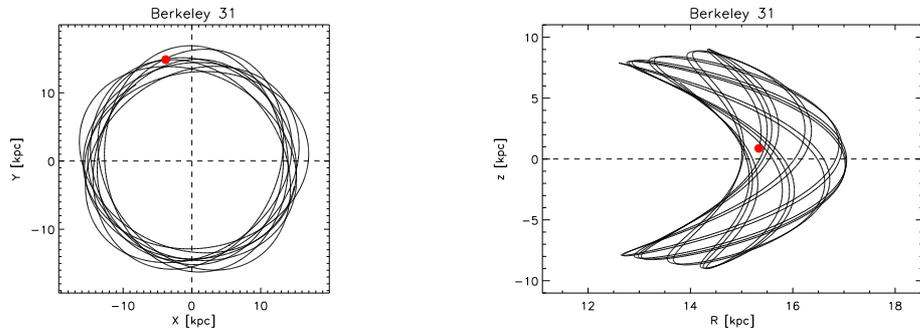


Figura 9.19: Órbita do aglomerado aberto Berkeley 31.

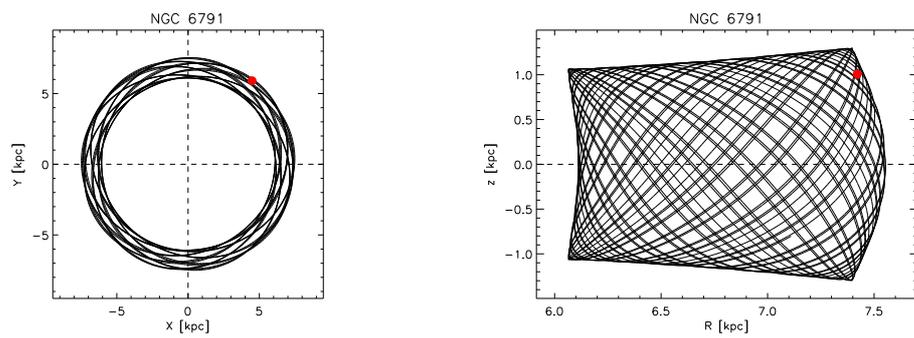


Figura 9.20: Órbita do aglomerado aberto NGC 6791.

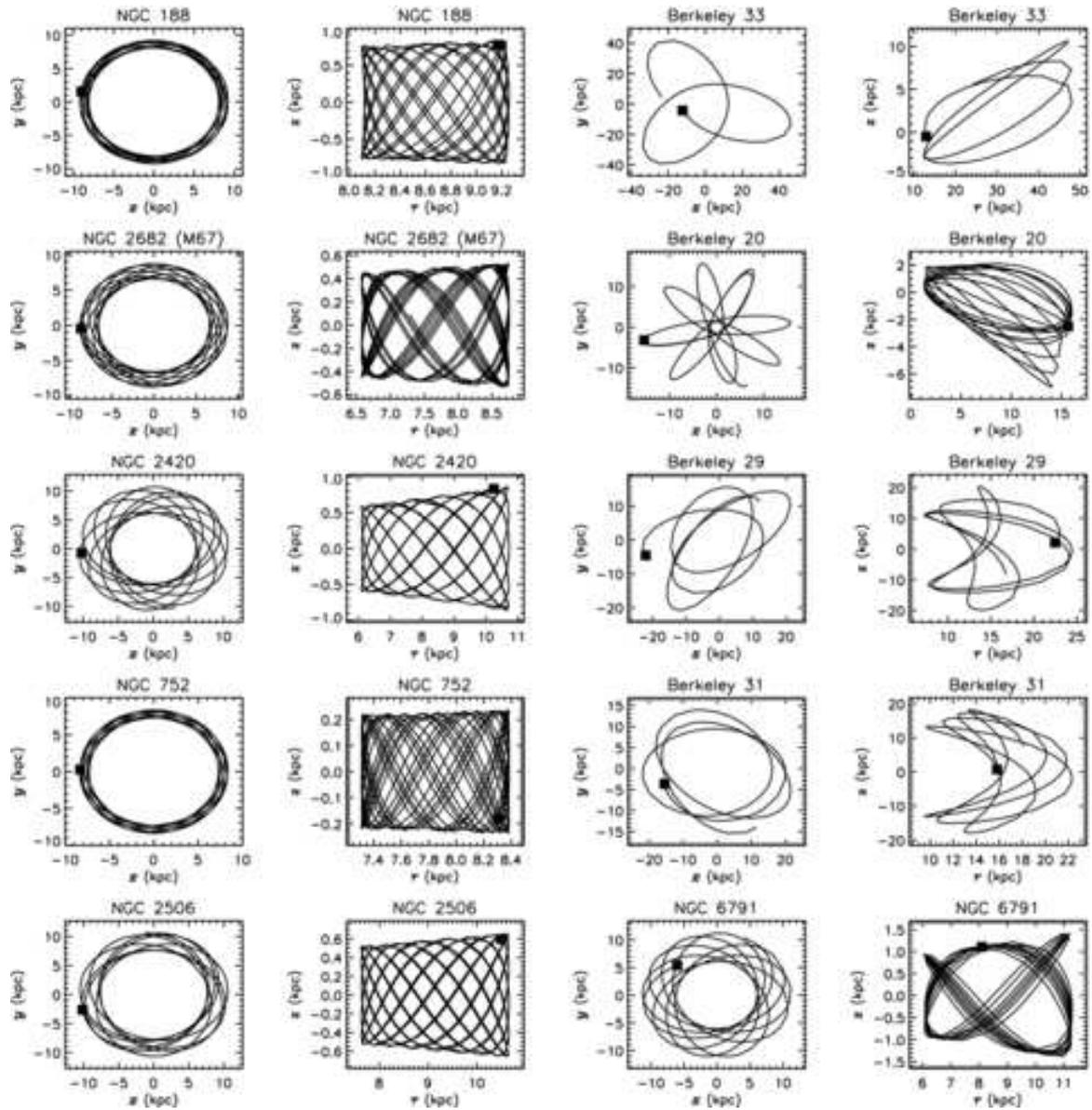


Figura 9.21: Órbitas apresentadas em Wu et al. (2009) para a mesma seqüência de órbitas de aglomerados abertos da figura 9.11 à figura 9.19. Figura retirada do artigo original de Wu et al.

al. É importante enfatizar que as massas totais dos discos, assim como todos os outros parâmetros estruturais, são as mesmas em cada modelo, a única diferença sendo portanto os valores das escalas de altura.

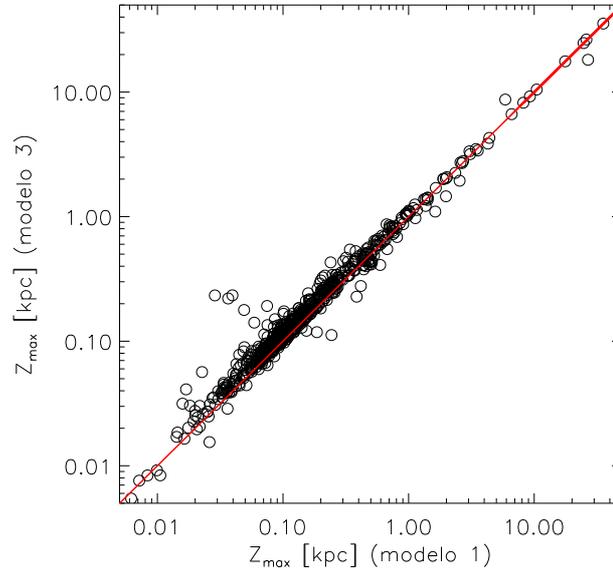


Figura 9.22: Comparação entre as alturas máximas das órbitas dos aglomerados abertos obtidas a partir dos modelos 1 e 3 para a distribuição de massa do disco na direção perpendicular ao plano Galáctico.

Na figura 9.22, apresentamos uma comparação das alturas máximas z_{\max} das órbitas dos aglomerados abertos computadas utilizando ambos os modelos 1 e 3. Verificamos que para $z_{\max} \gtrsim 1,0$ kpc, os modelos geram resultados razoavelmente compatíveis. No entanto, para alturas $z_{\max} \lesssim 1,0$ kpc, os valores gerados a partir do modelo 3 são sistematicamente maiores do que aqueles oriundos do modelo 1, mesmo com uma dispersão pequena em torno da relação um para um. Esta tendência pode ser explicada como sendo o resultado de que para o modelo 3 a densidade de massa decresce com a altura z ao plano de uma forma mais lenta comparada à do modelo 1. Isto implica que a quantidade de massa do disco entre um determinado intervalo de alturas $\pm z$ é menor para o modelo 3, levando a uma menor força gravitacional perpendicular ao disco nestas alturas. Neste caso, a amplitude da oscilação vertical das órbitas pode atingir maiores valores, o que explica as alturas máximas maiores obtidas para as órbitas calculadas com o modelo 3. O modelo 2, cujas escalas de altura são baseadas no estudo de Polido et al. (2013) e as quais possuem valores intermediários às dos modelos 1 e 3, gera uma tendência similar para a relação entre alturas máximas

mostradas acima, quando comparado ao modelo 1, porém com uma dispersão menor em torno da relação um para um.

Baseados na distribuição de excentricidades orbitais de amostras de estrelas gigantes e estrelas anãs de tipos F e G do disco, Wu et al. (2009) concluíram que objetos com excentricidades maiores que 0,3 apresentam uma maior probabilidade de pertencerem ao disco espesso. Aplicando este mesmo valor limite para sua amostra de excentricidades orbitais de aglomerados abertos, os autores encontraram que 3,7% da amostra é provavelmente composta por aglomerados do disco espesso. Para a nossa distribuição de excentricidades orbitais de aglomerados abertos, 35 objetos apresentam excentricidades maiores que 0,3, correspondendo a cerca de 5,9% da amostra total.

Também investigamos as implicações de um modelo de massa similar ao modelo 1, porém com uma massa maior para as componentes bojo e disco. Este modelo, o qual chamaremos modelo 1M, é motivado pelo fato de que estudos recentes baseados na cinemática estelar da vizinhança solar apontam para um valor médio da velocidade angular local (LSR) de $\Omega_0 \approx 31 \text{ km s}^{-1} \text{ kpc}^{-1}$ (capítulo 1). Adotando o mesmo raio Galáctico da órbita solar $R_0 = 7,5 \text{ kpc}$, a velocidade angular acima corresponde a uma velocidade de rotação local $V_0 = 232,5 \text{ km s}^{-1}$. Para ajustar a curva de rotação observada com este novo valor de V_0 , alteramos apenas alguns valores dos parâmetros do modelo 1 listados na tabela 8.2. As alterações foram as seguintes: $M_b = 2,65 \times 10^{10} M_\odot$; $\Sigma_{0_{df}} = 43,5 M_\odot \text{ pc}^{-2}$; $R_{df} = 2,45 \text{ kpc}$; $R_{dcf} = 2,25 \text{ kpc}$; $\Sigma_{0_{de}} = 13,05 M_\odot \text{ pc}^{-2}$; $R_{de} = 2,5 \text{ kpc}$. Estas alterações resultam em uma densidade superficial local do disco de $\Sigma_{0_d} \approx 70 M_\odot \text{ pc}^{-2}$ e uma massa total do disco de $M_d = 5,55 \times 10^{10} M_\odot$. A massa total do sistema bojo + disco neste modelo 1M é de $M_{\text{bojo+disco}} = 8,2 \times 10^{10} M_\odot$, 17% maior que a do modelo 1.

Comparamos os valores dos parâmetros orbitais dos aglomerados abertos obtidos com os potenciais resultantes dos modelos 1 e 1M na figura 9.23. Como pode ser notado, a relação um para um entre os raios perigalácticos é bem estabelecida. No entanto, a correspondência entre os raios apogalácticos só é obtida até raios $R_a \sim 10 \text{ kpc}$. Após este raio, o modelo 1M gera sistematicamente raios apogalácticos menores que os do modelo 1. Para as excentricidades orbitais e alturas máximas, a correspondência entre os parâmetros fica abaixo da relação um para um em toda a faixa de valores, no sentido do modelo 1M gerar valores mais baixos que os do modelo 1. Isto é de certa forma esperado dado o

fato da maior massa atribuída ao modelo 1M produzir um campo de forças que limita com maior intensidade as variações das órbitas tanto em raios como em alturas ao plano. Podemos dizer que o modelo 1M estaria mais compatível com os modelos de Wu et al. (2009) e Vande Putte et al. (2010) no que se refere às distribuições dos parâmetros orbitais resultantes.

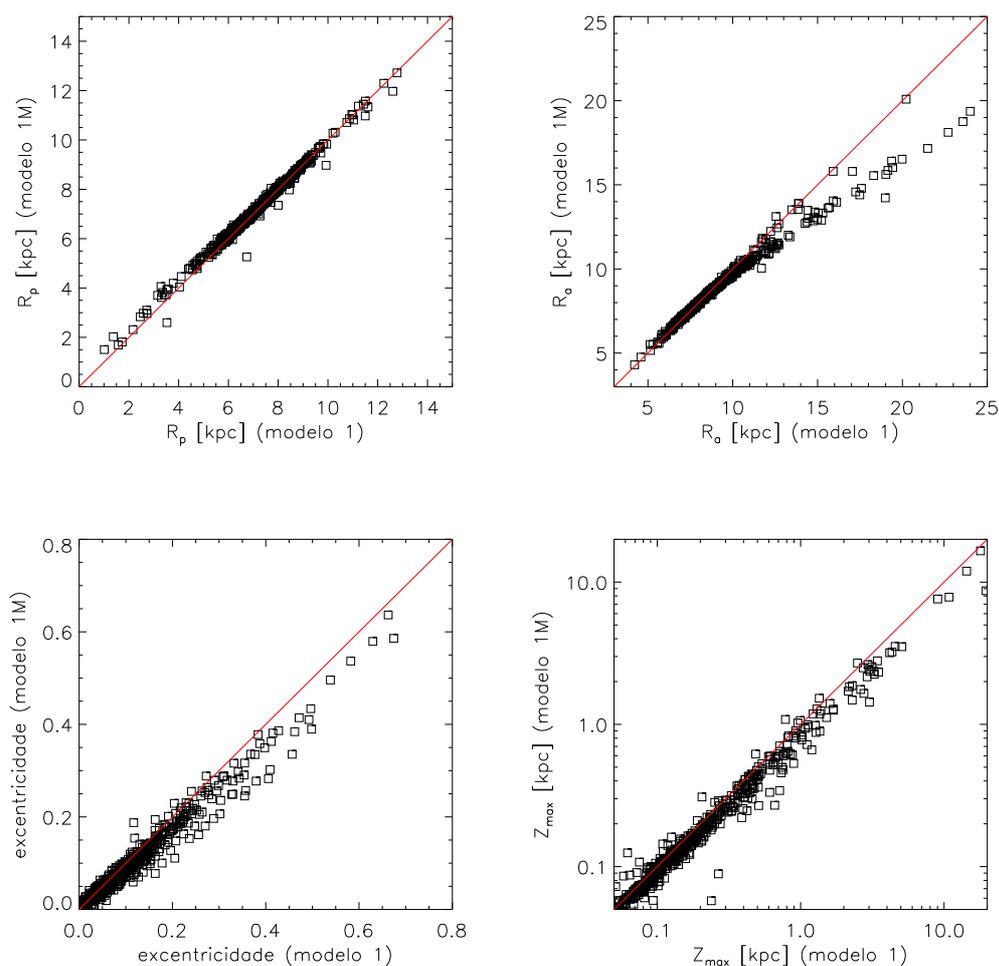


Figura 9.23: Comparação dos parâmetros orbitais dos aglomerados abertos derivados dos modelos 1 e 1M para a distribuição de massa da Galáxia. As retas vermelhas em cada painel indicam a relação um para um.

Conclusões e perspectivas

Neste capítulo, apresentamos uma síntese das análises e discussões sobre os resultados obtidos nos capítulos anteriores, além das considerações finais. Também são apresentadas as perspectivas para a continuidade de algumas das linhas de estudo desenvolvidas no decorrer deste projeto de pesquisa.

Neste trabalho, apresentamos argumentos para a existência de um mínimo na densidade estelar do disco localizado no raio de co-rotação da estrutura espiral da Galáxia. A formação de tal mínimo é proveniente da evolução secular do disco Galáctico induzida pelas trocas de energia e momento angular entre as estrelas e a densidade de onda espiral. A resultante redistribuição da densidade estelar do disco é coordenada pelo decréscimo secular do raio orbital médio para as estrelas localizadas no interior da co-rotação, e pelo acréscimo secular do raio orbital médio para as estrelas localizadas em raios externos à co-rotação. O mecanismo que governa este processo foi primeiramente elucidado por Zhang (1996), onde a autora mostrou que o fluxo de matéria estelar do disco em direções opostas em cada lado da co-rotação é o resultado do torque aplicado pelo potencial espiral sobre as órbitas estelares que contribuem para a densidade espiral, e o sinal do torque é invertido quando se muda de um lado para o outro da co-rotação.

A despeito do fato das nossas simulações de órbitas estelares sob o potencial gravitacional Galáctico darem suporte à formação do mínimo de densidade estelar na co-rotação, observamos uma degenerescência no espaço de parâmetros do potencial espiral que leva a resultados similares para as características do mínimo de densidade. Entretanto, verificamos que, dado o intervalo para a amplitude estimada da perturbação espiral da Galáxia, um mínimo na densidade estelar com uma amplitude relativa de $\sim 30 - 40\%$ da densidade

adjacente pode ser formado na co-rotação. Nossos experimentos também mostram que a perda (ganho) de momento angular e decréscimo (acrécimo) de raio orbital médio para estrelas exatamente dentro (fora) da co-rotação é capaz de contrabalançar a tendência oposta de troca de momento angular apresentada pelas estrelas em órbitas presas aos pontos Lagrangianos $L_{4/5}$ no círculo da co-rotação. Tais processos seculares permitem que ondas espirais estacionárias promovam migração radial através da co-rotação, um resultado primeiramente mostrado no presente estudo.

Também investigamos a influência de múltiplos padrões espirais, assim como as interações entre braços espirais e a barra central, para verificar a eficiência destas perturbações no aquecimento dinâmico do disco estelar no raio da órbita solar. Embora nossos testes favoreçam o cenário de dois padrões espirais com diferentes velocidades angulares de rotação, para ambas a formação do mínimo de densidade e a relação idade-dispersão de velocidade observada na vizinhança solar, levantamos a hipótese de que outros mecanismos de aquecimento estelar podem ter estado operando em conjunto com o aquecimento devido a um padrão espiral único, tal como, por exemplo, a ‘queda’ de pequenas galáxias satélite no disco da Via Láctea.

Um mínimo na densidade superficial do disco é compatível com o mínimo local observado na curva de rotação da Galáxia entre $\sim 8,5$ e $9,0$ kpc (para $R_0 = 7,5$ kpc). Tal mínimo na curva de rotação aparece como uma forte evidência para a presença do mínimo de densidade na co-rotação, não apenas na componente estelar do disco como também na componente de gás. O mínimo na distribuição de densidade de HI e na distribuição de populações estelares jovens foram investigados por Amôres et al. (2009) e confirmados utilizando dados recentes da literatura. No presente estudo, tratamos do mínimo de densidade na população estelar velha do disco, cujos efeitos dinâmicos podem estar refletidos no mínimo de rotação após a órbita solar, presente nos dados utilizados para a curva de rotação observada da Galáxia. Estas características observacionais apontam para a proximidade entre o raio da ressonância de co-rotação e o raio da órbita solar, um argumento que tem sido defendido por vários autores durante as últimas décadas. Também reportamos a presença de um notável mínimo no número de contagens de uma amostra de aglomerados abertos mais velhos que 1 Gano, localizado no raio Galáctico $R \sim 7,7$ kpc. Nós associamos este mínimo de aglomerados com o predito anel de menor densidade estelar na co-rotação.

Estas características Galácticas são indicadores de um padrão espiral com uma estrutura de longa duração, com o seu raio de co-rotação sendo mantido constante durante alguns bilhões de anos.

Um anel Galáctico de mínimo de densidade estelar na co-rotação também é reproduzido quando consideramos os braços espirais como sendo o resultado do aglomeramento de órbitas estelares periódicas em determinadas regiões do disco. De fato, uma simulação de partículas utilizando o modelo para o potencial espiral com um perfil azimutal Gaussiano, proposto por Junqueira et al. (2013), gerou um mínimo de densidade estelar bastante similar aos obtidos com o uso do perfil senoidal comumente empregado para o potencial espiral. Isto representa um passo adiante no nosso entendimento da natureza da perturbação espiral; a descrição das perturbações como estreitas ‘canaletas’ ou ‘calhas’ de potencial gravitacional com um perfil aproximadamente Gaussiano tem fornecido uma figura auto-consistente para a estrutura espiral da Galáxia.

A hipótese da órbita solar situada no interior de um anel de mínimo de densidade apresenta uma forte implicação sobre a estimativa da massa total do disco Galáctico. Considerando os valores atualmente estimados para a densidade superficial local de massa e a escala de comprimento do disco, mostramos que uma correção para um disco cerca de 20% mais massivo deveria ser aplicada às determinações atuais da massa do disco da Galáxia, levando em conta a presença do mínimo de densidade próximo da órbita solar. Isto levaria, por sua vez, a uma maior contribuição da componente do disco à curva de rotação interna da Galáxia, e conseqüentemente, a uma componente de halo escuro menos importante. Finalmente, comentamos que tem sido tentador interpretar o mínimo na curva de rotação logo após a órbita solar como sendo o resultado da transição entre uma contribuição decrescente do disco e uma contribuição crescente do halo escuro, ou mesmo de um ‘disco escuro’, à medida que se avança em distâncias ao centro Galáctico. Entretanto, é conhecido que tal transição seria difícil de ser explicada em termos de distribuições suaves de massas do disco e do halo escuro. Contrariamente a esta interpretação, temos mostrado que tal mínimo na curva de rotação pode naturalmente ser explicado por variações locais na densidade superficial do disco, tal como o mínimo de densidade no raio de co-rotação. Esperamos que a existência de um anel de mínimo de densidade estelar justamente além do raio da órbita solar possa ser futuramente investigado com as vindouras observações, tais

como as do satélite GAIA, as observações de estrelas Red Clump do disco pelo LAMOST-LEGUE *survey*, o APOGEE *survey*, entre outros.

Baseados em uma descrição detalhada para a distribuição de massa do disco Galáctico, desenvolvemos modelos de massa da Galáxia com o objetivo de investigar a resposta das órbitas estelares a um potencial gravitacional do disco com parâmetros restringidos por dados observacionais. Construímos um modelo tridimensional para a distribuição de massa das componentes Galácticas bojo, halo escuro e disco. Concentramos esforços no detalhamento das propriedades do disco, uma vez que o nosso interesse neste estudo é a investigação das relações entre os parâmetros orbitais e propriedades físicas das estrelas do disco. Nosso modelo de massa para o disco Galáctico difere do modelo de disco proposto por Miyamoto e Nagai (1975) nos sentido de estar mais vinculado às restrições observacionais obedecidas pelos modelos de distribuição de brilho da Galáxia e modelos de contagens de estrelas. Embora o modelo de potencial do disco de Miyamoto e Nagai seja capaz de reproduzir propriedades dinâmicas como a contribuição do disco à curva de rotação e o perfil local observado da força gravitacional perpendicular ao plano Galáctico, as distribuições de massa resultantes são fracamente vinculadas aos observáveis.

Nosso modelo para o potencial gravitacional do disco reproduz satisfatoriamente a curva de rotação observada da Galáxia. O decréscimo na curva de rotação observado até o raio $R \sim 2$ kpc, e sua posterior subida, é bem reproduzido como sendo o resultado da transição entre a contribuição do bojo e a de um disco com uma depressão central de densidade. Tal depressão central de densidade do disco foi mostrada por Lépine e Leroy (2000) ser capaz de reproduzir com maior acurácia a distribuição de brilho no infravermelho da Galáxia. No entanto, é comum encontrar referências na literatura atribuindo tal decréscimo na curva de rotação a movimentos não-circulares do gás. Nosso modelo para a distribuição de densidade superficial do disco, com um mínimo na co-rotação, é construído de forma a reproduzir o mínimo na curva de rotação logo após a órbita solar discutido anteriormente. Também reproduzimos satisfatoriamente bem a variação estimada para a força gravitacional local K_z em função da altura z perpendicular ao disco, assim como a densidade superficial local Σ_0 estimada até a altura $|z| = 1,1$ kpc. Nosso modelo de potencial Galáctico implica em uma velocidade de escape local com um valor ligeiramente abaixo do valor médio estimado na literatura, porém ainda compatível com a distribuição de velocidades de uma amostra

de estrelas do Hipparcos com distâncias menores que 200 pc.

Aplicamos o nosso modelo do potencial Galáctico para o cálculo de órbitas tridimensionais de aglomerados abertos. Sendo objetos representativos da população estelar em uma grande escala espacial do disco Galáctico, com parâmetros observacionais determinados com grande acurácia, consideramos os aglomerados abertos como peças-chave na investigação da história de formação e estrutura do disco. As distribuições resultantes dos parâmetros orbitais, tais como raios peri- e apogalácticos, excentricidades e alturas máximas acima do plano, são semelhantes às obtidas por outros estudos na literatura utilizando diferentes modelos Galácticos, porém com tendências para maiores valores de excentricidades e alturas máximas geradas pelo nosso modelo. Isto é explicado pelo fato dos modelos na literatura empregarem discos do tipo Miyamoto e Nagai, aos quais geralmente são atribuídos valores de massas relativamente altos quando comparado aos estimados por modelos de distribuição de brilho do disco da Galáxia. Certamente, a dependência dos parâmetros orbitais derivados não é apenas com a massa total atribuída às componentes Galácticas, mas também à forma como a mesma se encontra distribuída na Galáxia. Investigamos os resultados de um modelo alternativo ao nosso modelo inicial, com valores maiores para as massas do bojo e do disco, e verificamos que a sua influência sobre os parâmetros orbitais derivados também aponta no sentido de produzir menores excentricidades orbitais e menores distâncias máximas ao plano.

Nossas perspectivas para a continuidade deste estudo se baseiam no uso do modelo do potencial tridimensional da Galáxia para o cálculo de órbitas do maior número possível de amostras de estrelas para as quais temos informações de distâncias e da cinemática (movimentos próprios e velocidades radiais), e se possível, informações sobre idades e metalicidades. Analisando tais amostras de estrelas em termos estatísticos de suas órbitas, e combinando informações sobre a dependência dos parâmetros orbitais em função das idades e metalicidades, podemos compor um quadro da evolução temporal do disco Galáctico e comparar com modelos evolutivos do disco como, por exemplo, os de Haywood (2006). Na figura 10.1, temos um exemplo de um resultado preliminar de um estudo utilizando estrelas da base de dados do RAVE *survey* com distâncias determinadas por Breddels et al. (2010). Os painéis mostram as correlações positivas entre as excentricidades orbitais e as alturas máximas ao plano para as estrelas de tal amostra com distâncias heliocêntricas

menores que 3 kpc, assim como uma tendência de anti-correlação entre as excentricidades e as metalicidades das estrelas.

Também pretendemos investigar a estrutura do anel de mínimo de densidade estelar na co-rotação através da integração de órbitas de partículas-teste no potencial tridimensional da Galáxia. Com uma apropriada descrição para a variação da força da perturbação espiral com a altura z , podemos analisar os efeitos da ressonância de co-rotação sobre as órbitas estelares não apenas no plano Galáctico, como realizamos no presente estudo, mas também a sua dependência com a altura z acima do plano.

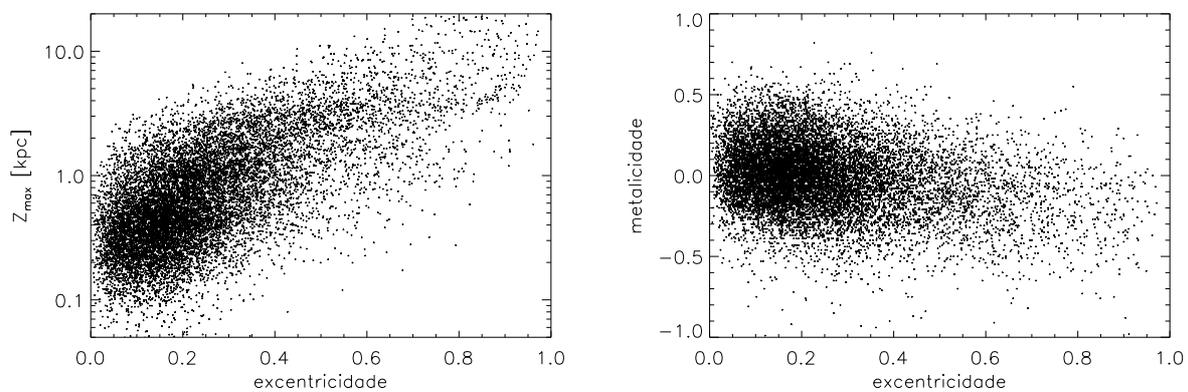


Figura 10.1: Painel à esquerda: relação entre as excentricidades orbitais e alturas máximas acima do plano Galáctico para amostra de estrelas com órbitas calculadas utilizando o modelo 1 da distribuição de massa na Galáxia. Painel à direita: relação entre as excentricidades orbitais e as metalicidades. A amostra de estrelas é proveniente da base de dados do RAVE *survey* com distâncias estimadas em Breddels et al. (2010).

Referências Bibliográficas

- Abrahamyan G. V., Interstellar Extinction and the Intrinsic Colors of Classical Cepheids in the Galaxy, the LMC, and the SMC, *Astrophysics*, 2003, vol. 46, p. 304
- Alard C., Flaring and warping of the Milky Way disk: not only in the gas, *ArXiv Astrophysics e-prints*, 2000
- Allen C., Santillan A., An improved model of the galactic mass distribution for orbit computations, *Rev. Mexicana Astron. Astrofis.*, 1991, vol. 22, p. 255
- Alves D. R., K-Band Calibration of the Red Clump Luminosity, *ApJ*, 2000, vol. 539, p. 732
- Amaral L. H., Lepine J. R. D., A self-consistent model of the spiral structure of the Galaxy, *MNRAS*, 1997, vol. 286, p. 885
- Amaral L. H., Ortiz R., Lepine J. R. D., Maciel W. J., The rotation curve of the Galaxy obtained from planetary nebulae and AGB stars, *MNRAS*, 1996, vol. 281, p. 339
- Amôres E. B., Lépine J. R. D., Models for Interstellar Extinction in the Galaxy, *AJ*, 2005, vol. 130, p. 659
- Amôres E. B., Lépine J. R. D., Mishurov Y. N., The corotation gap in the Galactic HI distribution, *MNRAS*, 2009, vol. 400, p. 1768 (ALM)
- Andrievsky S. M., Luck R. E., Martin P., Lépine J. R. D., The Galactic abundance gradient from Cepheids. V. Transition zone between 10 and 11 kpc, *A&A*, 2004, vol. 413, p. 159

- Antoja T., Figueras F., Romero-Gómez M., Pichardo B., Valenzuela O., Moreno E., Understanding the spiral structure of the Milky Way using the local kinematic groups, *MNRAS*, 2011, vol. 418, p. 1423
- Aumer M., Binney J. J., Kinematics and history of the solar neighbourhood revisited, *MNRAS*, 2009, vol. 397, p. 1286
- Backer D. C., Sramek R. A., Proper Motion of the Compact, Nonthermal Radio Source in the Galactic Center, Sagittarius A*, *ApJ*, 1999, vol. 524, p. 805
- Bahcall J. N., K giants and the total amount of matter near the sun, *ApJ*, 1984a, vol. 287, p. 926
- Bahcall J. N., Self-consistent determinations of the total amount of matter near the sun, *ApJ*, 1984b, vol. 276, p. 169
- Bahcall J. N., The distribution of stars perpendicular to galactic disk, *ApJ*, 1984c, vol. 276, p. 156
- Barbanis B., Particle Resonance in a Spiral Field. In *The Spiral Structure of our Galaxy*, vol. 38 of IAU Symposium, 1970, p. 343
- Barbanis B., Density Maxima Formed by Trapped Orbits, *A&A*, 1976, vol. 46, p. 269
- Barros D. A., Lépine J. R. D., Junqueira T. C., A Galactic ring of minimum stellar density near the solar orbit radius, *MNRAS*, 2013, vol. 435, p. 2299
- Berdnikov L. N., Dambis A. K., Vozyakova O. V., Galactic Cepheids. Catalogue of light-curve parameters and distances, *A&AS*, 2000, vol. 143, p. 211
- Berdnikov L. N., Vozyakova O. V., Dambis A. K., The BVRIJHK period-luminosity relations for Galactic classical Cepheids, *Astronomy Letters*, 1996, vol. 22, p. 839
- Bertin G., Haass J., Density wave theory for spiral galaxies - Effects of resonant stars at corotation, *A&A*, 1982, vol. 108, p. 265
- Bica E., Bonatto C., Barbuy B., Ortolani S., Globular cluster system and Milky Way properties revisited, *A&A*, 2006, vol. 450, p. 105

-
- Binney J., Dehnen W., The outer rotation curve of the Milky Way, *MNRAS*, 1997, vol. 287, p. L5
- Binney J., Merrifield M., *Galactic Astronomy*, 1998
- Binney J., Tremaine S., *Galactic dynamics*, 1987
- Binney J., Tremaine S., *Galactic Dynamics: Second Edition*. Princeton University Press, 2008
- Blitz L., Fich M., Stark A. A., Catalog of CO radial velocities toward galactic H II regions, *ApJS*, 1982, vol. 49, p. 183
- Block D. L., Witt A. N., Grosbol P., Stockton A., Moneti A., Imaging in the optical and near-infrared regimes II. Arcsecond spatial resolution of widely distributed cold dust in spiral galaxies, *A&A*, 1994, vol. 288, p. 383
- Bobylev V. V., Bajkova A. T., Galactic parameters from masers with trigonometric parallaxes, *MNRAS*, 2010, vol. 408, p. 1788
- Bobylev V. V., Bajkova A. T., Estimation of the galactic spiral pattern speed from Cepheids, *Astronomy Letters*, 2012, vol. 38, p. 638
- Bonatto C., Kerber L. O., Bica E., Santiago B. X., Probing disk properties with open clusters, *A&A*, 2006, vol. 446, p. 121
- Bowman A. W., Azzalini A., *Applied smoothing techniques for data analysis - the kernel approach with S-plus illustrations*. Clarendon Press, Oxford, 1997
- Brand J., Wouterloot J. G. A., A star cluster at the edge of the Galaxy, *A&A*, 2007, vol. 464, p. 909
- Branham Jr. R. L., Kinematics of OB Stars, *ApJ*, 2002, vol. 570, p. 190
- Breddels M. A., Smith M. C., Helmi A., et al. Distance determination for RAVE stars using stellar models, *A&A*, 2010, vol. 511, p. A90
- Burkert A., The Structure of Dark Matter Halos in Dwarf Galaxies, *ApJ*, 1995, vol. 447, p. L25

- Burton W. B., Galactic Structure Derived from Neutral Hydrogen Observations Using Kinematic Models Based on the Density-wave Theory, *A&A*, 1971, vol. 10, p. 76
- Burton W. B., The morphology of hydrogen and of other tracers in the Galaxy, *ARA&A*, 1976, vol. 14, p. 275
- Burton W. B., Gordon M. A., Carbon monoxide in the Galaxy. III - The overall nature of its distribution in the equatorial plane, *A&A*, 1978, vol. 63, p. 7
- Cabrera-Lavers A., González-Fernández C., Garzón F., Hammersley P. L., López-Corredoira M., The long Galactic bar as seen by UKIDSS Galactic plane survey, *A&A*, 2008, vol. 491, p. 781
- Caldwell J. A. R., Ostriker J. P., The mass distribution within our Galaxy - A three component model, *ApJ*, 1981, vol. 251, p. 61
- Caproni A., Monteiro H., Abraham Z., Cross-entropy optimizer: a new tool to study precession in astrophysical jets, *MNRAS*, 2009, vol. 399, p. 1415
- Carraro G., The Milky Way thin disk structure as revealed by stars and young open clusters, *ArXiv e-prints*, 1307.0569, 2013
- Carraro G., Chiosi C., Galactic orbits of the old open clusters NGC 188, NGC 2682, NGC 2420, NGC 752 and NGC 2506, *A&A*, 1994, vol. 288, p. 751
- Carraro G., Vázquez R. A., Costa E., Perren G., Moitinho A., The Edge of the Young Galactic Disk, *ApJ*, 2010, vol. 718, p. 683
- Caswell J. L., Haynes R. F., Southern H II regions - an extensive study of radio recombination line emission, *A&A*, 1987, vol. 171, p. 261
- Chernin A. D., Spiral patterns with straight arm segments, *MNRAS*, 1999, vol. 308, p. 321
- Churchwell E., Babler B. L., Meade M. R., Whitney B. A., Benjamin R., Indebetouw R., Cyganowski C., Robitaille T. P., Povich M., Watson C., Bracker S., The Spitzer/GLIMPSE Surveys: A New View of the Milky Way, *PASP*, 2009, vol. 121, p. 213

-
- Clemens D. P., Massachusetts-Stony Brook Galactic plane CO survey - The Galactic disk rotation curve, *ApJ*, 1985, vol. 295, p. 422
- Contopoulos G., The Particle Resonance in Spiral Galaxies. Nonlinear Effects, *ApJ*, 1973, vol. 181, p. 657
- Contopoulos G., Gottesman S. T., Hunter Jr. J. H., England M. N., Comparison of stellar and gasdynamics of a barred galaxy, *ApJ*, 1989, vol. 343, p. 608
- Contopoulos G., Grosbol P., Stellar dynamics of spiral galaxies - Nonlinear effects at the 4/1 resonance, *A&A*, 1986, vol. 155, p. 11
- Creze M., Mennessier M. O., An Attempt to Interpret the Mean Properties of the Velocity Field of Young Stars in Terms of Lin's Theory of Spiral Waves, *A&A*, 1973, vol. 27, p. 281
- de Grijs R., van der Kruit P. C., Structure analysis of edge-on spiral galaxies., *A&AS*, 1996, vol. 117, p. 19
- de Vaucouleurs G., On the space distribution of globular clusters, *AJ*, 1977, vol. 82, p. 456
- Dehnen W., The Effect of the Outer Lindblad Resonance of the Galactic Bar on the Local Stellar Velocity Distribution, *AJ*, 2000, vol. 119, p. 800
- Dehnen W., Binney J., Mass models of the Milky Way, *MNRAS*, 1998a, vol. 294, p. 429
- Dehnen W., Binney J. J., Local stellar kinematics from HIPPARCOS data, *MNRAS*, 1998b, vol. 298, p. 387
- Dias W. S., Alessi B. S., Moitinho A., Lépine J. R. D., New catalogue of optically visible open clusters and candidates, *A&A*, 2002, vol. 389, p. 871
- Dias W. S., Lépine J. R. D., Direct Determination of the Spiral Pattern Rotation Speed of the Galaxy, *ApJ*, 2005, vol. 629, p. 825
- Dinescu D. I., Girard T. M., van Altena W. F., Space Velocities of Globular Clusters. III. Cluster Orbits and Halo Substructure, *AJ*, 1999, vol. 117, p. 1792

- Donner K. J., Thomasson M., Structure and evolution of long-lived spiral patterns in galaxies., *A&A*, 1994, vol. 290, p. 785
- Downes D., Wilson T. L., Bieging J., Wink J., H110-alpha and H2CO survey of galactic radio sources, *A&AS*, 1980, vol. 40, p. 379
- Drimmel R., Spergel D. N., Three-dimensional Structure of the Milky Way Disk: The Distribution of Stars and Dust beyond $0.35 R_{solar}$, *ApJ*, 2001, vol. 556, p. 181
- Efremov Y. N., The Car-Sgr Arm as Outlined by Superclouds and the Grand Design of the Galaxy, *Astron. Astrophys. Trans.*, 1998, vol. 15, p. 3
- Efremov Y. N., Cepheids in LMC Clusters and the Period-Age Relation, *Astronomy Reports*, 2003, vol. 47, p. 1000
- Efremov Y. N., On the spiral structure of the Milky Way Galaxy, *Astron. Rep.*, 2011, vol. 55, p. 108
- Eisenhauer F., Genzel R., Alexander T., et al. SINFONI in the Galactic Center: Young Stars and Infrared Flares in the Central Light-Month, *ApJ*, 2005, vol. 628, p. 246
- Elmegreen B. G., Galliano E., Alloin D., Massive Clusters in the Inner Regions of NGC 1365: Cluster Formation and Gas Dynamics in Galactic Bars, *ApJ*, 2009, vol. 703, p. 1297
- Elmegreen B. G., Seiden P. E., Elmegreen D. M., Spiral arm amplitude variations and pattern speeds in the grand design galaxies M51, M81, and M100, *ApJ*, 1989, vol. 343, p. 602
- Elmegreen D. M., *Galaxies and galactic structure*, 1998
- Famaey B., Pont F., Luri X., Udry S., Mayor M., Jorissen A., The Hyades stream: an evaporated cluster or an intrusion from the inner disk?, *A&A*, 2007, vol. 461, p. 957
- Feast M., Whitelock P., Galactic kinematics of Cepheids from HIPPARCOS proper motions, *MNRAS*, 1997, vol. 291, p. 683

- Feast M. W., Catchpole R. M., The Cepheid period-luminosity zero-point from HIPPARCOS trigonometrical parallaxes, *MNRAS*, 1997, vol. 286, p. L1
- Fellhauer M., Belokurov V., Evans N. W., Wilkinson M. I., Zucker D. B., Gilmore G., Irwin M. J., Bramich D. M., Vidrih S., Wyse R. F. G., Beers T. C., Brinkmann J., The Origin of the Bifurcation in the Sagittarius Stream, *ApJ*, 2006, vol. 651, p. 167
- Fernández D., Figueras F., Torra J., Kinematics of young stars. II. Galactic spiral structure, *A&A*, 2001, vol. 372, p. 833
- Fich M., Blitz L., Stark A. A., The rotation curve of the Milky Way to $2 R(0)$, *ApJ*, 1989, vol. 342, p. 272
- Flynn C., Fuchs B., Density of dark matter in the Galactic disk, *MNRAS*, 1994, vol. 270, p. 471
- Flynn C., Holmberg J., Portinari L., Fuchs B., Jahreiß H., On the mass-to-light ratio of the local Galactic disc and the optical luminosity of the Galaxy, *MNRAS*, 2006, vol. 372, p. 1149
- Francis C., Anderson E., Two estimates of the distance to the Galactic centre, *ArXiv e-prints*, 2013
- Freeman K. C., On the Disks of Spiral and so Galaxies, *ApJ*, 1970, vol. 160, p. 811
- Freudenreich H. T., A COBE Model of the Galactic Bar and Disk, *ApJ*, 1998, vol. 492, p. 495
- Frinchaboy P. M., Majewski S. R., Open Clusters as Galactic Disk Tracers. I. Project Motivation, Cluster Membership, and Bulk Three-Dimensional Kinematics, *AJ*, 2008, vol. 136, p. 118
- Fux R., Order and chaos in the local disc stellar kinematics induced by the Galactic bar, *A&A*, 2001, vol. 373, p. 511
- Georgelin Y. M., Georgelin Y. P., The spiral structure of our Galaxy determined from H II regions, *A&A*, 1976, vol. 49, p. 57

- Gerhard O., Pattern speeds in the Milky Way., *Memorie della Societa Astronomica Italiana Supplementi*, 2011, vol. 18, p. 185
- Goldreich P., Tremaine S., The dynamics of planetary rings, *ARA&A*, 1982, vol. 20, p. 249
- Grosbøl P., Patsis P. A., Pompei E., Spiral galaxies observed in the near-infrared K band. I. Data analysis and structural parameters, *A&A*, 2004, vol. 423, p. 849
- Gu Q.-S., Liao X.-H., Huang J.-H., Qu Q.-Y., Su H.-J., Gas dynamics in NGC 4736., *A&A*, 1996, vol. 314, p. 18
- Hammersley P. L., Cohen M., Garzón F., Mahoney T., López-Corredoira M., Structure in the first quadrant of the Galaxy: an analysis of TMGS star counts using the SKY model, *MNRAS*, 1999, vol. 308, p. 333
- Haywood M., Revisiting two local constraints of the Galactic chemical evolution, *MNRAS*, 2006, vol. 371, p. 1760
- Henderson A. P., A possible four-arm spiral pattern in the Galaxy, *A&A*, 1977, vol. 58, p. 189
- Hernquist L., An analytical model for spherical galaxies and bulges, *ApJ*, 1990, vol. 356, p. 359
- Holmberg J., Flynn C., The local surface density of disc matter mapped by Hipparcos, *MNRAS*, 2004, vol. 352, p. 440
- Holmberg J., Nordström B., Andersen J., The Geneva-Copenhagen survey of the solar neighbourhood. III. Improved distances, ages, and kinematics, *A&A*, 2009, vol. 501, p. 941
- Honma M., Nagayama T., Ando K., et al ., Fundamental Parameters of the Milky Way Galaxy Based on VLBI astrometry, *PASJ*, 2012, vol. 64, p. 136
- Honma M., Sofue Y., Rotation Curve of the Galaxy, *PASJ*, 1997, vol. 49, p. 453
- Hou L. G., Han J. L., Shi W. B., The spiral structure of our Milky Way Galaxy, *A&A*, 2009, vol. 499, p. 473

- Jałocha J., Bratek L., Kutschera M., Skindzier P., Transverse gradients of azimuthal velocity in a global disc model of the Milky Way, *MNRAS*, 2010, vol. 407, p. 1689
- Junqueira T. C., Lépine J. R. D., Braga C. A. S., Barros D. A., A new model for gravitational potential perturbations in disks of spiral galaxies. An application to our Galaxy, *A&A*, 2013, vol. 550, p. A91
- Jurić M., Ivezić Ž., Brooks A., et al. The Milky Way Tomography with SDSS. I. Stellar Number Density Distribution, *ApJ*, 2008, vol. 673, p. 864
- Kalberla P. M. W., Burton W. B., Hartmann D., Arnal E. M., Bajaja E., Morras R., Pöppel W. G. L., The Leiden/Argentine/Bonn (LAB) Survey of Galactic HI. Final data release of the combined LDS and IAR surveys with improved stray-radiation corrections, *A&A*, 2005, vol. 440, p. 775
- Kalberla P. M. W., Dedes L., Global properties of the H I distribution in the outer Milky Way. Planar and extra-planar gas, *A&A*, 2008, vol. 487, p. 951
- Kalberla P. M. W., Kerp J., The HI Distribution of the Milky Way, *ARA&A*, 2009, vol. 47, p. 27
- Kalnajs A. J., Spiral Structure Viewed as a Density Wave, *PASAu*, 1973, vol. 2, p. 174
- Kendall S., Kennicutt R. C., Clarke C., Spiral structure in nearby galaxies - I. Sample, data analysis and overview of results, *MNRAS*, 2011, vol. 414, p. 538
- Kent S. M., Mink D., Fazio G., Koch D., Melnick G., Tardiff A., Maxson C., Galactic structure from the Spacelab infrared telescope. I - 2.4 micron map, *ApJS*, 1992, vol. 78, p. 403
- Kerr F. J., The Large-Scale Distribution of Hydrogen in the Galaxy, *ARA&A*, 1969, vol. 7, p. 39
- Kerr F. J., Lynden-Bell D., Review of galactic constants, *MNRAS*, 1986, vol. 221, p. 1023
- Korchagin V. I., Girard T. M., Borkova T. V., Dinescu D. I., van Altena W. F., Local Surface Density of the Galactic Disk from a Three-Dimensional Stellar Velocity Sample, *AJ*, 2003, vol. 126, p. 2896

- Kormendy J., Secular Evolution in Disk Galaxies, ArXiv e-prints, 2013
- Kroese D. P., Porotsky S., Rubinstein R. Y., , Methodology and Computing in Applied Probability, 2006, vol. 8, p. 383
- Kuijken K., Gilmore G., The Mass Distribution in the Galactic Disc - II - Determination of the Surface Mass Density of the Galactic Disc Near the Sun, MNRAS, 1989a, vol. 239, p. 605
- Kuijken K., Gilmore G., The mass distribution in the galactic disc. I - A technique to determine the integral surface mass density of the disc near the sun., MNRAS, 1989b, vol. 239, p. 571
- Kuijken K., Gilmore G., The galactic disk surface mass density and the Galactic force $K(z)$ at $Z = 1.1$ kiloparsecs, ApJ, 1991, vol. 367, p. L9
- Kuzmin G. G., , Astron. Zh., 1956, vol. 33, p. 27
- Lacey C. G., Fall S. M., Chemical evolution of the galactic disk with radial gas flows, ApJ, 1985, vol. 290, p. 154
- Leonard P. J. T., Tremaine S., The local Galactic escape speed, ApJ, 1990, vol. 353, p. 486
- Lépine J. R. D., Acharova I. A., Mishurov Y. N., Corotation, Stellar Wandering, and Fine Structure of the Galactic Abundance Pattern, ApJ, 2003, vol. 589, p. 210
- Lépine J. R. D., Amaral L. H., Constraints on the Mass of the Dark Halo from the Rotation Curve of the Galaxy. In The Third Stromlo Symposium: The Galactic Halo , vol. 165 of Astronomical Society of the Pacific Conference Series, 1999, p. 337
- Lépine J. R. D., Cruz P., Scarano Jr. S., Barros D. A., Dias W. S., Pompéia L., Andrievsky S. M., Carraro G., Famaey B., Overlapping abundance gradients and azimuthal gradients related to the spiral structure of the Galaxy, MNRAS, 2011, vol. 417, p. 698
- Lépine J. R. D., Dias W. S., Mishurov Y., Measurement of the epicycle frequency in the Galactic disc and initial velocities of open clusters, MNRAS, 2008, vol. 386, p. 2081

- Lépine J. R. D., Leroy P., A new model for the infrared brightness of the Galaxy, *MNRAS*, 2000, vol. 313, p. 263
- Lépine J. R. D., Mishurov Y. N., Dedikov S. Y., A New Model for the Spiral Structure of the Galaxy: Superposition of 2- and 4-armed Patterns, *ApJ*, 2001, vol. 546, p. 234
- Lépine J. R. D., Roman-Lopes A., Abraham Z., Junqueira T. C., Mishurov Y. N., The spiral structure of the Galaxy revealed by CS sources and evidence for the 4:1 resonance, *MNRAS*, 2011, vol. 414, p. 1607
- Levine E. S., Blitz L., Heiles C., The Spiral Structure of the Outer Milky Way in Hydrogen, *Science*, 2006, vol. 312, p. 1773
- Lin C. C., Shu F. H., On the Spiral Structure of Disk Galaxies., *ApJ*, 1964, vol. 140, p. 646
- Lin C. C., Yuan C., Shu F. H., On the Spiral Structure of Disk Galaxies. III. Comparison with Observations, *ApJ*, 1969, vol. 155, p. 721
- Lindblad B., Contributions to the theory of spiral structure, *Stockholms Observatoriums Annaler*, 1956, vol. 19, p. 7
- Lockman F. J., The distribution of dense H II regions in the inner galaxy, *ApJ*, 1979, vol. 232, p. 761
- López-Corredoira M., Cabrera-Lavers A., Garzón F., Hammersley P. L., Old stellar Galactic disc in near-plane regions according to 2MASS: Scales, cut-off, flare and warp, *A&A*, 2002, vol. 394, p. 883 (L02)
- López-Corredoira M., Cabrera-Lavers A., Gerhard O. E., Garzón F., Evidence for a deficit of young and old stars in the Milky Way inner in-plane disc, *A&A*, 2004, vol. 421, p. 953
- López-Corredoira M., Hammersley P. L., Garzón F., Cabrera-Lavers A., Castro-Rodríguez N., Schultheis M., Mahoney T. J., Searching for the in-plane Galactic bar and ring in DENIS, *A&A*, 2001, vol. 373, p. 139

- Lynden-Bell D., Kalnajs A. J., On the generating mechanism of spiral structure, *MNRAS*, 1972, vol. 157, p. 1 (LBK)
- Maciel W. J., Costa R. D. D., Uchida M. M. M., An estimate of the time variation of the O/H radial gradient from planetary nebulae, *A&A*, 2003, vol. 397, p. 667
- Maíz-Apellániz J., The Spatial Distribution of O-B5 Stars in the Solar Neighborhood as Measured by Hipparcos, *AJ*, 2001, vol. 121, p. 2737
- Marochnik L. S., Mishurov Y. N., Suchkov A. A., On the Spiral Structure of our Galaxy, *ApSS*, 1972, vol. 19, p. 285
- McMillan P. J., Mass models of the Milky Way, *MNRAS*, 2011, vol. 414, p. 2446
- Mel'Nik A. M., Rautiainen P., A two-component outer ring and Galactic spiral structure, *MNRAS*, 2011, vol. 418, p. 2508
- Méndez R. A., Platais I., Girard T. M., Kozhurina-Platais V., van Altena W. F., A Large Local Rotational Speed for the Galaxy Found from Proper Motions: Implications for the Mass of the Milky Way, *ApJ*, 1999, vol. 524, p. L39
- Mennessier M. O., Martinet L., Orbits in a slowly growing spiral field near the corotation resonance in a galaxy, *A&A*, 1978, vol. 65, p. 409
- Mennessier M. O., Martinet L., The density response of a typical disc stellar population to a spiral perturbation near the corotation resonance, *A&A*, 1979, vol. 75, p. 276
- Merrifield M. R., The rotation curve of the Milky Way to $2.5 R_0$ from the thickness of the H I layer, *AJ*, 1992, vol. 103, p. 1552
- Merrifield M. R., Rand R. J., Meidt S. E., The lifetime of grand design, *MNRAS*, 2006, vol. 366, p. L17
- Metzger M. R., Caldwell J. A. R., Schechter P. L., The shape and scale of Galactic rotation from Cepheid kinematics, *AJ*, 1998, vol. 115, p. 635
- Mihalas D., Binney J., *Galactic astronomy: Structure and kinematics /2nd edition/*, 1981

- Minchev I., Famaey B., A New Mechanism for Radial Migration in Galactic Disks: Spiral-Bar Resonance Overlap, *ApJ*, 2010, vol. 722, p. 112 (MF10)
- Minchev I., Famaey B., Quillen A. C., Di Matteo P., Combes F., Vlahjić M., Erwin P., Bland-Hawthorn J., Evolution of galactic discs: multiple patterns, radial migration, and disc outskirts, *A&A*, 2012, vol. 548, p. A126
- Minchev I., Quillen A. C., Radial heating of a galactic disc by multiple spiral density waves, *MNRAS*, 2006, vol. 368, p. 623 (MQ06)
- Minniti D., Saito R. K., Alonso-García J., Lucas P. W., Hempel M., The Edge of the Milky Way Stellar Disk Revealed Using Clump Giant Stars as Distance Indicators, *ApJ*, 2011, vol. 733, p. L43
- Mishurov Y. N., Lépine J. R. D., Acharova I. A., Corotation: Its Influence on the Chemical Abundance Pattern of the Galaxy, *ApJ*, 2002, vol. 571, p. L113
- Mishurov Y. N., Pavlovskaya E. D., Suchkov A. A., Galactic spiral structure parameters derived from stellar kinematics, *AZh*, 1979, vol. 23, p. 147
- Mishurov Y. N., Zenina I. A., Yes, the Sun is located near the corotation circle, *A&A*, 1999, vol. 341, p. 81
- Mishurov Y. N., Zenina I. A., Dambis A. K., Mel'Nik A. M., Rastorguev A. S., Is the Sun located near the corotation circle?, *A&A*, 1997, vol. 323, p. 775
- Miyamoto M., Nagai R., Three-dimensional models for the distribution of mass in galaxies, *PASJ*, 1975, vol. 27, p. 533
- Miyamoto M., Zhu Z., Galactic Interior Motions Derived from HIPPARCOS Proper Motions. I. Young Disk Population, *AJ*, 1998, vol. 115, p. 1483
- Momany Y., Zaggia S., Gilmore G., Piotto G., Carraro G., Bedin L. R., de Angeli F., Outer structure of the Galactic warp and flare: explaining the Canis Major over-density, *A&A*, 2006, vol. 451, p. 515
- Monteiro H., Dias W. S., Caetano T. C., Fitting isochrones to open cluster photometric data. A new global optimization tool, *A&A*, 2010, vol. 516, p. A2

- Morozov A. G., Shukhman I. G., Nonlinear Interaction of a Spiral Wave with Stars Near the Corotation Radius in Disks of Galaxies, *Soviet Astronomy Letters*, 1980, vol. 6, p. 48
- Nakanishi H., Sofue Y., Three-Dimensional Distribution of the ISM in the Milky Way Galaxy: II. The Molecular Gas Disk, *PASJ*, 2006, vol. 58, p. 847
- Navarro J. F., Frenk C. S., White S. D. M., The Structure of Cold Dark Matter Halos, *ApJ*, 1996, vol. 462, p. 563
- Nishiyama S., Nagata T., Sato S., Kato D., Nagayama T., Kusakabe N., Matsunaga N., Naoi T., Sugitani K., Tamura M., The Distance to the Galactic Center Derived from Infrared Photometry of Bulge Red Clump Stars, *ApJ*, 2006, vol. 647, p. 1093
- Olling R. P., Dehnen W., The Oort Constants Measured from Proper Motions, *ApJ*, 2003, vol. 599, p. 275
- Oort J. H., The force exerted by the stellar system in the direction perpendicular to the galactic plane and some related problems, *Bull. Astron. Inst. Netherlands*, 1932, vol. 6, p. 249
- Oort J. H., Note on the determination of K_z and on the mass density near the Sun., *Bull. Astron. Inst. Netherlands*, 1960, vol. 15, p. 45
- Ortiz R., Lepine J. R. D., A model of the Galaxy for predicting star counts in the infrared, *A&A*, 1993, vol. 279, p. 90
- Paczynski B., Stanek K. Z., Galactocentric Distance with the Optical Gravitational Lensing Experiment and HIPPARCOS Red Clump Stars, *ApJ*, 1998, vol. 494, p. L219
- Paladini R., Davies R. D., De Zotti G., Spatial distribution of Galactic HII regions, *MNRAS*, 2004, vol. 347, p. 237
- Palous J., Nonlinear effects near the particle resonance, *A&A*, 1980, vol. 87, p. 361
- Patsis P. A., Contopoulos G., Grosbol P., Self-consistent spiral galactic models, *A&A*, 1991, vol. 243, p. 373

-
- Paunzen E., Netopil M., On the current status of open-cluster parameters, *MNRAS*, 2006, vol. 371, p. 1641
- Picaud S., Robin A. C., 3D outer bulge structure from near infrared star counts, *A&A*, 2004, vol. 428, p. 891
- Pichardo B., Martos M., Moreno E., Espresate J., Nonlinear Effects in Models of the Galaxy. I. Midplane Stellar Orbits in the Presence of Three-dimensional Spiral Arms, *ApJ*, 2003, vol. 582, p. 230
- Plummer H. C., On the problem of distribution in globular star clusters, *MNRAS*, 1911, vol. 71, p. 460
- Polido P., Jablonski F., Lépine J. R. D., A Galaxy Model from Two Micron All Sky Survey Star Counts in the Whole Sky, Including the Plane, *ApJ*, 2013, vol. 778, p. 32
- Pompéia L., Masseron T., Famaey B., et al ., Chemically tagging the Hyades stream: does it partly originate from the Hyades cluster?, *MNRAS*, 2011, vol. 415, p. 1138
- Press W. H., Teukolsky S. A., Vetterling W. T., Flannery B. P., Numerical recipes in FORTRAN. The art of scientific computing, 1992
- Quillen A. C., Minchev I., The Effect of Spiral Structure on the Stellar Velocity Distribution in the Solar Neighborhood, *AJ*, 2005, vol. 130, p. 576
- Racine R., Harris W. E., Globular clusters and the distance to the Galactic center, *AJ*, 1989, vol. 98, p. 1609
- Rautiainen P., Salo H., Multiple pattern speeds in barred galaxies. I. Two-dimensional models, *A&A*, 1999, vol. 348, p. 737
- Reid M. J., The distance to the center of the Galaxy, *ARA&A*, 1993, vol. 31, p. 345
- Reid M. J., Brunthaler A., The Proper Motion of Sagittarius A*. II. The Mass of Sagittarius A*, *ApJ*, 2004, vol. 616, p. 872
- Reid M. J., Menten K. M., Zheng X. W., Brunthaler A., Moscadelli L., Xu Y., Zhang B., Sato M., Honma M., Hirota T., Hachisuka K., Choi Y. K., Moellenbrock G. A.,

- Bartkiewicz A., Trigonometric Parallaxes of Massive Star-Forming Regions. VI. Galactic Structure, Fundamental Parameters, and Noncircular Motions, *ApJ*, 2009, vol. 700, p. 137
- Rix H.-W., Zaritsky D., Nonaxisymmetric Structures in the Stellar Disks of Galaxies, *ApJ*, 1995, vol. 447, p. 82
- Roberts Jr. W. W., Hausman M. A., Spiral structure and star formation. I - Formation mechanisms and mean free paths, *ApJ*, 1984, vol. 277, p. 744
- Robin A. C., Reylé C., Derrière S., Picaud S., A synthetic view on structure and evolution of the Milky Way, *A&A*, 2003, vol. 409, p. 523
- Rodriguez-Fernandez N. J., Combes F., Gas flow models in the Milky Way embedded bars, *A&A*, 2008, vol. 489, p. 115
- Romero-Gómez M., Athanassoula E., Masdemont J. J., García-Gómez C., The formation of spiral arms and rings in barred galaxies, *A&A*, 2007, vol. 472, p. 63
- Roškar R., Debattista V. P., Quinn T. R., Wadsley J., Radial migration in disc galaxies - I. Transient spiral structure and dynamics, *MNRAS*, 2012, vol. 426, p. 2089
- Rubinstein R. Y., , *European Journal of Operational Research*, 1997, vol. 99, p. 89
- Rubinstein R. Y., , *Methodology and Computing in Applied Probability*, 1999, vol. 1, p. 127
- Russeil D., Star-forming complexes and the spiral structure of our Galaxy, *A&A*, 2003, vol. 397, p. 133
- Russeil D., Adami C., Georgelin Y. M., Revised distances of Northern HII regions, *A&A*, 2007, vol. 470, p. 161
- Sackett P. D., Does the Milky Way Have a Maximal Disk?, *ApJ*, 1997, vol. 483, p. 103
- Sale S. E., Drew J. E., Knigge C., Zijlstra A. A., Irwin M. J., Morris R. A. H., Phillipps S., Drake J. J., Greimel R., Unruh Y. C., Groot P. J., Mampaso A., Walton N. A., The structure of the outer Galactic disc as revealed by IPHAS early A stars, *MNRAS*, 2010, vol. 402, p. 713

- Sanders D. B., Solomon P. M., Scoville N. Z., Giant molecular clouds in the Galaxy. I - The axisymmetric distribution of H₂, *ApJ*, 1984, vol. 276, p. 182
- Scarano S., Lépine J. R. D., Radial metallicity distribution breaks at corotation radius in spiral galaxies, *MNRAS*, 2013, vol. 428, p. 625
- Schmidt M., A model of the distribution of mass in the Galactic System, *Bull. Astron. Inst. Netherlands*, 1956, vol. 13, p. 15
- Schommer R. A., Sullivan III W. T., Do the ring-like structures in the galaxy NGC 4736 represent Lindblad resonances, *Astrophys. Lett.*, 1976, vol. 17, p. 191
- Schönrich R., Binney J., Dehnen W., Local kinematics and the local standard of rest, *MNRAS*, 2010, vol. 403, p. 1829
- Sellwood J. A., The lifetimes of spiral patterns in disc galaxies, *MNRAS*, 2011, vol. 410, p. 1637
- Sellwood J. A., Binney J. J., Radial mixing in galactic discs, *MNRAS*, 2002, vol. 336, p. 785
- Siebert A., Famaey B., Binney J., et al ., The properties of the local spiral arms from RAVE data: two-dimensional density wave approach, *MNRAS*, 2012, vol. 425, p. 2335
- Silverman B. W., Density estimation for statistics and data analysis. Chapman and Hall, London, 1986
- Skrutskie M. F., Cutri R. M., Stiening R., et al. The Two Micron All Sky Survey (2MASS), *AJ*, 2006, vol. 131, p. 1163
- Skuljan J., Hearnshaw J. B., Cottrell P. L., Velocity distribution of stars in the solar neighbourhood, *MNRAS*, 1999, vol. 308, p. 731
- Sofue Y., Honma M., Omodaka T., Unified Rotation Curve of the Galaxy – Decomposition into de Vaucouleurs Bulge, Disk, Dark Halo, and the 9-kpc Rotation Dip –, *PASJ*, 2009, vol. 61, p. 227 (SHO)

- Spitzer Jr. L., The Dynamics of the Interstellar Medium. III. Galactic Distribution., *ApJ*, 1942, vol. 95, p. 329
- Tolstoy E., Detailed Star-Formation Histories of Nearby Dwarf Irregular Galaxies using HST. In *The Stellar Content of Local Group Galaxies*, vol. 192 of IAU Symposium, 1999, p. 218
- Toomre A., On the gravitational stability of a disk of stars, *ApJ*, 1964, vol. 139, p. 1217
- Twarog B. A., Ashman K. M., Anthony-Twarog B. J., Some Revised Observational Constraints on the Formation and Evolution of the Galactic Disk, *AJ*, 1997, vol. 114, p. 2556
- Vallée J. P., Metastudy of the Spiral Structure of Our Home Galaxy, *ApJ*, 2002, vol. 566, p. 261
- van der Kruit P. C., The three-dimensional distribution of light and mass in disks of spiral galaxies, *A&A*, 1988, vol. 192, p. 117
- Vande Putte D., Garnier T. P., Ferreras I., Mignani R. P., Cropper M., A kinematic study of open clusters: implications for their origin, *MNRAS*, 2010, vol. 407, p. 2109
- Vandervoort P. O., The Equilibria of a Highly Flattened, Rapidly Rotating Galaxy, *ApJ*, 1970, vol. 161, p. 67
- Visser H. C. D., The dynamics of the spiral galaxy M81. I - Axisymmetric models and the stellar density wave. II - Gas dynamics and neutral-hydrogen observations, *A&A*, 1980, vol. 88, p. 149
- Voglis N., Tsoutsis P., Efthymiopoulos C., Invariant manifolds, phase correlations of chaotic orbits and the spiral structure of galaxies, *MNRAS*, 2006, vol. 373, p. 280
- Wainscoat R. J., Cohen M., Volk K., Walker H. J., Schwartz D. E., A model of the 8-25 micron point source infrared sky, *ApJS*, 1992, vol. 83, p. 111
- Watson C., Araya E., Sewilo M., Churchwell E., Hofner P., Kurtz S., Resolution of Distance Ambiguities of Inner Galaxy Massive Star Formation Regions. I., *ApJ*, 2003, vol. 587, p. 714

-
- Wink J. E., Wilson T. L., Bieging J. H., An H76-alpha survey of galactic H II regions - Electron temperature and element gradients, *A&A*, 1983, vol. 127, p. 211
- Wolfire M. G., McKee C. F., Hollenbach D., Tielens A. G. G. M., Neutral Atomic Phases of the Interstellar Medium in the Galaxy, *ApJ*, 2003, vol. 587, p. 278
- Wouterloot J. G. A., Brand J., Burton W. B., Kwee K. K., IRAS sources beyond the solar circle. II - Distribution in the Galactic warp, *A&A*, 1990, vol. 230, p. 21
- Wu Z.-Y., Zhou X., Ma J., Du C.-H., The orbits of open clusters in the Galaxy, *MNRAS*, 2009, vol. 399, p. 2146
- Yong D., Carney B. W., Friel E. D., Elemental Abundance Ratios in Stars of the Outer Galactic Disk. IV. A New Sample of Open Clusters, *AJ*, 2012, vol. 144, p. 95
- Yuan C., Application of the Density-Wave Theory to the Spiral Structure of the Milky way System. II. Migration of Stars, *ApJ*, 1969, vol. 158, p. 889
- Yusifov I., Pulsars and the Warp of the Galaxy. In *The Magnetized Interstellar Medium* , 2004, p. 165
- Zhang L., Rix H.-W., van de Ven G., Bovy J., Liu C., Zhao G., The Gravitational Potential near the Sun from SEGUE K-dwarf Kinematics, *ApJ*, 2013, vol. 772, p. 108
- Zhang X., Secular Evolution of Spiral Galaxies. I. A Collective Dissipation Process, *ApJ*, 1996, vol. 457, p. 125 (Z96)
- Zhang X., Secular Evolution of Spiral Galaxies. II. Formation of Quasi-stationary Spiral Modes, *ApJ*, 1998, vol. 499, p. 93 (Z98)
- Zhang X., Secular Evolution of Spiral Galaxies. III. The Hubble Sequence as a Temporal Evolution Sequence, *ApJ*, 1999, vol. 518, p. 613 (Z99)

Apêndice

Phase shift nas equações de movimento Eulerianas e na solução de órbitas periódicas lineares - Zhang (1996)

Na obtenção de uma solução auto-consistente para as ondas espirais a qual admite um *phase shift* entre o potencial e a densidade espiral, um correspondente *phase shift* na relação potencial-densidade dada pelas equações de movimento deve estar presente. Uma vez que a densidade superficial de um disco estelar é, em última análise, gerada pela superposição de órbitas estelares, podemos esperar que o *phase shift* do par potencial-densidade espiral também deve refletir na resposta orbital das estrelas ao potencial de um padrão espiral de tipo mais aberto (grande *pitch angle*). Especialmente no regime linear, onde existe uma exata correspondência entre as abordagens Euleriana e Lagrangiana, um *phase shift* tem de existir na solução orbital se o mesmo existir na solução de fluido Euleriano. A seguir, demonstra-se que há de fato um deslocamento de fase na orientação da órbita periódica linear, a qual é obtida no referencial em co-rotação com o potencial espiral.

Sejam (R, θ) as coordenadas polares em um referencial que co-rotaciona com o potencial a uma velocidade angular Ω_p . As equações de movimento neste referencial são (equação 4.3):

$$\ddot{R} = -\frac{\partial\Phi_0}{\partial R} - \frac{\partial\Phi_1}{\partial R} + R\dot{\theta}^2 + 2\Omega_p R\dot{\theta} + \Omega_p^2 R, \quad (\text{A.1})$$

$$\ddot{\theta} = -\frac{1}{R^2} \frac{\partial\Phi_1}{\partial\theta} - \frac{2}{R} \dot{R}\dot{\theta} - \frac{2}{R} \Omega_p \dot{R}, \quad (\text{A.2})$$

onde agora Φ_0 representa o potencial axissimétrico e Φ_1 o potencial perturbador. O po-

tencial total, assumindo perturbações fracas, é então dado por:

$$\Phi(R, \theta) = \Phi_0(R) + \Phi_1(R, \theta), \quad (\text{A.3})$$

onde $|\Phi_1/\Phi_0| \ll 1$. Dividimos as variáveis R e θ nos termos de ordem-zero e de primeira-ordem da órbita perturbada:

$$R(t) = R_0 + R_1(t) \quad (\text{A.4})$$

$$\theta(t) = \theta_0(t) + \theta_1(t). \quad (\text{A.5})$$

Os sub-índices ‘0’ e ‘1’ correspondem aos termos de ordem-zero (órbita não-perturbada) e de primeira-ordem da órbita, respectivamente; R_1 e θ_1 são as coordenadas orbitais perturbadas. Substituindo as expressões acima para $R(t)$ e $\theta(t)$ na equação A.1 e requerendo que os termos de ordem-zero devem separadamente somar a zero, obtemos:

$$R_0 \dot{\theta}_0^2 = \left(\frac{d\Phi_0}{dR} \right)_{R_0} - 2R_0 \dot{\theta}_0 \Omega_p - \Omega_p^2 R_0, \quad (\text{A.6})$$

o que resulta

$$R_0 (\dot{\theta}_0 + \Omega_p)^2 = \left(\frac{d\Phi_0}{dR} \right)_{R_0}. \quad (\text{A.7})$$

Esta é a equação usual para o equilíbrio centrífugo em R_0 . Definindo $\Omega_0 \equiv \Omega(R_0)$, onde

$$\Omega(R) \equiv \pm \sqrt{\frac{1}{R} \left(\frac{d\Phi_0}{dR} \right)} \quad (\text{A.8})$$

é a frequência circular no raio R e no potencial Φ_0 , a equação A.7 para a velocidade angular do centro guia (R_0, θ_0) se torna:

$$\dot{\theta}_0 = \Omega_0 - \Omega_p. \quad (\text{A.9})$$

Para $t_0 = 0$, temos

$$\theta_0(t) = (\Omega_0 - \Omega_p)t. \quad (\text{A.10})$$

Os termos de primeira-ordem nas equações de movimento A.1 e A.2 resultam nas equações linearizadas (Binney e Tremaine (1987, eqs. 3-114a e 3-114b)):

$$\ddot{R}_1 + \left(\frac{d^2\Phi_0}{dR^2} - \Omega^2 \right)_{R_0} R_1 - 2R_0\Omega_0\dot{\theta}_1 = - \left. \frac{\partial\Phi_1}{\partial R} \right|_{R_0}, \quad (\text{A.11})$$

$$\ddot{\theta}_1 + 2\Omega_0 \frac{\dot{R}_1}{R_0} = - \frac{1}{R_0^2} \left. \frac{\partial\Phi_1}{\partial\theta} \right|_{R_0}, \quad (\text{A.12})$$

Para o potencial perturbador Φ_1 , é escolhida a forma espiral:

$$\Phi_1(R, \theta) = F(R) \cos[\varphi(R) + m\theta]. \quad (\text{A.13})$$

Sendo $\theta = \theta(t) = \theta_1(t) + (\Omega_0 - \Omega_p)t$, para uma estrela em uma órbita não-ressonante, onde temos a situação $|\theta_1/\theta_0| \ll 1$, podemos usar a aproximação $\theta \approx \theta_0(t) \equiv (\Omega_0 - \Omega_p)t$.

Com esta última aproximação, pode-se substituir θ por θ_0 nas expressões para $\partial\Phi_1/\partial R$ e $\partial\Phi_1/\partial\theta$. Integrando a equação A.12, obtém-se:

$$\dot{\theta}_1 + 2\Omega_0 \frac{R_1}{R_0} = - \frac{\Phi_1|_{R_0, \theta_0}}{R_0^2} \frac{1}{\Omega_0 - \Omega_p} + \text{constante}. \quad (\text{A.14})$$

Substituindo a equação A.14 na equação A.11 para eliminar $\dot{\theta}_1$, obtém-se:

$$\ddot{R}_1 + \kappa_0^2 R_1 = - \left. \frac{\partial\Phi_1}{\partial R} \right|_{R_0, \theta_0} - 2\Omega_0 \frac{\Phi_1(R_0)}{R_0} \frac{1}{\Omega_0 - \Omega_p}, \quad (\text{A.15})$$

onde ignorou-se o termo constante, uma vez que o mesmo pode ser absorvido na mudança $R_1 \rightarrow R_1 + \text{constante}$. Na equação A.15 usou-se a definição para a frequência epicíclica κ :

$$\kappa_0^2 = \left(R \frac{d\Omega^2}{dR} + 4\Omega^2 \right)_{R_0} = \frac{d^2\Phi_0}{dR^2} \Big|_{R_0} + 3\Omega_0^2. \quad (\text{A.16})$$

Usando a expressão para o potencial perturbador na equação A.13, os termos de forças no lado direito da equação A.15 são encontrados como:

$$\begin{aligned} \ddot{R}_1 + \kappa_0^2 R_1 = & \left[-F'(R_0) - 2\Omega_0 \frac{F(R_0)}{R_0} \frac{1}{\Omega_0 - \Omega_p} \right] \cos[\varphi(R_0) + m\theta_0] + \\ & + F(R_0) k(R_0) \text{sen}[\varphi(R_0) + m\theta_0], \end{aligned} \quad (\text{A.17})$$

onde $k(R_0) \equiv (d\varphi/dR)_{R_0}$.

Observa-se que os dois termos de forças na equação A.17 são defasados de 90° entre si. Pode-se esperar então que a resposta orbital forçada, ou a solução particular da equação A.15, também contenha dois termos similares a estes. De fato, a solução particular da equação A.15 pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} R_1(t) = & \frac{1}{\kappa_0^2 - m^2(\Omega_0 - \Omega_p)^2} \left\{ \left[-F'(R_0) - 2\Omega_0 \frac{F(R_0)}{R_0} \frac{1}{\Omega_0 - \Omega_p} \right] \cos[\varphi(R_0) + m\theta_0] \right\} + \\ & + \frac{1}{\kappa_0^2 - m^2(\Omega_0 - \Omega_p)^2} \left\{ F(R_0) k(R_0) \text{sen}[\varphi(R_0) + m\theta_0] \right\}. \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

Esta solução para R_1 pode ainda ser escrita como:

$$R_1(t) = C \text{sen}[\varphi(R_0) + m\theta_0 + m\delta], \quad (\text{A.19})$$

onde

$$C = \sqrt{A^2 + B^2}, \quad (\text{A.20})$$

$$\delta = \frac{1}{m} \tan^{-1} \left(\frac{A}{B} \right), \quad (\text{A.21})$$

com

$$A = \frac{1}{\kappa_0^2 - m^2(\Omega_0 - \Omega_p)^2} \left[-F'(R_0) - 2\Omega_0 \frac{F(R_0)}{R_0} \frac{1}{\Omega_0 - \Omega_p} \right], \quad (\text{A.22})$$

e

$$B = \frac{1}{\kappa_0^2 - m^2(\Omega_0 - \Omega_p)^2} F(R_0) k(R_0). \quad (\text{A.23})$$

Nota-se que para a derivação do relativo *phase shift*, a comparação deve ser feita entre a forma seno da resposta orbital e o negativo da forma cosseno do termo de força do potencial espiral. Portanto, o *phase shift* da órbita com respeito ao potencial perturbador pode ser expresso como:

$$\delta = \frac{1}{m} \tan^{-1} \left\{ \frac{-F'(R_0) - 2\Omega_0 \frac{F(R_0)}{R_0} \frac{1}{(\Omega_0 - \Omega_p)}}{F(R_0) k(R_0)} \right\}. \quad (\text{A.24})$$

Variações seculares de momento angular e raio orbital médio - Zhang (1996, 1998)

Considere um disco galáctico com um potencial gravitacional total Φ e uma correspondente distribuição de densidade superficial Σ , cada um dos quais contém uma componente axissimétrica e uma componente não-axissimétrica relativa à perturbação espiral. Para um anel com um raio galáctico R e largura dR , a componente z do torque aplicado pelo campo gravitacional total sobre o material neste anel é dada por:

$$\begin{aligned} T(R) &= R dR \int_0^{2\pi} -\Sigma (\vec{r} \times \vec{\nabla} \Phi)_z d\theta \\ &= R dR \int_0^{2\pi} -\Sigma \frac{\partial \Phi}{\partial \theta} d\theta, \end{aligned} \quad (\text{B.1})$$

onde usou-se $\vec{r} = R\hat{R} + z\hat{z}$. A equação B.1 também pode ser escrita na forma:

$$T(R) = R dR \int_0^{2\pi} -\Sigma(R, \theta) \frac{\partial \Phi_1(R, \theta)}{\partial \theta} d\theta, \quad (\text{B.2})$$

onde o subscrito ‘1’ no potencial denota a componente da perturbação espiral, uma vez que a componente axissimétrica fornece uma derivada nula em θ . A equação B.2 descreve o torque aplicado pela componente espiral do potencial sobre a densidade superficial total do disco. Portanto, ela também fornece a quantidade de momento angular trocada por unidade de tempo entre a onda espiral e a matéria estelar do disco contida no referido anel. A equação B.2 também pode ser escrita na forma:

$$T(R) = R \, dR \int_0^{2\pi} -\Sigma_1(R, \theta) \frac{\partial \Phi_1(R, \theta)}{\partial \theta} \, d\theta, \quad (\text{B.3})$$

onde o subscrito ‘1’ agora se aplica a ambos o potencial e a densidade superficial, uma vez que a integral da componente axissimétrica da densidade se anula ao passo que o potencial perturbador é periódico em θ .

Dividindo a expressão acima por $2\pi R dR$, a área do anel, obtém-se que a média azimutal da densidade de torque $\bar{\tau}$, a qual é igual à taxa média de troca de momento angular por unidade de área entre um padrão espiral aberto e o material estelar do disco em um raio particular R , é dada por:

$$\bar{\tau}(R) = \frac{\overline{dL}}{dt}(R) = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \Sigma_1(R, \theta) \frac{\partial \Phi_1(R, \theta)}{\partial \theta} \, d\theta. \quad (\text{B.4})$$

A expressão acima se refere à taxa de troca de momento angular no estado quasi-estacionário da onda espiral. Zhang (1998) mostra que para dois padrões de densidade espiral Σ_1 e potencial espiral Φ_1 com formas de onda senoidais, a equação B.4 pode ser reescrita como:

$$\frac{\overline{dL}}{dt}(R) = \left(\frac{m}{2}\right) A_\Sigma A_\nu \text{sen}(m \phi_0), \quad (\text{B.5})$$

onde A_Σ e A_ν são as amplitudes da densidade espiral e do potencial espiral, respectivamente, e ϕ_0 é o *phase shift* entre estas duas últimas quantidades. Denotamos aqui o *phase shift* por ϕ_0 , o equivalente a δ na equação A.24 do apêndice A. Na equação B.5, assume-se que ϕ_0 é positivo quando a densidade espiral avança com relação ao potencial espiral, e negativo no caso contrário.

Assumindo uma perturbação espiral da forma:

$$\Phi_1(R, \theta) = A_\nu \cos \left(m \frac{\ln R}{\tan i} + m\theta \right), \quad (\text{B.6})$$

onde i é o *pitch angle* e m é o número de braços do padrão espiral. Supondo que a amplitude do potencial espiral A_ν não varie rapidamente com o raio, temos que:

$$\frac{\partial \Phi_1}{\partial R} = -A_\nu \frac{m}{R \tan i} \operatorname{sen} \left(m \frac{\ln R}{\tan i} + m\theta \right). \quad (\text{B.7})$$

Sendo a derivada radial da componente axissimétrica do potencial dada por:

$$\frac{d\Phi_0}{dR} = \Omega^2 R, \quad (\text{B.8})$$

temos que a amplitude fracionária F_ν do potencial espiral onde sua derivada radial é máxima está associada à amplitude A_ν através da relação:

$$F_\nu = \frac{|\partial \Phi_1 / \partial R|_{\max}}{|d\Phi_0 / dR|} = \frac{|k| A_\nu}{\Omega^2 R}, \quad (\text{B.9})$$

onde usou-se $|k| = \frac{m}{R \tan i}$ ($k \rightarrow$ número de onda radial). Identificamos a amplitude F_ν dada acima com a razão do campo de forças f_r (razão entre a componente radial da força devido à perturbação espiral e a força radial do potencial axissimétrico) apresentada no capítulo 2 do texto principal.

Usando as relações acima, a equação B.5 pode então ser reescrita como:

$$\begin{aligned} \overline{\frac{dL}{dt}}(R) &= \left(\frac{m}{2} \right) A_\Sigma A_\nu \operatorname{sen}(m \phi_0) \\ &= \frac{1}{2} F^2 V_c^2 \tan i \operatorname{sen}(m \phi_0) \Sigma_0, \end{aligned} \quad (\text{B.10})$$

onde usou-se $F^2 \equiv F_\Sigma F_\nu$, com $F_\Sigma = A_\Sigma / \Sigma_0$, sendo Σ_0 a densidade superficial da distribuição axissimétrica do disco (F_Σ é o correspondente do contraste de densidade superficial $\delta\Sigma/\Sigma$ definido no capítulo 2 do texto principal); $V_c = \Omega R$ é a velocidade circular de rotação; e novamente, $|k| = \frac{m}{R \tan i}$.

Lembrando que a taxa média de troca de momento angular na equação B.10 é dada por unidade de área, para uma única estrela de massa média M_* , a taxa de sua perda ou ganho de momento angular é dada por:

$$\overline{\frac{dL_*}{dt}}(R) = \frac{1}{2} F^2 V_c^2 \tan i \operatorname{sen}(m \phi_0) M_*. \quad (\text{B.11})$$

Para uma galáxia com uma curva de rotação aproximadamente plana, a quantidade $\overline{\frac{dL_*}{dt}}$ pode ser expressa como:

$$\frac{dL_*}{dt}(R) = V_c M_* \frac{dR_*}{dt}, \quad (\text{B.12})$$

onde R_* é o raio orbital médio da estrela sob consideração. Das equações B.11 e B.12, temos para a variação secular do raio orbital médio:

$$\frac{dR_*}{dt} = \frac{1}{2} F^2 V_c \tan i \sin(m \phi_0). \quad (\text{B.13})$$

Com a convenção de sinais utilizada: $\phi_0 > 0$ dentro da co-rotação, $\phi_0 < 0$ fora da co-rotação, *pitch angle* $i < 0$ para espirais *trailing* $\Rightarrow \tan i < 0$, temos uma variação negativa dos raios orbitais médios para raios iniciais interiores à co-rotação, e uma variação positiva desta quantidade para raios iniciais exteriores à co-rotação.