

Universidade de São Paulo  
Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas  
Departamento de Astronomia

Vinicius Consolini Busti

**Cosmologia na Era da Precisão:  
O Método de Dyer–Roeder e a Influência das  
Inomogeneidades nos Testes Cosmológicos**

São Paulo

2013



Vinicius Consolini Busti

**Cosmologia na Era da Precisão:  
O Método de Dyer–Roeder e a Influência das  
Inomogeneidades nos Testes Cosmológicos**

Tese apresentada ao Departamento de Astronomia do Instituto de Astronomia, Geofísica e Ciências Atmosféricas da Universidade de São Paulo como requisito parcial para a obtenção do título de Doutor em Ciências.

Área de Concentração: Astronomia

Orientador: Prof. Dr. José Ademir Sales de Lima

São Paulo

2013



*À Angela e à minha família*



# Agradecimentos

Ao meu orientador José Ademir Sales de Lima, por todo o apoio obtido desde a Iniciação Científica, pela amizade e pelas grandes discussões científicas.

Aos meus colaboradores Rose Clívia Santos e Rodney Nascimento Guimarães, pela amizade e pelas discussões científicas.

À minha noiva Angela Ramonne Pereira de Souza, por todo amor, carinho e paciência durante o desenvolvimento desta tese. Pelo apoio nos momentos difíceis e por me proporcionar a alegria de viver.

A todos da minha família. Principalmente aos meus pais Francisco Aparecido Busti e Magda de Jesus Consolini Busti, pelo apoio e amor incondicionais, sem os quais eu nunca concretizaria este trabalho. Agradeço pelo extremo empenho e abnegação dedicados a mim para que eu pudesse concluir meus estudos. Também agradeço à minha irmã Vanessa Aparecida Busti e à minha sobrinha Alessa Moraes pelo inestimável amor e carinho a mim dedicados.

Ao Felipe Andrade Oliveira e à Leila Lobato Graef pela leitura cuidadosa e crítica do manuscrito.

Aos professores do Departamento de Astronomia do IAG, principalmente ao meu relator professor Jorge Ernesto Horvath e aos professores Laerte Sodré Junior e Eduardo Serra Cypriano pelas disciplinas lecionadas.

Aos meus amigos do grupo de cosmologia, principalmente ao Felipe Andrade Oliveira, João Vital Cunha Júnior, João Maria da Silva, José Fernando de Jesus, Leila Lobato Graef, Rodrigo Fernandes Holanda, Rose Clívia Santos e Silvio Fiorentin Neto por todas as discussões científicas e pela amizade.

Aos meus amigos do IAG, principalmente ao Alan Jorge Alves do Carmo, Carlos Au-

gusto de Souza Braga, Douglas Augusto de Barros, Fernanda Urrutia, Grzegorz Kowal, Gustavo Rocha da Silva, Juan Carlos Basto Pineda, Oscar Cavichia de Moraes, Pedro Paulo Bonetti Beaklini, Rafael de Souza, Rafael Kobata Kimura, Reinaldo Santos de Lima, Tiago Ricci, Thiago Almeida, Thiago Correr Junqueira e Ulisses Diego Machado.

Aos meus amigos de graduação do IFUSP, principalmente ao André Landulfo, André Modesto, Cláudio Kendi Ono, Dorival Gonçalves Netto, Henrique Rauen, José Pedretti Neto, Leandro Matioli Machado, Leandro Ribeiro, Luís Felipe Mura, Michel Meguins Navarro e Railson Bolsoni Falcão.

Aos membros da Representação Discente, especialmente ao Oscar Cavichia de Moraes e ao Vinicius Moris Placco pelo desenvolvimento da classe IAGTESE.

Aos funcionários do IAG, por toda a assistência prestada.

Ao CNPq, pelo apoio financeiro, sob o projeto nº: 142713/2009-0.

Ao IAG, por propiciar um ótimo ambiente de trabalho e pesquisa.



*“O nosso conhecimento consiste em grande parte em acreditar saber, e em acreditar que os outros saibam.”*

Paul Valéry



# Resumo

O universo observado é localmente inhomogêneo. Mesmo que em grandes escalas atinja-se a homogeneidade e isotropia, em menores escalas uma grande variedade de estruturas é observada. Como a luz sente o campo gravitacional local, sua propagação pode ser alterada pela presença das inhomogeneidades, assim como as distâncias de diâmetro angular e de luminosidade. Os testes cosmológicos, que geralmente utilizam a suposição de um universo perfeitamente homogêneo, podem gerar vínculos não acurados devido à granularidade do universo.

Nesta tese, estudamos como a propagação da luz é afetada por inhomogeneidades de pequena escala. Adotamos a aproximação de Dyer–Roeder e extensões, caracterizadas fenomenologicamente pelo parâmetro de aglomeração  $\alpha$ . Analisamos essas aproximações de maneira teórica e observacional. Discutimos a viabilidade física e restringimos observacionalmente os parâmetros livres dos modelos considerando diferentes testes cosmológicos.

Inicialmente, consideramos um modelo  $\Lambda$ CDM plano e a aproximação de Dyer–Roeder padrão, onde o parâmetro de aglomeração assume valores entre 0 e 1. Utilizamos amostras de supernovas do tipo Ia (SNe Ia), medidas de  $H(z)$  e *gamma-ray bursts* (GRBs) para vincularmos  $\alpha$  e o parâmetro de densidade da matéria  $\Omega_m$ . Mostramos que, mesmo vinculando apenas  $\Omega_m$ , medidas de  $H(z)$  podem melhorar os vínculos sobre  $\alpha$ , devido às diferentes degenerescências no espaço de parâmetros. Utilizando apenas SNe Ia ou GRBs, mostramos que os vínculos são fracos sobre o parâmetro aglomeração. Quando combinamos as duas amostras, conseguimos melhores vínculos, com o par de parâmetros restrito aos intervalos:  $0.24 \leq \Omega_m \leq 0.33$  e  $0.52 \leq \alpha \leq 1.0$ , dentro de 95.4% de confiança estatística. Os dados são completamente compatíveis com um universo perfeitamente homogêneo, mas uma grande região no espaço de parâmetros com  $\alpha \neq 1$  é ainda permitida

pelas amostras consideradas.

Posteriormente, analisamos uma abordagem de Dyer–Roeder estendida na qual o parâmetro de aglomeramento  $\alpha_E$  pode assumir valores maiores que a unidade. Testamos a viabilidade do modelo através de uma análise estatística envolvendo dados de SNe Ia em um modelo  $\Lambda$ CDM plano, onde o melhor ajuste obtido é  $\alpha_E = 1.26$  e  $\Omega_m = 0.25$ . Dentro de 68.3% de confiança estatística, os parâmetros foram restritos aos intervalos  $0.21 \leq \Omega_m \leq 0.29$  e  $0.72 \leq \alpha_E \leq 1.94$ . Também estudamos os efeitos de diferentes valores de  $\alpha_E$  em um modelo  $\Lambda$ CDM e em um modelo XCDM plano. Em ambos os casos, valores para  $\alpha_E$  maiores que 1 levam a um melhor acordo entre os dados de SNe Ia e os provenientes de oscilações acústicas dos bárions e da radiação cósmica de fundo. Por fim, apresentamos um modelo simplificado para explicar a possibilidade de  $\alpha_E$  ser maior que 1, baseado na existência de vazios.

A influência das inomogeneidades de pequena escala em testes de consistência cosmológicos também é investigada. Mostramos que tais inomogeneidades podem gerar falsos positivos em dois testes: o primeiro relacionado ao Princípio de Copérnico e o segundo ao modelo  $\Lambda$ CDM plano. Por outro lado, discutimos que esses testes também podem ser usados para se discernir sobre a melhor maneira de se descrever a influência das inomogeneidades sobre a propagação da luz. Por fim, descrevemos uma maneira de se reconstruir o parâmetro de aglomeramento diretamente dos dados, sem a suposição de sua forma funcional, dentro do modelo  $\Lambda$ CDM, e discutimos métodos para se distinguir entre os efeitos de  $\alpha$  e modelos cosmológicos alternativos.

Nossos resultados mostram a importância de se compreender e testar as hipóteses utilizadas na construção de modelos cosmológicos. Isso é fundamental para que não tenhamos apenas resultados precisos, mas corretos.

# Abstract

The observed universe is inhomogeneous. Even being homogeneous on large scales, on smaller scales a great variety of structures is observed. As light feels the local gravitational field, its propagation may be altered by the presence of inhomogeneities, and so the angular diameter and luminosity distances. The cosmological tests, generally performed under the assumption of a perfectly homogeneous universe, may provide constraints without accuracy due to a lumpy universe.

In this thesis, we study how light propagation is affected by small-scale inhomogeneities. We adopt the Dyer–Roeder approximation and extensions, which are characterized phenomenologically by the smoothness parameter  $\alpha$ . These approximations are analyzed in a theoretical and observational basis by using different cosmological tests.

Initially, we consider a flat  $\Lambda$ CDM model and the Dyer–Roeder approximation, where the smoothness parameter takes values between 0 and 1. We use samples of type Ia supernovae (SNe Ia),  $H(z)$  measurements and gamma-ray bursts (GRBs) in order to constrain  $\alpha$  and the matter density parameter  $\Omega_m$ . It is shown that even constraining only  $\Omega_m$ , the  $H(z)$  measurements offer a means to improve the constraints over  $\alpha$ , due to a different degenerescence in the parameter space. By using the SNe Ia or the GRBs samples, we show that the constraints over the smoothness parameter are weak. When we combine both samples better constraints are derived, with the pair of parameters being restricted on the intervals:  $0.24 \leq \Omega_m \leq 0.33$  and  $0.52 \leq \alpha \leq 1.0$ , within the 95.4% confidence level. The data are completely compatible with a perfectly homogeneous universe, but a large region in the parameter space with  $\alpha \neq 1.0$  is still allowed by the considered samples.

Subsequently, an extended Dyer–Roeder approach is analyzed in which the smoothness parameter  $\alpha_E$  can assume values greater than unity. The viability of the model is tested

through a statistical analysis involving SNe Ia data in a flat  $\Lambda$ CDM model, where the best fit is  $\alpha_E = 1.26$  and  $\Omega_m = 0.25$ . The parameters are restricted, within the 68.3% confidence level, on the intervals  $0.21 \leq \Omega_m \leq 0.29$  and  $0.72 \leq \alpha_E \leq 1.94$ . We also study how different values of  $\alpha_E$  affect the contours in a  $\Lambda$ CDM model and in a flat XCDM model. In both cases, values for  $\alpha_E$  greater than unity may provide a better agreement between the SNe Ia data and those from the baryon acoustic oscillation and the cosmic microwave background. Finally, we present a simplified model to explain the possibility of  $\alpha_E$  to be greater than 1, based on the existence of voids.

We continue with a study on the influence of the small-scale inhomogeneities on the cosmological consistency tests. It is shown that these inhomogeneities may induce apparent violations in two tests: the first related to the Copernican Principle and the second related to the flat  $\Lambda$ CDM model. On the other hand, the tests can be used in the reverse manner in order to decide the best way to describe the effects of the inhomogeneities on the light propagation. Finally, a new method is devised to reconstruct the smoothness parameter directly from the data, without assuming its functional form, in a  $\Lambda$ CDM model, and some suggestions of how to distinguish between clumpiness effects from different cosmologies are discussed.

Our results show the importance to understand and test the hypotheses used in the building of cosmological models. This is vital in order to have not only precise results, but correct ones.

## Notação e Convenções

- Assinatura da métrica:  $(+, -, -, -)$ .
- Índices gregos variam de 0 a 3, índices latinos variam de 1 a 3. Índices repetidos obedecem à convenção de Einstein.
- Derivada parcial:  $\frac{\partial \phi}{\partial x^\alpha} \equiv \phi_{,\alpha}$ .
- Derivada covariante:  $A^\alpha_{;\beta} = A^\alpha_{,\beta} + \Gamma^\alpha_{\lambda\beta} A^\lambda$ .
- Usaremos um sistema de unidades onde  $c = 1$ , salvo menção em contrário a fim de explicitar algo em questão.
- Expressões em outro idioma serão escritas em *itálico*.





# Informação Eletrônica

A maioria das referências bibliográficas utilizadas nessa dissertação podem ser encontradas nas seguintes páginas da WEB:

- <http://www.periodicos.capes.gov.br/>
- [http://adsabs.harvard.edu/abstract\\_service.html](http://adsabs.harvard.edu/abstract_service.html)
- <http://xxx.lanl.gov/>



# Lista de Figuras

1.1	Resultados obtidos por <a href="#">Amanullah et al. (2010)</a> . . . . .	26
2.1	Fator de escala em função do tempo para modelos constituídos de matéria. . . . .	39
2.2	Fator de escala para universos com constante cosmológica. . . . .	39
2.3	Anisotropias da CMB. . . . .	44
2.4	Espectro de potências da radiação cósmica. . . . .	45
2.5	Distância de diâmetro angular. . . . .	48
2.6	Medida de BAO . . . . .	49
2.7	Curvas de luz de SNe Ia. . . . .	52
2.8	Curva de rotação para 4 galáxias espirais. . . . .	54
2.9	Aglomerado Bala. . . . .	55
2.10	Medidas de $\Omega_m$ . . . . .	55
2.11	Evidência da aceleração do universo obtida pelo <i>Supernova Cosmology Project</i> . . . . .	56
2.12	Evidência da aceleração do universo obtida pelo <i>High-z Supernova Search</i> . . . . .	57
2.13	Genealogia da energia escura, mostrando suas principais evidências. . . . .	58
2.14	Valor inferido da constante cosmológica desde sua proposta em 1917. . . . .	59
2.15	Intervalo de modelos cosmológicos não-planos consistentes com o WMAP. . . . .	60
2.16	Tensão descoberta por <a href="#">Shafieloo et al. (2009)</a> . . . . .	64
2.17	Vínculos para $w_0$ e $w_a$ obtidos por <a href="#">Suzuki et al. (2012)</a> . . . . .	67
3.1	Representação da propagação de um feixe de raios de luz. . . . .	75
3.2	Efeitos dos escalares $\hat{\theta}$ e $\hat{\sigma}$ na área transversal de um feixe de luz. . . . .	78
3.3	Aproximação de Dyer–Roeder. . . . .	82
3.4	Efeito da distribuição de matéria na focagem de um feixe de luz. . . . .	83

4.1	Distância de luminosidade adimensional em função do <i>redshift</i> . . . . .	89
4.2	O efeito de $\alpha$ sobre as magnitudes residuais. . . . .	91
4.3	O plano $(\Omega_m, \alpha)$ para um modelo $\Lambda$ CDM plano com SNe Ia. . . . .	92
4.4	O efeito dos dados de $H(z)$ sobre os vínculos em $\alpha$ . . . . .	94
4.5	O plano $(\Omega_m, \alpha)$ para um modelo $\Lambda$ CDM plano com GRBs. . . . .	95
4.6	O plano $(\Omega_m, \alpha)$ para um modelo $\Lambda$ CDM plano com SNe Ia e GRBs. . . . .	97
5.1	Distância de luminosidade adimensional em função do <i>redshift</i> . . . . .	103
5.2	Vínculos sobre o parâmetro de aglomeração estendido. . . . .	105
5.3	A influência de $\alpha_E$ sobre outros parâmetros cosmológicos. . . . .	106
5.4	Resultados obtidos por <a href="#">Amendola et al. (2010)</a> . . . . .	108
5.5	Representação de um universo com vazios. . . . .	109
5.6	Efeito de <i>backreaction</i> de um vazio. . . . .	110
6.1	Teste $\mathcal{O}_k(z)$ para dados de $H(z)$ e SNe Ia. . . . .	116
6.2	Teste $\mathcal{O}_m(z)$ para dados de BAO. . . . .	117
6.3	Testes cosmológicos para um modelo LTB. . . . .	118
6.4	O efeito das inomogeneidades locais nos testes $\mathcal{C}(z)$ e $\mathcal{L}(z)$ . . . . .	121
6.5	Reconstrução teórica do parâmetro de aglomeração. . . . .	123
A.1	Espectro de um QSO. . . . .	158
A.2	Função de distribuição de probabilidade da densidade do gás. . . . .	163
A.3	Fluxo transmitido médio. . . . .	164
A.4	Plano $(\Omega_m, h)$ para as amostras de floresta de Ly $\alpha$ . . . . .	166
A.5	Plano $(\Omega_m, h)$ para as amostras de floresta de Ly $\alpha$ e BAO. . . . .	168

## Lista de Tabelas

4.1	Medidas de $H(z)$ de <a href="#">Simon et al. (2005)</a> e <a href="#">Daly et al. (2008)</a> . . . . .	93
4.2	Limites em $\alpha$ e $\Omega_m$ . . . . .	98
5.1	Melhores ajustes para $\Omega_m$ e $\Omega_\Lambda$ . . . . .	106
5.2	Melhores ajustes para $\Omega_m$ e $w$ . . . . .	107
A.1	Dados da simulação das florestas de Ly $\alpha$ . . . . .	164
A.2	Limites para $H_0$ . . . . .	167



# Sumário

1. Introdução . . . . .	25
2. Modelo Padrão da Cosmologia . . . . .	31
2.1 A Teoria da Relatividade Geral (TRG) . . . . .	32
2.2 O Princípio de Copérnico . . . . .	34
2.3 Tensor de Energia-Momento . . . . .	35
2.4 Dinâmica Cósmica . . . . .	36
2.5 Bases Observacionais do <i>Big Bang</i> . . . . .	40
2.5.1 A Expansão do Universo . . . . .	40
2.5.2 Nucleossíntese Primordial . . . . .	41
2.5.3 Radiação Cósmica de Fundo . . . . .	43
2.6 Observáveis em Cosmologia . . . . .	45
2.6.1 O <i>Redshift</i> . . . . .	45
2.6.2 Distância de Diâmetro Angular . . . . .	47
2.6.3 Oscilação Acústica dos Bárions . . . . .	47
2.6.4 Distância de Luminosidade . . . . .	50
2.6.5 Supernovas Tipo Ia . . . . .	51
2.7 Os Componentes Dominantes do Universo . . . . .	52
2.7.1 Matéria Escura . . . . .	53
2.7.2 A Aceleração do Universo . . . . .	55
2.7.2.1 A Constante Cosmológica $\Lambda$ . . . . .	58
2.8 Problemas do Modelo Padrão . . . . .	61
2.8.1 Matriz S . . . . .	61

2.8.2	Satélites Faltantes . . . . .	61
2.8.3	Relação de Tully–Fisher . . . . .	62
2.8.4	Galáxias de maré anãs . . . . .	62
2.8.5	Problema Cúspide–Caroço . . . . .	62
2.8.6	Problema de Alinhamento de Satélites . . . . .	62
2.8.7	Idades de Objetos em Altos <i>Redshifts</i> . . . . .	62
2.8.8	Fluxo de massa . . . . .	63
2.8.9	O Efeito Sachs–Wolfe Integrado . . . . .	63
2.8.10	Tensão entre Dados em Baixos e Altos <i>Redshifts</i> . . . . .	63
2.8.11	Princípio de Copérnico . . . . .	64
2.9	Modelos Alternativos . . . . .	65
2.9.1	Matéria X . . . . .	65
2.9.2	Quintessência . . . . .	67
2.9.3	Modelos Inomogêneos . . . . .	68
3.	<i>Influência das Inomogeneidades na Propagação da Luz</i> . . . . .	71
3.1	Introdução . . . . .	71
3.2	Óptica Geométrica em Espaços Curvos . . . . .	72
3.3	A Equação Óptica de Sachs . . . . .	74
3.4	Distâncias de Diâmetro Angular . . . . .	78
3.4.1	Modelo Homogêneo . . . . .	79
3.4.2	Aproximação de Lenteamento Fraco . . . . .	80
3.4.3	Aproximação de Dyer–Roeder . . . . .	81
4.	<i>Vínculos Observacionais sobre o Parâmetro de Aglomeramento <math>\alpha</math></i> . . . . .	87
4.1	Introdução . . . . .	87
4.2	A Equação de Dyer–Roeder para a Distância de Luminosidade . . . . .	88
4.3	Amostras e Resultados . . . . .	90
4.3.1	SNe Ia e $H(z)$ . . . . .	92
4.3.2	Gamma-Ray Bursts . . . . .	95
4.3.3	SNe Ia e GRBs . . . . .	97
4.4	Conclusões . . . . .	98



5. <i>Um Modelo de Dyer–Roeder Estendido</i> . . . . .	101
5.1 Introdução . . . . .	101
5.2 A Equação de Dyer–Roeder para a Distância de Luminosidade . . . . .	102
5.3 Determinando $\alpha_E$ dos dados de SNe Ia . . . . .	104
5.4 Tensão SNe Ia-CMB e o Valor de $\alpha_E$ . . . . .	105
5.5 Por que $\alpha_E$ pode ser maior que a unidade? . . . . .	107
5.6 Outra interpretação . . . . .	109
5.7 Conclusões . . . . .	110
6. <i>Influência das Inomogeneidades sobre Testes Cosmológicos</i> . . . . .	113
6.1 Introdução . . . . .	113
6.2 Testes Cosmológicos . . . . .	114
6.2.1 O Teste $\mathcal{C}(z)$ . . . . .	114
6.2.2 O Teste $\mathcal{L}(z)$ . . . . .	115
6.2.3 Vínculos Atuais . . . . .	116
6.3 Efeitos das Inomogeneidades Locais . . . . .	117
6.3.1 A Equação de Dyer–Roeder para a Distância de Luminosidade . . . . .	118
6.3.2 A Relação entre a Aproximação de Dyer–Roeder e a de Lenteamento Fraco . . . . .	119
6.4 Resultados . . . . .	120
6.4.1 Quantificando a Influência de $\alpha$ . . . . .	120
6.4.2 Reconstrução de $\alpha$ . . . . .	122
6.4.3 Outros Efeitos? . . . . .	123
6.5 Conclusões . . . . .	123
7. <i>Conclusões e Perspectivas</i> . . . . .	125
7.1 Conclusões . . . . .	125
7.2 Perspectivas . . . . .	128
<i>Referências</i> . . . . .	131

A. Vínculos sobre a Constante de Hubble com Florestas de Lyman- $\alpha$  e Oscilação Acústica de Bárions . . . . . 157

A.1 Introdução . . . . . 157

    A.1.1 Florestas de Lyman- $\alpha$  ( $\text{Ly}\alpha$ ) . . . . . 157

    A.1.2 Medições de  $H_0$  . . . . . 158

A.2 Amostras de Florestas  $\text{Ly}\alpha$  . . . . . 160

A.3 Equações Básicas . . . . . 161

A.4 Análises e Resultados . . . . . 164

    A.4.1 Limites dos Dados das Florestas de  $\text{Ly}\alpha$  . . . . . 165

    A.4.2 Florestas de  $\text{Ly}\alpha$  e BAO: Uma Análise Conjunta . . . . . 167

A.5 Conclusões . . . . . 168

## Introdução

Na última década, um conjunto de dados astronômicos transformou a cosmologia em uma área de ponta da ciência contemporânea. Interpretados à luz dos mais recentes avanços teóricos, tais dados estabeleceram um novo cenário cosmológico, usualmente denominado modelo de concordância cósmica ou  $\Lambda$ CDM. O termo  $\Lambda$  se refere à constante cosmológica, introduzida por Einstein em 1917, e CDM à matéria escura fria (*cold dark matter*), que são suas componentes principais totalizando cerca de 95% do conteúdo energético do universo.

Esse modelo tem suas bases fincadas em evidências observacionais advindas de inúmeros avanços na quantidade e qualidade dos dados. A saber, a catalogação de mais de 500 supernovas do tipo Ia que são utilizadas como velas padrão, grandes *surveys* para obtenção de funções de correlação de N pontos de galáxias e quasares (SDSS, 2dFGRS, 2dFQSO, WiggleZ), satélites para a medição das anisotropias da radiação cósmica de fundo (COBE e WMAP), medição da oscilação acústica dos bárions, entre outros.

Como resultado, essa ampla gama de dados, proveniente de diferentes fenômenos físicos conectados com as diferentes observações astronômicas, levou ao estabelecimento de uma cosmologia de precisão. O que isso significa? Basicamente, devido à complementaridade das sondas cósmicas utilizadas, ficou estabelecido que diversos parâmetros cosmológicos são determinados com precisão da ordem de alguns por cento.

A figura (1.1) mostra os resultados obtidos por [Amanullah et al. \(2010\)](#) utilizando supernovas (SNe), radiação cósmica de fundo (CMB) e oscilação acústica dos bárions (BAO). Os vínculos se referem ao parâmetro de densidade da matéria  $\Omega_m$  e ao parâmetro de densidade da constante cosmológica  $\Omega_\Lambda$ , onde os contornos representam regiões de confiança estatística de 68.3%, 95.4% e 99.7%. O painel esquerdo apresenta os vínculos sem levar em consideração os erros sistemáticos na análise de supernovas. Quando se inclui

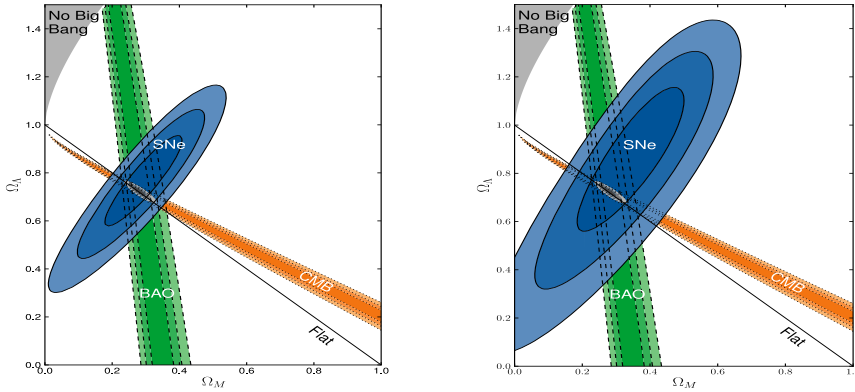


Figura 1.1: Plano  $(\Omega_m, \Omega_\Lambda)$  obtido por Amanullah et al. (2010) utilizando dados de SNe, BAO e CMB. O painel da esquerda não leva em consideração os erros sistemáticos na análise de SNe. O painel da direita mostra como os contornos são afetados pelos erros sistemáticos na análise com SNe, onde uma região maior no espaço de parâmetros passa a ser permitida em comparação com a análise anterior.

tais erros, como é mostrado no painel direito, uma região maior no espaço de parâmetros é permitida.

A conclusão que tiramos destas figuras é que nos aproximamos de uma era onde os erros na determinação dos parâmetros cosmológicos são dominados por erros sistemáticos. Estamos nos dirigindo a um ponto onde a acurácia é tão ou mais importante que a precisão. Como discutido por Peebles (2010), uma balança pode fornecer um peso com precisão de vários algarismos significativos, mas se estiver mal calibrada, não fornecerá um resultado acurado.

A necessidade de se ter acurácia fica ainda mais em evidência quando consideramos que não temos uma boa compreensão dos constituintes básicos do universo. Embora as primeiras evidências da matéria escura remontem à década de 1930 (Zwicky, 1933), ainda hoje a partícula associada não foi detectada em laboratórios terrestres. Por outro lado, a constante cosmológica, que é associada à energia do vácuo, sofre de dois grandes problemas teóricos: o problema da constante cosmológica e o problema da coincidência cósmica (Weinberg, 1989; Peebles e Ratra, 2003). O primeiro se refere ao valor estimado através das observações e o calculado a partir da teoria quântica de campos, onde a razão pode divergir em até  $10^{120}$ , a maior discrepância já observada na física. O segundo problema está relacionado ao porquê  $\Omega_m$  e  $\Omega_\Lambda$  têm a mesma ordem de grandeza na fase atual do universo. Como a densidade de energia da matéria se dilui com a expansão e a constante cosmológica é fixa, é muito improvável que vivamos em uma época em que as duas têm

aproximadamente o mesmo valor, uma vez que na maior parte da história cósmica essas duas componentes divergiram por inúmeras ordens de magnitude. Ainda mais intrigante, valores um pouco mais altos para  $\Omega_\Lambda$  inviabilizariam a formação de estruturas, enquanto valores um pouco mais baixos fariam que  $\Lambda$  não fosse detectada.

A conjuntura atual faz com que os cosmólogos tenham que analisar todos os aspectos considerados na construção de um modelo cosmológico. Logo, é de extremo interesse fazer um excrutínio de suas principais hipóteses subjacentes, que são (Uzan, 2010):

- uma teoria de gravidade;
- uma descrição do conteúdo material do universo e suas interações não-gravitacionais;
- hipóteses de simetria;
- a topologia do universo.

Dadas as quatro condições acima, é interessante analisar quais são as principais suposições subjacentes ao modelo de concordância cósmica ( $\Lambda$ CDM). Primeiramente, o modelo toma a teoria da relatividade geral (TRG) para lidar com a gravitação. Suas componentes principais são a constante cosmológica, matéria escura fria e bárions, interagindo entre si apenas gravitacionalmente. Além disso, é suposto que o Princípio de Copérnico é válido, ou seja, somos observadores típicos. Tal fato, junto com a isotropia da CMB em relação a nós, implica na homogeneidade e isotropia do Universo em grandes escalas, onde a métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW) é derivada. A topologia deste modelo é a trivial.

Portanto, pode-se alterar as hipóteses destacadas acima para explicar as observações atuais sem considerar a existência de uma constante cosmológica. Evidentemente, a nulidade da constante cosmológica deveria também ser explicada.

A princípio, poderíamos adotar outra teoria de gravitação, por exemplo teorias  $f(R)$ , onde termos extras nas equações de campo seriam responsáveis pela aceleração (para um artigo de revisão abrangente sobre teorias de gravitação modificadas veja Clifton et al., 2012). Outra possibilidade seria alterar o conteúdo energético do Universo, através da inserção de uma nova componente que possui pressão negativa para acelerar a expansão. Geralmente, tal componente é chamada de energia escura (Li et al., 2011). Quando a nova

componente é relacionada a um campo escalar canônico é chamada de quintessência. Modelos onde a nova componente interage com outros constituintes também foram considerados na literatura (e.g. [Amendola, 2000](#)).

Também podemos considerar que vivemos no centro de um grande vazio, da ordem da escala de Hubble ([Moffat e Tatarski, 1992, 1995](#)). Isso significa quebrar a hipótese de homogeneidade e isotropia do universo, levando em seu caso mais simples à métrica de Lemaître-Tolman-Bondi (LTB). Neste caso, não ocorre aceleração, já que esta só é inferida quando se assume a métrica de FLRW para a análise dos dados observacionais.

Visto que existem vários caminhos a se trilhar, nesta tese nos concentraremos na importância de se ter acurácia em cosmologia. Em particular, preocupamo-nos com os efeitos das inomogeneidades locais sobre a propagação da luz. Mesmo que em grandes escalas o universo seja homogêneo e isotrópico, em pequenas escalas ele não é. Tal fato é de fácil verificação, dado que presenciamos estruturas em diversas escalas.

Por outro lado, a influência destas inomogeneidades na propagação da luz e, conseqüentemente, na determinação de parâmetros cosmológicos, ainda é uma questão em aberto. O primeiro trabalho a enfatizar a importância de tais efeitos foi realizado por [Zel'dovich \(1964\)](#), considerando que a luz se propagaria no vácuo. Posteriormente, [Dyer e Roeder \(1972, 1973\)](#) adotaram a hipótese que a luz se propaga por um meio com densidade  $\alpha\rho_m$ , onde  $\rho_m$  é a densidade da matéria e  $\alpha$  é o parâmetro de aglomeramento. Quando  $\alpha = 0$ , temos o caso extremo tratado por [Zel'dovich](#) da luz se propagando pelo vácuo. Mas se  $\alpha = 1$ , obtemos o caso padrão da luz se propagando em um universo perfeitamente homogêneo e isotrópico. Essa abordagem ficou conhecida como aproximação de Dyer–Roeder.

Portanto, a influência das inomogeneidades na propagação da luz se dá pela distribuição de matéria na linha de visada. Diferentes hipóteses sobre a distribuição de matéria geram resultados distintos, como é o caso da aproximação de lentramento fraco.

Nesta tese, investigamos a chamada aproximação de Dyer–Roeder e suas extensões, tanto na sua formulação teórica quanto nas conseqüências observacionais. Nosso objetivo é traçar maneiras de se estabelecer o melhor modo de se descrever os efeitos das inomogeneidades locais sobre a propagação da luz. O formato da tese é descrito a seguir.

No capítulo [2](#), fazemos uma revisão do modelo de concordância cósmica  $\Lambda$ CDM. Inicialmente discutimos as hipóteses básicas do modelo, como a teoria da relatividade geral,

o princípio de Copérnico que leva à métrica de FLRW, o conteúdo energético-material do universo e daí inferimos sua dinâmica. Em seguida, apresentamos as bases observacionais do *Big Bang*, em que o modelo  $\Lambda$ CDM se sustenta. Posteriormente, discutimos brevemente alguns observáveis em cosmologia, extremamente importantes nas análises observacionais. Estudamos o conjunto de evidências que levaram à introdução do setor escuro do universo, composto pela matéria escura e constante cosmológica. Por fim, descrevemos algumas anomalias apresentadas por  $\Lambda$ CDM e modelos cosmológicos alternativos que tentam solucionar tais questões.

No capítulo 3, estudamos a propagação da luz no espaço-tempo e como sua trajetória é modificada por diferentes distribuições de matéria ao longo da linha de visada. Iniciamos analisando a aproximação de óptica geométrica em espaços curvos e derivamos a equação óptica de Sachs (1961). Terminamos o capítulo mostrando como as distâncias de diâmetro angular são afetadas pelas inhomogeneidades na linha de visada. Em particular, discutimos a aproximação de Dyer–Roeder (Dyer e Roeder, 1972, 1973), tema central desta tese.

No capítulo 4, obtemos vínculos sobre o parâmetro de aglomeração  $\alpha$  e o parâmetro de densidade da matéria para um modelo  $\Lambda$ CDM plano na aproximação de Dyer–Roeder. Para tal, utilizamos amostras de SNe Ia, *gamma-ray bursts* e dados de  $H(z)$ .

No capítulo 5, liberamos o parâmetro de aglomeração para assumir valores maiores que a unidade. Utilizando dados de SNe Ia, vemos que o melhor ajuste está de acordo com tal hipótese. Também analisamos a influência de diferentes valores do parâmetro de aglomeração em um modelo  $\Lambda$ CDM, onde valores maiores que 1 aliviam uma possível tensão entre dados em baixos e altos *redshifts*. Um modelo simplificado baseado na influência de vazios também é proposto a fim de explicar a possibilidade de  $\alpha > 1$ .

No capítulo 6, estudamos os efeitos das inhomogeneidades sobre a propagação da luz em testes de consistência cosmológicos. Mostramos que falsos positivos podem ser gerados nesses testes sem nenhuma violação da hipótese central. Invertendo o argumento, mostramos que tais testes podem ser utilizados para discernir qual é o melhor método para descrever a influência das inhomogeneidades. Por fim, propomos uma maneira de se reconstruir o parâmetro de aglomeração diretamente dos dados dentro de um modelo  $\Lambda$ CDM.

No capítulo 7, apresentamos as considerações finais e algumas perspectivas de nosso trabalho. Já no apêndice A vinculamos a constante de Hubble  $H_0$  e o parâmetro de densidade da matéria  $\Omega_m$  com dados de florestas de Lyman- $\alpha$  e BAO.

Finalmente, com o intuito de facilitar a consulta de estudantes e pesquisadores interessados nesta área de pesquisa, informamos que os resultados originais dessa tese estão apresentados nos capítulos 4 a 6 e no apêndice A. Os resultados também podem ser encontrados nos seguintes artigos publicados ou submetidos: [Busti e Santos \(2011\)](#), [Busti et al. \(2012\)](#), [Busti et al. \(2012\)](#), [Busti e Lima \(2012\)](#) e [Lima et al. \(2013\)](#).



## Modelo Padrão da Cosmologia

O estudo das propriedades globais do universo, tanto de maneira teórica quanto observacional, levou ao estabelecimento de um modelo padrão em cosmologia, chamado de modelo  $\Lambda$ CDM. O nome provém de suas componentes dominantes, a saber, a constante cosmológica  $\Lambda$  e a matéria escura fria CDM (do inglês *cold dark matter*). Esse modelo é baseado em um conjunto de hipóteses teóricas cujas previsões foram, em parte, testadas observacionalmente com bastante sucesso.

Primeiramente, o modelo de *Big Bang* é adotado, cuja primeira consequência é que o universo foi denso e quente no passado. Tal cenário se baseia na teoria de relatividade geral e em três observáveis preditos pelo modelo. O primeiro observável é a taxa de expansão do universo medida por [Hubble \(1929\)](#) ao notar que quanto maior a distância de uma galáxia observada, mais rápido ela se afasta, relação chamada hoje de lei de Hubble. O segundo se refere à abundância de elementos leves, como o hélio, o deutério e o lítio, formados minutos após o *Big Bang*. A primeira previsão teórica data do fim da década de 40 ([Alpher et al., 1948](#)), mas as observações só se iniciaram na década de 60. O terceiro observável é a radiação cósmica de fundo, prevista por Gamow e colaboradores ([Alpher et al., 1948](#)) e medida pela primeira vez por [Penzias e Wilson \(1965\)](#).

Adiciona-se ao *Big Bang* o paradigma inflacionário. Tal paradigma diz que o universo em seus instantes iniciais passou por uma fase de expansão acelerada dirigida por um campo escalar, o ínflaton. Tal modelo foi primeiramente proposto por [Guth \(1981\)](#) para explicar três problemas: o problema do horizonte, da planura e dos monopolos. Uma consequência importante, as flutuações quânticas no ínflaton foram amplificadas e constituíram as sementes para formação de estruturas atualmente observadas no universo.

Outra hipótese norteadora contida no modelo padrão é baseada no Princípio de Copér-

nico. O Princípio de Copérnico diz que somos observadores típicos, ou seja, não estamos no centro do universo. Quando se une tal hipótese com a isotropia observada da radiação cósmica de fundo, temos que o universo observado é homogêneo e isotrópico em grandes escalas. Tal fato leva à utilização da métrica de Friedmann–Lemaître–Robertson–Walker (FLRW) para descrever as propriedades do universo em grandes escalas.

Por último, devemos descrever quais são as componentes energéticas do universo e suas interações não gravitacionais. O modelo padrão exige, além da existência da matéria bariônica, radiação e neutrinos, a introdução de um setor escuro do universo, composto pela matéria escura fria e pela constante cosmológica, onde se supõe que ambas não interagem. A necessidade de se incluir um setor escuro veio em duas vertentes. Primeiro percebeu-se a necessidade da inclusão da matéria escura, observando a dinâmica do aglomerado Coma (Zwicky, 1933) e posteriormente através da curva de rotação de galáxias (Rubin e Ford, 1970). Mais recentemente, dados de supernovas do tipo Ia (SNe Ia) (Riess et al., 1998; Perlmutter, 1999), quando interpretados à luz das hipóteses acima descritas, mostram que o universo está em um estágio de expansão acelerada. A maneira mais simples de se explicar tal fenômeno é introduzir a constante cosmológica.

A inclusão da constante cosmológica, associada à energia do vácuo dos campos quânticos, leva a dois problemas teóricos: o problema da constante cosmológica e o problema da coincidência cósmica (Weinberg, 1989; Peebles e Ratra, 2003). Para lidar com estes problemas inúmeras propostas foram realizadas na literatura, geralmente se modificando alguma das hipóteses supracitadas.

Neste capítulo, analisamos alguns aspectos da estrutura básica do modelo padrão, discutimos seus problemas bem como uma breve descrição de modelos alternativos propostos para suprimi-los ou aliviá-los.

## 2.1 A Teoria da Relatividade Geral (TRG)

Quando queremos descrever o universo como um todo, uma das questões que surgem é a seguinte: qual é a força dominante em escalas cosmológicas? Das quatro forças conhecidas, duas são de curto alcance, a força fraca e a força forte. Restam-nos então a força eletromagnética e a gravidade. O universo observado é neutro, haja vista que um pequeno excesso local de cargas de um mesmo sinal poderia gerar uma força enorme. Logo, temos

que a interação mais fraca, a gravidade, é a força dominante em grandes escalas e deve determinar a estrutura do universo observado.

O próximo passo é utilizar a melhor teoria da gravitação existente. Neste caso, a teoria da relatividade geral. A TRG é uma teoria do espaço, tempo e gravitação. Ela foi proposta por Einstein em 1915 para levar em consideração os efeitos da gravitação no domínio relativístico. Cabe ressaltar que a TRG não é apenas uma generalização da relatividade especial, mas constitui uma mudança na nossa compreensão do espaço-tempo.

O primeiro princípio que guia a TRG é o da equivalência. Basicamente, como o movimento das partículas sob ação gravitacional independe de sua natureza, podemos tratar efeitos acelerativos e gravitacionais no mesmo pé de igualdade. Tal fato sugere que a gravitação pode mudar a estrutura do espaço-tempo, tornando-o curvo.

Vamos ver como isso acontece. Na relatividade espacial, o elemento de linha é dado por

$$ds^2 = dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2, \quad (2.1)$$

onde  $t$  é o tempo e  $x$ ,  $y$  e  $z$  são as coordenadas espaciais. Para um referencial inercial qualquer, podemos reescrever a equação acima como

$$ds^2 = \eta_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu, \quad (2.2)$$

onde  $\eta_{\mu\nu}$  é a métrica do espaço-tempo plano e  $x^\mu$  são as coordenadas espaço-temporais. Os efeitos da curvatura são incorporados ao se generalizar o elemento de linha para

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu, \quad (2.3)$$

onde  $g_{\mu\nu}$  é a métrica que pode representar um espaço-tempo curvo.

O segundo princípio relaciona a distribuição de matéria e o movimento das partículas. Tal fato é codificado nas equações de campo de Einstein ([Weinberg, 1972](#)):

$$G_{\mu\nu} - \Lambda g_{\mu\nu} = \chi T_{\mu\nu}, \quad (2.4)$$

onde  $G_{\mu\nu}$  é o tensor de Einstein,  $\Lambda$  é a constante cosmológica,  $T_{\mu\nu}$  é o tensor de energia-momento e  $\chi = \frac{8\pi G}{c^4}$  é a constante de Einstein obtida quando se toma o limite de campos fracos e baixas velocidades ([Landau e Lifshitz, 1975](#)). No tensor de energia-momento

devemos considerar todas as fontes de energia e pressão. Podemos interpretar as equações de campo de Einstein da seguinte forma: do lado direito da equação temos o conteúdo energético-material que curva o espaço-tempo, enquanto no lado esquerdo temos a geometria que diz como os corpos se movimentam no espaço-tempo.

O tensor de Einstein  $G_{\mu\nu}$  pode ser escrito em função do tensor de Ricci  $R_{\mu\nu}$ , que está ligado às derivadas da métrica  $g_{\mu\nu}$ , sendo expresso por:

$$G_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg_{\mu\nu}, \quad (2.5)$$

onde  $R = R^\mu{}_\mu$  é o escalar de curvatura, obtido através da contração dos índices do tensor de Ricci.

A fim de estudar a dinâmica cósmica, precisamos especificar quais são as hipóteses de simetria para determinarmos a métrica. A hipótese mais simples baseia-se no Princípio de Copérnico, tema da próxima seção.

## 2.2 O Princípio de Copérnico

Em 1917, Einstein usou sua recém-formulada TRG e propôs um modelo de universo estático, haja vista não haver na época nenhuma evidência da expansão do universo. Para tal, Einstein foi o primeiro a enunciar o Princípio Cosmológico, que diz que o universo é homogêneo e isotrópico em grandes escalas. Isso implica que existe uma classe privilegiada de observadores que vê o universo homogêneo e isotrópico ao seu redor. Logo, tem-se um tempo cósmico medido por esses observadores onde todas as propriedades do universo devem ser as mesmas a cada instante  $t$ .

O Princípio Cosmológico gera um modelo global de universo, sendo que regiões muito mais distantes que o horizonte devem obedecer às mesmas leis. Como observamos o universo de uma única linha de mundo, podemos enunciar uma versão mais fraca desse princípio, chamada de Princípio de Copérnico (Ellis, 1975). O Princípio de Copérnico diz que não ocupamos uma posição privilegiada no universo, ou seja, somos observadores típicos. Caso se observe isotropia com relação ao observador, obtém-se as mesmas conseqüências do Princípio Cosmológico, mas apenas dentro do horizonte do observador. O Princípio de Copérnico nada diz sobre regiões maiores que o horizonte do observador, podendo o universo ser inhomogêneo e anisotrópico em escalas maiores.

Considerando o Princípio de Copérnico válido, temos que a geometria é dada pela métrica de Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker (FLRW):

$$ds^2 = dt^2 - a(t)^2 \left[ \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2 \theta d\phi^2 \right], \quad (2.6)$$

onde  $r$ ,  $\theta$  e  $\phi$  são coordenadas esféricas comóveis,  $a(t)$  é o fator de escala, que mede distâncias físicas no universo, e  $k$  é o parâmetro de curvatura das seções espaciais assumindo os valores:  $k = 0$  (universo plano),  $k = 1$  (universo fechado) e  $k = -1$  (universo hiperbólico). Determinamos qual é a dinâmica através da obtenção do fator de escala  $a(t)$ . Para isso, devemos dizer qual é o tensor de energia-momento e a partir daí resolver as equações de Einstein (2.4).

### 2.3 Tensor de Energia-Momento

No tensor de energia-momento, devemos inserir todas as componentes do universo, como matéria e radiação. Devido à hipótese de que o universo é homogêneo e isotrópico em grande escala, uma boa descrição dessas componentes é feita supondo que tais podem ser aproximadas por fluidos perfeitos.

Um fluido perfeito é definido como um fluido sem viscosidade e que não conduz calor em um referencial comóvel (Schutz, 1985). Matematicamente, essa última condição é expressa por  $T^{0i} = T^{i0} = 0$ . A componente tempo-tempo expressa a densidade de energia do fluido:  $\rho = T^{00}$ . Se não há condução de calor e viscosidade, só há fluxo de energia se houver fluxo de partículas. Quando o número de partículas é conservado a evolução do cosmos é adiabática.

A viscosidade é uma força paralela à interface entre as partículas. Sua ausência implica que as forças são sempre perpendiculares à interface, ou seja,  $T^{ij}$  é zero sempre que  $i \neq j$ . Como a ausência de viscosidade independe da orientação de eixos espaciais,  $T^{ij}$  deve ser diagonal em todos referenciais comóveis, ou seja,  $T^{ij} = p\delta^{ij}$ , onde  $p$  é a pressão.

Realizando uma transformação de coordenadas do referencial comóvel para um referencial que se move em relação a ele com velocidade  $\vec{v}$ , obtemos o tensor de energia-momento para o fluido perfeito de uma forma geral (Weinberg, 1972):

$$T^{\mu\nu} = (\rho + p)u^\mu u^\nu + pg^{\mu\nu}, \quad (2.7)$$

onde  $w^\mu = \delta^\mu_0$  é a quadrivelocidade dos elementos de volume comóveis para a métrica de FLRW. A equação (2.7) está expressa para apenas uma componente. No caso de várias componentes, basta somarmos suas respectivas densidades de energia e pressões.

## 2.4 Dinâmica Cósmica

Uma vez adotada a geometria representada pela métrica de FLRW e supondo o universo preenchido por um fluido perfeito, podemos inserir tais hipóteses nas equações de campo (2.4) para obtermos as equações que regem a dinâmica cósmica:

$$8\pi G\rho + \Lambda = 3\frac{\dot{a}^2}{a^2} + 3\frac{k}{a^2}, \quad (2.8)$$

e

$$8\pi Gp - \Lambda = -2\frac{\ddot{a}}{a} - \frac{\dot{a}^2}{a^2} - \frac{k}{a^2}, \quad (2.9)$$

onde cada ponto representa uma derivação em relação ao tempo. As equações (2.8) e (2.9) são chamadas de equações de Friedmann-Lemaître. Observando-as, vemos que temos duas equações e três incógnitas:  $\rho$ ,  $p$  e  $a$ . Para fechar o sistema, temos que especificar a equação de estado do fluido em questão. A maioria dos fluidos de interesse cosmológico pode ser descrita pela equação de estado  $p = w\rho$ , sendo  $w$  uma constante.

Manipulando as equações de Friedmann-Lemaître ou, equivalentemente, utilizando o fato do tensor de energia-momento possuir divergência nula, obtemos a conservação de energia local

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}(\rho + p) = 0. \quad (2.10)$$

Ao se utilizar a equação de estado  $p = w\rho$ , a equação acima é facilmente integrável

$$\rho = \rho_0 \left(\frac{a_0}{a}\right)^{3(1+w)}, \quad (2.11)$$

onde  $\rho_0$  é a densidade de energia medida hoje e  $a_0$  é o fator de escala hoje.

No modelo padrão, temos como componentes principais a matéria, escura e bariônica, a radiação e a constante cosmológica. A matéria se comporta como poeira, com pressão nula, logo sua equação de estado é dada por  $w = 0$ . Portanto, temos

$$\rho_m = \rho_{m0} \left( \frac{a_0}{a} \right)^3, \quad (2.12)$$

onde  $\rho_{m0}$  é a densidade de energia da matéria medida hoje. Como o volume é proporcional a  $a(t)^3$ , a densidade de energia da matéria é inversamente proporcional ao volume. Já a radiação tem equação de estado  $p = \frac{1}{3}\rho$ , o que implica

$$\rho_R = \rho_{R0} \left( \frac{a_0}{a} \right)^4, \quad (2.13)$$

onde  $\rho_{R0}$  é a densidade de energia da radiação medida hoje. Além de se diluir com o volume, também ocorre perda de energia devido ao trabalho realizado pela pressão da radiação, daí a densidade cair com  $a(t)^4$  (Lima e Alcaniz, 2004).

A constante cosmológica pode ser interpretada como um fluido com equação de estado  $p = -\rho$ , logo  $w = -1$  (Zel'dovich, 1968). Sua densidade de energia é dada por:

$$\rho_\Lambda = \rho_{\Lambda 0} = \frac{\Lambda}{8\pi G}, \quad (2.14)$$

que permanece constante durante a expansão.

Sabendo como a densidade de energia varia com o fator de escala, é interessante definirmos algumas grandezas de suma importância para a interpretação dos modelos cosmológicos. Em primeiro lugar, o parâmetro de Hubble fornece a taxa de expansão do universo

$$H(t) = \frac{\dot{a}(t)}{a(t)}, \quad (2.15)$$

onde seu valor medido hoje é conhecido como a constante de Hubble  $H_0$ . Em segundo lugar, a densidade crítica, cujo significado físico será explicado a seguir, é definida como

$$\rho_{cr}(t) = \frac{3H(t)^2}{8\pi G}. \quad (2.16)$$

Por último, o parâmetro de densidade da componente  $i$  é definido por

$$\Omega_i(t) = \frac{\rho_i(t)}{\rho_{cr}(t)}. \quad (2.17)$$

Salvo menção explícita em contrário, daqui por diante denotamos  $\Omega_i(t_0) = \Omega_i$ .

Utilizando as definições acima, a primeira equação de Friedmann-Lemaître (2.8) pode ser reescrita como

$$H(t)^2 = H_0^2 \left\{ \Omega_m \left[ \frac{a_0}{a(t)} \right]^3 + \Omega_R \left[ \frac{a_0}{a(t)} \right]^4 + \Omega_\Lambda + \Omega_k \left[ \frac{a_0}{a(t)} \right]^2 \right\}, \quad (2.18)$$

onde  $\Omega_k = -\frac{k}{a_0^2 H_0^2}$  é definido como parâmetro de densidade da curvatura, medido hoje.

Pela análise da equação acima podemos ver qual é o termo que domina a expansão em cada fase do universo. Para valores pequenos de  $a$ , a radiação é o termo dominante e o universo passa por uma fase conhecida como era da radiação. Posteriormente, o termo de matéria passa a ser o principal, logo, teremos a era da matéria. Seguem-se a essas fases a era da curvatura e da constante cosmológica, a presente fase do universo.

Tomando os valores para a equação acima em  $t = t_0$ , ou seja, hoje, obtemos o seguinte vínculo entre os parâmetros

$$\Omega_m + \Omega_R + \Omega_\Lambda + \Omega_k = 1. \quad (2.19)$$

Consideremos agora a soma das densidades de energia por  $\rho_T = \rho_M + \rho_R + \rho_\Lambda$ . Logo, o parâmetro de densidade correspondente é

$$\Omega_T = \frac{\rho_T}{\rho_{cr}}. \quad (2.20)$$

Portanto, quando  $\rho_T = \rho_{cr}$  por (2.19) temos que a curvatura espacial do universo é nula. Assim, a densidade crítica pode ser entendida como a densidade de energia total que implica em um universo plano. De modo esquemático, a curvatura do universo está relacionada ao conteúdo material por

$$k = 0 \quad \Rightarrow \quad \Omega_T = \Omega_m + \Omega_R + \Omega_\Lambda = 1 \quad \text{Universo plano,}$$

$$k = 1 \quad \Rightarrow \quad \Omega_T = \Omega_m + \Omega_R + \Omega_\Lambda > 1 \quad \text{Universo fechado,}$$

$$k = -1 \quad \Rightarrow \quad \Omega_T = \Omega_m + \Omega_R + \Omega_\Lambda < 1 \quad \text{Universo hiperbólico.}$$

A fim de estudarmos a evolução do fator de escala em função do tempo, primeiro consideremos um universo composto só por matéria. Na figura (2.1) mostramos a evolução para os três casos possíveis de curvatura. Todos os modelos partem de  $t = 0$  e  $a = 0$ . Esse instante é chamado de *Big Bang* e corresponde ao próprio surgimento do espaço-tempo.



Para os modelos aberto e hiperbólico, vemos que eles se expandem indefinidamente. Já o modelo fechado possui um tamanho máximo, a partir do qual passa a colapsar até atingir novamente  $a = 0$ , instante chamado de *Big Crunch*.

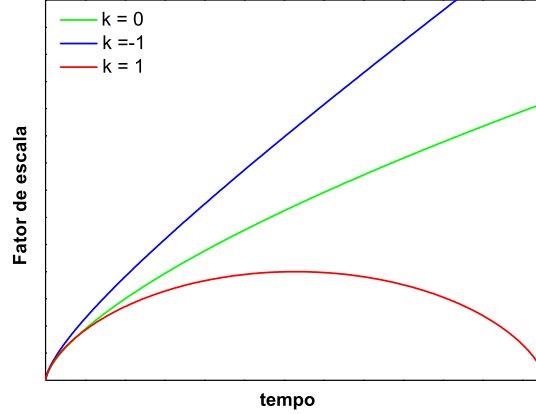


Figura 2.1: Fator de escala em função do tempo para um universo plano,  $k = 0$ , universo fechado,  $k = 1$ , e universo hiperbólico,  $k = -1$ . Em todos os casos consideramos um universo composto somente por matéria.

Quando incluímos a constante cosmológica, uma gama bem maior de possibilidades passa a existir, desde o modelo estático de Einstein até modelos sem *Big Bang*. Na figura (2.2) esboçamos a evolução do fator de escala em função do tempo para alguns casos de interesse, onde  $t_H = H_0^{-1}$ . Vemos que modelos fechados passam a poder se expandir indefinidamente devido à constante cosmológica. A linha verde tracejada corresponde ao modelo padrão da cosmologia.

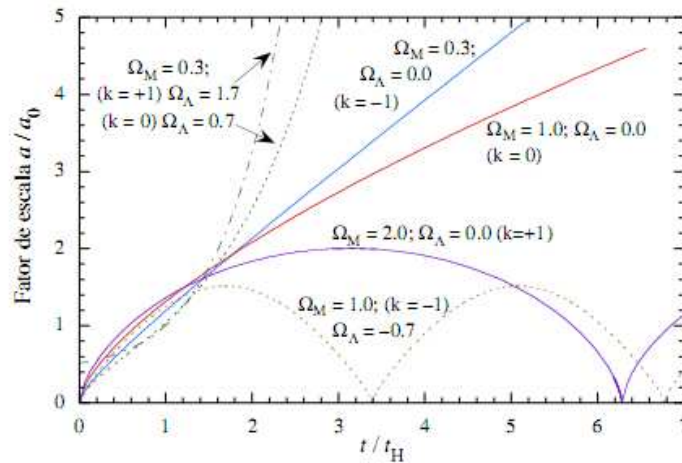


Figura 2.2: Fator de escala em função do tempo para universos compostos por matéria e constante cosmológica.

Outro aspecto que podemos notar na figura (2.2) é que, para o modelo de concordância

cósmica de referência ( $\Omega_m = 0.3, \Omega_\Lambda = 0.7$ ), a concavidade da curva muda, ou seja, a expansão passa a acelerar. Logo, diferentemente de modelos compostos apenas por matéria, que são sempre desacelerados, a inclusão da constante cosmológica pode gerar uma aceleração.

Geralmente, o estudo da aceleração de modelos cosmológicos é realizado através da definição do parâmetro de desaceleração  $q$ , dado por

$$q(t) = -\frac{a(t)\ddot{a}(t)}{\dot{a}(t)^2}. \quad (2.21)$$

Para um modelo composto por matéria, constante cosmológica e e radiação, o valor do parâmetro de desaceleração hoje é:

$$q_0 = \frac{1}{2}\Omega_m + \Omega_R - \Omega_\Lambda. \quad (2.22)$$

Assim, modelos que têm apenas matéria e radiação são sempre desacelerados ( $q_0 > 0$ ), enquanto modelos com constante cosmológica permitem, para um certo intervalo de valores, aceleração ( $q_0 < 0$ ) (Weinberg, 1972).

## 2.5 Bases Observacionais do Big Bang

Descrevemos agora as principais bases observacionais do *Big Bang*, a saber, a expansão do universo, a nucleossíntese primordial e a radiação cósmica de fundo.

### 2.5.1 A Expansão do Universo

A primeira base observacional do *Big Bang* remonta à década de 1920, quando Edwin Hubble utilizando o telescópio do Monte Palomar estabeleceu uma lei empírica dada pela seguinte equação (Hubble, 1929)

$$v = H_0 d. \quad (2.23)$$

A lei de Hubble pode ser interpretada da seguinte maneira: quanto maior a distância  $d$  de uma galáxia, maior será sua velocidade de recessão  $v$  com relação a nós. A constante de proporcionalidade entre as grandezas é a constante de Hubble.

Como a velocidade de recessão aumenta com a distância, no passado as galáxias estavam mais perto de nós. Podemos extrapolar este raciocínio e inferirmos que em um dado instante no passado ocorreu uma singularidade, o *Big Bang*.

Portanto, a lei está de acordo com as soluções com expansão obtidas por Friedmann (Friedmann, 1922, 1924) e com a hipótese de átomo primordial de Lemaître (Lemaître, 1927).

A constante de Hubble  $H_0$ , que pode ser medida localmente pela lei de Hubble e está relacionada com a taxa de expansão do universo hoje, é de grande relevância em cosmologia. Ela está relacionada com diversas grandezas em cosmologia, como por exemplo, a idade do universo, seu tamanho e densidade de energia e distâncias físicas. Usualmente escrevemos  $H_0$  em unidades de  $100h \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ , onde  $h$  é a constante de Hubble adimensional.

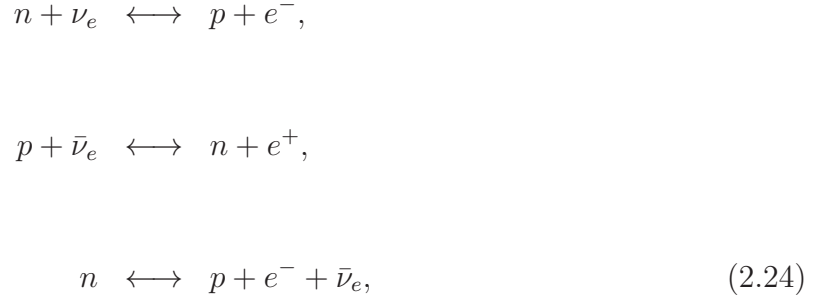
Atualmente, existe uma tensão entre medidas locais de  $H_0$ . Riess et al. (2011) obtiveram  $h = 0.738 \pm 0.024$ , já Sandage et al. (2006) chegaram ao resultado  $0.62 \pm 0.013$  (rand.)  $\pm 0.05$  (syst.), onde *rand* se refere aos erros estatísticos e *syst* aos sistemáticos.

Ambas as abordagens utilizaram cefeidas e supernovas do tipo Ia para medir  $H_0$ . Uma possível diferença na metalicidade das cefeidas utilizadas poderia explicar a discrepância entre os resultados (Freedman e Madore, 2010).

### 2.5.2 Nucleossíntese Primordial

Um dos grandes triunfos do *Big Bang* é prever a abundância de elementos leves. As altíssimas temperaturas nos instantes iniciais do universo fizeram com que toda a matéria formasse uma “sopa” cósmica, onde prótons, nêutrons, elétrons, neutrinos e fótons estavam em equilíbrio.

Os prótons estavam em equilíbrio com os nêutrons através de interações fracas a partir das reações



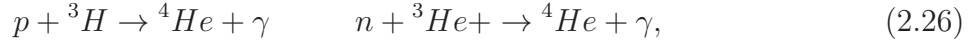
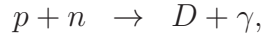
onde  $n$  se refere ao nêutron,  $p$  ao próton,  $e^-$  ao elétron,  $e^+$  ao pósitron,  $\nu_e$  ao neutrino do elétron e  $\bar{\nu}_e$  ao antineutrino do elétron. Como o próton tem massa de repouso um pouco menor do que o nêutron, sua produção é favorecida, com razão de densidade em número dada por

$$\frac{N_n}{N_p} = \exp -\frac{\Delta mc^2}{kT}, \tag{2.25}$$

onde  $\Delta m$  é a diferença de massa entre o nêutron e o próton,  $k$  é a constante de Boltzmann,  $T$  é a temperatura,  $N_n$  e  $N_p$  são as densidades em número dos nêutrons e prótons, respectivamente.

Devido à expansão, com a decorrente queda na temperatura, em  $t \sim 0.7$  s, que corresponde à temperatura de 1 MeV, a taxa de reação das reações fracas se torna menor que a taxa de expansão do universo. Como consequência, a fração  $\frac{N_n}{N_p}$  se “congela” em 0.17 e os neutrinos passam a se propagar livremente.

Os elementos começaram a se formar somente quando a temperatura caiu para 0.1 MeV, temperatura na qual o deutério pôde se formar. A síntese de elementos leves é dada por ([Longair, 2008](#))



onde  $D$  representa o deutério,  $\gamma$  fótons,  ${}^3\text{H}$  trítio,  ${}^3\text{He}$  hélio-3 e  ${}^4\text{He}$  hélio-4.

Os trabalhos fundamentais nesta área foram realizados por Wagoner ([Wagoner et al., 1967](#); [Wagoner, 1973](#)). A maior parte dos elementos leves foi formada quando o universo atingiu cerca de 300 s de idade. Os elementos formados foram:  ${}^4\text{He}$ ,  ${}^3\text{He}$ ,  $D$  e lítio-7 ( ${}^7\text{Li}$ ). Elementos mais pesados não foram criados devido à ausência de elementos estáveis com números de massa 5 e 8.

A abundância de  ${}^4\text{He}$  em massa  $Y$  foi prevista por [Peebles \(1966\)](#)

$$Y = \frac{2 \left( \frac{N_n}{N_p} \right)}{1 + 2 \left( \frac{N_n}{N_p} \right)} \approx 0.25. \quad (2.28)$$

Os valores estimados pela nucleossíntese primordial estão em bom acordo com os dados observacionais ([Steigman, 2007](#)). Utilizando observações recentes da abundância primordial de deutério, infere-se  $\Omega_b h^2 = 0.0218$  ([Pettini et al., 2008](#)), onde  $\Omega_b$  é o parâmetro de densidade dos bárions.

### 2.5.3 Radiação Cósmica de Fundo

Como o universo era quente e denso no passado, a radiação estava acoplada aos bárions através do espalhamento Compton. Conforme prosseguiu a expansão, o universo foi se resfriando até o momento que os fótons não tinham mais energia para ionizar o hidrogênio. Esse evento é conhecido como recombinação, determinando o momento que os fótons passaram a se propagar livremente.

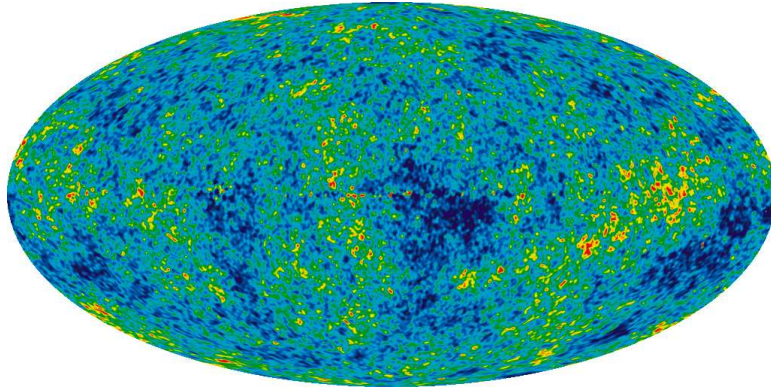


Figura 2.3: Anisotropias da CMB medida pelo WMAP (Larson et al., 2011).

Devido ao forte acoplamento com os bárions, a radiação estava em equilíbrio térmico com espectro de emissão de corpo negro. Essa radiação é altamente isotrópica e foi prevista por Alpher et al. (1948) a partir de seus estudos da nucleossíntese primordial, com uma temperatura hoje de aproximadamente 10 K. Na década de 1950, cálculos mais aprimorados levaram a uma previsão para a temperatura de 5 K. Por permear todo o universo, ela é chamada de radiação cósmica de fundo (CMB – do inglês *cosmic microwave background*).

Já a detecção da CMB ocorreu de maneira inesperada quando, em 1965, dois engenheiros dos Laboratórios Bell identificaram um sinal isotrópico muito maior que os erros sistemáticos, equivalente a uma radiação com temperatura de  $3.5 \pm 1$  K. O artigo sobre a detecção (Penzias e Wilson, 1965) e outro sobre a relevância cosmológica da CMB (Dicke et al., 1965) foram publicados simultaneamente.

Posteriormente, grandes esforços observacionais foram feitos para se medir o espectro de corpo negro da CMB. Tais esforços culminaram na lançamento do satélite COBE (*Cosmic Background Explorer*), cujos resultados mostraram que a CMB possui uma temperatura hoje de  $T_0 = 2.725 \pm 0.001$  K, altamente isotrópica, com variações de temperatura de  $\frac{\Delta T}{T} \sim 10^{-5}$  (Smoot et al., 1992).

Com uma resolução angular muito melhor, o satélite WMAP (*Wilkinson Microwave Anisotropy Probe*) foi lançado em 2001 para detectar pequenas diferenças de temperatura entre as posições. A figura (2.3) apresenta as flutuações de temperatura obtidas pelo satélite na compilação de 7 anos de observações (Komatsu et al., 2011).

A maneira de se estudar as anisotropias da CMB consiste em se construir o espectro de potências angular, como o apresentado na figura (2.4). O espectro de potências fornece várias informações cosmológicas de interesse, como a curvatura do universo, a contribuição

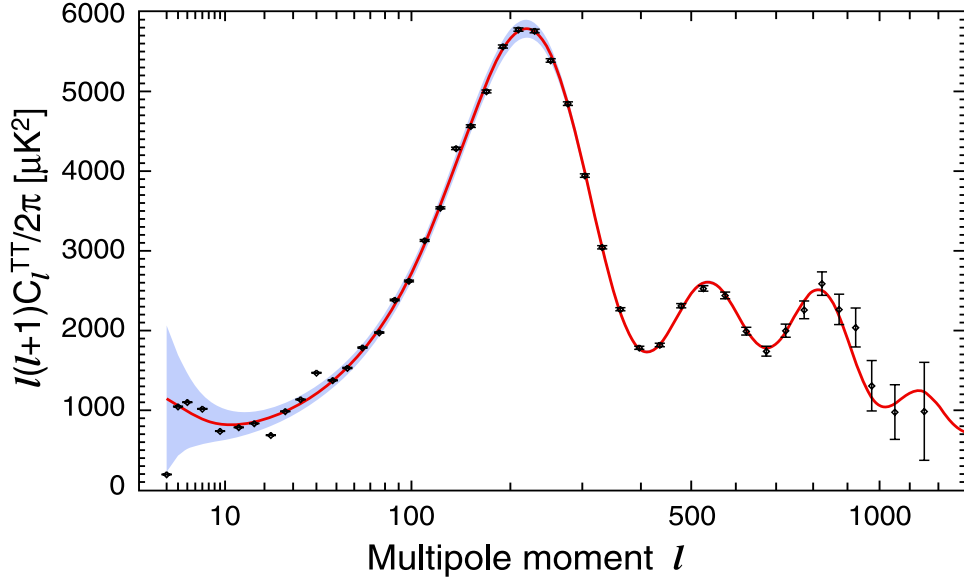


Figura 2.4: Espectro de potências da radiação cósmica de fundo obtido por [Larson et al. \(2011\)](#).

dos bárions, a contribuição total da matéria. Essas informações ficam impressas na posição dos picos, suas amplitudes totais e relativas ([Hu e Dodelson, 2002](#)).

## 2.6 Observáveis em Cosmologia

### 2.6.1 O Redshift

O *redshift* é um parâmetro cosmológico observável de muita importância, visto que ele permite determinar a razão entre o fator de escala entre dois instantes distintos. Consideremos um raio de luz que viaja até nós pela direção  $-r$ , com  $\theta$  e  $\phi$  fixos. A equação de movimento desse raio é descrita por uma geodésica nula, que nesse caso toma a seguinte forma:

$$ds^2 = dt^2 - a(t)^2 \frac{dr^2}{1 - kr^2} \equiv 0. \quad (2.29)$$

Considerando que o raio saiu de uma fonte em  $t_1$ ,  $r_1$ ,  $\theta_1$  e  $\phi_1$ , ele nos atingirá no tempo  $t_0$  dado por

$$\int_{t_1}^{t_0} \frac{dt}{a(t)} = f(r_1), \quad (2.30)$$

onde

$$f(r_1) = \int_0^{r_1} \frac{dr}{\sqrt{1 - kr^2}}. \quad (2.31)$$

Suponha também que a próxima crista da onda seja emitida em  $t_1 + \delta t_1$ , sendo recebida em  $t_0 + \delta t_0$ . Logo, a equação de movimento é

$$\int_{t_1 + \delta t_1}^{t_0 + \delta t_0} \frac{dt}{a(t)} = f(r_1). \quad (2.32)$$

Subtraindo (2.32) de (2.30) e notando que o fator de escala varia pouco entre o tempo típico de emissão entre duas cristas, temos que:

$$\frac{\delta t_0}{a(t_0)} = \frac{\delta t_1}{a(t_1)}. \quad (2.33)$$

A frequência observada hoje está relacionada à frequência emitida pelo inverso da razão entre as diferenças de tempo, o que implica

$$\frac{\nu_0}{\nu_1} = \frac{a(t_1)}{a(t_0)}. \quad (2.34)$$

O parâmetro de *redshift* é definido por

$$z = \frac{\lambda_1 - \lambda_0}{\lambda_1}, \quad (2.35)$$

sendo diretamente observável, uma vez que podemos relacionar o comprimento de onda de uma linha, obtido espectroscopicamente, com o valor medido no laboratório. Considerando (2.34), podemos reescrever o *redshift* em função do fator de escala

$$z = \frac{a(t_0)}{a(t_1)} - 1. \quad (2.36)$$

Portanto, vemos que através da medição do *redshift* da fonte podemos relacionar o fator de escala hoje com o fator de escala no instante em que a luz foi emitida. É importante ressaltar que a dedução aqui apresentada considerou que o emissor e o observador eram comóveis com a expansão. Quando esta hipótese é abandonada, o que é esperado devido aos movimentos peculiares das galáxias pela atração gravitacional local, o *redshift* observado é

$$1 + z = (1 + z_c)(1 + z_o)(1 + z_e), \quad (2.37)$$



onde  $z_c$  é o *redshift* cosmológico,  $z_o$  é o *redshift* devido ao movimento peculiar do observador e  $z_e$  é o *redshift* devido ao movimento peculiar do emissor (Clarkson, 2000). O *redshift* devido ao movimento do observador, considerando que somos nós os observadores, pode ser corrigindo quando se mede o nosso movimento com relação à CMB, já  $z_e$  é muito mais complexo.

### 2.6.2 Distância de Diâmetro Angular

A distância de diâmetro angular vem da relação entre o tamanho angular de um objeto e seu tamanho intrínseco. Consideremos um objeto de tamanho intrínseco  $D$  com coordenada radial  $r_1$ , que apresenta um tamanho angular  $\theta$  (veja figura 2.5). Pela simples integração da equação (2.6), assumindo que a luz foi emitida em um instante  $t_1$ , temos que:

$$D = a(t_1)r_1\theta. \quad (2.38)$$

Definimos a distância de diâmetro angular  $d_A$  por analogia a geometria euclideana:

$$d_A = \frac{D}{\theta}, \quad (2.39)$$

o que nos leva a:

$$d_A = a(t_1)r_1. \quad (2.40)$$

A utilização da distância de diâmetro angular necessita de fontes astrofísicas que possam ser consideradas réguas padrão, ou seja, fontes que tenham o mesmo comprimento intrínseco conhecido. Estudos têm sido realizados para a utilização de fontes de rádio ultracompactas, tanto pela consideração que tais fontes não devam sofrer efeitos evolutivos (Kellermann, 1993), ou considerando que o tamanho evolua como uma lei de potência do tipo  $D = D_0(1+z)^\alpha$  (Buchalter et al., 1998; Gurvits et al., 1999). Uma outra possibilidade é utilizar as oscilações acústicas dos bárions, que discutimos na próxima subseção.

### 2.6.3 Oscilação Acústica dos Bárions

No universo primordial os bárions e a radiação estavam acoplados através do espalhamento Compton. Esse acoplamento gerava oscilações no fluido fóton-bárion devido ao

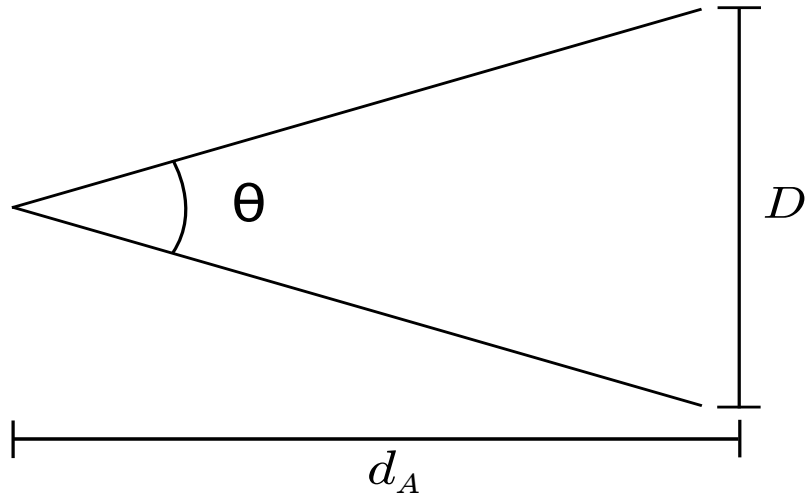


Figura 2.5: Distância de diâmetro angular.

embate entre a força gravitacional atrativa e a pressão de radiação. Essas oscilações ocorreram até a recombinação, evento no qual o universo passou a ser neutro e a radiação pôde se propagar livremente. A velocidade de propagação é dada pela velocidade do som no meio  $c_s$  (Bassett e Hlozek, 2010)

$$c_s = \frac{c}{\sqrt{3(1+R)}}, \quad (2.41)$$

onde

$$R = \frac{3\rho_b}{4\rho_R}. \quad (2.42)$$

Da mesma maneira que tais oscilações são vistas no espectro de potências da CMB, efeitos também ocorrem na distribuição dos bárions. Quando ocorre a recombinação, a pressão de radiação cai bruscamente e a onda de bárions é congelada. No entanto, o raio característico da onda fica impresso na distribuição de bárions como um excesso de densidade, potencialmente observável na distribuição dos diversos objetos astronômicos. Como os bárions interagem com a matéria escura via gravitação, a matéria escura também tende a se aglomerar nessa escala preferencial. Como resultado, a função de correlação mostra um salto na escala preferencial, o que é visto na figura (2.6) utilizando galáxias vermelhas luminosas (Eisenstein et al., 2005). Este salto, quando analisado através do espectro de potências da matéria, manifesta-se como oscilações, chamadas de oscilações

acústicas dos bárions (BAO - do inglês *baryon acoustic oscillations*).

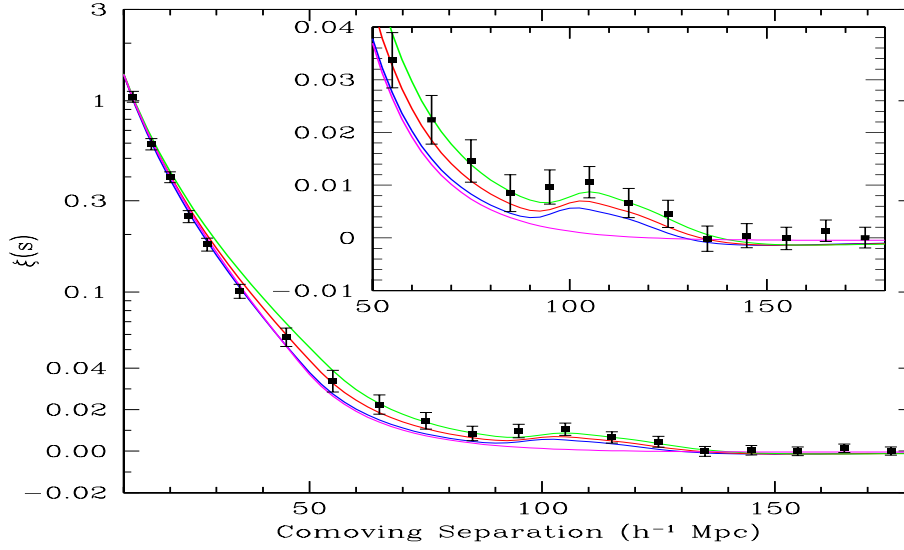


Figura 2.6: Medida da oscilação acústica de bárions realizada por Eisenstein et al. (2005).

Portanto, dada uma galáxia formada em um pico de densidade, existe uma probabilidade maior de encontrar outra galáxia a uma distância  $s$ , como verificado na função de correlação mostrada na figura (2.6). Essa distância é aproximadamente o horizonte sonoro na época da recombinação dado por (Eisenstein e White, 2004)

$$s = \int_{z_{rec}}^{\infty} \frac{c_s dz}{H(z)} = \frac{1}{\sqrt{\Omega_m H_0^2}} \frac{2c}{\sqrt{3z_{eq} R_{eq}}} \ln \left( \frac{\sqrt{1 + R_{rec}} + \sqrt{R_{rec} + R_{eq}}}{1 + \sqrt{R_{eq}}} \right), \quad (2.43)$$

onde *rec* se refere à recombinação, *eq* à equipartição e  $z_{eq} = \frac{\Omega_m}{\Omega_R}$ . Os dados de CMB vinculam o horizonte sonoro em  $s = 146.8 \pm 1.8$  Mpc (Komatsu et al., 2008).

Uma vez que a escala de BAO fica impressa na distribuição dos bárions, podemos utilizá-la como uma régua padrão. Como a escala ocorre tanto paralela ou perpendicularmente à linha de visada, extraímos informação da taxa de expansão  $H(z)$  e da distância de diâmetro angular  $d_A(z)$  em um dado *redshift*. Logo, definimos uma distância híbrida dada por

$$D_V = \left[ (1+z)^2 d_A^2 \frac{cz}{H(z)} \right]^{\frac{1}{3}}. \quad (2.44)$$

Para vincular os parâmetros convencionou-se utilizar a razão entre o  $D_V$  do *redshift* medido e da recombinação, expresso por

$$R_z = \frac{D_V(z)}{D_V(1089)} = \frac{D_V(z)}{13700} \text{ Mpc}, \quad (2.45)$$

onde o valor obtido por Eisenstein et al. (2005) foi

$$R_{0.35} = \frac{D_V(0.35)}{D_V(1089)} = 0.0979 \pm 0.0036. \quad (2.46)$$

Uma maneira de eliminar a dependência de alguns parâmetros cosmológicos é definir o parâmetro  $A$ , dado por (Eisenstein et al., 2005)

$$A(0.35) = D_V(0.35) \frac{\sqrt{\Omega_m H_0^2}}{0.35c} = 0.469 \pm 0.017. \quad (2.47)$$

Uma aplicação utilizando a medida de BAO será feita no apêndice A.

#### 2.6.4 Distância de Luminosidade

Podemos determinar a distância a um objeto se soubermos sua luminosidade absoluta e medirmos seu fluxo, também chamado de luminosidade aparente  $l$ , que é dado pela relação:

$$l = \frac{L}{4\pi d^2}, \quad (2.48)$$

onde  $L$  é a luminosidade absoluta e  $d$  é a distância do objeto.

Para um universo em expansão, no instante  $t_0$  em que a luz atinge a Terra, a área própria em torno do objeto que passa pela Terra é  $4\pi r_1^2 a(t_0)^2$ , onde  $r_1$  é a coordenada radial do objeto. Assim, comparando o termo obtido com a equação (2.48), temos que substituir o termo  $d^2$  por  $r_1^2 a(t_0)^2$ . Além disso, a taxa em que os fótons chegam à Terra cai com um fator de  $1+z$ . O mesmo ocorre para a energia dos fótons. Logo, chegamos à seguinte equação que leva em conta os efeitos da expansão:

$$l = \frac{L}{4\pi r_1^2 a(t_0)^2 (1+z)^2}. \quad (2.49)$$

Comparando as equações (2.48) e (2.49), definimos a distância de luminosidade como:

$$d_L = a(t_0) r_1 (1+z). \quad (2.50)$$

Podemos reescrever a equação acima como

$$d_L(z) = \frac{(1+z)}{H_0 \sqrt{-\Omega_{k0}}} \sin \left( \sqrt{-\Omega_{k0}} \int_0^z dz' \frac{H_0}{H(z')} \right). \quad (2.51)$$

Veja que tal expressão independe do conteúdo material do universo ou da teoria gravitacional, mas apenas da métrica de FLRW.

Uma propriedade importante é obtida pela comparação da equação (2.50) com a equação (2.40), onde vemos que ambas estão relacionadas por:

$$\frac{d_L}{d_A} = (1+z)^2. \quad (2.52)$$

Embora tal relação tenha sido apenas constatada, na verdade, ela possui um valor fundamental em cosmologia. É chamada de relação de dualidade de distâncias, baseando-se no Princípio de Etherington (1933). Essa relação é válida para qualquer teoria métrica de gravitação, desde que a luz se propague por geodésicas nulas e que haja conservação do número de fótons.

Outra propriedade é inferida quando inspecionamos a relação para  $z \ll 1$ , onde constatamos que ambas as distâncias são equivalentes, conforme o esperado. Para utilizarmos a distância de luminosidade para a inferência de parâmetros cosmológicos, precisamos de objetos astrofísicos que, além de terem sua luminosidade absoluta conhecida, possam ser vistos a grandes distâncias. Este é o caso das supernovas tipo Ia, que discutimos abaixo.

### 2.6.5 Supernovas Tipo Ia

Uma supernova tipo Ia é caracterizada observacionalmente por não apresentar linhas de hidrogênio e possuir linhas de Si II em seu espectro na fase inicial (Filippenko, 1997). Teoricamente, existem duas maneiras de se explicar o fenômeno, ambas relacionadas a explosões termonucleares de anãs brancas, mas todo o processo ainda não é bem entendido.

A primeira maneira ocorre quando uma anã branca em um sistema binário acreta massa até chegar próximo ao limite de Chandrasekhar, que é a maior massa possível que uma estrela pode suportar pela pressão degenerada de elétrons (Hoyle e Fowler, 1960). Quando o limite está próximo de ser atingindo, a estrela torna-se instável, a temperatura e densidade aumentam, criando condições para a queima de carbono e oxigênio em níquel, o que gera uma explosão que tem brilho equivalente a de uma galáxia inteira.

A segunda maneira ocorre, quando, em um sistema binário de anãs brancas, devido

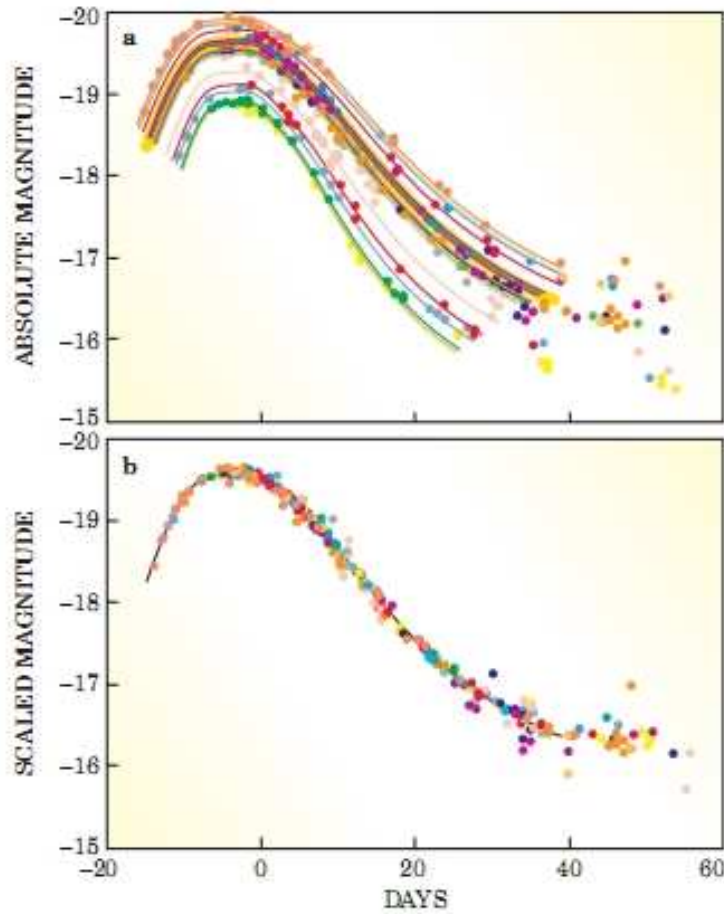


Figura 2.7: O painel superior mostra a magnitude absoluta em função do tempo para diversas SNe Ia locais, enquanto o painel inferior demonstra como o processo de calibração as transforma em velas padrão (Perlmutter, 2003).

à perda de energia por ondas gravitacionais acontece a coalescência do sistema. Como a massa excede o limite de Chandrasekhar gera-se a explosão.

Como os dois casos explodem com massa próxima ao limite de Chandrasekhar, eles têm luminosidades absolutas muito próximas, cuja variação está relacionada com a altura do pico da curva de luz e o tempo de decaimento (Phillips, 1993) (veja a figura 2.7). Assim sendo, podemos utilizar as SNe Ia como velas padronizáveis e, pela possibilidade de medi-las em altos *redshifts*, têm um papel importante na determinação dos parâmetros cosmológicos. Até o presente, SNe Ia foram detectadas até o *redshift*  $z \sim 2$ .

## 2.7 Os Componentes Dominantes do Universo

São dois os componentes dominantes do universo: a matéria escura e a constante cosmológica. Embora contribuam com cerca de 95% para o conteúdo energético, ainda

sabemos muito pouco sobre a natureza destas componentes. Descrevemos agora algumas evidências que levaram à introdução destas para a descrição da evolução cósmica.

### 2.7.1 *Matéria Escura*

A matéria escura é uma componente vital na descrição do modelo padrão da cosmologia. Como não interage eletromagneticamente, o que se detecta é sua influência gravitacional sobre a dinâmica de componentes bariônicos.

A primeira indicação da existência da matéria escura foi descoberta por [Zwicky \(1933\)](#) ao analisar a dinâmica do aglomerado de galáxias Coma. Supondo o aglomerado em equilíbrio dinâmico, aplica-se o teorema do virial e se determina a massa do aglomerado. Comparando com a luminosidade do aglomerado, chega-se a uma razão massa-luminosidade muito alta, indicando que a maior parte da matéria é escura.

A matéria escura passou a ser estudada mais sistematicamente a partir da década de 1970. Isto se deve ao fato de [Rubin e Ford \(1970\)](#) terem medido a curva de rotação da galáxia Andrômeda e terem constatado a necessidade de se incluir uma componente não-bariônica para explicar a curva de rotação para grandes distâncias do centro.

Podemos sintetizar a observação da curva de rotação da seguinte maneira: para pequenas distâncias do centro galáctico a galáxia gira como um corpo rígido conforme o esperado. Já para grandes distâncias, ao invés de uma curva kepleriana, observa-se que a curva se mantém constante, indicando a presença de grande quantidade de matéria escura. Como exemplo, mostramos a curva de rotação para quatro galáxias espirais ([Guzmán e Matos, 2000](#)).

Outra grande evidência a favor da existência da matéria escura surgiu da observação do aglomerado Bala. [Tucker et al. \(1998\)](#) descobriram que, de fato, trata-se da colisão de dois aglomerados que ainda está ocorrendo.

Na figura (2.9) mostramos a análise realizada por [Clowe et al. \(2006\)](#). No lado esquerdo temos a imagem no óptico e no direito em raios-X. Os contornos representam a distribuição de massa obtida de lentes gravitacionais. Vemos claramente uma separação entre as componentes colisional e acolisional. As estrelas, que são acolisionais, seguem a matéria escura, também acolisional, como visto na figura da esquerda. Já o gás, que é colisional e emite em raios-X, sofre uma pressão de arraste e é separado das outras componentes, como visto na figura da direita. Uma vez que a maior parte da matéria bariônica é composta de gás,

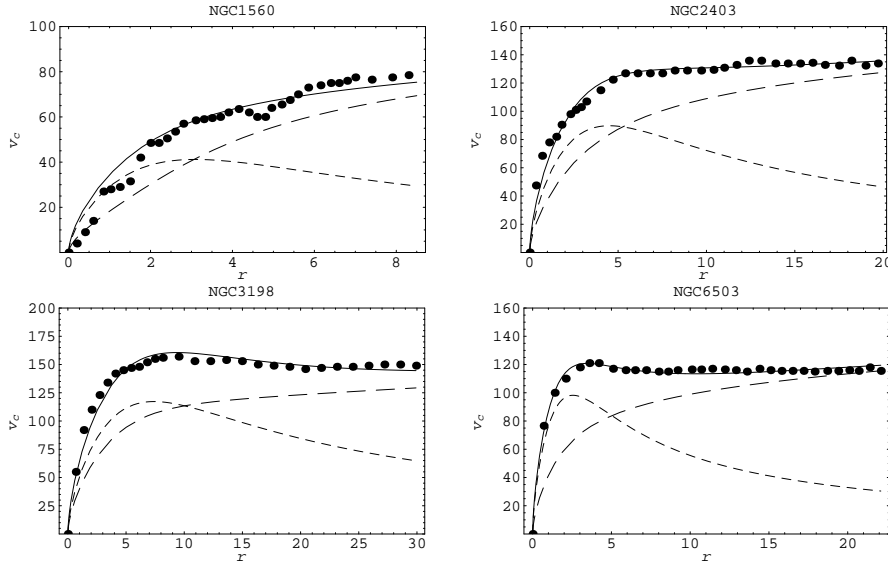


Figura 2.8: Curva de rotação para 4 galáxias espirais. Retirado de [Guzmán e Matos \(2000\)](#).

temos que incluir a matéria escura a fim de explicarmos a distribuição de matéria.

Outra questão muito importante é saber se a matéria escura é fria ou quente, de onde surgem as denominações *cold dark matter* – *CDM* (matéria escura fria) e *hot dark matter* – *HDM* (matéria escura quente). Ser quente ou fria implica em diferentes processos de formação de estruturas. As observações apontam para o cenário hierárquico, onde se formam estruturas das menores para as maiores ([Peebles, 1993](#); [Dodelson, 2003](#)), de acordo com as previsões da CDM.

O valor do parâmetro de densidade da matéria  $\Omega_m$ , compreendendo a contribuição da matéria bariônica e da matéria escura, já foi determinado de diversas maneiras em diversas escalas. Na figura (2.10) apresentamos uma compilação, feita por [Garcia-Bellido \(2005\)](#), dos valores obtidos para  $\Omega_m$  e qual escala eles se referem.

Os métodos empregados foram: 1 - velocidades peculiares, 2 - lentes gravitacionais fracas, 3 - função de correlação, 4 - galáxias do grupo local, 5 - fração de massa de bárions, 6 - função de massa de aglomerados, 7 - fluxo virgocêntrico, 8 - velocidades relativas médias, 9 - distorções no espaço de *redshifts*, 10 - espectro de potência da matéria, 11 - efeito Sachs–Wolfe integrado, 12 - distância de diâmetro de angular, 13 - fração de bárions em aglomerados. O valor médio foi de  $\Omega_m = 0.25 \pm 0.07$ , com 95% de confiança estatística.

Este conjunto de observações demonstra a necessidade da matéria escura para explicar os dados em diversas escalas, de galáxias a aglomerados de galáxias.



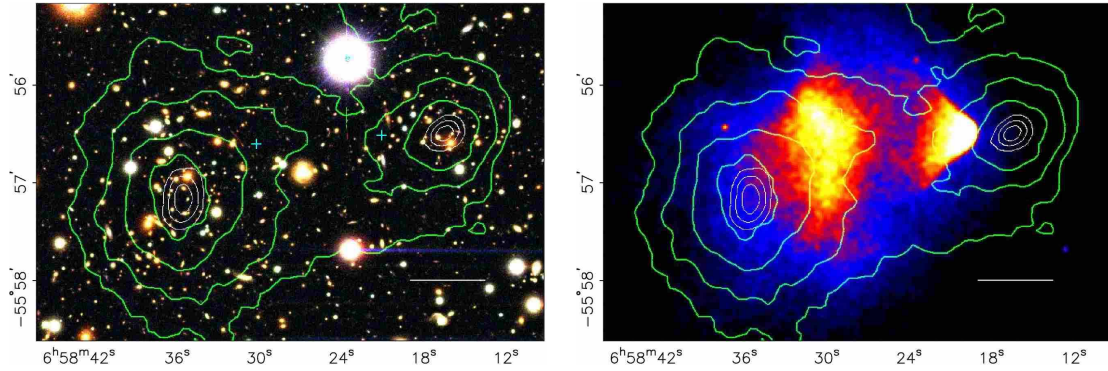


Figura 2.9: Observações do aglomerado Bala. No painel esquerdo é apresentada a observação no óptico. No painel direito a observação em raio-X. Os contornos representam a distribuição de matéria no aglomerado, mostrando claramente a separação das componentes escura e gás (Clowe et al., 2006).

### 2.7.2 A Aceleração do Universo

O modelo cosmológico padrão até meados da década de 90 era o de Einstein–de Sitter composto por matéria e radiação com constante cosmológica nula. A visão do cosmos mudou abruptamente em 1998 quando dois grupos independentes, o *Supernova Cosmology Project* e o *High-z Supernova Search*, concluíram que o estágio atual da expansão do universo é acelerado (Riess et al., 1998; Perlmutter, 1999). Tal descoberta foi uma consequência da utilização de supernovas do tipo Ia como velas padrão. Além disso, tal conclusão só é obtida quando consideramos que o universo é homogêneo e isotrópico em grandes escalas.

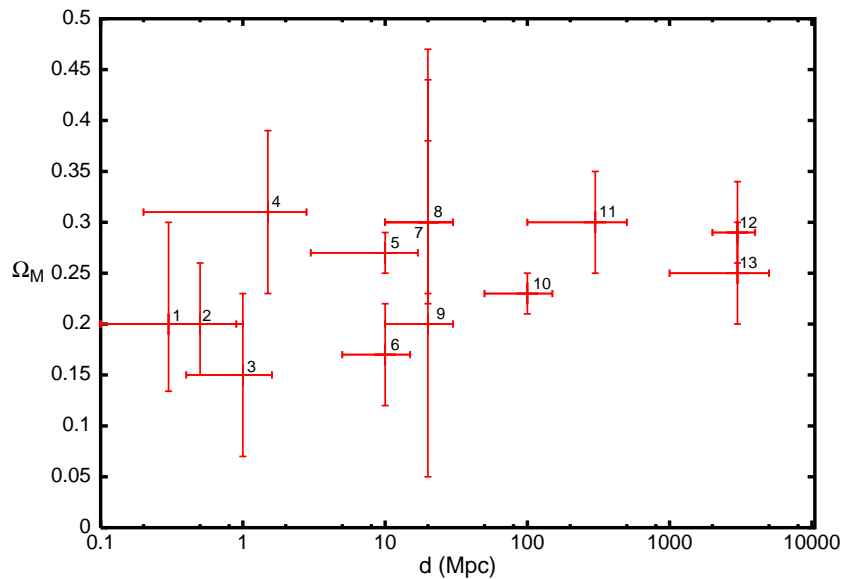


Figura 2.10: Medidas de  $\Omega_m$  por vários métodos (Garcia-Bellido, 2005).

Dentro da TRG, tal fato é usualmente interpretado como uma evidência da existência

de um fluido exótico com pressão negativa chamado de energia escura, sendo a constante cosmológica (ou energia do vácuo) a candidata mais simples. Podemos ver como isso acontece combinando as equações de Friedmann-Lemaître (2.8) e (2.9), impondo  $\Lambda = 0$ , o que nos dá

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi G}{3}(\rho + 3p). \quad (2.53)$$

Portanto, para alterarmos o sinal do lado direito da equação acima, precisamos que  $\rho + 3p < 0$ . Para um fluido com equação de estado  $p = w\rho$ , devemos ter  $w < -1/3$ , ou seja, a pressão tem que ser suficientemente negativa para que haja aceleração.

O grupo do *Supernova Cosmology Project* estudou 42 supernovas com *redshifts* entre 0.18 e 0.83, juntamente com um conjunto de supernovas com *redshifts* menores que 0.1. Eles encontraram para um modelo composto de matéria escura e constante cosmológica que  $\Omega_\Lambda \leq 0$  está excluído com confiança estatística de 99%, independente da curvatura da seção espacial. Para um modelo plano, o melhor ajuste foi de  $\Omega_m = 0.28$ , o que resulta em um parâmetro de desaceleração  $q_0 = -0.58$ , indicando que o universo está em uma fase de expansão acelerada. Os resultados obtidos estão apresentados na figura (2.11).

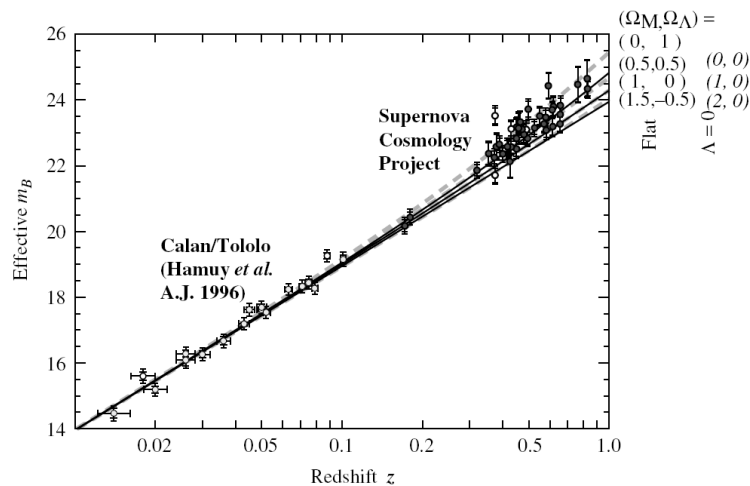


Figura 2.11: Evidência da aceleração do universo obtida com 42 supernovas observadas pelo *Supernova Cosmology Project* (Perlmutter, 1999) e 18 supernovas do *Cálan-Tololo Supernovae Survey* (Hamuy et al., 1996).

Já o grupo do *High-z Supernova Search* estudou 16 supernovas com *redshifts* entre 0.16 e 0.97, incluindo duas supernovas do *Supernova Cosmology Project*, e 34 supernovas com baixos *redshifts*, chegando a conclusão de que para um modelo com matéria escura e

constante cosmológica temos que  $\Omega_\Lambda > 0$  com um nível de confiança estatística de 99.7%, independente da curvatura da seção espacial. O melhor ajuste para um modelo plano foi de  $\Omega_m = 0.28$ . Supondo  $\Omega_m > 0$ , eles obtiveram  $q_0 < 0$  com um nível de confiança estatística de 95%. Os resultados obtidos estão apresentados na figura (2.12).

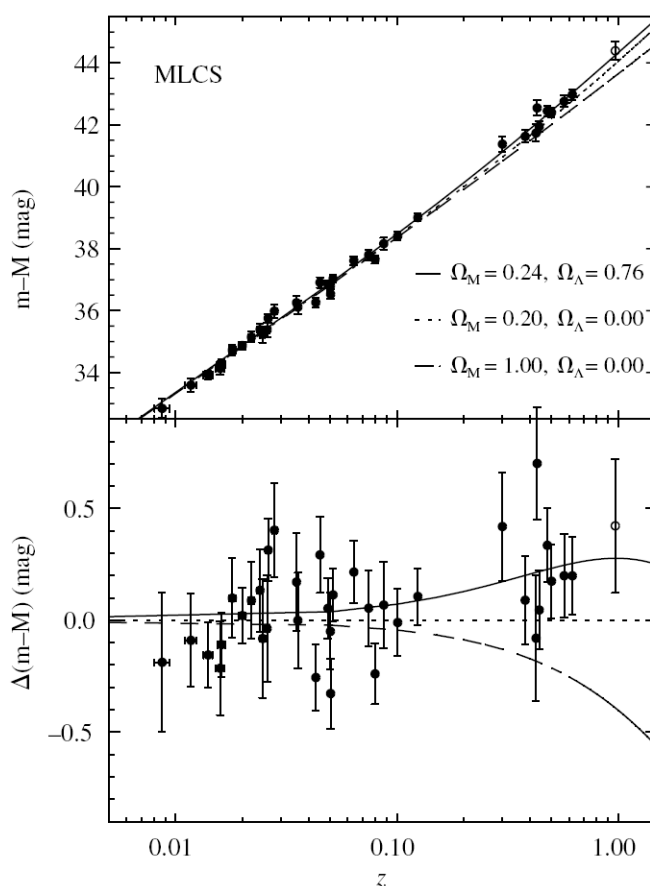


Figura 2.12: Evidência da aceleração do universo obtida com 16 supernovas em altos *redshifts*, incluindo duas supernovas do *Supernova Cosmology Project*, e 34 em baixos *redshifts* observadas pelo *High-z Supernova Search* (Riess et al., 1998). A figura de baixo mostra a magnitude residual de um modelo com  $\Omega_m = 0.2$  e  $\Omega_\Lambda = 0$ .

Afora a evidência vinda de supernovas, existem outros fatores que nos levam a inferir a existência da energia escura. Entre eles, podemos citar: as anisotropias do espectro de potência da radiação cósmica de fundo (Komatsu et al., 2011), estruturas em grande escala (Cole et al., 2005; Tegmark et al., 2004), observações em raios X de aglomerados de galáxias (Lima et al., 2003), objetos velhos em altos *redshifts* (Krauss, 1997; Alcaniz e Lima, 1999), tamanho angular de fontes de rádio compactas (Gurvits et al., 1999; Lima e Alcaniz, 2002) e rádio-galáxias (Daly e Guerra, 2002), *gamma-ray bursts* (Schaefer, 2007).

Na figura (2.13), mostramos a genealogia da energia escura.

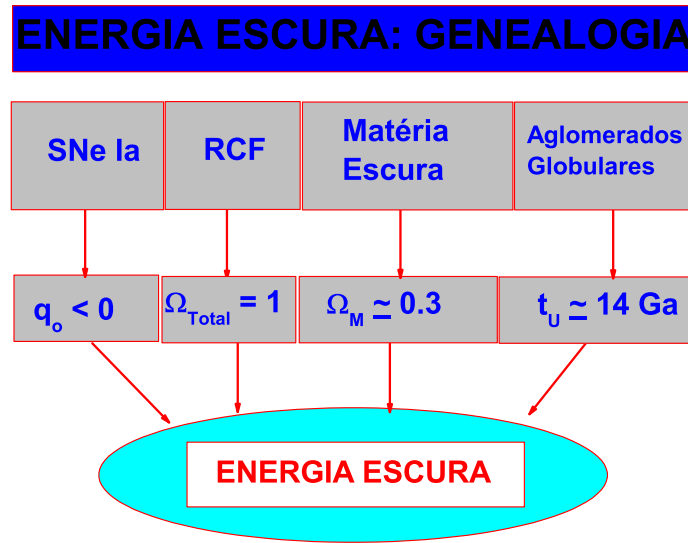


Figura 2.13: Genealogia da energia escura, mostrando suas principais evidências.

Descrevemos a seguir a candidata natural a energia escura: a constante cosmológica. Posteriormente, discutimos as deficiências do modelo padrão  $\Lambda$ CDM e apresentamos modelos alternativos que tentam resolver tais questões.

### 2.7.2.1 A Constante Cosmológica $\Lambda$

A constante cosmológica, representada por  $\Lambda$ , é a candidata mais simples a energia escura. Ela foi proposta inicialmente por Einstein em 1917, onde ao propor um modelo cosmológico percebeu que soluções estáticas só eram possíveis através da introdução de tal constante. Na Relatividade Geral,  $\Lambda$  pode ser considerada um parâmetro livre, sendo a mais simples generalização da densidade Lagrangiana de Einstein–Hilbert (Weinberg, 1972).

Também podemos interpretar a constante cosmológica como pertencente ao tensor de energia-momento, onde ela passa a ser associada à energia do vácuo dos campos quânticos (Weinberg, 1989). Obtemos esse resultado ao notarmos que todos os observadores devem ver o mesmo vácuo, isto é, sua densidade de energia deve ser constante. Aplicando tal resultado para uma transformação geral de coordenadas, chegamos que o vácuo deve obedecer à equação de estado  $p = -\rho$ , que é a mesma obtida para a constante cosmológica (Gron, 1986).

O espectro de potência das anisotropias de temperatura da radiação cósmica de fundo

(Komatsu et al., 2008), juntamente com a determinação da constante de Hubble (Freedman et al., 2001), implicam que o universo é aproximadamente plano (dados provenientes apenas do WMAP não vinculam o parâmetro de curvatura, ver figura 2.15). Logo podemos estimar observacionalmente a contribuição da energia do vácuo, como sendo da ordem da densidade crítica hoje:

$$\rho_V \approx \frac{H_0^2}{8\pi G} \approx 10^{-47} \text{GeV}^4. \quad (2.54)$$

De posse do valor obtido observacionalmente, podemos comparar com o valor obtido pela teoria quântica de campos. Entendemos a energia do vácuo como a energia de ponto zero para um conjunto infinito de osciladores independentes. Para realizarmos o cálculo teórico, integramos sobre todos os modos normais de um campo escalar de massa  $m$ , até um valor determinado  $M$  ( $\hbar = 1$ ) (Weinberg, 1989):

$$\rho_V = \frac{1}{4\pi^2} \int_0^M K^2 dK \sqrt{K^2 + m^2} \approx \frac{1}{4\pi^2} \int_0^M K^3 dK = \frac{M^4}{16\pi^4}. \quad (2.55)$$

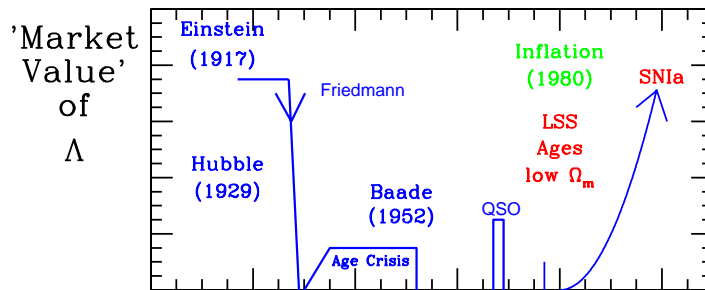


Figura 2.14: Valor inferido da constante cosmológica desde sua proposta em 1917 (Freedman, 2000).

O valor de  $M$  é obtido a partir da hipótese de até qual escala de energia a TRG é válida. Podemos considerar por exemplo a escala de Planck, a Eletrofraca e a Cromodinâmica Quântica. Se tomarmos a cromodinâmica quântica, obtemos uma diferença de 42 ordens de grandeza entre o valor teórico e o observacional. Para a escala eletrofraca, 54 ordens de grandeza e para a escala de Planck 120 ordens de grandeza. Essa discrepância é a maior observada para uma teoria física e constitui o chamado problema da constante cosmológica.

A constante cosmológica ainda sofre de outro problema, chamado de problema da coincidência cósmica. Devido à expansão do universo, a densidade de energia da matéria

diminui, enquanto a do vácuo se mantém constante. Logo, é extremamente improvável que justamente agora ambas componentes tenham a mesma ordem de grandeza. Ainda pior, valores mais altos para a densidade de energia do vácuo inviabilizariam a formação de estruturas no Universo, já valores mais baixos fariam que  $\Lambda$  não fosse detectada agora. Portanto, o problema da coincidência cósmica pode ser interpretado como um problema de ajuste fino.

A análise utilizando 580 SNe Ia feita por [Suzuki et al. \(2012\)](#) para um modelo plano resultou em  $\Omega_\Lambda = 0.729 \pm 0.014$ , incluindo os erros sistemáticos, com um nível de confiança estatística de 68.3%. Combinando a análise com dados da oscilação acústica dos bárions, da radiação cósmica de fundo e de  $H_0$ , mas deixando o parâmetro de curvatura livre, eles obtiveram:  $\Omega_m = 0.272 \pm 0.014$  e  $\Omega_k = 0.002 \pm 0.005$ ; novamente incluindo os erros sistemáticos, com um nível de confiança estatística de 68.3%.

A existência dos dois problemas supracitados é o que impulsiona a busca por explicações alternativas. Apesar disso, o modelo cosmológico composto de constante cosmológica junto com matéria escura fria (CDM), conhecido como  $\Lambda$ CDM, é o que melhor ajusta os dados observacionais, sendo chamado de modelo de concordância cósmica. Não é a primeira vez que os dados apontam a existência de  $\Lambda$  na cosmologia moderna. Na figura (2.14) mostramos que a constante cosmológica foi incluída e retirada diversas vezes. Tal fato mostra a importância de se compreender todas as hipóteses consideradas na análise dos modelos cosmológicos, assim como o tratamento dos erros sistemáticos.

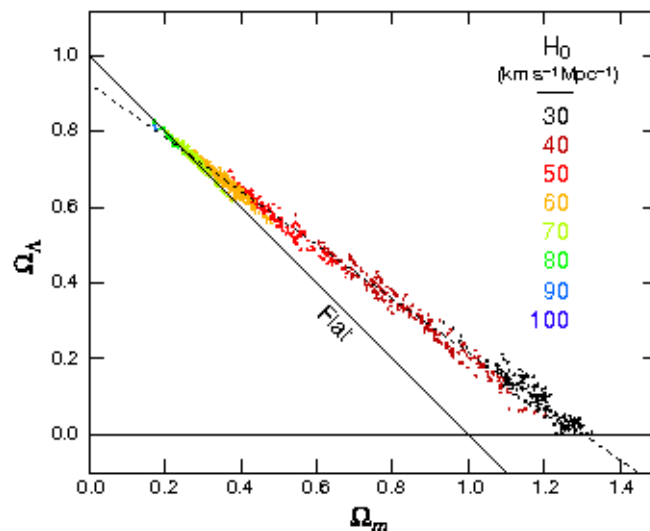


Figura 2.15: Intervalo de modelos cosmológicos não-planos consistentes com o WMAP. Resultado obtido por [Spergel et al. \(2007\)](#).

## 2.8 Problemas do Modelo Padrão

Além do problema da constante cosmológica e do problema da coincidência cósmica analisados anteriormente, o modelo padrão também enfrenta outros problemas tanto teoricamente quanto observacionalmente. Enquanto alguns problemas estão relacionados à energia escura, outros estão diretamente ligados à matéria escura, pondo em xeque os componentes básicos do modelo. Apesar disso, cabe ressaltar que podem existir soluções dentro do próprio modelo e que as evidências não são fortes o suficiente para que possa se instaurar uma crise generalizada do modelo padrão. Nas próximas subseções discutimos alguns dos problemas de  $\Lambda$ CDM. Vários problemas enfrentados pelo modelo padrão podem ser encontrados nos seguintes artigos: [Perivolaropoulos \(2008\)](#), [Silk \(2012\)](#), [Kroupa et al. \(2012\)](#) e [Famaey e McGaugh \(2013\)](#).

### 2.8.1 Matriz $S$

Espera-se que exista uma teoria fundamental que possa unificar a relatividade geral e a mecânica quântica. Desenvolvimentos neste sentido foram realizados em teorias de cordas e teorias M. Caso consideremos que o modelo padrão deve ter como base uma teoria de gravitação quântica, representado por teorias de cordas ou teorias M, teremos um problema. O problema decorre do fato de que se construir uma matriz  $S$  necessária dentro dessas teorias é inviável devido ao horizonte de eventos gerado pela expansão acelerada. Este problema foi levantado por [Fischler et al. \(2001\)](#) e [Hellerman et al. \(2001\)](#). Uma possível solução seria considerar modelos com aceleração transiente, ou seja, que são desacelerados no futuro, como o proposto por [Carvalho et al. \(2006\)](#).

### 2.8.2 Satélites Faltantes

Simulações numéricas envolvendo o modelo  $\Lambda$ CDM indicam que em volta de uma galáxia do tipo Via Láctea deveriam existir em 100 e 600 galáxias satélites, número muito superior ao observado atualmente, que é 24 ([Famaey e McGaugh, 2013](#)). Uma solução possível para o problema é considerar o efeito dos bárions, como a reionização, o *feedback* de supernovas e núcleos ativos de galáxias, mas o problema continua em aberto ([Silk, 2012](#)).

### 2.8.3 Relação de Tully–Fisher

A relação de [Tully e Fisher \(1977\)](#) liga a massa bariônica de uma galáxia com sua velocidade circular assintótica. A inclinação observada é aproximadamente 4, compatível com o previsto por MOND ([Milgrom, 1983](#)). O valor é bem diferente do previsto por  $\Lambda$ CDM que é 3, sem levar em conta efeitos de *feedback*, e também não consegue explicar a dispersão observada e efeitos de curvatura ([McGaugh, 2011](#)).

### 2.8.4 Galáxias de maré anãs

Galáxias de maré anãs formadas durante a coalescência de galáxias também obedecem a relação de Tully & Fisher ([Gentile et al., 2007](#)). Isto não é esperado haja vista o processo de coalescência ser muito efetivo em segregar a matéria escura dos bárions.

### 2.8.5 Problema Cúspide–Caroço

Um problema clássico de  $\Lambda$ CDM se refere ao fato de simulações indicarem que a densidade deve crescer quando se aproxima do centro de halos de matéria escura ([Navarro et al., 1996](#)), enquanto as observações de curvas de rotação de galáxias externas mostram densidades aproximadamente constantes nas partes centrais.

Uma possível solução é considerar o *feedback* de supernovas, mas ainda é um processo de ajuste fino que não explica as galáxias menores e suas frações de bárions observadas.

### 2.8.6 Problema de Alinhamento de Satélites

Uma galáxia do tipo da Via Láctea possui uma distribuição de satélites que se espera ser isotrópica. Mas não é isto o que é observado, haja vista a Via Láctea possuir satélites altamente correlacionados no espaço de fase, cuja distribuição parece ser suportada por rotação em um disco relativamente fino ([Kroupa et al., 2010](#)).

Recentemente, um disco fino de satélites também foi observado para a galáxia de Andrômeda ([Ibata et al., 2013](#)). Portanto, o problema foi agravado.

### 2.8.7 Idades de Objetos em Altos Redshifts

O universo deve ser mais velho do que os objetos contidos nele. Embora pareça trivial, tal assertiva pode ser utilizada para testar modelos cosmológicos. Assim foi com os



aglomerados globulares que indicavam uma idade maior do que o modelo de Einstein-de Sitter.

Muito interessante é a possibilidade de se datar objetos em altos *redshifts*, fornecendo uma idade mínima independente para se comparar com modelos cosmológicos. Este é o caso do quasar APM 08279+5255, que está em  $z = 3.91$  e foi datado com uma idade de 2.1 bilhões de anos (Friaça et al., 2005).

Tal idade é um problema para  $\Lambda$ CDM, pois implica em um valor de  $H_0$  de  $58 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ , em desacordo com medidas locais independentes de modelo cosmológico como, por exemplo, o valor obtido por Riess et al. (2011).

### 2.8.8 Fluxo de massa

O modelo  $\Lambda$ CDM prevê que velocidades peculiares de aglomerados de galáxias são da ordem de  $200 \text{ km s}^{-1}$ . Por outro lado, observações indicam velocidades de  $1000 \text{ km s}^{-1}$  até escalas de 400 Mpc (Kashlinsky et al., 2012). Fenômeno semelhante é visto em galáxias (Watkins et al., 2009). A velocidade de colisão do aglomerado bala em  $z = 0.3$ , que é  $3100 \text{ km s}^{-1}$ , também é difícil de explicar dentro de  $\Lambda$ CDM (Lee e Komatsu, 2010). Parece que a força é mais atrativa do que deveria.

### 2.8.9 O Efeito Sachs–Wolfe Integrado

O Efeito Sachs–Wolfe Integrado de super-estruturas de tamanho  $100h^{-1} \text{ Mpc}$  em *redshifts*  $z \sim 0.5$ , foi medido com sinal muito maior do que esperado para  $\Lambda$ CDM (Nadathur et al., 2012).

### 2.8.10 Tensão entre Dados em Baixos e Altos Redshifts

Os dados provenientes de observações em baixos e altos *redshifts* devem fornecer o mesmo resultado. Recentemente, Shafieloo et al. (2009) compararam vínculos advindos de SNe Ia, BAO e CMB. O aspecto mais interessante é que as amostras de SNe Ia e BAO geraram vínculos não compatíveis em relação à combinação SNe Ia, BAO e CMB.

Na figura (2.16) mostramos os vínculos obtidos por Shafieloo et al. (2009). No painel esquerdo são apresentados os vínculos para um modelo XCDM plano (veja seção 2.9.1). Vemos em verde a combinação dos dados em baixos *redshifts*, SNe Ia e BAO. Em azul temos a combinação de SNe Ia, BAO e CMB. As regiões representam  $1\sigma$  de confiança estatística.

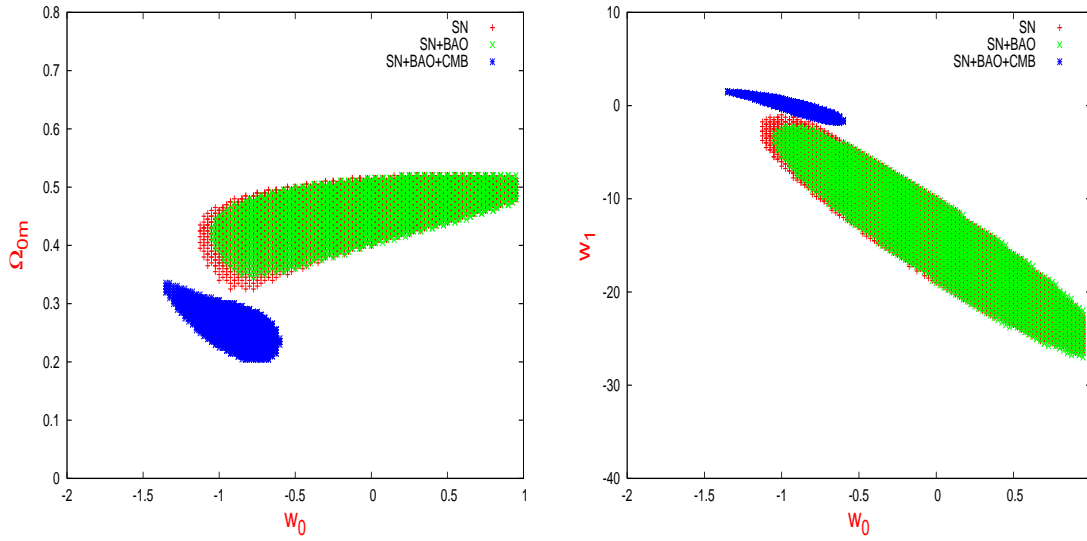


Figura 2.16: Tensão entre os dados em baixos e altos *redshifts* como descrita por Shafieloo et al. (2009). No painel esquerdo temos os vínculos para o modelo  $\Lambda$ CDM. Em verde temos a combinação de SNe Ia e BAO e em azul a combinação de SNe Ia, BAO e CMB. As regiões correspondem a uma região de 68.3% de confiança estatística. Vemos que em  $1\sigma$  as regiões não se interceptam. No painel direito o mesmo ocorre para um modelo de energia escura cuja equação de estado varia com o tempo.

Vemos que as regiões não se interceptam, o que indica a tensão entre os dados. No painel direito o mesmo ocorre para um modelo de energia escura que varia com o tempo.

Uma possível solução para o problema foi proposta por Bengochea (2011). Baseia-se em considerar algumas supernovas como *outliers*. Quando se retira tais supernovas a tensão desaparece. No capítulo 5 proporemos uma outra solução baseada na influência de inhomogeneidades locais.

### 2.8.11 Princípio de Copérnico

Vimos que uma das bases do modelo padrão consiste em assumirmos que não ocupamos uma posição especial no universo. Para tal, esperamos que o universo seja homogêneo e isotrópico em grandes escalas. Logo, não devemos ver estruturas além da escala de homogeneidade. Entretanto, recentemente foi detectado um grande grupo de quasares com dimensão maior de 1240 Mpc em  $z = 1.27$  (Clowes et al., 2013), bem maior que a escala de homogeneidade determinada por Yadav et al. (2010), que é de 370 Mpc.

## 2.9 Modelos Alternativos

Face aos problemas existentes no modelo  $\Lambda$ CDM, diversas propostas surgiram na literatura a fim de resolvê-los (Lima, 2004). Nas próximas subseções descrevemos algumas delas, lembrando ao leitor que a gama de possibilidades é bem maior. Recentemente, foram publicados vários artigos de revisão sobre o assunto, bem como livros. Para uma abordagem mais ampla do assunto, sugerimos ao leitor as seguintes referências: Amendola e Tsujikawa (2010), Li et al. (2011), Weinberg et al. (2012) e Kunz (2012).

### 2.9.1 Matéria X

A matéria X é um fluido com equação de estado  $p_x = w(z)\rho_x$ , onde  $w < -\frac{1}{3}$  a fim de que o universo passe por um estágio acelerado. Vemos que quando  $w = -1$  retomamos o caso para uma constante cosmológica. É uma simples generalização da constante cosmológica, onde nossa ignorância sobre a natureza da energia escura é parametrizada em  $w$ . Nesse cenário temos a matéria X e a matéria escura fria, conhecido como XCDM. Ele foi proposto por Turner e White (1997) no contexto de cosmologias aceleradas, sendo bastante discutido na literatura.

Primeiramente, descrevemos o caso onde  $w$  é constante. Nesse cenário existem dois intervalos de interesse. O primeiro é o intervalo  $-\frac{1}{3} < w \leq -1$ , conhecido como modelo XCDM padrão, e o segundo é o intervalo  $w < -1$ , conhecido como modelo XCDM estendido, ou energia fantasma (*phantom energy*). O modelo XCDM estendido foi proposto inicialmente por Caldwell (2002). Nesse caso, pela análise da equação (2.11), vemos que a densidade de energia cresce com o tempo. Como consequência, temos que o universo atingirá o “*Big Rip*”, uma singularidade em um tempo finito devido ao fato da densidade de energia divergir.

Análises termodinâmicas foram realizadas para o modelo XCDM estendido (Lima e Alcaniz, 2004) e para o padrão (Lima e Maia, 1995). Para o modelo estendido, alguns fenômenos interessantes ocorrem. Primeiramente, a temperatura da matéria X cresce com o tempo:  $Ta^{1+w} = \text{constante}$ . Em segundo lugar, temos que a entropia, dada por:  $S \propto (1+w)T^3a^3$ , nesse caso é negativa, em desacordo com a segunda lei da termodinâmica. Para contornar esse problema, González-Díaz e Sigüenza (2004) propuseram que o fluido possui uma temperatura negativa, o que torna a entropia positiva. Outra possibilidade de

se resolver o problema é considerar que o fluido possui um potencial químico diferente de zero (Lima e Pereira, 2008; Pereira e Lima, 2008), com temperatura e entropia positivas. A discussão da viabilidade teórica do modelo XCDM estendido se deve em grande parte ao fato do modelo ser compatível com as observações, constituindo um bom candidato à energia escura (Novosyadlyj et al., 2012).

Agora, descrevemos o caso onde  $w$  é uma função do *redshift*. Cabe frisar que o objetivo aqui não é a obtenção de um modelo físico com uma componente que tenha uma equação de estado variável com o tempo. Na verdade, o que se busca é determinar se para algum *redshift*  $w \neq -1$ . Resolvendo a equação de conservação de energia (2.10) obtemos para a densidade de energia da matéria X:

$$\rho_X(z) = \rho_{X0} \exp\left(\int_0^z \frac{1+w(z')}{1+z'} dz'\right). \quad (2.56)$$

A dependência do parâmetro  $w$  com o *redshift* é tratada fenomenologicamente através de parametrizações. Descrevemos aqui duas possibilidades que têm sido bastante discutidas na literatura. A primeira é simplesmente uma expansão linear em  $z$ :

$$w(z) = w_0 + w_1 z, \quad (2.57)$$

onde  $w_1 = \left(\frac{dw(z)}{dz}\right)_{z=0}$ . Ela foi proposta por Huterer e Turner (2001) e por Weller e Albrecht (2002), onde a densidade de energia é dada por:

$$\rho_X(z) = \rho_{X0}(1+z)^{3(1+w_0-w_1)} e^{3w_1 z}. \quad (2.58)$$

É importante mencionar que essa parametrização diverge para altos *redshifts*. A outra parametrização com grande destaque na literatura foi proposta por Chevallier e Polarski (2001) e por Linder (2003), para resolver a divergência de altos *redshifts* de (2.57):

$$w(z) = w_0 + w_a \frac{z}{1+z}. \quad (2.59)$$

Neste caso, a densidade de energia é dada por:

$$\rho_X(z) = \rho_{X0}(1+z)^{3(1+w_0+w_a)} e^{-\frac{3w_a z}{1+z}}, \quad (2.60)$$

onde para altos *redshifts* o parâmetro  $w$  tende a  $w(z) = w_0 + w_a$ . Várias parametrizações para a equação de estado da matéria X são discutidas em Johri (2004).

Um teste estatístico utilizando SNe Ia, oscilação acústica dos bárions e radiação cósmica de fundo para a equação de estado  $p = w\rho$  feito por [Suzuki et al. \(2012\)](#) obteve o seguinte resultado:  $\Omega_M = 0.285_{-0.020}^{+0.020}(\text{stat})_{-0.010}^{+0.010}(\text{sis})$ ,  $\Omega_k = -0.010_{-0.011}^{+0.010}(\text{stat})_{-0.004}^{+0.006}(\text{sis})$  e  $w = -1.001_{-0.073}^{+0.069}(\text{stat})_{-0.082}^{+0.080}(\text{sis})$ , com um nível de confiança estatística de 68.3%. Partindo de um modelo plano, os resultados obtido foram:  $\Omega_M = 0.274_{-0.016}^{+0.016}(\text{stat})_{-0.012}^{+0.013}(\text{sis})$  e  $w = -0.969_{-0.063}^{+0.059}(\text{stat})_{-0.066}^{+0.063}(\text{sis})$ , com um nível de confiança estatística de 68.3%. Já para a equação de estado (2.59) os resultados obtidos foram bem menos restritivos e estão apresentados na figura (2.17). Estudos sobre o tamanho angular mínimo de régua padrão para esse modelo cosmológico também foram considerados ([Lima e Alcaniz, 2000a,b](#)).

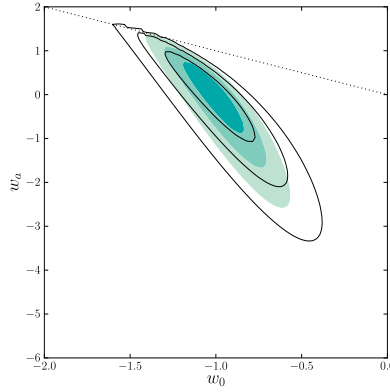


Figura 2.17: O plano  $w_0 - w_a$  feito por [Suzuki et al. \(2012\)](#) para um modelo plano com equação de estado (2.59) obtido de supernovas tipo Ia (SNe Ia), oscilação acústica dos bárions (BAO), radiação cósmica de fundo (CMB) e constante de Hubble ( $H_0$ ). Os contornos representam níveis de confiança estatística de 68.3%, 95.4% e 99.7%. Os contornos coloridos não levaram em conta os erros sistemáticos. Já os contornos sólidos sim, o que leva a uma região maior no espaço de parâmetros.

### 2.9.2 Quintessência

Um outro candidato à energia escura é dado por um campo escalar canônico  $\phi$  que interage apenas gravitacionalmente com os outros constituintes do universo. Essa componente é conhecida como quintessência, onde sua densidade de energia e pressão são dados por

$$\rho_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi), \quad p_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi). \quad (2.61)$$

Nas equações acima,  $\frac{1}{2}\dot{\phi}^2$  é a energia cinética do campo e  $V(\phi)$  a energia potencial. Portanto, a equação de estado deste campo é

$$w_\phi = \frac{\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi)}{\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi)}. \quad (2.62)$$

Pela conservação de energia, o campo obedece à seguinte equação

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + \frac{dV}{d\phi} = 0. \quad (2.63)$$

Existem duas condições para que a quintessência seja uma boa candidata à energia escura. Primeiro, para que ocorra aceleração, a condição  $w_\phi < -1/3$  deve ser satisfeita. Logo, chegamos ao vínculo  $\dot{\phi}^2 \ll V(\phi)$ , que produz  $w_\phi \sim -1$ . Segundo, as observações são consistentes com uma transição entre dominação da matéria e da energia escura. Isso implica que no passado  $\rho_m > \rho_\phi$ . Para que o campo obedeça esta condição, ele deve ter um potencial suficientemente plano para que o campo evolua de maneira lenta ao longo do potencial. Ou seja,  $|\ddot{\phi}| \ll |3H\dot{\phi}|$ .

As restrições acima descritas limitam o formato do potencial para os modelos com quintessência. De maneira geral, existem duas classes de potencial discutidas na literatura, a saber, modelos congelantes e descongelantes (Caldwell e Linder, 2005).

### 2.9.3 Modelos Inomogêneos

Uma possibilidade de explicar os dados atuais sem a inclusão da energia escura é abandonar a hipótese de homogeneidade do universo em grandes escalas. A maneira mais simples de se introduzir tais modelos é considerar um universo esfericamente simétrico, mas radialmente inomogêneo, o que nos leva à métrica de Lemaître-Tolman-Bondi (Lemaître, 1933; Tolman, 1934; Bondi, 1947)

$$ds^2 = dt^2 - \frac{a_{\parallel}^2(t, r)}{1 - k(r)r^2} dr^2 - a_{\perp}^2(t, r) [r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2\theta d\phi^2], \quad (2.64)$$

onde os fatores de escala radial  $a_{\parallel}$  e angular  $a_{\perp}$  estão relacionados por  $a_{\parallel} = \frac{\partial(a_{\perp}r)}{\partial r}$ . Veja que agora o parâmetro de curvatura não é constante, mas sim uma função de  $r$ .

Passamos a ter também dois parâmetros de Hubble

$$H_{\perp}(t, r) = \frac{\dot{a}_{\perp}}{a_{\perp}}, \quad H_{\parallel}(t, r) = \frac{\dot{a}_{\parallel}}{a_{\parallel}}. \quad (2.65)$$

As equações de Friedmann-Lemaître para este modelo são

$$H_{\perp}^2 = \frac{M}{a_{\perp}^3} - \frac{k}{a_{\perp}^2}, \quad (2.66)$$

$$\frac{\ddot{a}_{\perp}}{a_{\perp}} = -\frac{M}{2a_{\perp}^3}, \quad \frac{\ddot{a}_{\parallel}}{a_{\parallel}} = -4\pi\rho + \frac{M}{a_{\perp}^3}, \quad (2.67)$$

onde  $M$  é uma função livre de  $r$  e a densidade de energia  $\rho$  é dada por

$$8\pi G\rho(t, r) = \frac{(Mr^3)_r}{a_{\parallel}a_{\perp}^2 r^2}. \quad (2.68)$$

Das equações acima, vemos que ao invés de parâmetros livres como ocorre em modelos FLRW, aqui temos funções livres. Evidentemente, tal liberdade faz com que os dados de SNe Ia possam ser ajustados com uma escolha conveniente das funções. Portanto, caso vivamos no centro de um grande vazio, da ordem da escala de Hubble, não seria necessário a inclusão da energia escura. Esta hipótese foi levantada primeiramente por [Moffat e Tatarski \(1992, 1995\)](#). Ainda não é claro se estes modelos são viáveis devido ao grande número de graus de liberdade (veja [Clarkson, 2012](#), para um artigo de revisão), mas é vital que a hipótese de homogeneidade do universo seja testada.





# Influência das Inomogeneidades na Propagação da Luz

## 3.1 Introdução

Enquanto espera-se que o universo seja homogêneo em grandes escalas, em menores escalas estruturas são observadas, desde planetas até aglomerados de galáxias. Como a luz é influenciada pelo campo gravitacional local, é fisicamente importante entender quais são os efeitos provocados pelas inomogeneidades em sua propagação.

De maneira geral, a suposição de como a matéria está distribuída ao longo da linha de visada leva a diferentes aproximações para a distância de diâmetro angular. Para um universo perfeitamente homogêneo e isotrópico, tem-se o resultado obtido no capítulo anterior dado pela equação (2.40). Já perturbações lineares da métrica levam à aproximação de lente fraca. Quando se supõe que a matéria se propaga em um meio homogêneo com densidade inferior à média, obtém-se a aproximação de Dyer–Roeder (Dyer e Roeder, 1972, 1973), tema central desta tese.

Neste capítulo, descrevemos as influências das inomogeneidades na propagação da luz e derivamos as equações que regem a evolução da distância de diâmetro angular com o *redshift* para as três aproximações acima. Iniciando com a aproximação da óptica geométrica, derivamos a equação óptica de Sachs (1961) e deduzimos a distância de diâmetro angular para os casos supracitados. Por fim, discutimos as vantagens e limitações da abordagem de Dyer–Roeder. Seguimos as deduções contidas em Schneider et al. (1992) e Clarkson et al. (2012). Material complementar pode ser consultado nos seguintes artigos e livros: Misner et al. (1973), Landau e Lifshitz (1975), Sasaki (1993) e Perlick (2004).

### 3.2 Óptica Geométrica em Espaços Curvos

Nesta seção derivamos alguns resultados da óptica geométrica em espaços curvos necessários para a obtenção da equação óptica de Sachs. Primeiramente, temos que resolver as equações de Maxwell que, em uma região sem fontes, são dadas por (Landau e Lifshitz, 1975):

$$F_{\alpha\beta;\gamma} + F_{\beta\gamma;\alpha} + F_{\gamma\alpha;\beta} = 0, \quad (3.1)$$

$$F^{\alpha\beta}{}_{;\beta} = 0, \quad (3.2)$$

onde  $F_{\alpha\beta}$  é o tensor de Faraday.

Em geral, não existem soluções analíticas para as equações de Maxwell, a não ser em casos com alto grau de simetria. Neste trabalho, estamos interessados na descrição de observadores distantes, na qual as ondas eletromagnéticas podem ser aproximadas por ondas planas e monocromáticas. Para tal, existem duas escalas de interesse. Primeiro, a aproximação será boa em escalas bem maiores do que um comprimento de onda típico. Segundo, as escalas consideradas devem ser bem menores que o raio de curvatura do espaço-tempo em questão. Portanto, temos ondas localmente planas, que são soluções aproximadas das equações de Maxwell com o tensor de Faraday dado por (Schneider et al., 1992):

$$F_{\alpha\beta} \sim \mathcal{R}e \left[ e^{i\epsilon S} (A_{\alpha\beta} + \frac{\epsilon}{i} B_{\alpha\beta}) + \mathcal{O}(\epsilon^2) \right], \quad (3.3)$$

onde  $S$  é um campo escalar real,  $A_{\alpha\beta}$  e  $B_{\alpha\beta}$  são campos tensoriais complexos anti-simétricos,  $\mathcal{R}e$  significa tomar a parte real da expressão entre colchetes e  $\epsilon$  é um parâmetro adimensional que serve para identificar a ordem de aproximação.

Considere agora um observador com tempo próprio  $\tau$ , linha de mundo  $x^\alpha(\tau)$  e quadri-velocidade  $u^\alpha = \frac{dx^\alpha}{d\tau}$ . Tomando  $\epsilon = 1$ , definimos a frequência angular  $\omega$  como

$$\omega = \frac{dS}{d\tau} = S_{,\alpha} u^\alpha = k_\alpha u^\alpha, \quad (3.4)$$

onde  $k_\alpha = S_{,\alpha}$  é o vetor de onda.

O próximo passo é impor que o tensor de Faraday dado pela equação (3.3) satisfaz as equações de Maxwell (3.1) e (3.2) para a ordem desejada. Em ordem  $\epsilon^{-1}$ , substituindo a relação (3.3) em (3.1) e (3.2) e mantendo apenas os termos da ordem desejada temos

$$A_{[\alpha\beta}k_{\gamma]} = 0 \quad , \quad A_{\alpha\beta}k^{\beta} = 0, \quad (3.5)$$

e em ordem  $\epsilon^0$

$$A_{[\alpha\beta;\gamma]} = B_{[\alpha\beta}k_{\gamma]} \quad , \quad A_{\alpha}{}^{\beta}{}_{;\beta} = B_{\alpha\beta}k^{\beta}. \quad (3.6)$$

Multiplicando a primeira equação de (3.5) por  $k^{\gamma}$  e combinando com a segunda temos que

$$A_{\alpha\beta}k^{\gamma}k_{\gamma} = 0. \quad (3.7)$$

Logo, como  $A_{\alpha\beta}$  não deve ser igual a zero em todos os eventos do espaço-tempo, chegamos a

$$k^{\gamma}k_{\gamma} = S_{,\gamma}S^{,\gamma} = 0. \quad (3.8)$$

A equação acima significa que o vetor de onda é um vetor nulo, tipo luz. Definimos como raios de luz as curvas  $x^{\alpha}(\lambda)$  dadas por

$$\frac{dx^{\alpha}}{d\lambda} = k^{\alpha} = g^{\alpha\beta}S_{,\beta}, \quad (3.9)$$

onde  $\lambda$  é um parâmetro afim. Portanto, os raios de luz estão contidos e são ortogonais às superfícies  $S = \text{const.}$

Outra propriedade que inferimos dos raios de luz é obtida quando usamos o fato do vetor de onda ser um gradiente. Logo, seu rotacional é nulo. Matematicamente, expressamos esse resultado como

$$k_{[\alpha;\beta]} = 0. \quad (3.10)$$

Estudemos agora a propagação de um raio de luz. Considere a derivada covariante do quadri vetor  $k^{\alpha}$ . Vamos utilizar a relação (3.10) e projetar na direção de  $k^{\beta}$ . Logo obtemos

$$k^\alpha{}_{;\beta}k^\beta = k^\beta g^{\alpha\gamma}k_{\gamma;\beta} = \frac{1}{2}g^{\alpha\gamma}(k^\beta k_\beta)_{;\gamma} = 0, \quad (3.11)$$

ou seja,

$$k^\alpha{}_{;\beta}k^\beta = 0. \quad (3.12)$$

Podemos reescrever a equação acima utilizando os símbolos de Christoffel, que nos dá

$$\frac{d^2x^\alpha}{d\lambda^2} + \Gamma^\alpha{}_{\beta\gamma} \frac{dx^\beta}{d\lambda} \frac{dx^\gamma}{d\lambda} = 0, \quad (3.13)$$

mostrando que os raios de luz são geodésicas nulas.

De posse das equações (3.8), (3.10) e (3.12) estamos aptos a discutir o próximo tópico, referente à evolução da trajetória dos raios de luz.

### 3.3 A Equação Óptica de Sachs

A chamada Equação Óptica de Sachs é uma equação diferencial que governa a evolução da área transversal de um feixe de luz ao longo de sua trajetória no espaço-tempo.

Considere um conjunto de raios de luz associados com uma função de fase fixa  $S$ . Denotamos este conjunto por  $x^\alpha(\lambda, s)$ , onde  $\lambda$  é um parâmetro afim e  $s$  é um índice para uma geodésica. O vetor de conexão  $\xi^\alpha = \frac{dx^\alpha}{ds}$  entre geodésicas vizinhas  $x^\alpha$  e  $x^\alpha + \xi^\alpha$  obedece à equação do desvio geodésico para fótons (Landau e Lifshitz, 1975)

$$\xi^\alpha{}_{;\beta\gamma}k^\beta k^\gamma = R^\alpha{}_{\beta\gamma\delta}k^\beta k^\gamma \xi^\delta, \quad (3.14)$$

onde o  $R^\alpha{}_{\beta\gamma\delta}$  é o tensor de Riemann e  $\xi^\alpha$  fornece o tamanho físico do feixe. A equação acima descreve como a forma do feixe muda ao longo da trajetória. Podemos escolher o vetor de conexão tal que  $\xi^\alpha k_\alpha = 0$ . Na figura (3.1) mostramos uma representação esquemática da propagação de um feixe de luz.

No capítulo anterior, definimos o *redshift* baseando-no na métrica de FLRW. De maneira geral, para um espaço-tempo qualquer, podemos defini-lo, para um observador com quadrivelocidade  $u^\alpha$ , como

$$1 + z(\lambda) = \frac{(k_\alpha u^\alpha)_\lambda}{(k_\alpha u^\alpha)_0} = \frac{\omega_\lambda}{\omega_0}. \quad (3.15)$$

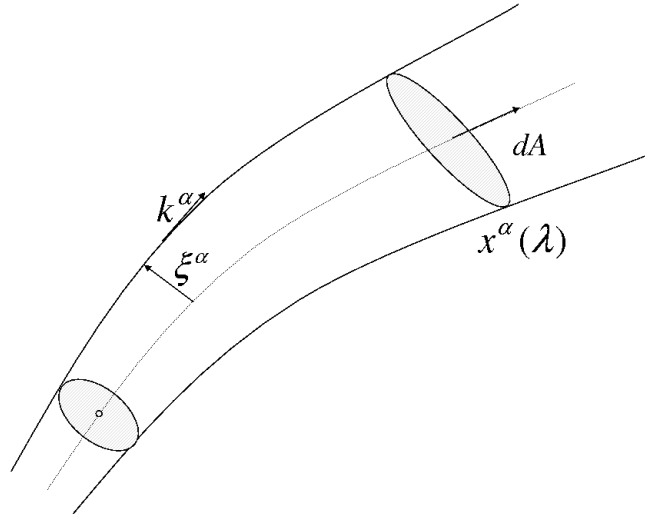


Figura 3.1: Representação da propagação de um feixe de raios de luz. As grandezas de interesse são: congruência de geodésicas nulas representadas por  $x^\alpha(\lambda)$ , elemento infinitesimal da área transversal do feixe  $dA$ , vetor de onda  $k^\alpha$  e o vetor deslocamento entre duas geodésicas vizinhas  $\xi^\alpha$ .

Podemos decompor o vetor de onda, direcionado ao passado, na seguinte forma

$$k^\alpha = (1 + z)(-u^\alpha + e^\alpha), \quad (3.16)$$

onde o versor  $e^\alpha$ , que dá a direção espacial da observação, satisfaz às identidades

$$e^\alpha u_\alpha = 0, \quad e^\alpha e_\alpha = 1. \quad (3.17)$$

A direção de propagação do feixe é dada por  $n^\alpha = -e^\alpha$ . Definimos o espaço de tela ortogonal à direção do feixe de luz e coberto por versores  $n_a^\alpha$ , onde  $a$  varia entre 1 e 2. Estes versores satisfazem as seguintes propriedades

$$g_{\alpha\beta} n_a^\alpha n_b^\beta = \delta_{ab}, \quad n_a^\alpha u_\alpha = n_a^\alpha k_\alpha = 0, \quad k^\alpha n_{a;\alpha}^\beta = 0, \quad (3.18)$$

onde  $\delta_{ab}$  é o delta de Kronecker, que é igual a 1 se  $a = b$  ou 0 se  $a \neq b$ .

Podemos fixar o vetor de conexão no espaço de tela e adotar a base de Sachs (Sachs, 1961), que nos dá

$$\xi^\alpha = \xi_1 n_1^\alpha + \xi_2 n_2^\alpha. \quad (3.19)$$

Logo, a equação de desvio geodésico pode ser reescrita como

$$\frac{d^2 \xi_a}{d\lambda^2} = \mathcal{R}_{ab} \xi^b, \quad (3.20)$$

onde  $\mathcal{R}_{ab} = R_{\alpha\beta\gamma\delta} k^\beta k^\gamma n_a^\alpha n_b^\delta$  é o tensor de Riemann projetado na tela.

Utilizando a seguinte propriedade do tensor de Riemann

$$R_{\alpha\beta\gamma\delta} = C_{\alpha\beta\gamma\delta} + g_{\alpha[\gamma} R_{\delta]\beta} - g_{\beta[\gamma} R_{\delta]\alpha} - \frac{1}{3} R g_{\alpha[\gamma} g_{\delta]\beta}, \quad (3.21)$$

onde  $C_{\mu\nu\alpha\beta}$  é o tensor de Weyl, podemos aplicar a seguinte decomposição

$$\mathcal{R}_{ab} = \begin{pmatrix} \Phi_{00} & 0 \\ 0 & \Phi_{00} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\text{Re } \Psi_0 & \text{Im } \Psi_0 \\ \text{Im } \Psi_0 & \text{Re } \Psi_0 \end{pmatrix} \quad (3.22)$$

com

$$\Phi_{00} = -\frac{1}{2} R_{\alpha\beta} k^\alpha k^\beta, \quad \Psi_0 = -\frac{1}{2} C_{\mu\nu\alpha\beta} m^\mu k^\nu m^\beta k^\beta, \quad (3.23)$$

e  $m^\mu \equiv n_1^\mu - i n_2^\mu$ . Im significa tomar a parte imaginária da expressão.

Como a equação (3.20) é linear, podemos escrever o vetor de conexão como

$$\xi^a(\lambda) = \mathcal{D}^a_b \frac{d\xi^b}{d\lambda} \Big|_{\lambda=0}. \quad (3.24)$$

onde  $\mathcal{D}^a_b$  é o mapa de Jacobi (Clarkson et al., 2012). Logo, substituindo a equação acima em (3.20), obtemos a equação matricial de Jacobi

$$\frac{d^2}{d\lambda^2} \mathcal{D}^a_b = \mathcal{R}^a_c \mathcal{D}^c_b, \quad (3.25)$$

com as seguintes condições iniciais

$$\xi(0) = 0, \quad \frac{d\mathcal{D}^a_b}{d\lambda}(0) = \delta^a_b. \quad (3.26)$$

Podemos transformar a equação linear de segunda ordem (3.25) em uma equação não linear de primeira ordem ao definirmos a seguinte matriz de transformação  $\mathcal{S}^a_b$

$$\frac{d}{d\lambda} \mathcal{D}^a_b = \mathcal{D}^a_c \mathcal{S}^c_b, \quad (3.27)$$

que nos permite escrever (3.25) como

$$\frac{d}{d\lambda} \mathcal{S}^a_b + \mathcal{S}^a_c \mathcal{S}^c_b = \mathcal{R}^a_b. \quad (3.28)$$

A matriz de deformação pode ser decomposta em função dos escalares ópticos de Sachs na seguinte forma

$$\mathcal{S}^a_b = \begin{pmatrix} \hat{\theta} & 0 \\ 0 & \hat{\theta} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \hat{\sigma}_1 & \hat{\sigma}_2 \\ \hat{\sigma}_2 & -\hat{\sigma}_1 \end{pmatrix}, \quad (3.29)$$

onde  $\hat{\theta}$  é o escalar de expansão e  $\hat{\sigma} = \hat{\sigma}_1 + i\hat{\sigma}_2$  é o escalar de cisalhamento. É importante mencionar que não existe rotação, pois o vetor de onda é um gradiente. Combinando as equações (3.22), (3.28) e (3.29) é fácil ver que

$$\frac{d\hat{\theta}}{d\lambda} + \hat{\theta}^2 + |\hat{\sigma}|^2 = \Phi_{00}, \quad (3.30)$$

$$\frac{d\hat{\sigma}}{d\lambda} + 2\hat{\theta}\hat{\sigma} = \Psi_0, \quad (3.31)$$

onde, por definição, temos

$$\hat{\theta} = \frac{1}{2} k^\alpha_{;\alpha}, \quad |\hat{\sigma}|^2 = \frac{1}{2} k_{\beta;\alpha} k^{\alpha;\beta} - \hat{\theta}. \quad (3.32)$$

O efeito dos escalares de Sachs na propagação de um feixe de luz são demonstrados na figura (3.2). Ao analisarmos as equações (3.30) e (3.31), temos que dois tipos de focagem são importantes na propagação do feixe. A saber, a focagem de Ricci ( $\Phi_{00}$ ) é gerada pela matéria dentro do feixe. Já a focagem de Weyl ( $\Psi_0$ ) é gerada pela matéria fora do feixe que induz um tensor de Weyl diferente de zero dentro do feixe.

O escalar de expansão  $\hat{\theta}$  está relacionado com a área da secção transversal do feixe de luz  $A$  por (Poisson, 2004)

$$\hat{\theta} = \frac{1}{\sqrt{A}} \frac{d}{d\lambda} \sqrt{A}. \quad (3.33)$$

Substituindo em (3.30), obtemos a chamada equação óptica de Sachs (1961)

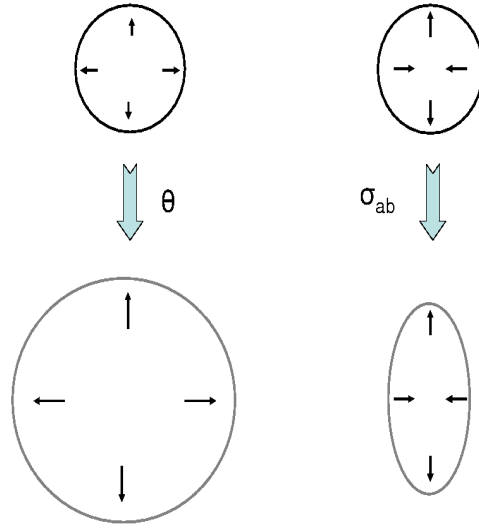


Figura 3.2: **Esquerda:** Ação do escalar de expansão  $\hat{\theta}$  na área transversal de um feixe de luz. Seu efeito consiste em mapear um círculo em outro círculo de maior área. **Direita:** Ação do escalar de cisalhamento  $\hat{\sigma}$ . Seu efeito na área transversal de um feixe de luz é mapear um círculo numa elipse preservando a área.

$$\frac{d^2\sqrt{A}}{d\lambda^2} = -(|\hat{\sigma}|^2 - \Phi_{00})\sqrt{A}. \quad (3.34)$$

### 3.4 Distâncias de Diâmetro Angular

Nesta seção mostramos como diferentes hipóteses sobre a distribuição de matéria ao longo do feixe levam a diferentes distâncias. Antes disso, ainda são necessários alguns passos para transformarmos a equação óptica de Sachs (3.34) em função de observáveis.

Primeiro, temos o fato da distância de diâmetro angular ser proporcional à raiz da área da seção transversal do feixe de luz, ou seja,  $D_A \propto \sqrt{A}$ . Segundo, temos que passar do parâmetro afim  $\lambda$  para o parâmetro  $z$ , haja vista o *redshift* ser observável. Para tal, devemos derivar a expressão (3.15) com relação a  $\lambda$

$$\frac{dz}{d\lambda} = \frac{1}{\omega_0} \frac{d(u^\alpha k_\alpha)}{d\lambda} = \frac{k^\beta}{\omega_0} (u^\alpha k_\alpha)_{;\beta} = \frac{1}{\omega_0} k^\alpha k^\beta u_{\alpha;\beta}. \quad (3.35)$$

Podemos decompor a derivada da quadrivelocidade da seguinte maneira



$$u_{\alpha;\beta} = \frac{1}{3}\Theta(g_{\alpha\beta} + u_\alpha u_\beta) + \sigma_{\alpha\beta} + \omega_{\alpha\beta} - u_\beta A_\alpha, \quad (3.36)$$

onde  $\Theta$  é a expansão,  $\sigma_{\alpha\beta}$  é o cisalhamento,  $\omega_{\alpha\beta}$  é a vorticidade e  $A_\alpha$  é a aceleração associados à decomposição da derivada do quadrivetor  $u_\alpha$ . Combinando com as equações (3.15) e (3.16) obtemos

$$\frac{dz}{d\lambda} = \frac{1}{\omega_0}(1+z)^2 H_{||}(z, e^\alpha), \quad (3.37)$$

onde

$$H_{||}(z, e^\alpha) = \frac{1}{3}\Theta + \sigma_{\alpha\beta} e^\alpha e^\beta - A_\alpha e^\alpha \quad (3.38)$$

é a taxa de expansão na linha de visada.

Para prosseguirmos, precisamos especificar qual é a distribuição de matéria ao longo da trajetória do feixe de luz. Com isso, obtemos as várias aproximações para as distâncias, que serão discutidas a seguir.

### 3.4.1 Modelo Homogêneo

Neste caso, o elemento de linha é dado pela métrica de FLRW. Como esta métrica é conformalmente plana, o tensor de Weyl é nulo e, portanto,  $\Psi_0 = 0$ . Isso implica que se  $\hat{\sigma}$  é inicialmente zero, este valor se mantém durante a propagação do feixe. Também temos que  $\mathcal{R}^a_b = \Phi_{00}\delta^a_b$  e  $H_{||} = H$ . Para calcularmos  $\Phi_{00}$  devemos relacionar o tensor de Ricci com o tensor de energia-momento através das equações de campo de Einstein

$$R^{\mu\nu} - \frac{1}{2}Rg^{\mu\nu} - \Lambda g^{\mu\nu} = 8\pi GT^{\mu\nu}. \quad (3.39)$$

Além disso, supomos que o universo é preenchido por matéria, que se comporta como um fluido perfeito.

Com estas simplificações, substituindo-as na equação óptica de Sachs (3.34), chegamos à seguinte equação diferencial para a distância de diâmetro angular (Clarkson et al., 2012)

$$\frac{d^2 D_A}{dz^2} + \left( \frac{d \ln H}{dz} + \frac{2}{1+z} \right) \frac{d D_A}{dz} = -\frac{3}{2} \Omega_m \frac{H_0^2}{H^2} (1+z) D_A. \quad (3.40)$$

É fácil verificar, por substituição direta, que a expressão

$$D_A = a(t_1)r_1 = \frac{a_0}{1+z}r_1 \quad (3.41)$$

é solução de (3.40), o mesmo resultado obtido no capítulo anterior (veja equação 2.40).

### 3.4.2 Aproximação de Lenteamento Fraco

Nesta aproximação consideramos um universo homogêneo mais perturbações. Quando levamos em conta apenas perturbações escalares em ordem linear, o elemento de linha no gauge newtoniano é dado por

$$ds^2 = a^2(\eta) \left\{ (1 + 2\Phi)d\eta^2 - (1 - 2\Psi) \left[ \frac{dr^2}{1 - kr^2} + r^2 d\theta^2 + r^2 \sin^2\theta d\phi^2 \right] \right\}, \quad (3.42)$$

onde  $\eta$  é o tempo conforme,  $\Phi$  e  $\Psi$  são os potenciais de Bardeen (Bardeen, 1980). Através de uma transformação de coordenadas obtemos

$$ds^2 = a^2(\eta) \left\{ (1 + 2\Phi)d\eta^2 - (1 - 2\Psi) [d\chi^2 + f_k^2(\chi)d\Omega^2] \right\}, \quad (3.43)$$

onde  $\chi$  é uma coordenada radial comóvel,  $f_k(\chi) = \sin(\sqrt{k}\chi)/\sqrt{k}$  e  $d\Omega$  é o ângulo sólido infinitesimal.

A distância de diâmetro angular é dada por

$$D_A = D_{A,hom}(1 + \delta_A), \quad (3.44)$$

onde  $D_{A,hom}$  é a distância de diâmetro angular no caso homogêneo. O desvio  $\delta_A$  do caso homogêneo é (Clarkson et al., 2012)

$$\delta_A = -\frac{3}{2}H_0^2\Omega_m \times \int \frac{f_k(\chi')f_k(\chi - \chi')}{f_k(\chi)} \frac{\delta[f_k(\chi')\vec{n}, \chi']}{a(\chi')} d\chi', \quad (3.45)$$

onde  $\delta$  é o contraste de densidade na direção  $\vec{n}$ . Espera-se que, em média,  $D_A = D_{A,hom}$ .

O mesmo resultado é obtido utilizando os escalares de Sachs quando consideramos equações de fundo <sup>(0)</sup> e perturbações de primeira ordem <sup>(1)</sup>. As equações básicas tomam a seguinte forma (Clarkson et al., 2012):

$$D_A^{(0)''} = \Phi_{00}^{(0)} D_A^{(0)}, \quad (3.46)$$

$$z^{(0)'} = \frac{1}{3} [1 + z^{(0)}]^2 \Theta^{(0)}, \quad (3.47)$$

$$D_A^{(1)''} = \Phi_{00}^{(0)} D_A^{(1)} + D_A^{(0)} \Phi_{00}^{(1)}, \quad (3.48)$$

$$z^{(1)'} = \frac{2}{3} [1 + z^{(0)}] \Theta^{(0)} z^{(1)} + [1 + z^{(0)}]^2 \left[ \frac{1}{3} \Theta^{(1)} + \sigma_{\mu\nu}^{(1)} e_{(0)}^\mu e_{(0)}^\nu \right], \quad (3.49)$$

$$\hat{\sigma}^{(1)'} + 2\hat{\theta}^{(0)} \hat{\sigma}^{(1)} = \Psi_0^{(1)}, \quad (3.50)$$

onde ' representa derivada com relação ao parâmetro afim  $\lambda$ . Já o termo perturbado  $\Phi_{00}^{(1)}$  é dado por

$$\Phi_{00}^{(1)} = -4\pi G \rho^{(0)} [1 + z^{(0)}]^2 \left[ \frac{\rho^{(1)}}{\rho^{(0)}} + 2 \frac{z^{(1)}}{1 + z^{(0)}} \right]. \quad (3.51)$$

Integrar este conjunto de equações é equivalente à combinação das expressões (3.44) e (3.45).

### 3.4.3 Aproximação de Dyer-Roeder

A aproximação de Dyer–Roeder considera que a matéria está disposta em aglomerados pontuais e em uma parte homogeneamente distribuída (veja figura 3.3). O excesso de densidade dos aglomerados é compensado por uma região homogênea com baixa densidade, o que leva para um universo homogêneo em grandes escalas.

Em uma linha de visada típica a probabilidade de um raio de encontrar um aglomerado é baixa. Como o fóton é influenciado pelo campo gravitacional local e se propaga pela parte homogeneamente distribuída, a focagem de Ricci é fenomenologicamente modificada através do *ansatz*  $\alpha \Phi_{00}$ , onde  $\alpha$  é o parâmetro de aglomeramento. Já algumas linhas de visada que passam próximas aos aglomerados podem sofrer uma grande magnificação devido aos efeitos de lentes gravitacionais fortes.

O primeiro a notar que a luz se propagaria em vazios foi Zel'dovich (1964). Posteriormente, esse efeito foi abordado por Dashevskii e Slysh (1966); Bertotti (1966); Gunn (1967); Kantowski (1969) e Refsdal (1970). A abordagem ficou conhecida como aproximação de Dyer–Roeder após os trabalhos envolvendo propagação no vácuo (Dyer e Roeder, 1972) e com algum meio intergaláctico (Dyer e Roeder, 1973).

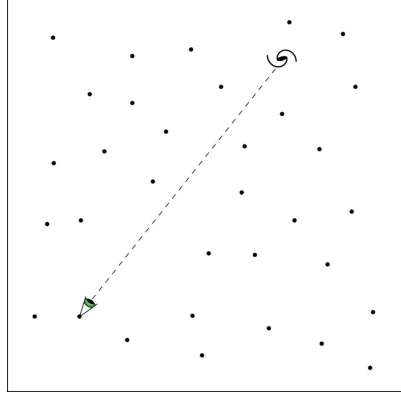


Figura 3.3: Aproximação de Dyer–Roeder. Em uma linha de visada típica, a probabilidade de um feixe de luz encontrar uma galáxia (denotada por pontos) é muito pequena. Portanto, espera-se que a luz se propague por regiões com densidades inferiores à média.

O parâmetro de aglomeração também pode ser definido da seguinte maneira

$$\alpha = \frac{\rho_h}{\rho_m} = \frac{\rho_m - \rho_{cl}}{\rho_m} = 1 - \frac{\rho_{cl}}{\rho_m}, \quad (3.52)$$

onde  $\rho_h$  é a fração da densidade de energia da matéria homoganeamente distribuída e  $\rho_{cl}$  a fração aglomerada. Vemos assim que o parâmetro  $\alpha$  quantifica o total de matéria homoganeamente distribuída que o feixe de luz encontra em sua trajetória. Para  $\alpha = 1$  (*filled beam*, na literatura inglesa) toda a matéria está distribuída de forma homogênea. Para  $\alpha = 0$  temos um caso extremo onde toda a matéria está aglomerada (*empty beam*, novamente na literatura inglesa). Portanto, vemos que o parâmetro de aglomeração para um aglomeramento parcial está no intervalo:  $0 < \alpha < 1$ .

Uma maneira de se tentar interpretar o que ocorre com o feixe de luz durante sua propagação é mostrada na figura (3.4) e foi discutida em Longair (2008). Para um universo perfeitamente homogêneo e isotrópico, o ângulo de abertura  $\theta$  do feixe mantém-se constante durante a propagação no eixo  $x$ . Como é bem sabido, o efeito atrativo da matéria curva os raios de luz para dentro. Agora considere que em um trecho  $dl$  retira-se matéria do feixe. Pelo princípio de superposição, quando retiramos matéria a análise é equivalente a considerar uma massa negativa, o que gera um ângulo  $\Delta\theta$  para fora, ou seja, uma focagem menor.

Para obtermos a equação para a distância de diâmetro angular, temos que adotar mais algumas hipóteses. Consideramos o escalar de cisalhamento nulo, ou seja,  $\hat{\sigma} = 0$ . Também consideramos que a taxa de expansão é bem representada pela de um modelo

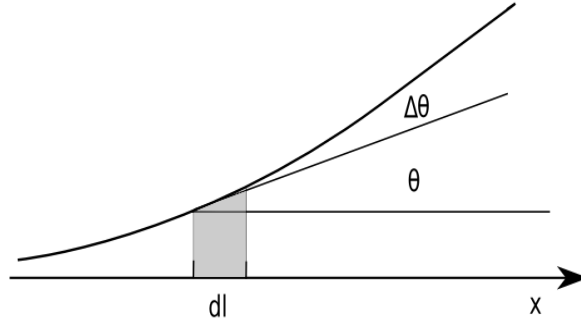


Figura 3.4: Efeito da distribuição de matéria na focagem de um feixe de luz.

homogêneo com  $H_{||} = H$ . Novamente, supondo um universo composto de matéria e constante cosmológica, segue que

$$\frac{d^2 D_A}{dz^2} + \left( \frac{d \ln H}{dz} + \frac{2}{1+z} \right) \frac{d D_A}{dz} = -\frac{3}{2} \Omega_m \frac{H_0^2}{H^2} (1+z) \alpha D_A. \quad (3.53)$$

Da equação acima vemos que a aproximação de Dyer–Roeder consiste em considerar que a luz se propaga em um meio homogêneo com densidade  $\alpha \rho_m$ , inferior ou igual à média. A equação de Dyer–Roeder satisfaz às seguintes condições iniciais:

$$D_A(0) = 0 \quad \left( \frac{d D_A}{dz} \right)_0 = H_0^{-1}, \quad (3.54)$$

onde a condição sobre a derivada provém da lei de Hubble.

Caso queiramos resolver a equação de Dyer–Roeder entre dois *redshifts* arbitrários  $z_1$  e  $z$ , devemos utilizar as seguintes condições iniciais

$$D_A(z_1, z) = 0 \quad \left( \frac{d D_A(z_1, z)}{dz} \right)_{z=z_1} = \frac{\text{sgn}(z - z_1)}{(1+z_1)H(z_1)}, \quad (3.55)$$

onde, mais uma vez, a condição sobre a derivada provém da lei de Hubble aplicada em  $z = z_1$  e *sgn* representa a função sinal.

Devido ao processo de formação de estruturas, uma dependência do parâmetro de aglomeração com o *redshift* é naturalmente esperada. Tal fato foi estudado primeiramente por Linder (1988). Mais recentemente, Santos e Lima (2008) propuseram uma função para  $\alpha$  dada por

$$\alpha(z) = \frac{\beta_0(1+z)^{3\gamma}}{1 + \beta_0(1+z)^{3\gamma}}, \quad (3.56)$$

onde  $\beta_0$  e  $\gamma$  são constantes. Essa fórmula possui as propriedades desejadas para  $\alpha$ . Para  $z \rightarrow \infty$ ,  $\alpha \rightarrow 1$ , visto que antes do processo de formação de estruturas o universo era homogêneo em todas as escalas. Para  $z = 0$ ,  $\alpha = \frac{\beta_0}{1+\beta_0}$ , que é um valor intermediário entre 0 e 1.

A abordagem de Dyer–Roeder já foi criticada em diversos trabalhos na literatura. Portanto, faremos agora uma pequena revisão dos argumentos contra e a favor, a fim de elucidar a importância que os efeitos das inhomogeneidades podem ter para o estabelecimento de uma cosmologia de precisão.

O primeiro argumento contra a aproximação de Dyer–Roeder foi feito por [Weinberg \(1976\)](#). A idéia é que o fato da luz se propagar em uma região menos densa que a média, alterando a focagem de Ricci, é compensado por múltiplos desvios ocasionados pela focagem de Weyl, o que leva a uma descrição equivalente à abordagem do modelo homogêneo. Tal fato é baseado na conservação de fluxo. A média sobre ângulos ou *redshifts* deveria ser igual a um modelo perfeitamente homogêneo.

Esse resultado foi contestado posteriormente por [Ellis et al. \(1998\)](#). Os autores estudaram os efeitos de cáusticas nas distâncias para mostrar que não ocorre o cancelamento. Além disso, Weinberg supõe que a área da esfera centrada em  $r = 0$  e com raio  $r = r_{obs}$  é a mesma de um modelo homogêneo. Mas, como discutido por [Ellis et al. \(1998\)](#) e por [Rose \(2001\)](#), tal fato deve ser inferido, e não utilizado na demonstração.

Trabalhos subseqüentes utilizando técnicas de traçar raios em simulações e estimativas analíticas chegaram em resultados contraditórios entre si ([Kibble e Lieu, 2005](#); [Kostov, 2010](#)). Uma questão importante relacionada é em qual escala angular a aproximação de Dyer–Roeder é válida e para qual escala atingi-se o caso homogêneo. Os raios traçados em simulações têm uma abertura da ordem de kpc, muito maior que um feixe de SNe Ia que é da ordem de uma unidade astronômica. Esse aspecto foi estudado teoricamente por [Linder \(1998\)](#) e recentemente testado em simulação por [Clarkson et al. \(2012\)](#), onde se viu que quanto menor o feixe maior a probabilidade de propagação por vazios.

Outra crítica foi levantada por [Räsänen \(2009\)](#). Ele calculou o efeito de *backreaction* das inhomogeneidades, mas concluiu que sobre a propagação da luz não havia diferença do modelo homogêneo. Este resultado foi obtido ao se considerar que em uma linha de

visada típica existe um perfeito cancelamento entre regiões mais e menos densas que a média. Esta é outra hipótese que deve ser testada. [Bolejko \(2011c\)](#) mostrou, através de simulações, justamente o oposto. Mesmo com inomogeneidades em 3 dimensões sendo compensadas, não é o que ocorre na linha de visada. Portanto, em média, é possível que a luz viaje em regiões menos densas que a média.

Outro ponto relevante é um possível efeito de seleção discutido por [Mattsson \(2010\)](#). Linhas de visada que cruzam regiões de alta densidade podem ser obstruídas devido à absorção por bárions, ou fazer com que a curva de luz do objeto inviabilize seu uso para estudos cosmológicos. Novamente, ocorreria uma preferência por linhas de visada que viajem por regiões menos densas que a média.

Além disso, espera-se que haja uma dependência de  $\alpha$  com a linha de visada. Logo, ao invés de um parâmetro de aglomeração constante para cada *redshift*, tem-se uma função de distribuição de probabilidade para  $\alpha$ . Este tipo de modelagem foi realizado por [Kainulainen e Marra \(2009a,b, 2011\)](#). Novamente, o tamanho angular do feixe é muito superior ao de uma supernova, mas os resultados advindos deste tipo de análise podem ser comparados à abordagem de Dyer–Roeder.

Recapitulando, temos quatro efeitos distintos que podem influenciar na diferença da distância de diâmetro angular em relação ao caso homogêneo. Primeiro, o tamanho angular do feixe. É preciso entender para quais escalas angulares a descrição homogênea é satisfatória e para quais uma abordagem do tipo de Dyer–Roeder é necessária. Segundo, o fato do universo ser homogêneo em três dimensões não implica que haja uma compensação exata quando se observa em uma linha de visada. Terceiro, linhas de visada que passem por regiões de alta densidade podem ser obstruídas, levando a um efeito de seleção para linhas de visada que atravessem vazios. Por fim, pode existir uma dependência das inomogeneidades com a linha de visada, com parâmetros de aglomeração diferentes para diferentes linhas de visada.

A abordagem de Dyer–Roeder foi estudada tanto do ponto de vista teórico quanto através da análise de simulações. Entretanto, é vital compararmos as análises fenomenológicas aqui descritas com os dados. Tais análises permitem excluir modelos e quantificar a magnitude dos efeitos.

Nos próximos capítulos faremos análises estatísticas usando dados observacionais tanto na abordagem usual de Dyer–Roeder quanto em modelos estendidos. Também proporemos

um teste para analisar a magnitude do efeito e comparar com os resultados provenientes de lenteamento fraco.



# Vínculos Observacionais sobre o Parâmetro de Aglomeramento $\alpha$

## 4.1 Introdução

Neste capítulo analisamos os vínculos observacionais sobre o parâmetro de aglomeramento  $\alpha$  e o parâmetro de densidade de matéria  $\Omega_m$  para o modelo  $\Lambda$ CDM plano utilizando amostras de SNe Ia, *gamma-ray bursts* (GRBs) e dados da taxa de expansão do universo  $H(z)$ .

Consideramos a abordagem padrão de Dyer–Roeder, ou seja, em que  $\alpha$  é uma constante contida no intervalo  $0 \leq \alpha \leq 1$ . Existem vários trabalhos na literatura envolvendo esta abordagem. Podemos citar, por exemplo, expressões analíticas para a distância de luminosidade (Kantowski, 1998; Kantowski et al., 2000; Demianski et al., 2003), o *redshift* onde a distância de diâmetro angular atinge seu máximo (Lima e Alcaniz, 2000a,b; Sereno et al., 2001; Lewis e Ibata, 2002; Covone et al., 2005), *time delays* de lentes gravitacionais (Giovì e Amendola, 2001) e mesmo análise de modelos com criação de partículas (de Campos e Souza, 2004). Efeitos sobre o espectro de potência da radiação cósmica de fundo também foram analisados (Bolejko, 2011b).

No entanto, poucas análises impuseram restrições através de testes observacionais sobre  $\alpha$ . Como exemplo destas, podemos citar as análises utilizando rádio fontes compactas (Alcaniz et al., 2004; Santos e Lima, 2008) e SNe Ia (Santos et al., 2008).

Em uma análise prévia, Santos et al. (2008) aplicaram a abordagem padrão de Dyer–Roeder com  $\alpha$  constante para um modelo  $\Lambda$ CDM plano considerando duas amostras de SNe Ia, a saber, a amostra de Astier et al. (2006) e a amostra *gold* de Riess et al. (2007). A primeira amostra, composta de objetos em baixos *redshifts*, não gerou vínculos sobre o

parâmetro de aglomeramento. Já a última, composta de supernovas em mais altos *redshifts*, restringiu o parâmetro de aglomeramento ao seguinte intervalo  $0.42 \leq \alpha \leq 1.0 (2\sigma)$ . Em princípio, esse resultado sugere que fontes em *redshifts* mais altos do que as SNe Ia poderiam vincular o parâmetro de aglomeramento. Uma vez que GRBs já foram detectados até *redshifts*  $z \sim 8$ , eles são candidatos naturais para se testar tal conjectura.

GRBs são as explosões observadas mais luminosas do universo. Desenvolvimentos teóricos e observacionais mostram a presença de *afterglows* e apontam como progenitores supernovas com núcleos colapsantes (para artigos de revisão abrangentes veja Piran, 2004; Mészáros, 2006). Já a possibilidade de utilizá-los como velas padrão também foi discutida por diversos autores (Ghirlanda et al., 2006; Schaefer, 2007; Zhang et al., 2012). Recentemente, estudos empregando GRBs mostraram que eles podem fornecer um teste complementar para vincular parâmetros cosmológicos (Mörtsell e Sollerman, 2005; Di Girolamo et al., 2005; Schaefer, 2007; Mosquera Cuesta et al., 2008; Qi et al., 2008; Basilakos e Perivolaropoulos, 2008; Tsutsui et al., 2009; Liang et al., 2010; Ghirlanda et al., 2010; Samushia e Ratra, 2010; Lazkoz et al., 2010; Costa e Frontera, 2011; Bhat e Guiriec, 2011; Xu e Wang, 2011).

De fato, os GRBs são ferramentas promissoras para a cosmologia sob diferentes pontos de vista. Em particular, a associação dos GRBs longos com supernovas do tipo Ib/c ou hipernovas, e portanto com a morte de estrelas de altas massas, é apoiada tanto por teoria quanto por observações (Woosley e Bloom, 2006). Portanto, a alta luminosidade e distribuição em *redshifts* até  $z \approx 8$  fazem com que os GRBs possam ser considerados traçadores da taxa de formação estelar até à época de reionização (Salvaterra et al., 2009; Tanvir et al., 2009; Petitjean e Vergani, 2011).

Nas próximas seções, derivamos a equação de Dyer–Roeder para um modelo  $\Lambda$ CDM plano e aplicamos testes estatísticos para conjuntos de dados envolvendo SNe Ia, GRBs e dados de  $H(z)$  para extrairmos restrições observacionais sobre o parâmetro de aglomeramento  $\alpha$  e o parâmetro de densidade da matéria  $\Omega_m$ .

## 4.2 A Equação de Dyer–Roeder para a Distância de Luminosidade

Para o modelo  $\Lambda$ CDM plano, a taxa de expansão do universo é dada por

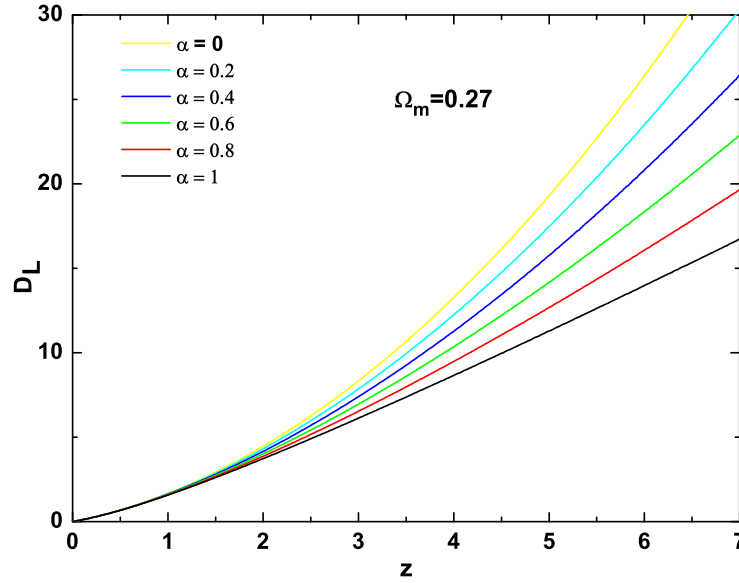


Figura 4.1: Distância de luminosidade adimensional em função do *redshift* para vários valores do parâmetro de aglomeração  $\alpha$ , com  $\Omega_m = 0.27$ .

$$H(z) = H_0 [\Omega_m(1+z)^3 + (1-\Omega_m)]^{\frac{1}{2}}. \quad (4.1)$$

Para obtermos a equação de distância de Dyer–Roeder em função da distância de luminosidade inserimos a taxa de expansão (4.1) na equação (3.53) e utilizamos o princípio de Etherington (1933) que relaciona a distância de luminosidade com a distância de diâmetro angular:  $d_L = (1+z)^2 d_A$ . Escrevendo o resultado em função da distância de luminosidade adimensional ( $D_L = H_0 d_L$ ) obtemos

$$(1+z)^2 \mathcal{F} \frac{d^2 D_L}{dz^2} - (1+z) \mathcal{G} \frac{dD_L}{dz} + \mathcal{H} D_L = 0, \quad (4.2)$$

que satisfaz às condições iniciais

$$\begin{cases} D_L(0) = 0, \\ \frac{dD_L}{dz}|_0 = 1. \end{cases} \quad (4.3)$$

Os termos  $\mathcal{F}$ ,  $\mathcal{G}$  e  $\mathcal{H}$  são expressos em função dos parâmetros cosmológicos por

$$\begin{aligned}
\mathcal{F} &= \Omega_m + (1 - \Omega_m)(1 + z)^{-3}, \\
\mathcal{G} &= \frac{\Omega_m}{2} + 2(1 - \Omega_m)(1 + z)^{-3}, \\
\mathcal{H} &= \left( \frac{3\alpha - 2}{2} \right) \Omega_m + 2(1 - \Omega_m)(1 + z)^{-3}.
\end{aligned} \tag{4.4}$$

Na figura (4.1) comparamos o efeito de diferentes valores de  $\alpha$  sobre  $D_L$ , com  $\Omega_m = 0.27$  fixo. Vemos que para valores menores do parâmetro de aglomeramento ocorre um aumento na distância em relação ao caso padrão ( $\alpha = 1$ ).

A comparação com os dados observacionais se dá pela utilização do módulo de distância  $\mu$ , que pode ser escrito como (Peebles, 1993)

$$\mu = m - M = 5 \log(d_L) + 25, \tag{4.5}$$

onde  $d_L$  é dado em Mpc,  $m$  é a magnitude aparente e  $M$  a magnitude absoluta do objeto.

### 4.3 Amostras e Resultados

A escala em que se espera que a homogeneidade do universo se manifeste é da ordem de centenas de Mpc. Logo, uma descrição mais realística é considerar que em escalas pequenas e moderadas a matéria se aglomera, sendo homogênea em média. Uma vez que a propagação da luz é afetada por quantidades locais, não globais, expressões como o módulo de distância  $\mu(H_0, \Omega_m, \Lambda, z)$  devem ser alteradas para levar em consideração o fenômeno de aglomeramento, onde aqui adotamos a aproximação de Dyer-Roeder.

Na figura (4.2) são mostrados os efeitos das inomogeneidades no diagrama de Hubble-Sandage para a amostra de SNe Ia do catálogo Union2 (Amanullah et al., 2010) e os GRBs da amostra Hymnium (Wei, 2010). Foram considerados alguns conjuntos de valores para o parâmetro de aglomeramento  $\alpha$  e para o parâmetro de densidade da matéria  $\Omega_m$  como indicado nos gráficos. A diferença entre os dados e as predições para um modelo vazio também é mostrada. Para fins de comparação, nós também esboçamos as predições para um modelo de Einstein-de Sitter, ou seja,  $\Omega_m = 1$  e  $\alpha = 1$ , assim como para o modelo de

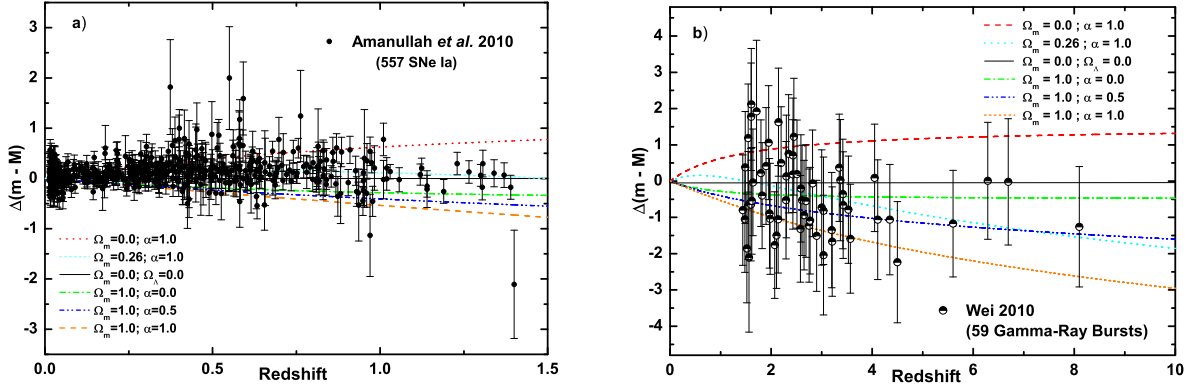


Figura 4.2: O efeito de  $\alpha$  sobre as magnitudes residuais. **a)** Foram utilizadas as 557 SNe Ia do catálogo Union2 (Amanullah et al., 2010) e as predições da distância de luminosidade na aproximação de Dyer-Roeder para vários valores de  $\alpha$  relativos a um modelo de universo vazio ( $\Omega_m = 0$  and  $\Omega_\Lambda = 0$ ). **b)** O mesmo gráfico utilizando os 59 GRBs da amostra Hymnium (Wei, 2010). Para comparação, em ambos painéis, as linhas em azul claro são as predições para o modelo de concordância cósmica ( $\Omega_m = 0.26$ ,  $\Omega_\Lambda = 0.74$ ,  $\alpha = 1$ ).

concordância cósmica ( $\Omega_m = 0.26$ ,  $\Omega_\Lambda = 0.74$ ,  $\alpha = 1$ ). Veja que cosmologias considerando o efeito de Dyer–Roeder apenas com matéria podem mostrar um comportamento em um certo grau similar ao modelo de concordância cósmica.

A fim de vincular os parâmetros  $\Omega_m$  e  $\alpha$ , o teste de minimização de  $\chi^2$  será aplicado aos dados de SNe Ia,  $H(z)$  e GRBs. Seguindo padrões usuais, nós maximizamos a probabilidade posterior, que é proporcional à  $\mathcal{L} \times \text{prior}$ , onde:

$$\mathcal{L} \propto \exp\left(-\frac{\chi^2}{2}\right). \quad (4.6)$$

Adotamos um *prior* gaussiano sobre o parâmetro indesejável  $H_0$  centrado em  $74.2 \pm 3.6$  km s<sup>-1</sup> Mpc<sup>-1</sup> (Riess et al., 2009), que será marginalizado. O  $\chi^2$  dado por

$$\chi^2(\mathbf{p}) = \sum_i \frac{[\mu(z_i; \mathbf{p}) - \mu_{0,i}]^2}{\sigma_{\mu_{0,i}}^2}. \quad (4.7)$$

Na expressão acima  $\mu$  é o módulo de distância teórico para o conjunto de parâmetros  $\mathbf{p} \equiv (H_0, \alpha, \Omega_m)$ ,  $\mu_{0,i}$  é o módulo de distância observado e  $\sigma_{\mu_{0,i}}$ , sua respectiva incerteza. Para uma análise conjunta, basta adicionar o  $\chi^2$  de cada amostra. Consideramos os parâmetros  $\alpha$  e  $\Omega_m$  restritos no intervalo  $[0, 1]$ , em passos de 0.01, para todos os cálculos numéricos.

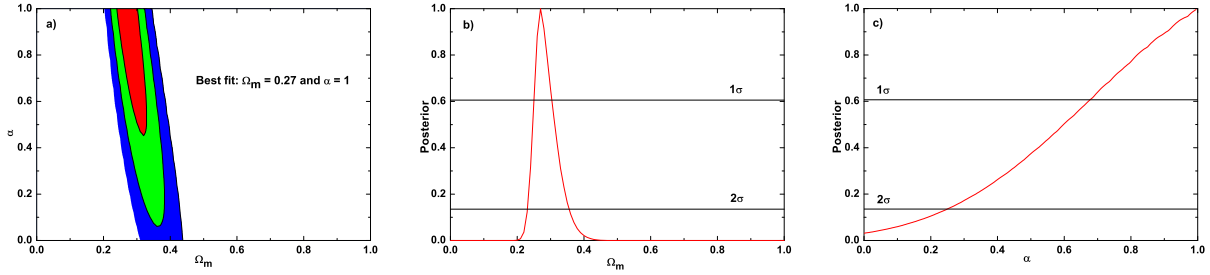


Figura 4.3: **a)** O plano  $(\Omega_m, \alpha)$  para um modelo  $\Lambda$ CDM plano obtido de 557 SNe Ia do catálogo Union2 (Amanullah et al., 2010). Os contornos representam níveis de confiança estatística de 68.3%, 95.4% e 99.7%. Veja que o parâmetro de aglomeramento  $\alpha$  não é bem vinculado pelos dados. **b)** Probabilidade posterior para o parâmetro de densidade da matéria. Temos que  $0.24 \leq \Omega_m \leq 0.35$  em  $2\sigma$  de confiança estatística. **c)** Probabilidade posterior para o parâmetro de aglomeramento  $\alpha$ . Vemos que em  $2\sigma$  de confiança estatística o parâmetro de aglomeramento está restrito no intervalo  $(0.25 \leq \alpha \leq 1.0)$ .

### 4.3.1 SNe Ia e $H(z)$

Vamos agora analisar os vínculos que os dados de SNe Ia dão para o par de parâmetros  $(\Omega_m, \alpha)$  considerado para um modelo  $\Lambda$ CDM plano na aproximação de Dyer-Roeder.

O catálogo Union2<sup>1</sup> (Amanullah et al., 2010) consiste de 557 SNe Ia, onde o método de ajuste de curvas de luz SALT2 (Guy et al., 2007) foi utilizado para calibrar as supernovas, ou seja, transformá-las em velas padrão. O procedimento de minimização de  $\chi^2$  descrito acima foi aplicado a essa amostra e os resultados obtidos são mostrados na figura (4.3). Vemos que o parâmetro de aglomeramento  $\alpha$  é fracamente vinculado, sendo restrito no intervalo  $0.25 \leq \alpha \leq 1.0$  com  $2\sigma$  de confiança estatística. Por outro lado, o parâmetro de densidade da matéria foi bem vinculado, estando restrito no intervalo  $0.24 \leq \Omega_m \leq 0.35$  ( $2\sigma$ ). Note que um modelo composto apenas de matéria e inhomogeneidades ( $\Omega_\Lambda = 0$ ) não é compatível com os dados de SNe Ia.

Agora, podemos comparar os vínculos aqui obtidos com análises anteriores discutidas na literatura. Santos et al. (2008) utilizaram 182 SNe Ia da amostra *gold* compilada por Riess et al. (2007) para vincular os parâmetros  $\alpha$  e  $\Omega_m$  em um modelo  $\Lambda$ CDM plano. Dentro de  $2\sigma$  de confiança estatística, os parâmetros foram restritos aos seguintes intervalos:  $0.42 \leq \alpha \leq 1.0$  e  $0.25 \leq \Omega_m \leq 0.44$ . Um fato interessante é que o aumento no número de supernovas melhorou os vínculos sobre  $\Omega_m$ , mas valores menores para o parâmetro de aglomeramento passaram a ser permitidos (veja figura 4.4a). Podemos entender tal comportamento ao notarmos que dados em mais baixos *redshifts* são compatíveis com um universo mais

<sup>1</sup> A tabela contendo os *redshifts*, módulos de distância e respectivas incertezas pode ser encontrada na página do *Supernova Cosmology Project*: <http://supernova.lbl.gov/>.

Tabela 4.1 - Medidas de  $H(z)$  em unidades de  $\text{km s}^{-1} \text{Mpc}^{-1}$  com a respectiva incerteza em  $1\sigma$  para os dados de [Simon et al. \(2005\)](#) (1) e [Daly et al. \(2008\)](#) (2).

$z$	$H(z)$	$1\sigma$	Referência
0.05	75.4	2.3	(2)
0.09	69	1.2	(1)
0.17	83	8.3	(1)
0.27	70	14	(1)
0.40	87	17.4	(1)
0.505	86.9	6.9	(2)
0.88	117	23.4	(1)
0.905	116.9	11.5	(2)
1.30	168	13.4	(1)
1.43	177	14.2	(1)
1.53	140	14	(1)
1.75	202	40.4	(1)

inomogêneo. De fato, os resultados estão de acordo com a conclusão de que o processo de formação de estruturas leva a um universo mais inomogêneo localmente. Logo, com uma amostra maior aumenta-se a probabilidade de se detectar os efeitos das inomogeneidades locais.

Uma possibilidade para se melhorar os vínculos sobre o parâmetro de aglomeração é utilizar dados que sejam insensíveis à  $\alpha$ , mas que forneçam bons vínculos para o parâmetro de densidade da matéria. Melhores vínculos seriam obtidos da combinação destes dados com SNe Ia em uma análise conjunta, visto que as amostras apresenta diferentes degenerescências no plano  $(\Omega_m, \alpha)$ .

Uma amostra que satisfaz a tal condição é composta por medidas de  $H(z)$ . A taxa de expansão pode ser escrita como

$$H(z) = -\frac{1}{1+z} \frac{dz}{dt}. \quad (4.8)$$

Portanto, se estimamos idades relativas de galáxias  $\Delta t$  em *redshifts* diferentes  $\Delta z$ , obtemos uma estimativa de  $\Delta z/\Delta t$  e, conseqüentemente, de  $H(z)$ . Este método foi proposto por [Jimenez e Loeb \(2002\)](#) e aplicado para galáxias que evoluem passivamente por [Simon et al. \(2005\)](#) e [Daly et al. \(2008\)](#), tendo como resultado um conjunto de 12 pontos observacionais

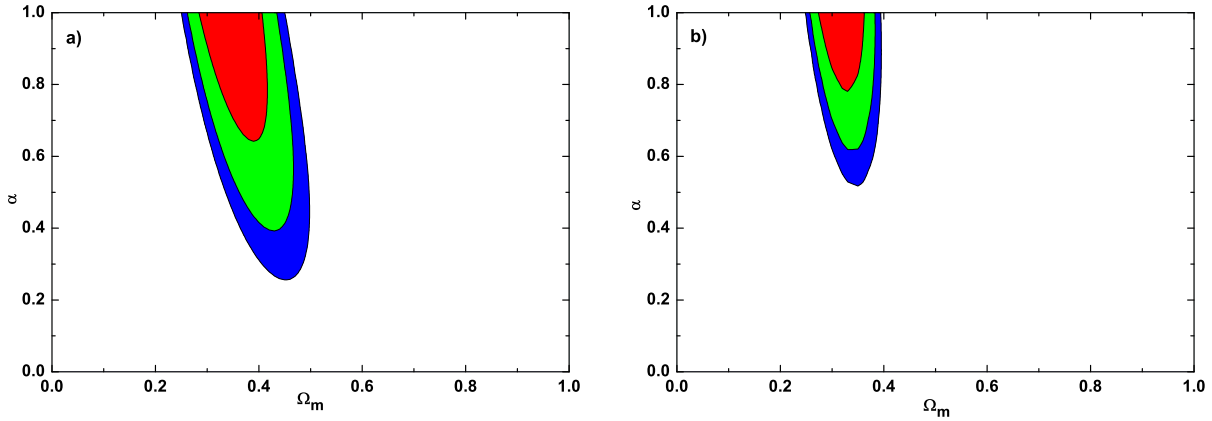


Figura 4.4: O efeito dos dados de  $H(z)$  sobre os vínculos em  $\alpha$ . **a)** Plano  $(\Omega_m, \alpha)$ , considerando um modelo  $\Lambda$ CDM plano, para 182 SNe Ia da amostra *gold* de Riess et al. (2007) obtido por Santos et al. (2008). Os contornos representam regiões de 68.3%, 90% e 95.4% de confiança estatística. **b)** O mesmo gráfico agora utilizando as 182 SNe Ia de Riess et al. (2007) e 12 dados de  $H(z)$  de Simon et al. (2005) e Daly et al. (2008). O melhor ajuste foi  $\Omega_m = 0.32$  e  $\alpha = 1$ , com os parâmetros restringidos aos intervalos  $0.66 \leq \alpha \leq 1.0$  e  $0.27 \leq \Omega_m \leq 0.37$  com 95.4% de confiança estatística.

para  $H(z)$  com as respectivas incertezas, mostrado na tabela (4.1).

O teste estatístico é realizado de forma similar ao teste com supernovas. O  $\chi^2$  é dado por

$$\chi^2(\mathbf{p}) = \sum_i \frac{[H(z_i; \mathbf{p}) - H_{obs,i}]^2}{\sigma_{H_{obs,i}}^2}, \quad (4.9)$$

onde  $H_{obs,i}$  é a taxa de expansão medida no *redshift*  $z_i$  e  $\sigma_{H_{obs,i}}$  sua incerteza associada.

Os vínculos obtidos da combinação dos dados de 182 SNe Ia da amostra *gold* (Riess et al., 2007) com os 12 dados de  $H(z)$  são apresentados na figura (4.4b). Vemos que existe uma melhora significativa dos vínculos sobre o parâmetro de aglomeramento, que passou a ser restrito ao intervalo  $0.66 \leq \alpha \leq 1.0$  em  $2\sigma$ . Já o parâmetro de densidade da matéria fica restrito em  $0.27 \leq \Omega_m \leq 0.37$ , também com  $2\sigma$  de confiança estatística. O melhor ajuste foi  $\alpha = 1.0$  e  $\Omega_m = 0.32$ .

Por outro lado, vínculos sobre o parâmetro de aglomeramento também podem ser melhorados ao se usar amostras em mais altos *redshifts*, uma vez que  $\alpha$  aparece apenas no termo em terceira ordem quando se expande a expressão da distância de luminosidade em função de  $z$ . Como ilustração, considerando um modelo de Einstein-de Sitter temos (Mattsson, 2010)

$$D_L(z) = z + \frac{1}{4}z^2 + \left(-\frac{1}{8} + \frac{1-\alpha}{4}\right)z^3 + O(z^4). \quad (4.10)$$



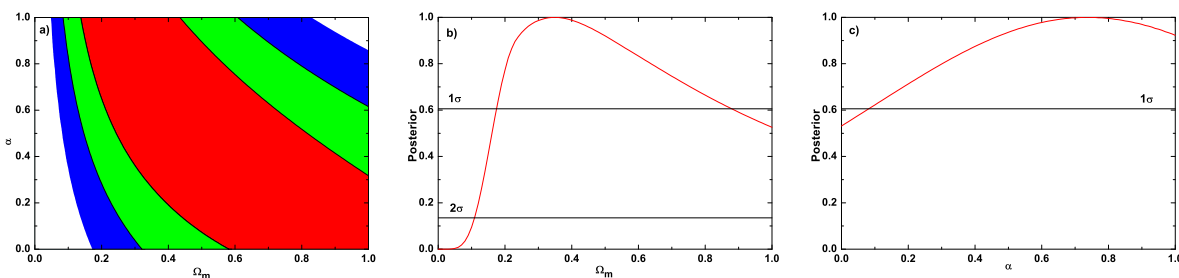


Figura 4.5: **a)** Contornos de confiança estatística de 68.3%, 95.4% e 99.7% sobre o plano  $(\Omega_m, \alpha)$  para o modelo  $\Lambda$ CDM plano obtidos de 59 GRBs da amostra Hymnium (Wei, 2010). **b)** Probabilidade posterior para o parâmetro de densidade da matéria. Neste caso quase todos os valores são permitidos dentro de  $2\sigma$  ( $0.11 \leq \Omega_m \leq 1.0$ ). **c)** Probabilidade posterior para o parâmetro de aglomeração  $\alpha$ . Vemos que em  $2\sigma$  o parâmetro de aglomeração não é vinculado pelos dados.

Portanto, uma análise envolvendo dados em mais altos *redshifts* será examinada na próxima seção.

#### 4.3.2 Gamma-Ray Bursts

*Gamma-Ray Bursts* (GRBs) oferecem a possibilidade de se sondar a história da expansão do universo até *redshifts*  $z \sim 8$ . Como GRBs não são velas padrão, baseamo-nos em relações fenomenológicas a fim de que possamos usá-los em análises cosmológicas. Embora inúmeras relações tenham sido propostas na literatura, consideramos aqui uma relação entre a energia isotrópica equivalente emitida em raios- $\gamma$  ( $E_{iso}$ ) e a energia dos fótons na qual  $\nu F_\nu$  é máxima ( $E_{peak}$ ), conhecida como relação de Amati (Amati et al., 2002).

A relação de Amati é uma lei de potência:  $E_{p,i} = a \times E_{iso}^b$ , onde  $E_{p,i} = E_{peak} \times (1+z)$  é a energia de pico no referencial em repouso do GRB,  $a$  e  $b$  são constantes.  $E_{iso}$  é definida por:

$$E_{iso} = 4\pi d_L^2 S_{bolo} (1+z)^{-1}, \quad (4.11)$$

onde  $S_{bolo}$  é a intensidade bolométrica em raios- $\gamma$  de um dado GRB e  $d_L$  sua distância de luminosidade.

Geralmente, o uso de relações fenomenológicas para fins cosmológicos se dá calibrando-as com amostras em baixos *redshifts*, uma vez que nesse caso a distância independe dos parâmetros cosmológicos. Infelizmente, esse procedimento não é aplicável para GRBs, haja vista que os observados localmente parecem ser intrinsecamente diferentes, como GRB 980425 e GRB 031203 (Norris, 2002; Guetta et al., 2004; Soderberg et al., 2004).

Assim, os parâmetros cosmológicos que gostaríamos de vincular entram na determinação dos parâmetros da relação de Amati. Logo, temos um problema de circularidade. Algumas propostas para resolvê-lo foram discutidas na literatura (Ghirlanda et al., 2004; Firmani et al., 2005; Liang e Zhang, 2006; Li et al., 2008; Wang, 2008; Kodama et al., 2008; Liang et al., 2008). Neste trabalho, utilizamos o método proposto independentemente por Kodama et al. (2008) e Liang et al. (2008), que foi recentemente atualizado por Wei (2010).

O método consiste em utilizar SNe Ia como uma escada de distância para calibrar os GRBs. Visto que os módulos de distância das SNe Ia são conhecidos, podemos utilizar as SNe Ia mais próximas de um GRB para, através de uma interpolação, obtermos o módulo de distância do GRB considerado. Isso é feito considerando as quatro supernovas mais próximas e realizando uma interpolação cúbica para a faixa de *redshifts* onde SNe Ia e GRBs são observados,  $z < 1.4$ . Após, ajustam-se os parâmetros  $a$  e  $b$  da relação de Amati, tornando possível o cálculo do módulo de distância dos GRBs em mais altos *redshifts*. Dessa maneira, a calibração não sofre do problema de circularidade.

Wei (2010) utilizou 557 SNe Ia do catálogo Union2 (Amanullah et al., 2010) para calibrar 109 GRBs compilados em Amati (2006) e Amati et al. (2008, 2009). Ao aplicar uma interpolação cúbica com 50 GRBs em baixos *redshifts* ( $z < 1.4$ ), os parâmetros da relação de Amati foram determinados e os módulos de distância para os outros 59 GRBs foram derivados. Essa amostra é denominada Hymnium e pode ser utilizada para vincular parâmetros cosmológicos sem o problema de circularidade.

A figura (4.5) apresenta os resultados da análise estatística utilizando a amostra Hymnium de GRBs. Da figura (4.5a) vemos que ambos parâmetros são fracamente vinculados pelos dados. As probabilidades posteriores mostradas nas figuras (4.5b) e (4.5c) nos dão como vínculos, dentro de 95.4% de confiança estatística,  $\Omega_m = 0.35^{+0.65}_{-0.24}$ , enquanto todos os valores para o parâmetro de aglomeramento são permitidos. Estes dados também são compatíveis com um modelo composto apenas por matéria inhomogeneamente distribuída ( $\Omega_\Lambda = 0$ ,  $\Omega_m = 1$ ). Em princípio, tal fato pode ser entendido ao notarmos que a amostra considerada é dominada por dados em altos *redshifts* e, portanto, numa fase onde a energia escura não tem um papel proeminente para a evolução cósmica. Por outro lado, os fracos vínculos obtidos sobre  $\alpha$  também podem ser explicados pela baixa qualidade dos dados atuais de GRBs, como pode ser verificado pela dispersão intrínseca na relação de Amati. Logo, embora não tratemos aqui, seria interessante analisar os vínculos obtidos sobre os

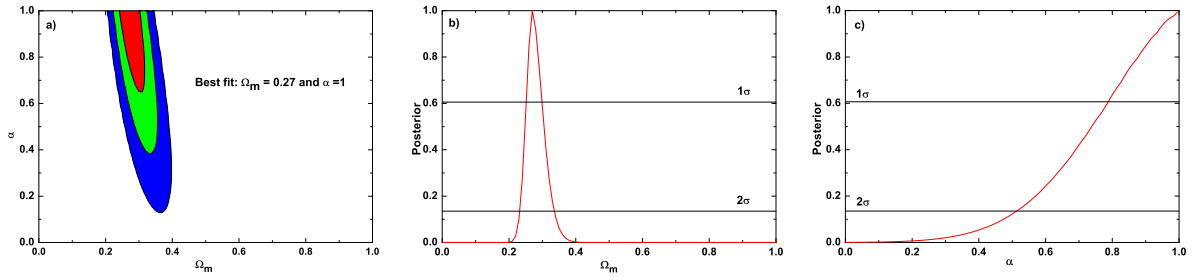


Figura 4.6: **a)** Contornos de 68.3%, 95.4% e 99.7% sobre o plano  $(\Omega_m, \alpha)$  para um modelo  $\Lambda$ CDM plano inferido de 557 SNe Ia do catálogo Union2 (Amanullah et al., 2010) e 59 Hymnium GRBs (Wei, 2010). **b)** Probabilidade posterior para o parâmetro de densidade da matéria. Neste caso, uma região bem menor é permitida  $0.24 \leq \Omega_m \leq 0.33$  com  $(2\sigma)$  de confiança estatística. **c)** Probabilidade posterior para o parâmetro de aglomeramento  $\alpha$ . Vemos que em  $2\sigma$  o parâmetro de aglomeramento está restrito no intervalo  $0.52 \leq \alpha \leq 1.0$ .

parâmetros cosmológicos utilizando diferentes relações fenomenológicas para calibrar os GRBs.

### 4.3.3 SNe Ia e GRBs

Uma maneira extremamente útil para se melhorar vínculos em cosmologia é a realização de análises conjuntas com diferentes amostras de dados. Portanto, empregamos agora uma análise estatística combinando as 557 SNe Ia do catálogo Union2 (Amanullah et al., 2010) e os 59 GRBs da amostra Hymnium (Wei, 2010).

Os resultados obtidos da análise estatística estão apresentados na figura (4.6). Como podemos observar na figura (4.6a), os vínculos em ambos parâmetros foram melhorados significativamente. O melhor ajuste obtido foi  $\Omega_m = 0.27$  e  $\alpha = 1$ , com um  $\chi_{min}^2 = 568.36$ . O intervalo de confiança em  $2\sigma$  para o parâmetro de densidade da matéria foi levemente modificado ( $0.24 \leq \Omega_m \leq 0.33$ ) comparado ao resultado apenas com a amostra de SNe Ia. Já para o parâmetro de aglomeramento, uma grande melhora foi obtida se comparada às duas amostras individualmente, onde temos  $0.52 \leq \alpha \leq 1.0$  em  $2\sigma$ . Novamente, o modelo Einstein-de Sitter foi excluído com grande confiança estatística. A melhora dos vínculos em  $\alpha$  pode ser interpretada da seguinte forma: os dados de GRBs preferem ou um universo mais homogêneo com  $\Omega_m$  baixo, ou um universo bastante inhomogêneo com  $\Omega_m$  alto. Devido à degenerescência ser diferente no plano  $(\Omega_m, \alpha)$  para SNe Ia e GRBs, tem-se como consequência reduzir o espaço de parâmetros, exatamente compatível com o resultado obtido.

Na tabela 4.2 são sumarizados os resultados das análises com as SNe Ia do catálogo

Union2 e os GRBs Hymnium.

Tabela 4.2 - Limites em  $\alpha$  e  $\Omega_m$ .

Amostra	$\Omega_m (2\sigma)$	$\alpha (2\sigma)$	$\chi_{min}^2$
SNe Ia	$0.24 \leq \Omega_m \leq 0.35$	$0.25 \leq \alpha \leq 1.0$	545
GRBs	$0.11 \leq \Omega_m \leq 1.0$	não-vinculado	23
<b>Combinação</b>	<b><math>0.24 \leq \Omega_m \leq 0.33</math></b>	<b><math>0.52 \leq \alpha \leq 1.0</math></b>	<b>568</b>

#### 4.4 Conclusões

O surgimento da cosmologia de precisão, que gerou uma ampla gama de conjuntos de dados observacionais, trouxe-nos a possibilidade de se testar quantitativamente várias hipóteses adotadas na construção de modelos cosmológicos.

Um dos pilares do modelo de concordância cósmica é a homogeneidade e isotropia do universo em grandes escalas. Mesmo sob esse viés, sabemos que localmente o universo é inhomogêneo, haja vista a observação de variadas estruturas, de planetas até super-aglomerados de galáxias. Portanto, é fundamental saber quais são os efeitos dessas inhomogeneidades locais nos modelos cosmológicos.

Neste capítulo, estudamos os efeitos das inhomogeneidades sobre a propagação da luz. Tal análise é importante pois vários observáveis cosmológicos a utilizam para inferir parâmetros cosmológicos, como é o caso da distância de diâmetro angular e da distância de luminosidade.

Adotamos a aproximação de Dyer–Roeder, que é uma maneira simples de se tentar incorporar os efeitos das inhomogeneidades locais. É baseada na adição de apenas um parâmetro livre, o parâmetro de aglomeramento  $\alpha$ . Quando  $\alpha = 1$ , recuperamos a descrição perfeitamente homogênea e isotrópica. Logo, desvios de  $\alpha = 1$  sugerem a importância de se levar em conta inhomogeneidades locais em análises cosmológicas.

Aplicamos testes estatísticos para conjuntos de dados de SNe Ia,  $H(z)$  e GRBs. Todas as análises foram compatíveis com a hipótese de homogeneidade, mas obtivemos outros resultados interessantes.

O aumento no número de SNe Ia levou a vínculos mais fracos para o parâmetro de aglomeramento. Com 182 SNe Ia da amostra *gold* de Riess et al. (2007), tinha-se  $0.42 \leq$

$\alpha \leq 1.0 (2\sigma)$ . Já a amostra com 557 SNe Ia do catálogo Union2 de [Amanullah et al. \(2010\)](#) forneceu  $0.25 \leq \alpha \leq 1.0 (2\sigma)$ . Uma possível interpretação desses dados é que o aumento no número de supernovas trouxe à tona uma maior possibilidade de se detectar os efeitos das inomogeneidades locais.

Também vimos que a inclusão de medidas de  $H(z)$  por [Simon et al. \(2005\)](#) e [Daly et al. \(2008\)](#) levaram a melhores vínculos sobre  $\alpha$ . Isso ocorre em análises conjuntas devido à degenerescência no plano  $(\Omega_m, \alpha)$  ser diferente, uma vez que apenas os dados de  $H(z)$  não vinculam o parâmetro de aglomeração.

Por outro lado, vimos que análises conjuntas com SNe Ia e GRBs também permitiram melhores vínculos sobre o parâmetro de aglomeração:  $0.52 \leq \alpha \leq 1.0 (2\sigma)$ . Uma dependência forte com  $\alpha$  para os GRBs é esperada, uma vez que o parâmetro de aglomeração entra em terceira ordem em uma expansão da distância com o *redshift*. Vínculos melhores não foram obtidos devido ao alto grau de espalhamento intrínseco observado na relação de [Amati et al. \(2002\)](#) e à propagação de erros na calibração dos GRBs.

Para o parâmetro de densidade da matéria, o aumento no número de dados de supernovas levou a melhores vínculos. Os GRBs, por estarem em *redshifts* onde a taxa de expansão é dominada pela matéria, ofereceram vínculos pouco restritivos para  $\Omega_m$ , sendo compatíveis com  $\Omega_m = 1.0$ .

Concluindo, embora os dados sejam totalmente compatíveis com a abordagem perfeitamente homogênea, ainda existe uma grande região permitida no espaço de parâmetros tal que  $\alpha \neq 1$ . Portanto, esforços devem ser dirigidos em se desenvolver novos testes para  $\alpha$  e melhorar os atuais, uma vez que outros parâmetros cosmológicos podem ter seus valores vinculados modificados, auxiliando na compreensão da natureza da aceleração cósmica.

No capítulo 5, apresentamos uma extensão da abordagem padrão, permitindo que o parâmetro de aglomeração assumira valores maiores que a unidade. Além disso, vemos que essa hipótese é favorecida pelos dados de SNe Ia e propomos um modelo baseado na existência de vazios para fundamentar o modelo.



## Um Modelo de Dyer–Roeder Estendido

### 5.1 Introdução

Neste capítulo estudamos uma generalização da abordagem de Dyer–Roeder ao permitirmos que a luz se propague por regiões mais densas que a média. A análise fenomenológica consiste em liberar o parâmetro de aglomeramento  $\alpha$ , de tal forma que valores maiores que a unidade sejam considerados nos testes estatísticos.

Vimos no capítulo anterior que a presença de inhomogeneidades locais pode mudar a determinação de parâmetros cosmológicos até valores da ordem de 10% do valor obtido considerando o caso homogêneo. Este valor está diretamente ligado à distribuição de matéria à qual o feixe de luz é exposto em sua propagação. Até este momento, consideramos a existência de uma parte aglomerada e uma parte homogênea. Existiriam mais ingredientes?

Enquanto esperamos que o universo seja homogêneo em grandes escalas ( $\gtrsim 100 Mpc$ ), em escalas menores temos diversas estruturas, variando de planetas a superaglomerados de galáxias. Permeando estas estruturas temos também vazios ou “regiões escuras” (como cunhado por Zel’dovich, 1970; Zel’dovich e Shandarin, 1982), onde galáxias são quase ou totalmente ausentes, como também sugerido pela simulação do *Millennium* (Springel et al., 2005).

Relembremos agora a definição do parâmetro de aglomeramento (veja seção 3.4.3)

$$\alpha = \frac{\rho_h}{\rho_h + \rho_{cl}}, \quad (5.1)$$

onde  $\rho_h$  e  $\rho_{cl}$  são as densidades da parte homogênea e aglomerada, respectivamente. Para um universo perfeitamente homogêneo,  $\rho_{cl} = 0$ , o que implica  $\alpha = 1$ . No outro extremo

podemos considerar que toda matéria está aglomerada, ou seja,  $\rho_h = 0$ , o que implica  $\alpha = 0$ . Para um aglomeramento parcial, temos que  $\alpha$  está no intervalo  $[0, 1]$ .

Portanto, vemos que a abordagem de Dyer–Roeder padrão não permite que o parâmetro de aglomeramento assuma valores maiores que um. Logo, temos duas alternativas. A primeira é “deixar os dados decidirem”. Inspirando-se nos modelos de energia fantasma (Caldwell, 2002; Lima et al., 2003; Lima e Pereira, 2008; Pereira e Lima, 2008), onde o parâmetro da equação de estado pode assumir valores fora do intervalo esperado, podemos pensar que os dados possam indicar valores para  $\alpha$  maiores que 1, por razões ainda desconhecidas. A segunda alternativa consiste em propor um modelo para explicar o porquê  $\alpha$  pode ser maior que um, assim como estimar sua razoabilidade.

Nas próximas seções utilizaremos ambas alternativas. Primeiramente, deixaremos o parâmetro de aglomeramento livre, que passaremos a denotar por  $\alpha_E$ , e veremos que um teste estatístico com SNe Ia apresenta como probabilidade máxima  $\alpha_E = 1.26$ . Além disso, mostraremos que  $\alpha_E > 1$  pode acomodar melhor os resultados advindos de SNe Ia com os resultados de BAO e CMB, aliviando uma tensão entre dados em baixos e altos *redshifts*. Por fim, apresentaremos um modelo simplificado, baseado na existência de vazios cósmicos, para explicar a possibilidade do parâmetro de aglomeramento ser maior que 1.

## 5.2 A Equação de Dyer–Roeder para a Distância de Luminosidade

O mesmo procedimento realizado no capítulo anterior é feito agora, mas consideramos aqui um modelo  $\Lambda$ CDM com a energia escura sendo descrita por um fluido perfeito com equação de estado  $p_X = w\rho_X$  ( $w$  constante). A taxa de expansão é dada por

$$H(z) = H_0 \sqrt{\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_X(1+z)^{3(1+w)} + \Omega_k(1+z)^2}, \quad (5.2)$$

onde  $\Omega_k = (1 - \Omega_m - \Omega_X)$  e  $\Omega_X$  é o parâmetro de densidade da energia escura.

Ao inserirmos a taxa de expansão acima na expressão (3.53), juntamente com o Princípio de Etherington (1933), obtemos a equação de Dyer–Roeder para a distância de luminosidade adimensional ( $D_L = H_0 d_L$ )



$$\frac{3}{2} [\alpha_E(z)\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_X(1+w)(1+z)^{3(1+w)}] D_L(z) + (1+z)^2 E(z) \frac{d}{dz} \left[ (1+z)^2 E(z) \frac{d D_L(z)}{dz (1+z)^2} \right] = 0, \quad (5.3)$$

onde  $\alpha_E(z)$  denota o parâmetro de aglomeramento estendido. As condições iniciais a serem satisfeitas são

$$\begin{cases} D_L(0) = 0, \\ \frac{dD_L}{dz}|_0 = 1. \end{cases} \quad (5.4)$$

Para compararmos os dados observacionais com o modelo utilizamos o módulo de distância  $\mu$ , que pode ser escrito como (Peebles, 1993)

$$\mu = m - M = 5 \log(d_L) + 25, \quad (5.5)$$

onde  $d_L$  é dado em Mpc,  $m$  é a magnitude aparente e  $M$  a magnitude absoluta do objeto.

Daqui por diante, assumimos  $\alpha_E$  constante. Embora uma dependência com o *redshift* seja esperada, podemos analisar  $\alpha_E$  constante como um parâmetro efetivo na região de interesse.

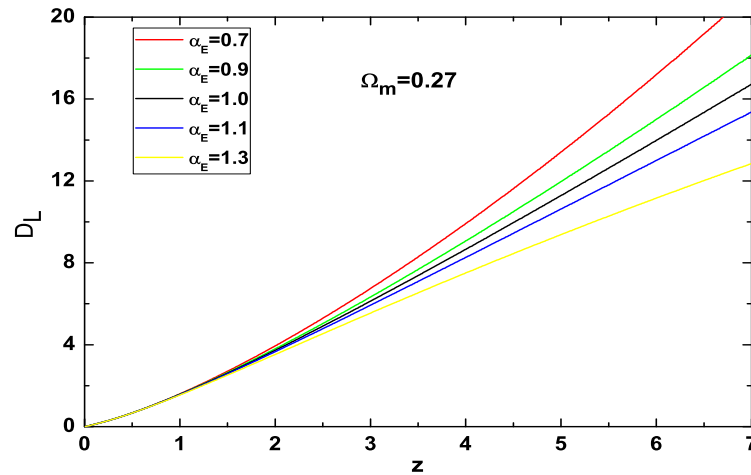


Figura 5.1: Distância de luminosidade adimensional em função do *redshift* para vários valores do parâmetro de aglomeramento estendido  $\alpha_E$ , com  $\Omega_m = 0.27$ .

Na figura (5.1) apresentamos como a distância de luminosidade adimensional  $D_L$  é afetada para diferentes valores do parâmetro de aglomeramento estendido  $\alpha_E$ . Como esperado, o tratamento com  $\alpha_E > 1$  prevê distâncias menores comparadas ao caso padrão.

### 5.3 Determinando $\alpha_E$ dos dados de SNe Ia

A fim de mostrarmos o interesse físico da abordagem adotada neste capítulo realizamos uma análise estatística envolvendo 557 SNe Ia do catálogo Union2 (Amanullah et al., 2010). Seguindo métodos usuais, maximizamos a probabilidade posterior que é proporcional a  $\mathcal{L} \propto \exp[-\chi^2(z; \mathbf{p})/2]$ , onde

$$\chi^2(\mathbf{p}) = \sum_i \frac{[\mu(z_i; \mathbf{p}) - \mu_{0,i}]^2}{\sigma_{\mu_{0,i}}^2}. \quad (5.6)$$

Na equação anterior  $\mu$  é o módulo de distância teórico para o conjunto de parâmetros  $\mathbf{p} \equiv (H_0, \alpha_E, \Omega_m)$ ,  $\mu_{0,i}$  é o módulo de distância observado e  $\sigma_{\mu_{0,i}}$  sua respectiva incerteza. Nós tratamos  $H_0$  como um parâmetro indesejável e marginalizamos sobre ele, o que é equivalente a minimizar

$$\tilde{\chi}^2 = A - \frac{B^2}{C}, \quad (5.7)$$

onde

$$A = \sum_i \frac{\{\mu_{0,i} - 5 \log 10[D_L(z_i)]\}^2}{\sigma_{\mu_{0,i}}^2}, \quad (5.8)$$

$$B = \sum_i \frac{\{\mu_{0,i} - 5 \log 10[D_L(z_i)]\}}{\sigma_{\mu_{0,i}}^2}, \quad (5.9)$$

e

$$C = \sum_i \frac{1}{\sigma_{\mu_{0,i}}^2}. \quad (5.10)$$

Na figura (5.2a) apresentamos os resultados obtidos para os parâmetros  $\alpha_E$  e  $\Omega_m$  ao considerarmos um modelo  $\Lambda$ CDM plano. Os contornos correspondem a regiões de confiança estatística de 68.3% ( $1\sigma$ ) e 95.4% ( $2\sigma$ ). O melhor ajuste obtido foi  $\Omega_m = 0.25$  e  $\alpha_E = 1.26$ . Como podemos ver nas figuras (5.2b) e (5.2c) o parâmetro de densidade da matéria é bem restringido, estando no intervalo  $0.21 \leq \Omega_m \leq 0.29$  ( $1\sigma$ ), enquanto o parâmetro de aglomeração está no intervalo  $0.72 \leq \alpha_E \leq 1.94$  ( $1\sigma$ ). Embora  $\alpha_E$  tenha sido fracamente vinculado, vê-se que a probabilidade é máxima para  $\alpha_E > 1$  e, portanto, a possibilidade de haverem regiões mais densas que a média na linha de visada pode ser considerada como uma possível explicação. É interessante comparar os limites obtidos com a análise apresentada no capítulo (4), onde existia a restrição  $\alpha \leq 1.0$ . O intervalo obtido para o

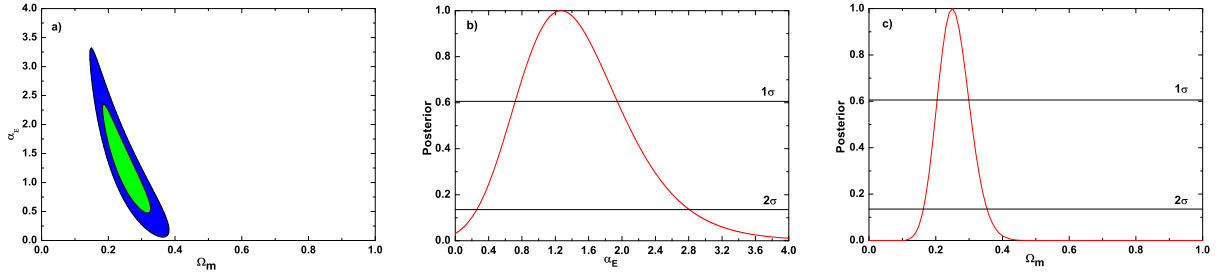


Figura 5.2: **a)** O plano  $(\Omega_m, \alpha_E)$  para um modelo  $\Lambda$ CDM plano. Os contornos representam níveis de confiança estatística de 68.3% e 95.4%. O melhor ajuste é  $\Omega_m = 0.25$  e  $\alpha_E = 1.26$ . Veja que um modelo plano constituído apenas de matéria e inhomogeneidades ( $\Omega_m = 1$ ) é excluído com grande confiança estatística. **b)** Probabilidade posterior de  $\alpha_E$ . O parâmetro de aglomeração é restrito no intervalo  $0.72 \leq \alpha_E \leq 1.94$  ( $1\sigma$ ). **c)** Probabilidade posterior de  $\Omega_m$ . Vemos que o parâmetro de densidade da matéria  $\Omega_m$  está restringido no intervalo  $0.21 \leq \Omega_m \leq 0.29$  ( $1\sigma$ ).

parâmetro de densidade da matéria foi  $0.24 \leq \Omega_m \leq 0.35$  ( $2\sigma$ ). Como seria esperado, ao se tirar a restrição  $\alpha \leq 1.0$  valores menores de  $\Omega_m$  são compatíveis com os dados.

#### 5.4 Tensão SNe Ia-CMB e o Valor de $\alpha_E$

A tensão entre dados em baixos e altos *redshifts* tem sido discutida por vários autores (veja, por exemplo, [Shafieloo et al., 2009](#)) e foi brevemente revisada na seção 2.8.10. Uma abordagem baseada em lenteamento fraco, mas que leva em conta a possibilidade da luz viajar em média em regiões menos densas do que a média consegue solucionar a questão ([Amendola et al., 2010](#)). Tal problema poderia ser aliviado dentro da nossa abordagem de Dyer–Roeder estendida?

A fim de responder isso, vamos considerar um modelo  $\Lambda$ CDM e analisar os vínculos sobre o plano  $(\Omega_m, \Omega_\Lambda)$  ao fixarmos três diferentes valores de  $\alpha_E$ . Ao selecionarmos  $\alpha_E = 0.7, 1.0$  e  $1.3$  podemos estudar o que acontece no plano  $(\Omega_m, \Omega_\Lambda)$  quando valores maiores de  $\alpha_E$  são considerados.

Na figura (5.3a) mostramos os contornos obtidos para os valores escolhidos de  $\alpha_E$ . Note que quando  $\alpha_E$  cresce de 0.7 a 1.3 o melhor ajuste se move aproximadamente  $1\sigma$  em direção a valores menores do par  $(\Omega_m, \Omega_\Lambda)$ , portanto os tornando mais compatíveis com o modelo de concordância cósmica  $\Lambda$ CDM plano. Este resultado é extremamente interessante, haja vista que melhora o acordo com vínculos independentes oriundos de dados de BAO e CMB e, mais importante, mantendo o mesmo  $\chi_{red}^2$ .

Na tabela (5.1) os resultados básicos das nossas análises são resumidos. Veja que valores

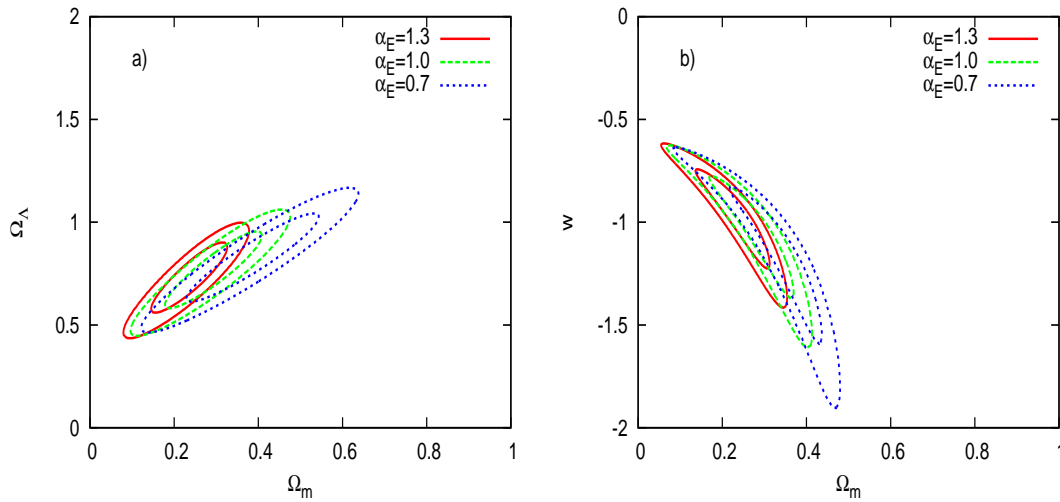


Figura 5.3: **a)** A influência do parâmetro de aglomeramento estendido sobre o plano  $(\Omega_m, \Omega_\Lambda)$ . Os contornos para três valores de  $\alpha_E$  utilizando 557 SNe Ia do catálogo Union2 (Amanullah et al., 2010) correspondem a 1 e  $2\sigma$  de confiança estatística. Valores maiores de  $\alpha_E$  geram resultados mais compatíveis com o modelo plano. **b)** Contornos para o plano  $(\Omega_m, w)$  em um modelo XCDM plano. A mesma tendência é observada, valores maiores de  $\alpha_E$  implicam em valores maiores de  $w$ , portanto aliviando a tensão entre os dados em baixos e altos *redshifts*.

maiores de  $\alpha_E$  fornecem o mínimo  $\chi_{red}^2 = \chi^2/\nu$  ( $\nu$  é o número de graus de liberdade).

Na figura (5.3b) são apresentados os resultados da análise estatística para um modelo XCDM plano e os mesmos valores de  $\alpha_E$  adotados na análise para o modelo  $\Lambda$ CDM. Novamente, vemos que, para valores maiores de  $\alpha_E$ , os contornos são deslocado em direção a valores maiores de  $w$  e valores menores de  $\Omega_m$ , contribuindo para cancelar a tensão entre os dados em baixos e altos *redshifts*.

Tabela 5.1 - Melhores ajustes para  $\Omega_m$  e  $\Omega_\Lambda$ .

$\alpha_E$	$\Omega_m$	$\Omega_\Lambda$	$\chi_{red}^2$
0.7	0.39	0.83	0.978
1.0	0.30	0.78	0.977
1.3	0.24	0.74	0.977

Na tabela (5.2) os resultados obtidos em nossa análise estão dispostos, contendo os melhores ajustes para  $\Omega_m$  e  $w$ , juntamente com o  $\chi_{red}^2$  associado.

Podemos agora comparar nossos resultados com o obtido por Amendola et al. (2010). Na figura (5.4) são mostrados os vínculos obtidos por Amendola et al. (2010) considerando um modelo  $\Lambda$ CDM e um modelo XCDM plano. Vemos que a introdução dos efeitos das

Tabela 5.2 - Melhores ajustes para  $\Omega_m$  e  $w$ .

$\alpha_E$	$\Omega_m$	$w$	$\chi_{red}^2$
0.7	0.35	-1.18	0.978
1.0	0.29	-1.06	0.978
1.3	0.23	-0.96	0.977

inogeneidades leva a um melhor acordo entre os dados de SNe Ia, BAO e CMB, o mesmo que obtivemos no nosso modelo. De maneira surpreendente, a interpretação é diametralmente oposta a nossa. Enquanto em nosso modelo  $\alpha > 1$  implica em um  $\Omega_m$  menor, o resultado de [Amendola et al. \(2010\)](#) tem como base a luz se propagando em regiões menos densas que a média, também obtendo valores menores para  $\Omega_m$ .

### 5.5 Por que $\alpha_E$ pode ser maior que a unidade?

Aqui propomos um modelo simplificado baseado na existência de vazios cósmicos para explicar porque  $\alpha_E$  pode ser maior que 1. Estudos recentes apontaram que vazios cósmicos não representam apenas um constituinte chave da distribuição de massa, mas, potencialmente, podem se tornar uma ferramenta poderosa para se vincular parâmetros cosmológicos ([Sutter et al., 2012](#)). A idéia é considerar que vazios muito grandes são eventos raros, isto é, sua formação sofre do mesmo tipo de segregação sentida pelas maiores galáxias ou aglomerados.

Ao considerarmos que o universo é constituído de três entidades básicas: (i) matéria homogeneamente distribuída ( $\rho_h$ ), (ii) matéria aglomerada ( $\rho_{cl}$ ) e (iii) vazios ( $\rho_{vd}$ ) de tamanho pequeno ou moderado, podemos definir o parâmetro de aglomeramento estendido como (veja equação 5.1):

$$\alpha_E = \frac{\rho_h}{\rho_h + \rho_{cl} + \rho_{vd}}. \quad (5.11)$$

O próximo passo é quantificar a contribuição de vazios que representam subdensidades locais no universo. A presença de um vazio significa que sua matéria foi de alguma maneira redistribuída para as componentes homogênea e aglomerada. Seu efeito gravitacional em uma distribuição inicialmente homogênea é equivalente a superpor uma densidade negativa

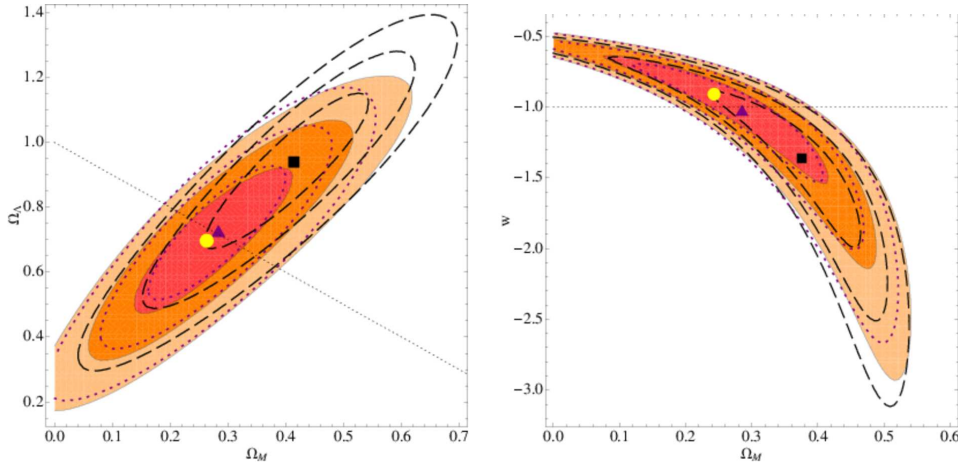


Figura 5.4: A influência das inomogeneidades em um modelo de lenteamento fraco onde a luz se propaga preferencialmente por regiões menos densas que a média obtido por [Amendola et al. \(2010\)](#). O painel esquerdo mostra os resultados para o modelo  $\Lambda$ CDM, já o direito considera um modelo XCDM plano. Os contornos tracejados não levaram em conta o efeito das inomogeneidades. Por outro lado, os contornos sombreados o fizeram, onde um melhor acordo é obtido entre os dados de SNe Ia, BAO e CMB.

(para densidades baixas o princípio de superposição não-relativístico é válido).

Por simplicidade, assumimos que a contribuição dos vazios pode ser aproximada pela expressão linear

$$\rho_{vd} = -\delta(\rho_h + \rho_{cl}), \quad (5.12)$$

onde  $\delta$  é um parâmetro positivo menor que a unidade. Portanto,  $\alpha_E$  dado pela equação (5.11) pode ser reescrito como

$$\alpha_E = \frac{\rho_h}{(\rho_h + \rho_{cl})(1 - \delta)} \equiv \frac{\alpha}{1 - \delta}, \quad (5.13)$$

que claramente satisfaz a desigualdade  $\alpha_E \geq \alpha$ , onde  $\alpha$  é o parâmetro de aglomeração na abordagem de Dyer–Roeder padrão.

Na figura (5.5) mostramos uma simples representação do modelo proposto. Os pontos são a parte aglomerada, já os círculos pontilhados representam os vazios que são de tamanho pequeno ou moderado. Em média, a luz se propaga pela parte homogênea. Evidentemente, uma abordagem estatística é necessária para se calcular a probabilidade de um feixe de luz atravessar um vazio.

Em particular, quando a componente aglomerada não contribui, temos que  $\alpha_E = \frac{1}{1 - \delta} \geq 1$ . Como estimar a contribuição dos vazios? Em primeira aproximação, se tomarmos  $\alpha = 1$ , ou seja, desprezarmos a contribuição da parte aglomerada e adotarmos o melhor ajuste

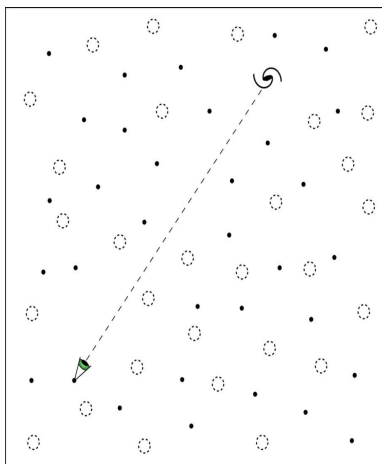


Figura 5.5: Representação de um universo com vazios. A luz se propaga pela parte homogênea, onde a probabilidade em uma linha de visada de se interceptar uma galáxia ou um vazio é baixa.

da análise com SNe Ia, vemos que  $\delta \sim 0.2$ . Uma conexão entre nossa abordagem com o formalismo de lenteamento fraco delinea-se como um objetivo natural de trabalho futuro.

## 5.6 Outra interpretação

Vimos até aqui que os dados sugerem  $\alpha_E > 1$ . Interpretamos tal resultado pela suposição de que a luz se propaga em um meio mais denso que a média devido à existência de vazios. Entretanto, o que efetivamente obtemos é que as distâncias são menores do que as esperadas se  $\alpha_E \geq 1$ . Portanto, ocorre magnificação do feixe, ao invés de demagnificação.

Assim, outros tipos de fenômenos também poderiam gerar o mesmo resultado. Uma possibilidade é considerar que os vazios se expandem diferentemente do *background*. Considerando uma supernova atrás de um grande vazio, Clarkson et al. (2012) mostraram que o efeito de *backreaction* sobre a taxa de expansão leva a uma magnificação do feixe. Na figura (5.6), a curva em vermelho mostra o efeito de um vazio, modelado com uma métrica de LTB, sobre o módulo de distância inferido da supernova.

Portanto, o mesmo efeito de magnificação pode ocorrer se os vazios se expandirem a uma taxa diferente da esperada para um modelo perfeitamente homogêneo. Este efeito também foi abordado por Bolejko e Ferreira (2012) e Bolejko et al. (2013), mas a magnitude do efeito ainda é uma questão em aberto.

Infelizmente, a comparação direta com nossos resultados no presente estágio de desenvolvimento ainda não é possível por motivos de consistência, uma vez que em nossa análise desprezamos os efeitos de *backreaction* sobre a taxa de expansão.

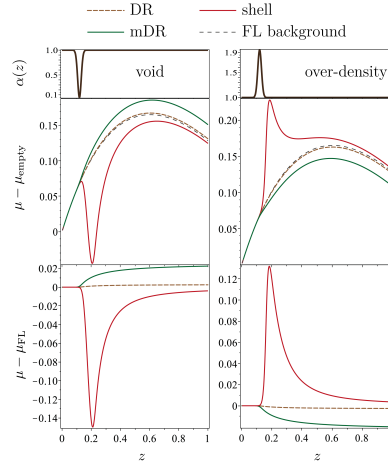


Figura 5.6: Efeito de *backreaction* de um vazio sobre a magnitude observada de uma supernova localizada atrás da região de subdensidade (Clarkson et al., 2012).

## 5.7 Conclusões

Neste capítulo discutimos o papel desempenhado pelas inhomogeneidades locais sobre a propagação da luz baseando-nos em uma abordagem de Dyer–Roeder estendida. Neste modelo abrimos a possibilidade de  $\alpha_E$  ser maior que 1, que indica uma magnificação do feixe de luz. Uma possível interpretação para isto é a luz viajar em regiões mais densas que a média.

A fim de testar tal hipótese realizamos uma análise estatística em um modelo  $\Lambda$ CDM plano na qual o melhor ajuste obtido foi  $\alpha_E = 1.26$  e  $\Omega_m = 0.25$ . Os parâmetros foram restringidos dentro de 68.3% de confiança estatística aos intervalos:  $0.72 \leq \alpha_E \leq 1.94$  e  $0.21 \leq \Omega_m \leq 0.29$ . Embora  $\alpha_E$  tenha sido fracamente vinculado, os resultados são totalmente compatíveis com a hipótese da luz viajar em regiões mais densas que a média. Também analisamos como diferentes valores de  $\alpha_E$  afetam os vínculos para um modelo  $\Lambda$ CDM. Interessantemente,  $\alpha_E > 1$  provê vínculos que estão mais de acordo com o modelo de concordância cósmica, uma vez que é aliviada a tensão entre dados em baixos e altos *redshifts* (SNe Ia, BAO e CMB). O mesmo ocorreu para um modelo XCDM plano quando assumimos que  $\alpha_E > 1$ .

Os resultados obtidos sugerem que a hipótese da luz viajar em regiões mais densas que a média pode ser realística. Um modelo simplificado justificando porque valores de  $\alpha_E$  maiores que a unidade podem ocorrer também foi discutido ao se levar em conta uma possível influência de vazios cósmicos na abordagem de Dyer–Roeder. A simplicidade do modelo e os resultados reforçam o interesse sobre a influência das inhomogeneidades locais



e podem indicar o caminho para uma descrição mais fundamental.



# Influência das Inomogeneidades sobre Testes Cosmológicos

## 6.1 Introdução

O mistério sobre a natureza da energia escura inspirou cosmólogos a testar todas as hipóteses do modelo de concordância cósmica  $\Lambda$ CDM. Nos últimos anos, alguns métodos para detectar desvios da métrica de FLRW (Clarkson et al., 2008; Uzan et al., 2008), do modelo  $\Lambda$ CDM plano (Sahni et al., 2008; Zunckel e Clarkson, 2008), assim como para reconstruir a equação de estado da energia escura  $w(z)$  foram propostos (e.g. Saini et al., 2000; Sahni e Starobinsky, 2006; Clarkson e Zunckel, 2010).

Entretanto, para uma compreensão real do que está sendo medido, é fundamental verificar se tais propostas são baseadas em abordagens livres de hipóteses e se possíveis desvios detectados seriam naturalmente explicados através de uma descrição mais realística.

Nesta tese, temos estudado os efeitos das inomogeneidades locais nas observações, onde vimos que as distâncias inferidas podem ser alteradas significativamente. Veja que tais modificações podem ocorrer preservando a homogeneidade global do universo.

Alguns testes de consistência cosmológicos foram arquitetados desconsiderando qualquer influência de inomogeneidades de pequena escala. Logo, é interessante investigar quais são os resultados esperados quando se leva em consideração o fato da luz se propagar por um meio localmente inomogêneo.

Neste capítulo, concentraremos nossa atenção em dois testes distintos. A saber, um teste do princípio de Copérnico (PC), chamado de teste  $\mathcal{C}(z)$  (Clarkson et al., 2008) e um teste do modelo  $\Lambda$ CDM plano, chamado de teste  $\mathcal{L}(z)$  (Sahni et al., 2008; Zunckel e Clarkson, 2008).

Mostraremos que falsos positivos podem ser gerados pelas inomogeneidades, com nenhuma violação da hipótese central do teste. Mais surpreendente ainda, é possível inverter o argumento e mostrar que esses testes são capazes de decidir se os efeitos das inomogeneidades são importantes, além de discernir entre a melhor maneira de descrevê-los.

Começaremos introduzindo os testes em questão, passando pela influência das inomogeneidades e, por fim, discutindo uma possibilidade de se reconstruir os efeitos das inomogeneidades diretamente dos dados.

## 6.2 Testes Cosmológicos

No que segue, restringimos nossa atenção aos dois testes citados acima, ou seja,  $\mathcal{C}(z)$  e  $\mathcal{L}(z)$ . Entretanto, é importante enfatizar que qualquer teste baseado em medições de distância poderá produzir falsos positivos semelhantes aos que discutiremos aqui. Por exemplo, a influência das inomogeneidades na reconstrução da equação de estado da energia escura foi discutida por [Bolejko \(2011a\)](#), onde as inomogeneidades poderiam simular uma equação de estado para a energia escura dependente do tempo. Já outro teste do PC que utiliza o *redshift drift* e distâncias ([Uzan et al., 2008](#)) também seria afetado pelos efeitos das inomogeneidades. Um artigo de revisão contendo uma discussão sobre testes cosmológicos foi feito por [Clarkson \(2012\)](#).

### 6.2.1 O Teste $\mathcal{C}(z)$

O objetivo deste teste é verificar o Princípio de Copérnico (PC), que é utilizado na dedução da métrica de FLRW ([Clarkson et al., 2008](#)). Neste caso, uma possível dependência com o *redshift* para o parâmetro de curvatura (uma assinatura da violação do PC) pode ser discutida baseada na expressão da distância de luminosidade

$$d_L(z) = \frac{(1+z)}{H_0\sqrt{-\Omega_k}} \sin \left( \sqrt{-\Omega_k} \int_0^z dz' \frac{H_0}{H(z')} \right), \quad (6.1)$$

onde  $H(z)$  é a taxa de expansão ( $H_0$  é a constante de Hubble) e  $\Omega_k$  é o valor do parâmetro de curvatura medido hoje.

Definindo  $D(z) = \frac{H_0 d_L(z)}{(1+z)}$ , podemos derivar a equação acima e rearranjar os termos, de modo que obtemos

$$\Omega_k = \frac{[E(z)D'(z)]^2 - 1}{D(z)^2}, \quad (6.2)$$

onde ' denota derivação com relação ao *redshift* e  $E(z) = H(z)/H_0$ . Agora, é direto derivarmos a equação (6.2), cujo resultado chamamos de  $\mathcal{C}(z)$

$$\mathcal{C}(z) = 1 + E^2(DD'' - D'^2) + EE'DD' \equiv 0, \quad (6.3)$$

uma vez que  $\Omega_k$  deve ser constante para todos *redshifts* se a métrica de FLRW é uma métrica apropriada para descrever a geometria do universo. É importante enfatizar que desvios da ordem de  $10^{-5}$  são esperados devido às perturbações relacionadas à formação de estruturas para todos os *redshifts* (Ellis, 2009). Além disso, veja que a dedução da expressão (6.3) não faz menção à teoria da gravitação utilizada ou ao conteúdo energético do universo, mas apenas supõe a métrica de FLRW.

### 6.2.2 O Teste $\mathcal{L}(z)$

O objetivo do teste  $\mathcal{L}(z)$  é identificar qualquer desvio do modelo  $\Lambda$ CDM plano. Ele foi independentemente proposto por Sahni et al. (2008) e Zunckel e Clarkson (2008), e pode ser interpretado como um teste de consistência.

Considerando o modelo  $\Lambda$ CDM plano, podemos escrever o parâmetro de densidade da matéria em função das seguintes grandezas observáveis

$$\Omega_m = \frac{[H(z)/H_0]^2 - 1}{(1+z)^3 - 1}. \quad (6.4)$$

Já a taxa de expansão se relaciona com a distância de luminosidade de acordo com a expressão (Padmanabhan, 2003)

$$H^{-1}(z) = \left[1 - \frac{kd_L^2(z)}{a_0^2(1+z)^2}\right]^{-\frac{1}{2}} \frac{d}{dz} \left[\frac{d_L(z)}{1+z}\right]. \quad (6.5)$$

Considerando um modelo plano ( $k = 0$ ), reescrevemos o parâmetro de densidade da matéria usando a equação acima como

$$\Omega_m = \frac{1 - D'(z)^2}{[(1+z)^3 - 1]D'(z)^2}. \quad (6.6)$$

Seguindo o mesmo procedimento do teste  $\mathcal{C}(z)$ , uma simples derivação fornece

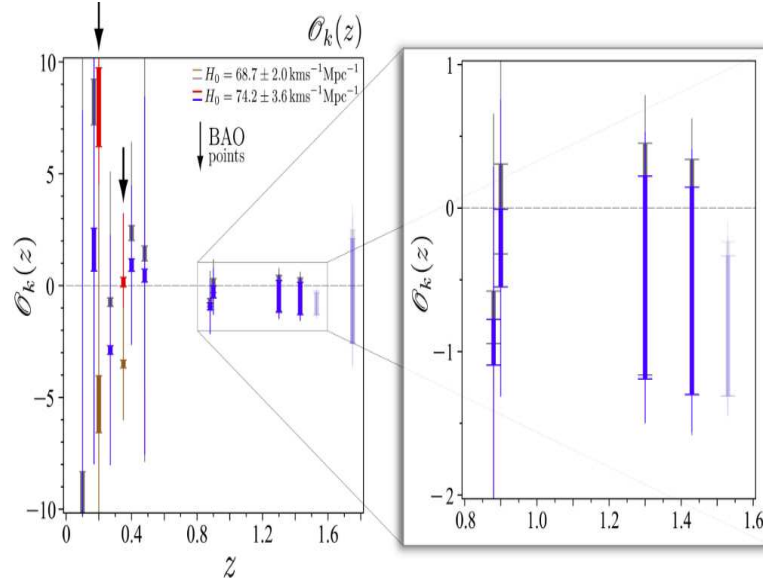


Figura 6.1: Teste  $\mathcal{O}_k(z)$  para dados de  $H(z)$  e SNe Ia (Shafieloo e Clarkson, 2010). Os dados são compatíveis com  $\Omega_k$  constante e os vínculos são melhores em altas *redshifts*.

$$\mathcal{L}(z) = 2[(1+z)^3 - 1]D''(z) + 3(1+z)^2D'(z)[1 - D'(z)^2], \quad (6.7)$$

que deve ser identicamente zero (independente do *redshift*) para quaisquer parâmetros do modelo  $\Lambda$ CDM plano. Uma vez que as quantidades que aparecem em (6.3) e (6.7) são mensuráveis, estes testes podem ser verificados pelos dados disponíveis.

### 6.2.3 Vínculos Atuais

Alguns testes observacionais já foram realizados para tentar vincular  $\mathcal{C}(z)$  e  $\mathcal{L}(z)$ . Também pode se verificar se  $\Omega_k$  e  $\Omega_m$  são constantes através das equações (6.2) e (6.6), uma vez que se evita fazer outra derivação, incorrendo em menos erros nas análises numéricas. Neste caso os testes são chamados de  $\mathcal{O}_k(z)$  e  $\mathcal{O}_m(z)$ .

Na figura (6.1) mostramos as restrições observacionais obtidas para o teste  $\mathcal{O}_k(z)$  utilizando dados de  $H(z)$  e SNe Ia (Shafieloo e Clarkson, 2010). Vemos que os dados são compatíveis com  $\Omega_k$  constante, mas os erros ainda são bem grandes. No lado direito da figura destacamos os vínculos em mais altas *redshifts*, que interessante são melhores do que em baixos *redshifts*.

Na figura (6.2) apresentamos os vínculos obtidos por Sahni et al. (2008) para o teste  $\mathcal{O}_m(z)$  com os dados de BAO do catálogo *WiggleZ* (Blake et al., 2011). Novamente, os dados são compatíveis com a hipótese padrão, com erros que permitem grandes desvios em

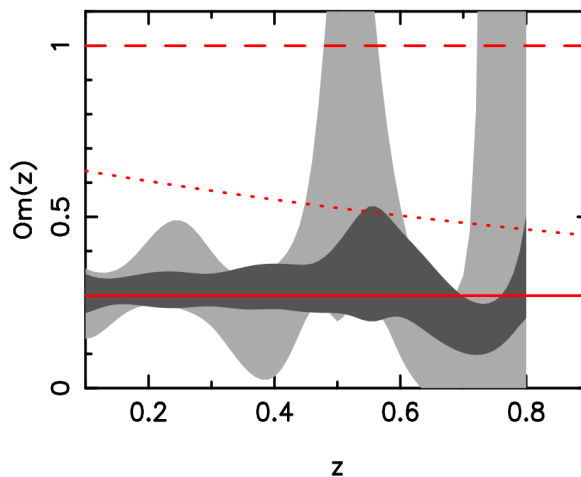


Figura 6.2: Teste  $\mathcal{O}_m(z)$  para dados de BAO do catálogo *WiggleZ* (Blake et al., 2011) feito por Sahni et al. (2008). Os dados são compatíveis com  $\Omega_m$  constante.

relação à mesma.

Outra maneira de se verificar a eficiência desses testes é considerar um modelo que viole a hipótese central dos testes e analisar os resultados. February et al. (2010) consideraram um modelo LTB (seção 2.9.3), que deve violar  $\mathcal{C}(z)$  e  $\mathcal{L}(z)$ , e obtiveram vínculos utilizando dados de  $H(z)$  e SNe Ia. Eles impuseram 5 tipos de perfis de densidade para o vazio, sendo que o melhor ajuste de cada análise foi esboçado para os testes em questão. Na figura (6.3) mostramos os valores obtidos por February et al. (2010) para os testes  $\mathcal{O}_k(z)$ ,  $\mathcal{O}_m(z)$  e as derivadas  $\mathcal{C}(z)$  e  $\mathcal{L}(z)$ .

### 6.3 Efeitos das Inomogeneidades Locais

Na derivação dos testes  $\mathcal{C}(z)$  e  $\mathcal{L}(z)$  o universo foi considerado perfeitamente homogêneo e isotrópico em todas as escalas. Portanto, a questão básica decorrente é: Como os testes cosmológicos são afetados pelas estruturas de pequena escala? Em outras palavras, mesmo assumindo homogeneidade em grandes escalas, a propagação da luz sente as inomogeneidades de pequena escala, potencialmente modificando as distâncias de diâmetro angular e de luminosidade. Portanto, é fundamental quantificar as condições físicas ao longo da trajetória do feixe de luz.

As discussões encerradas neste capítulo e nos anteriores mostram que as inomogeneidades de pequena escala podem afetar a propagação da luz, embora a modelagem correta destes efeitos está longe de ser trivial. Potencialmente, elas podem ter um papel impor-

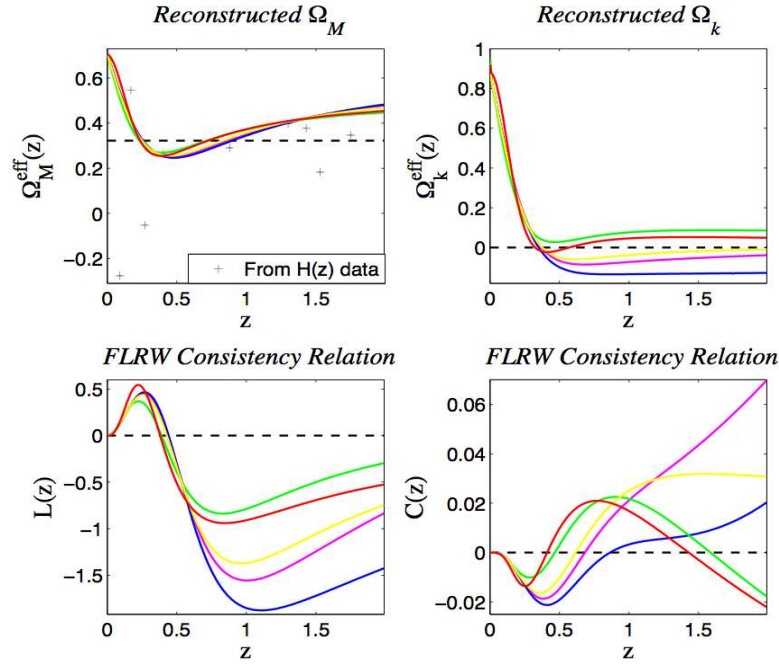


Figura 6.3: Testes cosmológicos para um modelo LTB. As curvas representam melhores ajustes de 5 perfis de densidade distintos, obtidos da análise feita por [February et al. \(2010\)](#) para dados de  $H(z)$  e SNe Ia.

tante, gerando falsos positivos para diversos testes de consistência cosmológicos. Portanto, a fim de se reivindicar uma violação do PC (teste  $\mathcal{C}(z)$ ) ou desvios do modelo  $\Lambda$ CDM plano (teste  $\mathcal{L}(z)$ ), é vital desemaranhar todos os possíveis efeitos. Além disso, evidências independentes para o PC ou para o modelo  $\Lambda$ CDM plano farão com que os testes  $\mathcal{C}(z)$  e  $\mathcal{L}(z)$  possam ser utilizados para outro fim, como mostrar a melhor maneira de se descrever os efeitos das inomogeneidades de pequena escala.

### 6.3.1 A Equação de Dyer–Roeder para a Distância de Luminosidade

O método para a obtenção da distância de Dyer–Roeder em função da distância de luminosidade é o mesmo utilizado no capítulo (4). Porém, neste capítulo utilizaremos o modelo XCDM, que tem sua taxa de expansão adimensional  $E(z) = H/H_0$ , dada por

$$E(z) = \sqrt{\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_X(1+z)^{3(1+w)} + \Omega_k(1+z)^2}, \quad (6.8)$$

onde  $\Omega_X$  é o parâmetro de densidade da energia escura medido hoje e tem-se o vínculo  $\Omega_k = (1 - \Omega_m - \Omega_X)$ . Inserimos esta taxa de expansão em (3.53) e utilizamos o princípio de [Etherington \(1933\)](#), de onde escrevemos para a distância de luminosidade adimensional a relação  $D_L = H_0 d_L$ , obtendo assim a equação



$$\frac{3}{2} [\alpha(z)\Omega_m(1+z)^3 + \Omega_X(1+w)(1+z)^{3(1+w)}] D_L(z) + (1+z)^2 E(z) \frac{d}{dz} \left[ (1+z)^2 E(z) \frac{d}{dz} \frac{D_L(z)}{(1+z)^2} \right] = 0. \quad (6.9)$$

Novamente, as condições iniciais são dadas por

$$\begin{cases} D_L(0) = 0, \\ \frac{dD_L}{dz}|_0 = 1. \end{cases} \quad (6.10)$$

Para um objeto em um *redshift*  $z$ , integramos a equação (6.9) com as condições iniciais acima e obtemos a distância de luminosidade em função de  $\alpha(z)$ .

### 6.3.2 A Relação entre a Aproximação de Dyer–Roeder e a de Lenteamento Fraco

Recentemente, [Bolejko \(2011c\)](#) propôs uma relação entre a aproximação de Dyer–Roeder e a aproximação de lenteamento fraco. Basicamente, ambas abordagens fornecem o mesmo resultado quando o parâmetro de aglomeração obedece a seguinte forma funcional

$$\alpha(z) = 1 + \frac{\langle \delta \rangle_{1D}}{(1+z)^{\frac{5}{4}}}, \quad (6.11)$$

onde  $\langle \delta \rangle_{1D}$  representa o contraste de densidade na linha de visada.

Se as inomogeneidades são perfeitamente canceladas na linha de visada, os efeitos das inomogeneidades sobre a propagação da luz são desprezíveis. Este é o resultado padrão da aproximação de lenteamento fraco, com desvios esperados da ordem de  $10^{-3}$ . Mas isto não é necessariamente verdade. [Bolejko \(2011c\)](#) mostrou, através de simulações, que mesmo com as inomogeneidades sendo compensadas em três dimensões, o mesmo não ocorre necessariamente para uma linha de visada. Logo, o fato das inomogeneidades se cancelarem na linha de visada deve ser testado empiricamente.

A relação (6.11) é de grande valia, pois proporciona uma maneira fácil de comparar a aproximação de Dyer–Roeder e a aproximação de lenteamento fraco. Nas próximas seções faremos uso de tal propriedade a fim de compararmos as previsões de cada aproximação.

## 6.4 Resultados

### 6.4.1 Quantificando a Influência de $\alpha$

A fim de quantificar os efeitos das inomogeneidades sobre os testes cosmológicos ( $\mathcal{C}(z)$  e  $\mathcal{L}(z)$ ), esboçamos o resultado das expressões (6.3) e (6.7) utilizando a distância de Dyer–Roeder com a seguinte prescrição para o parâmetro de aglomeração

$$\alpha(z) = 1 + \beta a^{3\gamma} = 1 + \beta(1+z)^{-3\gamma}, \quad (6.12)$$

onde  $\beta$  e  $\gamma$  são parâmetros constantes e  $a$  é o fator de escala. Visto que o grau de homogeneidade do universo deve ser maior no passado, temos que  $\gamma \geq 0$  para que o limite  $\alpha \rightarrow 1$  seja obedecido em altos *redshifts*. Para um dado valor de  $\gamma$ , o parâmetro  $\beta$  quantifica a influência do processo de formação de estruturas em mais baixos *redshifts*. Por uma questão de generalidade, também consideramos que  $\beta$  (a ser fixado pelos dados) pode assumir valores positivos e negativos, para que seja possível descrever aglomerações e buracos. A forma funcional adotada para o parâmetro de aglomeração quantifica nossa ignorância sobre o processo de formação de estruturas tardio. Tal forma é claramente inspirada em expressões similares para a equação de estado  $w(z)$  da energia escura (Padmanabhan e Choudhury, 2003; Linder, 2003).

Na figura (6.4) apresentamos os resultados para  $\gamma = 1$  e cinco valores de  $\beta$ , onde fixamos um modelo  $\Lambda$ CDM plano com  $\Omega_m = 0.27$ . No painel esquerdo o teste  $\mathcal{C}(z)$  mostra que quando os efeitos das inomogeneidades locais sobre a propagação da luz são levados em conta desvios de zero são obtidos mesmo com nenhuma violação da métrica de FLRW. Para comparação o caso padrão ( $\alpha = 1$ ) também é esboçado. Note que a magnitude do efeito das inomogeneidades sobre os testes cosmológicos depende dos parâmetros escolhidos. Além disso, a magnitude do efeito é da mesma ordem de magnitude obtida para modelos LTB vinculados com SNe Ia e dados de  $H(z)$  (February et al., 2010), e muito maiores do que o esperado apenas pelo processo de formação de estruturas, que é  $10^{-5}$  (Ellis, 2009).

Também podemos inverter o argumento. Caso testes independentes sejam compatíveis com o PC, podemos usar o teste  $\mathcal{C}(z)$  para estabelecermos qual a aproximação que melhor descreve os efeitos das inomogeneidades sobre a propagação da luz. Temos que a aproximação de Dyer–Roeder e a aproximação de lenteamento fraco são equivalentes se tomarmos  $\beta \sim O(10^{-3})$  e  $\gamma = 5/12$ . Neste caso, os desvios são menos pronunciados, da or-

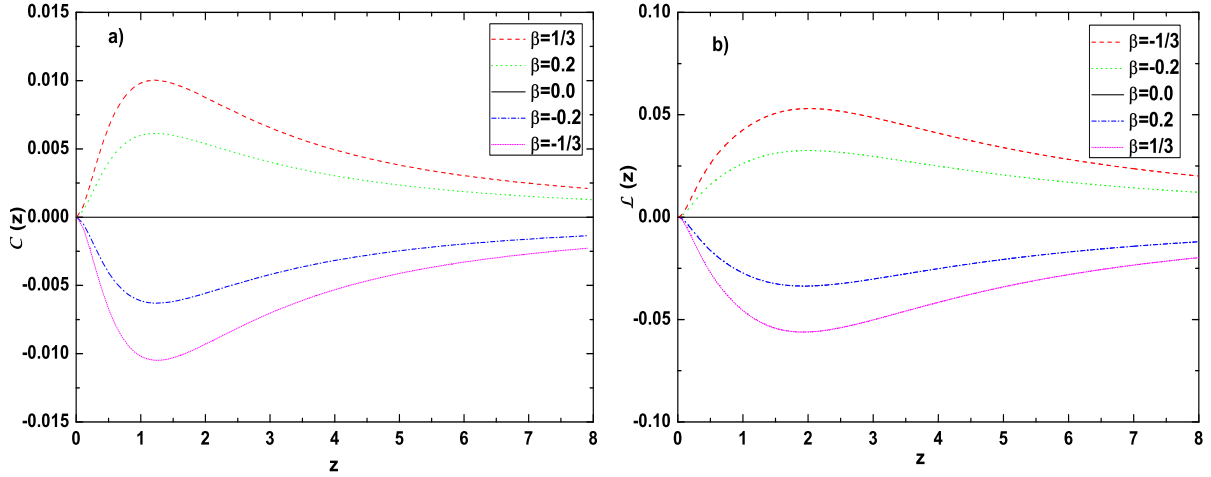


Figura 6.4: O efeito das inhomogeneidades locais nos testes  $\mathcal{C}(z)$  e  $\mathcal{L}(z)$ . **a)**  $\mathcal{C}(z) \equiv 0$  (linha sólida preta,  $\beta = 0$ ,  $\alpha = 1$ ) é a predição do modelo  $\Lambda$ CDM perfeitamente homogêneo [veja equação (6.12)]. Todas as curvas com  $\beta \neq 0$  estão simulando uma aparente violação (falso positivo) do PC. **b)** Como na figura **a**,  $\mathcal{L}(z) = 0$  é a predição do modelo  $\Lambda$ CDM sem correções das inhomogeneidades. Como fisicamente esperado, devido à escolha de valores para  $\beta$ , as correções para aglomerados ( $\beta < 0$ ,  $\alpha < 1$ ) e buracos ( $\beta > 0$ ,  $\alpha > 1$ ) são simétricas com respeito à predição do modelo  $\Lambda$ CDM perfeitamente homogêneo.

dem de  $10^{-4}$ , mas ainda uma ordem de magnitude superiores do que somente pelo processo de formação de estruturas.

No painel direito da figura (6.4) a mesma análise é realizada para o teste  $\mathcal{L}(z)$ . É evidente que os desvios são bem maiores quando comparados ao teste  $\mathcal{C}(z)$  no intervalo de *redshifts*  $[0, 1]$ . Portanto, esperamos que os efeitos das inhomogeneidades locais possam ser detectados mais facilmente nesse teste com SNe Ia. Ao tomarmos os valores esperados para o lenteamento fraco, os desvios são de novo da ordem  $10^{-4}$ . Uma questão surge no que concerne se os efeitos observados seriam devidos às inhomogeneidades ou a um comportamento diferente do padrão pela constante cosmológica. É importante lembrar que apenas as distâncias estão sendo afetadas, mas não a taxa de expansão. Logo, uma verificação para  $\mathcal{L}(z)$  envolvendo apenas  $H(z)$  e suas derivadas é fundamental para se atribuir qual é a causa.

Concluindo, vemos que os testes de consistência cosmológicos podem ter outra função, que é testar os métodos para tratar os efeitos das inhomogeneidades sobre a propagação da luz. Se desvios maiores que  $10^{-4}$  forem detectados, teremos um forte argumento a favor de uma abordagem do tipo Dyer–Roeder. É importante destacar que o teste  $\mathcal{C}(z)$  pode evidenciar a necessidade de uma descrição deste tipo independentemente da natureza da energia escura ou da teoria de gravitação.

### 6.4.2 Reconstrução de $\alpha$

Podemos estender a discussão acima investigando a possibilidade de se obter  $\alpha$  diretamente dos dados, ou seja, sem uma hipótese sobre sua forma funcional. No modelo  $\Lambda$ CDM, podemos escrever a equação de Dyer–Roeder como

$$\alpha(z)\Omega_m = \frac{-E(z)}{1+z} \frac{d}{dz} \left[ 2(1+z)^2 E(z) \frac{d}{dz} \frac{d_L}{(1+z)^2} \right] \frac{1}{d_L}. \quad (6.13)$$

Veja que no lado direito da equação acima aparecem apenas funções observáveis. Portanto, é possível reconstruir o parâmetro de aglomeração para um modelo  $\Lambda$ CDM geral, ou seja, independente do valor do parâmetro de curvatura.

Caso medirmos um valor constante para o lado esquerdo da equação diferente do inferido por testes independentes para  $\Omega_m$ , teremos  $\alpha$  constante. Mas o que ocorreria caso detectemos uma dependência com o *redshift*? Em princípio, dois efeitos poderiam estar presentes: o efeito de  $\alpha$  ou um desvio de  $\Lambda$ CDM.

Na figura (6.5) mostramos estes efeitos, onde no painel esquerdo o efeito do parâmetro de aglomeração é investigado adotando a parametrização dada pela equação (6.12). Já para o lado direito consideramos um modelo XCDM com  $\alpha = 1$  e diferentes valores para o parâmetro da equação de estado da energia escura  $w$ . Vemos que um modelo XCDM produz o mesmo comportamento observado para a parametrização considerada para  $\alpha$ .

Podemos distinguir os efeitos? No momento, não é possível uma resposta definitiva. Por exemplo, se o teste  $\mathcal{C}(z)$  é diferente de zero, juntamente com  $\mathcal{L}(z)$ , provavelmente é o efeito de  $\alpha$  em ação. Por outro lado, se o teste  $\mathcal{C}(z)$  é zero e a reconstrução de  $\alpha$  não é constante, o modelo mais realista para descrever o universo não poderia ser o  $\Lambda$ CDM. Porém, ambos efeitos podem contribuir, o que implica na necessidade de se combinar diferentes testes para se entender quais efeitos físicos estão ocorrendo.

Novamente, podemos usar a reconstrução para testar os modelos que analisam os efeitos das inomogeneidades sobre a propagação da luz. Em particular, a diferença entre as aproximações de Dyer–Roeder e de lenteamento fraco, uma vez que uma parametrização específica é predita.

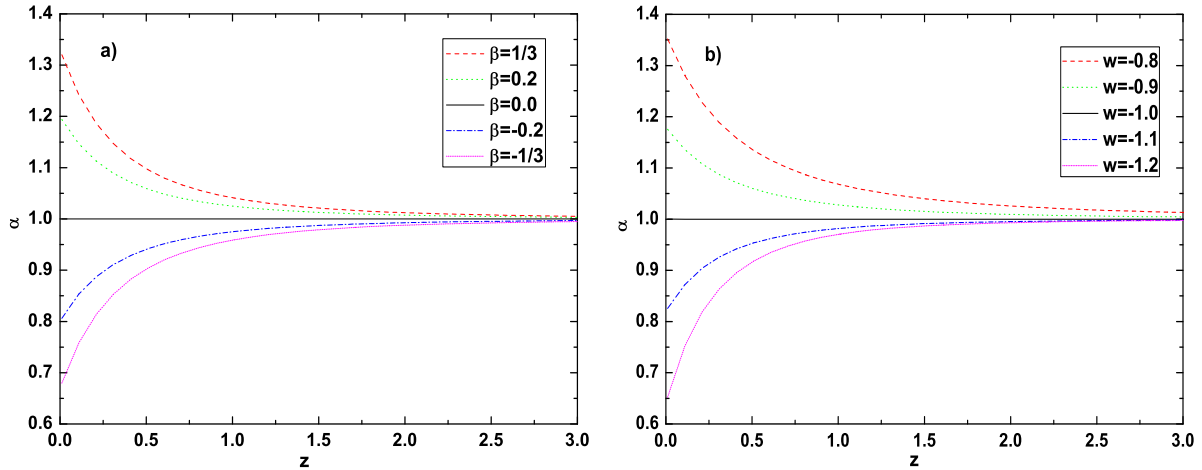


Figura 6.5:  $\Lambda$ CDM versus XCDM cosmologias. Reconstrução teórica do parâmetro de aglomeramento. No painel **a)** mostramos a reconstrução considerando um modelo  $\Lambda$ CDM plano com  $\Omega_m = 0.27$ ,  $\gamma = 1$  e vários valores para  $\beta$ . No painel **b)** adotamos um modelo XCDM plano com  $\Omega_m = 0.27$ ,  $\alpha = 1$  e vários valores para  $w$ . Note que o mesmo resultado pode ser obtido de diferentes hipóteses. Portanto, a fim de se identificar claramente a origem física do resultado, a reconstrução deve ser feita em combinação com outros testes de consistência.

### 6.4.3 Outros Efeitos?

Até aqui analisamos apenas os efeitos das inhomogeneidades locais sobre os testes cosmológicos. Mas existem outros efeitos que não foram levados em conta? Uma possibilidade é que o Princípio de Etherington (1933) (Holanda et al., 2010, 2011) não seja válido. Uma violação desse princípio também afetaria as distâncias e, assim, os testes cosmológicos.

## 6.5 Conclusões

Neste capítulo mostramos que testes originalmente propostos para detectar desvios da métrica de FLRW ou do modelo  $\Lambda$ CDM plano são afetados quando medições baseadas em distâncias são utilizadas, devido aos efeitos das inhomogeneidades locais sobre a propagação da luz.

Primeiramente, utilizamos a abordagem de Dyer–Roeder e mostramos que falsos positivos podem ocorrer para dois testes em questão: o teste  $\mathcal{C}(z)$  e o teste  $\mathcal{L}(z)$ . Por outro lado, caso tenhamos evidências independentes para a homogeneidade do universo em grandes escalas, ou a favor de um modelo  $\Lambda$ CDM plano, podemos inverter o argumento. Assim, podemos utilizar estes testes para verificar qual é a melhor maneira de se descrever a influência das inhomogeneidades locais sobre a propagação da luz. Devido a uma relação obtida por

[Bolejko \(2011c\)](#) entre a Dyer–Roeder e lenteamento fraco, vimos que será possível diferenciar entre as duas aproximações. Em particular, desvios da ordem de  $10^{-3}$  nos testes  $\mathcal{C}(z)$  e  $\mathcal{L}(z)$  são um forte argumento para uma abordagem do tipo de Dyer–Roeder.

Um método de se reconstruir o parâmetro de aglomeração  $\alpha$  da aproximação de Dyer–Roeder, dentro do modelo  $\Lambda$ CDM, também foi desenvolvido. Maneiras de se distinguir entre o efeito de  $\alpha$  ou de modelos cosmológicos alternativos também foram discutidas. Novamente, devido à prescrição feita por [Bolejko \(2011c\)](#), a reconstrução pode ser usada para testar as aproximações de Dyer–Roeder e lenteamento fraco.

Por fim, discutimos que outros efeitos podem influenciar os testes de consistência cosmológicas, como violações do Princípio de [Etherington \(1933\)](#). Logo, é vital compreendermos todas as hipóteses adotadas na construção dos modelos cosmológicos, a fim de realmente estabelecermos uma cosmologia de precisão.

## Conclusões e Perspectivas

### 7.1 *Conclusões*

Nesta tese discutimos como a cosmologia de precisão pode ser afetada pelas hipóteses adotadas na construção de modelos cosmológicos. Em particular, estudamos os efeitos das inhomogeneidades sobre a propagação da luz que podem levar a uma modificação das distâncias calculadas. Como resultado, os parâmetros cosmológicos inferidos neste tipo de análise podem ser alterados de maneira significativa para uma cosmologia de precisão. Vimos que a distribuição de matéria na linha de visada tem importância vital para que os efeitos sejam quantificados. Quando se supõe que a luz viaja preferencialmente por um meio com densidade constante inferior à média, obtém-se a aproximação de Dyer–Roeder. Nesta tese, concentramos nossa atenção nessa aproximação, tanto de maneira teórica quanto observacional, cujos principais resultados obtidos são resumidos a seguir.

No capítulo 2, fizemos uma revisão do modelo padrão da cosmologia, também chamado de modelo de concordância cósmica  $\Lambda$ CDM. Estudamos suas bases teóricas e observacionais, assim como as evidências que levaram a incluirmos um setor escuro, composto pela matéria escura e constante cosmológica. Também discutimos alguns problemas em aberto e modelos alternativos que tentam solucionar os problemas.

No capítulo 3, estudamos a propagação da luz em um espaço-tempo arbitrário e derivamos a equação óptica de Sachs. Vimos que, a partir de como se modela a distribuição de matéria na linha de visada, diferentes distâncias de diâmetros angular são derivadas. Mostramos três casos de interesse, a aproximação para um universo perfeitamente homogêneo e isotrópico, a aproximação de lenteamento fraco e a aproximação de Dyer–Roeder. Por fim, discutimos todas as hipóteses envolvidas na aproximação de Dyer–Roeder, suas vantagens

e limitações.

No capítulo 4, detivemo-nos na aproximação de Dyer–Roeder, onde consideramos um modelo  $\Lambda$ CDM plano e obtivemos vínculos para o parâmetro de aglomeração  $\alpha$  e o parâmetro de densidade da matéria  $\Omega_m$  utilizando dados de SNe Ia, GRBs e medidas de  $H(z)$ . Quando consideramos 182 SNe Ia da amostra *gold* de Riess et al. (2007) e 12 medidas de  $H(z)$  realizadas por Simon et al. (2005) e Daly et al. (2008), o parâmetro de aglomeração foi restrito ao intervalo  $0.66 \leq \alpha \leq 1.0$  ( $2\sigma$ ), enquanto o parâmetro de densidade da matéria foi limitado ao intervalo  $0.27 \leq \Omega_m \leq 0.37$  ( $2\sigma$ ). O melhor ajuste obtido foi  $\alpha = 1$  e  $\Omega_m = 0.32$ .

Ao utilizarmos a amostra do catálogo Union2 (Amanullah et al., 2010) que contém 557 SNe Ia, derivamos as seguintes restrições observacionais:  $0.25 \leq \alpha \leq 1.0$  ( $2\sigma$ ) e  $0.24 \leq \Omega_m \leq 0.35$  ( $2\sigma$ ). Neste caso, o melhor ajuste obtido foi  $\alpha = 1$  e  $\Omega_m = 0.27$ . Vê-se que o aumento no número de supernovas levou a um pior vínculo ao parâmetro de aglomeração. Uma possível explicação é que com mais dados aumentou-se a probabilidade de se detectar desvios da homogeneidade, ou seja, de se inferir  $\alpha \neq 1$ .

Também no capítulo 4, restringimos  $\alpha$  e  $\Omega_m$  utilizando GRBs. Esses objetos são ferramentas interessantes para vincular parâmetros cosmológicos, haja vista já terem sido detectados até *redshifts*  $z \sim 8$ . Como o parâmetro de aglomeração entra apenas no termo em terceira ordem quando se expande a expressão da distância de luminosidade em função do *redshift*, em princípio os GRBs ofereceriam a possibilidade de se obter bons vínculos sobre  $\alpha$ . Mas não foi isso que ocorreu, uma vez que ao considerarmos 59 GRBs da amostra Hymnium (Wei, 2010) obtivemos  $0.11 \leq \Omega_m \leq 1.0$  ( $2\sigma$ ) enquanto  $\alpha$  não foi vinculado. O motivo mais provável do baixo poder de vínculo dos GRBs é a grande dispersão intrínseca observada na relação de Amati, que torna os GRBs velas padronizáveis. Além disso, propaga-se os erros das medições de supernovas na calibração dos GRBs.

Finalizamos o capítulo 4 realizando uma análise conjunta envolvendo as 557 SNe Ia do catálogo Union2 (Amanullah et al., 2010) e os 59 GRBs da amostra Hymnium (Wei, 2010). Devido às diferentes degenerescências apresentadas no espaço de parâmetros, os vínculos oriundos da análise estatística foram melhores:  $0.52 \leq \alpha \leq 1.0$  ( $2\sigma$ ) e  $0.24 \leq \Omega_m \leq 0.33$  ( $2\sigma$ ). O melhor ajuste manteve-se em  $\alpha = 1$  e  $\Omega_m = 0.27$ .

No capítulo 5, propusemos uma extensão da aproximação de Dyer–Roeder, permitindo que o parâmetro de aglomeração estendido  $\alpha_E$  pudesse assumir valores maiores que 1.



Analisamos a viabilidade do modelo frente aos dados observacionais através de uma análise estatística com 557 SNe Ia do catálogo Union2 ([Amanullah et al., 2010](#)) em um modelo  $\Lambda$ CDM plano. O melhor ajuste obtido foi  $\alpha_E = 1.26$  e  $\Omega_m = 0.25$ , privilegiando nosso modelo estendido, mas ainda compatível dentro de  $1\sigma$  com um universo perfeitamente homogêneo e isotrópico ( $\alpha_E = 1$ ). Dentro de 68.3% de confiança estatística, os parâmetros foram restritos aos seguintes intervalos:  $0.72 \leq \alpha_E \leq 1.94$  e  $0.21 \leq \Omega_m \leq 0.29$ .

Ainda no capítulo 5, analisamos a influência de diferentes valores de  $\alpha_E$  sobre o plano  $(\Omega_m, \Omega_\Lambda)$ , em um modelo  $\Lambda$ CDM, e sobre o plano  $(\Omega_m, w)$ , em um modelo XCDM plano. Constatamos que valores maiores para  $\alpha_E$  fornecem vínculos que melhoram o acordo entre os dados de SNe Ia, BAO e CMB, com a mesma qualidade de ajuste do caso perfeitamente homogêneo e isotrópico. Portanto,  $\alpha_E > 1$  pode aliviar uma tensão entre os dados em baixos *redshifts* (SNe Ia e BAO) e altos *redshifts* (CMB), primeiramente analisada em [Shafieloo et al. \(2009\)](#). Por fim, propusemos um modelo simplificado para explicar por que  $\alpha_E$  pode ser maior que 1. Além das componentes homogeneamente distribuída e aglomerada da abordagem usual de Dyer–Roeder, adicionamos a existência de vazios, que poderiam redistribuir a matéria de tal forma que a luz se propague preferencialmente por regiões mais densas que a média, ou seja,  $\alpha_E > 1$ .

No capítulo 6, estudamos como testes de consistência cosmológicos são afetados pelas inomogeneidades de pequena escala. Particularizamos nosso estudo para dois testes: o teste  $\mathcal{C}(z)$  e o teste  $\mathcal{L}(z)$ . O primeiro está relacionado ao Princípio de Copérnico, enquanto o segundo ao modelo  $\Lambda$ CDM plano. Mostramos que, se o parâmetro de aglomeração for diferente de 1, falsos positivos serão produzidos nestes testes, sem nenhuma violação da hipótese central. Também vimos que podemos utilizar estes testes para decidirmos qual é a melhor maneira de se descrever a influência das inomogeneidades de pequena escala sobre a propagação da luz. Devido a uma correspondência entre a aproximação de Dyer–Roeder e a de lenteamento fraco descoberta por [Bolejko \(2011c\)](#), caso tenhamos fortes evidências a favor do Princípio de Copérnico ou do modelo  $\Lambda$ CDM plano, a magnitude observada nos testes  $\mathcal{C}(z)$  e  $\mathcal{L}(z)$  pode discriminar qual aproximação melhor condiz com o universo observado.

Desenvolvemos ainda uma maneira de se reconstruir o parâmetro de aglomeração diretamente dos dados, sem supor sua forma funcional, dentro do modelo  $\Lambda$ CDM. Discutimos como diferenciar entre os efeitos das inomogeneidades e diferentes modelos cosmológicos,

onde concluímos que testes complementares são essenciais para se identificar o fenômeno físico em ação.

No apêndice A, propusemos um método para se medir a constante de Hubble  $H_0$  utilizando florestas de Lyman- $\alpha$  e oscilação acústica dos bárions, independentemente da escada de distância cósmica. Considerando um modelo  $\Lambda$ CDM plano restringimos, dentro de 68.3% de confiança estatística, os parâmetros  $h$  e  $\Omega_m$  aos seguintes intervalos:  $0.49 \leq h \leq 0.83$  e  $0.20 \leq \Omega_m \leq 0.27$ . Embora os vínculos sejam mais fracos que outros testes, os resultados estão de acordo com estimativas independentes, corroborando o modelo de concordância cósmica.

Portanto, nossos resultados mostram a importância de se ter acurácia em cosmologia. Vimos que, caso os efeitos das inomogeneidades locais sobre a propagação não forem desprezíveis, podemos incorrer em diversos tipos de erros. Por um lado, os parâmetros cosmológicos derivados das análises estatísticas podem ser modificados substancialmente. Além disso, como nenhum teste isoladamente é capaz de fornecer vínculos definitivos para os distintos parâmetros, a situação é ainda pior, pois a região de intersecção no espaço de parâmetros pode ser bem diferente se comparada a um tratamento adequado dos erros sistemáticos. Além disso, outro efeito das inomogeneidades seria a falsa detecção de desvios das hipóteses do modelo padrão, como vimos nos testes  $\mathcal{C}(z)$  e  $\mathcal{L}(z)$ , levando-nos erroneamente a um diferente modelo de energia escura ou a até mesmo a uma violação do Princípio de Copérnico.

## 7.2 Perspectivas

O advento de vários *surveys* em curso ou planejados transformará o método de análise de dados em cosmologia. O número de supernovas passará dos atuais 500 objetos para alguns milhares com o DES (*Dark Energy Survey*) e o WFIRST (*Wide-Field Infrared Survey Telescope*) e para centenas de milhares com o LSST (*Large Synoptic Survey Telescope*). Evidentemente, teremos acesso a uma gama muito maior de testes estatísticos para discernirmos quais são os efeitos das inomogeneidades sobre a propagação da luz.

Logo, uma possível continuidade deste trabalho é prever quais serão os vínculos na aproximação de Dyer-Roeder sobre  $\alpha$  com os futuros *surveys*. Isso será possível tanto considerando modelos específicos, como o  $\Lambda$ CDM, assim como em reconstruções não-paramétricas

para  $\alpha$  discutidas no capítulo 6. Portanto, a questão central é saber se os dados futuros serão capazes de decidir se o parâmetro de aglomeração pode ser diferente da unidade.

Também é possível prever os vínculos provenientes de diferentes tipos de testes cujos erros são no momento proibitivos com o número de dados atuais. Dentre eles, podemos citar, uma possível dependência de  $\alpha$  com a linha de visada, ou a construção do espectro de potências das flutuações da distância de luminosidade (Bonvin et al., 2006).

Na parte teórica, pode-se aperfeiçoar o modelo baseado em vazios desenvolvido no capítulo 5. Um prosseguimento natural do assunto seria estimar quantas linhas de visada possuiriam vazios e qual o impacto na descrição, além da razão volumar máxima ocupada pelos vazios que ainda permitiriam uma descrição consistente. O desenvolvimento de uma conexão entre o modelo de Dyer–Roeder estendido e a aproximação de lenteamento fraco também se faz necessária a fim de se comparar os resultados de ambas aproximações.

Um outro possível efeito não discutido nesta tese é a *backreaction* das inhomogeneidades de pequena escala sobre a taxa de expansão local do universo. Essa *backreaction* também alteraria a propagação da luz, através da relação (3.37) com uma taxa de expansão diferente do caso homogêneo. Logo, análises estatísticas podem ser realizadas para se inferir a significância de tal efeito.

Nossos estudos podem ser estendidos pela análise do impacto do escalar de cisalhamento  $\hat{\sigma}$  sobre a propagação do feixe de luz. Em um universo perfeitamente homogêneo e isotrópico sua influência é nula. Como consideramos modelos que satisfazem homogeneidade e isotropia apenas em grandes escalas, um estudo mais aprofundado de como  $\hat{\sigma}$  influencia os resultados deve ser realizado.

Como visto no capítulo 4, devido à sua distribuição em *redshifts*, GRBs são sensíveis ao parâmetro de aglomeração. Atualmente, a dispersão na relação de Amati ainda é grande e os vínculos ruins. Entretanto, novos satélites, como o SVOM (*Space-based multi-band astronomical Variable Object Monitor*), detectarão vários GRBs abrindo a possibilidade de melhores vínculos sobre  $\alpha$ .

Outros testes, com uma diferente degenerescência no espaço de parâmetros, também possibilitarão melhorar os vínculos sobre o parâmetro de aglomeração. *Time delays* de lentes gravitacionais podem, em princípio, oferecer tal possibilidade, como estudado em Giovi e Amendola (2001) com apenas 6 medidas. Galáxias *starburst* também podem estender o diagrama de Hubble para mais altos *redshifts* (Siegel et al., 2005; Mania e Ratra,

2012).

Finalmente, vemos que o grande aumento no número de dados está transformando a cosmologia, onde temos que abandonar descrições simplificadas e construir modelos mais complexos a fim de explicarmos as observações. Logicamente, a maior complexidade cria uma rica fenomenologia, possibilitando testarmos, além dos modelos cosmológicos, princípios fundamentais da física em escalas até então inexploradas. Embora seja um trabalho árduo, esperamos continuar nessa jornada extremamente gratificante de se tentar compreender como funciona nosso universo.

## Referências Bibliográficas

- Alcaniz J. S., Lima J. A. S., New Limits on  $\Omega_\Lambda$  and  $\Omega_M$  from Old Galaxies at High Redshift, *ApJ*, 1999, vol. 521, p. L87
- Alcaniz J. S., Lima J. A. S., Silva R., Mass Inhomogeneities and the Angular Size-Redshift Relation, *International Journal of Modern Physics D*, 2004, vol. 13, p. 1309
- Alpher R. A., Bethe H., Gamow G., The Origin of Chemical Elements, *Physical Review*, 1948, vol. 73, p. 803
- Alpher R. A., Herman R., Gamow G. A., Thermonuclear Reactions in the Expanding Universe, *Physical Review*, 1948, vol. 74, p. 1198
- Amanullah R., Lidman C., Rubin D., et al. Spectra and Hubble Space Telescope Light Curves of Six Type Ia Supernovae at  $0.511 < z < 1.12$  and the Union2 Compilation, *ApJ*, 2010, vol. 716, p. 712
- Amati L., The  $E_{p,i}$ - $E_{iso}$  correlation in gamma-ray bursts: updated observational status, re-analysis and main implications, *MNRAS*, 2006, vol. 372, p. 233
- Amati L., Frontera F., Guidorzi C., Extremely energetic Fermi gamma-ray bursts obey spectral energy correlations, *A&A*, 2009, vol. 508, p. 173
- Amati L., Frontera F., Tavani M., in't Zand J. J. M., Antonelli A., Costa E., Feroci M., Guidorzi C., Heise J., Masetti N., Montanari E., Nicastro L., Palazzi E., Pian E., Piro L., Soffitta P., Intrinsic spectra and energetics of BeppoSAX Gamma-Ray Bursts with known redshifts, *A&A*, 2002, vol. 390, p. 81

- Amati L., Guidorzi C., Frontera F., Della Valle M., Finelli F., Landi R., Montanari E., Measuring the cosmological parameters with the  $E_{p,i}$ - $E_{iso}$  correlation of gamma-ray bursts, *MNRAS*, 2008, vol. 391, p. 577
- Amendola L., Coupled quintessence, *Phys. Rev. D*, 2000, vol. 62, p. 043511
- Amendola L., Kainulainen K., Marra V., Quartin M., Large-Scale Inhomogeneities May Improve the Cosmic Concordance of Supernovae, *Physical Review Letters*, 2010, vol. 105, p. 121302
- Amendola L., Tsujikawa S., *Dark Energy: Theory and Observations*, 2010
- Aracil B., Petitjean P., Pichon C., Bergeron J., Metals in the intergalactic medium, *A&A*, 2004, vol. 419, p. 811
- Astier P., Guy J., Regnault N., et al. The Supernova Legacy Survey: measurement of  $\Omega_M$ ,  $\Omega_\Lambda$  and  $w$  from the first year data set, *A&A*, 2006, vol. 447, p. 31
- Bardeen J. M., Gauge-invariant cosmological perturbations, *Phys. Rev. D*, 1980, vol. 22, p. 1882
- Basilakos S., Perivolaropoulos L., Testing gamma-ray bursts as standard candles, *MNRAS*, 2008, vol. 391, p. 411
- Bassett B., Hlozek R., , 2010 Baryon acoustic oscillations. p. 246
- Bengochea G. R., Supernova light-curve fitters and dark energy, *Physics Letters B*, 2011, vol. 696, p. 5
- Bergeron J., Petitjean P., Aracil B., Pichon C., Scannapieco E., Srianand R., Boisse P., Carswell R. F., Chand H., Cristiani S., Ferrara A., Haehnelt M., Hughes A., Kim T.-S., Ledoux C., Richter P., Viel M., The large programme "Cosmic Evolution of the IGM", *The Messenger*, 2004, vol. 118, p. 40
- Bertotti B., *The Luminosity of Distant Galaxies*, *Royal Society of London Proceedings Series A*, 1966, vol. 294, p. 195
- Bhat P. N., Guiriec S., An overview of the current understanding of Gamma Ray Bursts in the Fermi era, *Bulletin of the Astronomical Society of India*, 2011, vol. 39, p. 471

- Blake C., Glazebrook K., Davis T. M., et al. The WiggleZ Dark Energy Survey: measuring the cosmic expansion history using the Alcock-Paczynski test and distant supernovae, *MNRAS*, 2011, vol. 418, p. 1725
- Bolejko K., Conceptual problems in detecting the evolution of dark energy when using distance measurements, *A&A*, 2011a, vol. 525, p. A49
- Bolejko K., The effect of inhomogeneities on the distance to the last scattering surface and the accuracy of the CMB analysis, *J. Cosmology Astropart. Phys.*, 2011b, vol. 2, p. 25
- Bolejko K., Weak lensing and the Dyer-Roeder approximation, *MNRAS*, 2011c, vol. 412, p. 1937
- Bolejko K., Clarkson C., Maartens R., Bacon D., Meures N., Beynon E., Antilensing: The Bright Side of Voids, *Physical Review Letters*, 2013, vol. 110, p. 021302
- Bolejko K., Ferreira P. G., Ricci focusing, shearing, and the expansion rate in an almost homogeneous Universe, *J. Cosmology Astropart. Phys.*, 2012, vol. 5, p. 3
- Bolton J. S., Haehnelt M. G., Viel M., Springel V., The Lyman  $\alpha$  forest opacity and the metagalactic hydrogen ionization rate at  $z \sim 2-4$ , *MNRAS*, 2005, vol. 357, p. 1178
- Bondi H., Spherically symmetrical models in general relativity, *MNRAS*, 1947, vol. 107, p. 410
- Bonvin C., Durrer R., Gasparini M. A., Fluctuations of the luminosity distance, *Phys. Rev. D*, 2006, vol. 73, p. 023523
- Buchalter A., Helfand D. J., Becker R. H., White R. L., Constraining  $\Omega_0$  with the Angular Size–Redshift Relation of Double-lobed Quasars in the FIRST Survey, *ApJ*, 1998, vol. 494, p. 503
- Burles S., Nollett K. M., Turner M. S., Big Bang Nucleosynthesis Predictions for Precision Cosmology, *ApJ*, 2001, vol. 552, p. L1
- Busti V. C., Guimarães R. N., Lima J. A. S., Constraining  $H_0$  from Lyman-alpha Forest and Baryon Acoustic Oscillations, *ArXiv e-prints*, 2012

- Busti V. C., Lima J. A. S., Influence of small-scale inhomogeneities on the cosmological consistency tests, *MNRAS*, 2012, vol. 426, p. L41
- Busti V. C., Santos R. C., Comment on “Constraining the smoothness parameter and dark energy using observational  $H(z)$  data”, *Research in Astronomy and Astrophysics*, 2011, vol. 11, p. 637
- Busti V. C., Santos R. C., Lima J. A. S., Constraining the dark energy and smoothness parameter with type Ia supernovae and gamma-ray bursts, *Phys. Rev. D*, 2012, vol. 85, p. 103503
- Caldwell R. R., A phantom menace? Cosmological consequences of a dark energy component with super-negative equation of state, *Physics Letters B*, 2002, vol. 545, p. 23
- Caldwell R. R., Linder E. V., Limits of Quintessence, *Physical Review Letters*, 2005, vol. 95, p. 141301
- Carvalho F. C., Alcaniz J. S., Lima J. A. S., Silva R., Scalar-Field-Dominated Cosmology with a Transient Acceleration Phase, *Physical Review Letters*, 2006, vol. 97, p. 081301
- Chand H., Srianand R., Petitjean P., Aracil B., Probing the cosmological variation of the fine-structure constant: Results based on VLT-UVES sample, *A&A*, 2004, vol. 417, p. 853
- Chevallier M., Polarski D., Accelerating Universes with Scaling Dark Matter, *International Journal of Modern Physics D*, 2001, vol. 10, p. 213
- Clarkson C., Establishing homogeneity of the universe in the shadow of dark energy, *Comptes Rendus Physique*, 2012, vol. 13, p. 682
- Clarkson C., Bassett B., Lu T. H.-C., A General Test of the Copernican Principle, *Physical Review Letters*, 2008, vol. 101, p. 011301
- Clarkson C., Ellis G. F. R., Faltenbacher A., Maartens R., Umeh O., Uzan J.-P., (Mis)interpreting supernovae observations in a lumpy universe, *MNRAS*, 2012, vol. 426, p. 1121
- Clarkson C., Zunckel C., Direct Reconstruction of Dark Energy, *Physical Review Letters*, 2010, vol. 104, p. 211301



- 
- Clarkson C. A., On the Observational Characteristics of Inhomogeneous Cosmologies: Undermining the Cosmological Principle, ArXiv Astrophysics e-prints, 2000
- Clifton T., Ferreira P. G., Padilla A., Skordis C., Modified gravity and cosmology, *Phys. Rep.*, 2012, vol. 513, p. 1
- Clowe D., Bradač M., Gonzalez A. H., Markevitch M., Randall S. W., Jones C., Zaritsky D., A Direct Empirical Proof of the Existence of Dark Matter, *ApJ*, 2006, vol. 648, p. L109
- Clowes R. G., Harris K. A., Raghunathan S., Campusano L. E., Söchting I. K., Graham M. J., A structure in the early Universe at  $z \sim 1.3$  that exceeds the homogeneity scale of the R-W concordance cosmology, *MNRAS*, 2013, vol. 429, p. 2910
- Cole S., Percival W. J., Peacock J. A., Norberg P., et al. The 2dF Galaxy Redshift Survey: power-spectrum analysis of the final data set and cosmological implications, *MNRAS*, 2005, vol. 362, p. 505
- Costa E., Frontera F., Gamma Ray Burst origin and their afterglow: story of a discovery and more, *La Rivista del Nuovo Cimento*, 2011, vol. 34, p. 585
- Covone G., Sereno M., de Ritis R., The statistics of gravitational lenses in a clumpy Universe, *MNRAS*, 2005, vol. 357, p. 773
- Croft R. A. C., Weinberg D. H., Katz N., Hernquist L., Recovery of the Power Spectrum of Mass Fluctuations from Observations of the Ly alpha Forest, *ApJ*, 1998, vol. 495, p. 44
- Croft R. A. C., Weinberg D. H., Pettini M., Hernquist L., Katz N., The Power Spectrum of Mass Fluctuations Measured from the LYalpha Forest at Redshift  $Z=2.5$ , *ApJ*, 1999, vol. 520, p. 1
- Cunha J. V., Marassi L., Lima J. A. S., Constraining  $H_0$  from the Sunyaev-Zel'dovich effect, galaxy cluster X-ray data and baryon oscillations, *MNRAS*, 2007, vol. 379, p. L1
- Daly R. A., Djorgovski S. G., Freeman K. A., Mory M. P., O'Dea C. P., Kharb P., Baum S., Improved Constraints on the Acceleration History of the Universe and the Properties of the Dark Energy, *ApJ*, 2008, vol. 677, p. 1

- Daly R. A., Guerra E. J., Quintessence, Cosmology, and Fanaroff-Riley Type IIb Radio Galaxies, *AJ*, 2002, vol. 124, p. 1831
- Dashevskii V. M., Slysh V. I., On the Propagation of Light in a Nonhomogeneous Universe, *Soviet Ast.*, 1966, vol. 9, p. 671
- de Campos M., Souza J. A., The Dyer-Roeder relation in a universe with particle production, *A&A*, 2004, vol. 422, p. 401
- Demianski M., de Ritis R., Marino A. A., Piedipalumbo E., Approximate angular diameter distance in a locally inhomogeneous universe with nonzero cosmological constant, *A&A*, 2003, vol. 411, p. 33
- Di Girolamo T., Catena R., Vietri M., Di Sciascio G., Can gamma-ray bursts constrain quintessence?, *J. Cosmology Astropart. Phys.*, 2005, vol. 4, p. 8
- Dicke R. H., Peebles P. J. E., Roll P. G., Wilkinson D. T., Cosmic Black-Body Radiation., *ApJ*, 1965, vol. 142, p. 414
- Dodelson S., *Modern cosmology*, 2003
- Dyer C. C., Roeder R. C., The Distance-Redshift Relation for Universes with no Intergalactic Medium, *ApJ*, 1972, vol. 174, p. L115
- Dyer C. C., Roeder R. C., Distance-Redshift Relations for Universes with Some Intergalactic Medium, *ApJ*, 1973, vol. 180, p. L31
- Eisenstein D., White M., Theoretical uncertainty in baryon oscillations, *Phys. Rev. D*, 2004, vol. 70, p. 103523
- Eisenstein D. J., Zehavi I., Hogg e. a., Detection of the Baryon Acoustic Peak in the Large-Scale Correlation Function of SDSS Luminous Red Galaxies, *ApJ*, 2005, vol. 633, p. 560
- Ellis G. F. R., *Cosmology and verifiability*, *QJRAS*, 1975, vol. 16, p. 245
- Ellis G. F. R., *Dark energy and inhomogeneity*, *Journal of Physics Conference Series*, 2009, vol. 189, p. 012011

- 
- Ellis G. F. R., Bassett B. A. C. C., Dunsby P. K. S., Lensing and caustic effects on cosmological distances, *Classical and Quantum Gravity*, 1998, vol. 15, p. 2345
- Etherington I. M. H., On the Definition of Distance in General Relativity., *Philosophical Magazine*, 1933, vol. 15, p. 761
- Famaey B., McGaugh S., Challenges for Lambda-CDM and MOND, *ArXiv e-prints*, 2013
- Faucher-Giguère C.-A., Lidz A., Hernquist L., Zaldarriaga M., A Flat Photoionization Rate at  $2 < z < 4.2$ : Evidence for a Stellar-Dominated UV Background and against a Decline of Cosmic Star Formation beyond  $z \sim 3$ , *ApJ*, 2008a, vol. 682, p. L9
- Faucher-Giguère C.-A., Lidz A., Hernquist L., Zaldarriaga M., Evolution of the Intergalactic Opacity: Implications for the Ionizing Background, Cosmic Star Formation, and Quasar Activity, *ApJ*, 2008b, vol. 688, p. 85
- February S., Larena J., Smith M., Clarkson C., Rendering dark energy void, *MNRAS*, 2010, vol. 405, p. 2231
- Filippenko A. V., Optical Spectra of Supernovae, *ARA&A*, 1997, vol. 35, p. 309
- Firmani C., Ghisellini G., Ghirlanda G., Avila-Reese V., A new method optimized to use gamma-ray bursts as cosmic rulers, *MNRAS*, 2005, vol. 360, p. L1
- Fischler W., Kashani-Poor A., McNees R., Paban S., The acceleration of the universe, a challenge for string theory, *Journal of High Energy Physics*, 2001, vol. 7, p. 3
- Freedman W. L., Determination of Cosmological Parameters, *Physica Scripta Volume T*, 2000, vol. 85, p. 37
- Freedman W. L., Madore B. F., The Hubble Constant, *ARA&A*, 2010, vol. 48, p. 673
- Freedman W. L., Madore B. F., Gibson B. K., Ferrarese L., Kelson D. D., Sakai S., Mould J. R., Kennicutt Jr. R. C., Ford H. C., Graham J. A., Huchra J. P., Hughes S. M. G., Illingworth G. D., Macri L. M., Stetson P. B., Final Results from the Hubble Space Telescope Key Project to Measure the Hubble Constant, *ApJ*, 2001, vol. 553, p. 47
- Friça A. C. S., Alcaniz J. S., Lima J. A. S., An old quasar in a young dark energy-dominated universe?, *MNRAS*, 2005, vol. 362, p. 1295

- Friedmann A., Über die Krümmung des Raumes, *Zeitschrift für Physik*, 1922, vol. 10, p. 377
- Friedmann A., Über die Möglichkeit einer Welt mit konstanter negativer Krümmung des Raumes, *Zeitschrift für Physik*, 1924, vol. 21, p. 326
- Garcia-Bellido J., *Cosmology and Astrophysics*, ArXiv Astrophysics e-prints, 2005
- Gentile G., Famaey B., Combes F., Kroupa P., Zhao H. S., Tirit O., Tidal dwarf galaxies as a test of fundamental physics, *A&A*, 2007, vol. 472, p. L25
- Ghirlanda G., Ghisellini G., Firmani C., Gamma-ray bursts as standard candles to constrain the cosmological parameters, *New Journal of Physics*, 2006, vol. 8, p. 123
- Ghirlanda G., Ghisellini G., Lazzati D., Firmani C., Gamma-Ray Bursts: New Rulers to Measure the Universe, *ApJ*, 2004, vol. 613, p. L13
- Ghirlanda G., Nava L., Ghisellini G., Spectral-luminosity relation within individual Fermi gamma rays bursts, *A&A*, 2010, vol. 511, p. A43
- Giovi F., Amendola L., The distance-redshift equation in quintessence cosmology and the estimation of  $H_0$  through time delays, *MNRAS*, 2001, vol. 325, p. 1097
- González-Díaz P. F., Sigüenza C. L., Phantom thermodynamics, *Nuclear Physics B*, 2004, vol. 697, p. 363
- Gron O., Repulsive gravitation and inflationary universe models., *American Journal of Physics*, 1986, vol. 54, p. 46
- Guetta D., Perna R., Stella L., Vietri M., Are All Gamma-Ray Bursts Like GRB 980425, GRB 030329, and GRB 031203?, *ApJ*, 2004, vol. 615, p. L73
- Guimarães R., Petitjean P., Rollinde E., de Carvalho R. R., Djorgovski S. G., Srianand R., Aghaee A., Castro S., Evidence for overdensity around  $z_{em} > 4$  quasars from the proximity effect, *MNRAS*, 2007, vol. 377, p. 657
- Gunn J. E., On the Propagation of Light in Inhomogeneous Cosmologies. I. Mean Effects, *ApJ*, 1967, vol. 150, p. 737

- Gunn J. E., Peterson B. A., On the Density of Neutral Hydrogen in Intergalactic Space., *ApJ*, 1965, vol. 142, p. 1633
- Gurvits L. I., Kellermann K. I., Frey S., The “angular size - redshift” relation for compact radio structures in quasars and radio galaxies, *A&A*, 1999, vol. 342, p. 378
- Guth A. H., Inflationary universe: A possible solution to the horizon and flatness problems, *Phys. Rev. D*, 1981, vol. 23, p. 347
- Guy J., Astier P., Baumont S., et al. SALT2: using distant supernovae to improve the use of type Ia supernovae as distance indicators, *A&A*, 2007, vol. 466, p. 11
- Guzmán F. S., Matos T., LETTER TO THE EDITOR: Scalar fields as dark matter in spiral galaxies, *Classical and Quantum Gravity*, 2000, vol. 17, p. L9
- Hamuy M., Phillips M. M., Suntzeff N. B., Schommer R. A., Maza J., Aviles R., The Hubble Diagram of the Calan/Tololo Type IA Supernovae and the Value of  $H_0$ , *AJ*, 1996, vol. 112, p. 2398
- Hellerman S., Kaloper N., Susskind L., String theory and quintessence, *Journal of High Energy Physics*, 2001, vol. 6, p. 3
- Holanda R. F. L., Cunha J. V., Marassi L., Lima J. A. S., Constraining  $H_0$  in general dark energy models from Sunyaev-Zel’dovich/X-ray technique and complementary probes, *J. Cosmology Astropart. Phys.*, 2012, vol. 2, p. 35
- Holanda R. F. L., Lima J. A. S., Ribeiro M. B., Testing the Distance-Duality Relation with Galaxy Clusters and Type Ia Supernovae, *ApJ*, 2010, vol. 722, p. L233
- Holanda R. F. L., Lima J. A. S., Ribeiro M. B., Cosmic distance duality relation and the shape of galaxy clusters, *A&A*, 2011, vol. 528, p. L14
- Hoyle F., Fowler W. A., Nucleosynthesis in Supernovae., *ApJ*, 1960, vol. 132, p. 565
- Hu W., Dodelson S., Cosmic Microwave Background Anisotropies, *ARA&A*, 2002, vol. 40, p. 171
- Hubble E., A Relation between Distance and Radial Velocity among Extra-Galactic Nebulae, *Proceedings of the National Academy of Science*, 1929, vol. 15, p. 168

- Hui L., Recovery of the Shape of the Mass Power Spectrum from the LYalpha Forest, *ApJ*, 1999, vol. 516, p. 519
- Hui L., Gnedin N. Y., Equation of state of the photoionized intergalactic medium, *MNRAS*, 1997, vol. 292, p. 27
- Huterer D., Turner M. S., Probing dark energy: Methods and strategies, *Phys. Rev. D*, 2001, vol. 64, p. 123527
- Ibata R. A., Lewis G. F., Conn A. R., Irwin M. J., McConnachie A. W., Chapman S. C., Collins M. L., Fardal M., Ferguson A. M. N., Ibata N. G., Mackey A. D., Martin N. F., Navarro J., Rich R. M., Valls-Gabaud D., Widrow L. M., A vast, thin plane of corotating dwarf galaxies orbiting the Andromeda galaxy, *Nature*, 2013, vol. 493, p. 62
- Jackson N., The Hubble Constant, *Living Reviews in Relativity*, 2007, vol. 10, p. 4
- Jimenez R., Loeb A., Constraining Cosmological Parameters Based on Relative Galaxy Ages, *ApJ*, 2002, vol. 573, p. 37
- Jimenez R., Verde L., Treu T., Stern D., Constraints on the Equation of State of Dark Energy and the Hubble Constant from Stellar Ages and the Cosmic Microwave Background, *ApJ*, 2003, vol. 593, p. 622
- Johri V. B., Parametrization of Dark Energy Equation of State, *astro-ph/0409161*, 2004
- Kainulainen K., Marra V., New stochastic approach to cumulative weak lensing, *Phys. Rev. D*, 2009a, vol. 80, p. 123020
- Kainulainen K., Marra V., Supernovae observations in a “meatball” universe with a local void, *Phys. Rev. D*, 2009b, vol. 80, p. 127301
- Kainulainen K., Marra V., Accurate modeling of weak lensing with the stochastic gravitational lensing method, *Phys. Rev. D*, 2011, vol. 83, p. 023009
- Kantowski R., Corrections in the Luminosity-Redshift Relations of the Homogeneous Friedmann Models, *ApJ*, 1969, vol. 155, p. 89
- Kantowski R., The Effects of Inhomogeneities on Evaluating the Mass Parameter  $\Omega_m$  and the Cosmological Constant  $\Lambda$ , *ApJ*, 1998, vol. 507, p. 483

- Kantowski R., Kao J. K., Thomas R. C., Distance-Redshift Relations in Inhomogeneous Friedmann-Lemaître-Robertson-Walker Cosmology, *ApJ*, 2000, vol. 545, p. 549
- Kashlinsky A., Atrio-Barandela F., Ebeling H., Measuring bulk motion of X-ray clusters via the kinematic Sunyaev-Zel'dovich effect: summarizing the "dark flow" evidence and its implications, *ArXiv e-prints*, 2012
- Kellermann K. I., The cosmological deceleration parameter estimated from the angular-size/redshift relation for compact radio sources, *Nature*, 1993, vol. 361, p. 134
- Kibble T. W. B., Lieu R., Average Magnification Effect of Clumping of Matter, *ApJ*, 2005, vol. 632, p. 718
- Kirkman D., Tytler D., Suzuki N., Melis C., Hollywood S., James K., So G., Lubin D., Jena T., Norman M. L., Paschos P., The HI opacity of the intergalactic medium at redshifts  $1.6 < z < 3.2$ , *MNRAS*, 2005, vol. 360, p. 1373
- Kodama Y., Yonetoku D., Murakami T., Tanabe S., Tsutsui R., Nakamura T., Gamma-ray bursts in  $1.8 < z < 5.6$  suggest that the time variation of the dark energy is small, *MNRAS*, 2008, vol. 391, p. L1
- Komatsu E., Dunkley J., Nolta M. R., Bennett C. L., Gold B., Hinshaw G., Jarosik N., Larson D., Limon M., Page L., Spergel D. N., Halpern M., Hill R. S., Kogut A., Meyer S. S., Tucker G. S., Weiland J. L., Wollack E., Wright E. L., Five-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Interpretation, *ArXiv e-prints*, 2008
- Komatsu E., Smith K. M., Dunkley J., et al. Seven-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Cosmological Interpretation, *ApJS*, 2011, vol. 192, p. 18
- Kostov V., Average luminosity distance in inhomogeneous universes, *J. Cosmology Astropart. Phys.*, 2010, vol. 4, p. 1
- Krauss L. M., Old Galaxies at High Redshift and the Cosmological Constant, *ApJ*, 1997, vol. 480, p. 466
- Kroupa P., Famaey B., de Boer K. S., Dabringhausen J., Pawlowski M. S., Boily C. M., Jerjen H., Forbes D., Hensler G., Metz M., Local-Group tests of dark-matter concordance

- cosmology . Towards a new paradigm for structure formation, *A&A*, 2010, vol. 523, p. A32
- Kroupa P., Pawlowski M., Milgrom M., The Failures of the Standard Model of Cosmology Require a New Paradigm, *International Journal of Modern Physics D*, 2012, vol. 21, p. 30003
- Kunz M., The phenomenological approach to modeling the dark energy, *Comptes Rendus Physique*, 2012, vol. 13, p. 539
- Landau L. D., Lifshitz E. M., *The classical theory of fields*, 1975
- Larson D., Dunkley J., Hinshaw G., et al. Seven-year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Power Spectra and WMAP-derived Parameters, *ApJS*, 2011, vol. 192, p. 16
- Lazkoz R., Salzano V., Sendra I., Oscillations in the dark energy equation of state: New MCMC lessons, *Physics Letters B*, 2010, vol. 694, p. 198
- Lee J., Komatsu E., Bullet Cluster: A Challenge to  $\Lambda$ CDM Cosmology, *ApJ*, 2010, vol. 718, p. 60
- Lemaître G., Un Univers homogène de masse constante et de rayon croissant rendant compte de la vitesse radiale des nébuleuses extra-galactiques, *Annales de la Société Scientifique de Bruxelles*, 1927, vol. 47, p. 49
- Lemaître G., L'Univers en Expansion, *Ann. Soc. Sci. Bruxelles I A*, 1933, vol. 53, p. 51
- Lewis G. F., Ibata R. A., An investigation of gravitational lens determinations of  $H_0$  in quintessence cosmologies, *MNRAS*, 2002, vol. 337, p. 26
- Li H., Xia J.-Q., Liu J., Zhao G.-B., Fan Z.-H., Zhang X., Overcoming the Circular Problem for Gamma-Ray Bursts in Cosmological Global-Fitting Analysis, *ApJ*, 2008, vol. 680, p. 92
- Li M., Li X.-D., Wang S., Wang Y., Dark Energy, *Communications in Theoretical Physics*, 2011, vol. 56, p. 525



- 
- Liang E., Zhang B., Calibration of gamma-ray burst luminosity indicators, *MNRAS*, 2006, vol. 369, p. L37
- Liang N., Wu P., Zhang S. N., Constraints on cosmological models and reconstructing the acceleration history of the Universe with gamma-ray burst distance indicators, *Phys. Rev. D*, 2010, vol. 81, p. 083518
- Liang N., Xiao W. K., Liu Y., Zhang S. N., A Cosmology-Independent Calibration of Gamma-Ray Burst Luminosity Relations and the Hubble Diagram, *ApJ*, 2008, vol. 685, p. 354
- Lima J. A., Cunha J. V., Alcaniz J. S., Constraining the dark energy with galaxy cluster x-ray data, *Phys. Rev. D*, 2003, vol. 68, p. 023510
- Lima J. A. S., Alternative Dark Energy Models: An Overview, *Brazilian Journal of Physics*, 2004, vol. 34, p. 194
- Lima J. A. S., Alcaniz J. S., Angular size in “quintessence” cosmology, *A&A*, 2000a, vol. 357, p. 393
- Lima J. A. S., Alcaniz J. S., On the Minimal Angular Size in Open,  $\Lambda$ CDM, and Scalar Field Cosmologies, *General Relativity and Gravitation*, 2000b, vol. 32, p. 1851
- Lima J. A. S., Alcaniz J. S., Dark Energy and the Angular Size-Redshift Diagram for Milliarcsecond Radio Sources, *ApJ*, 2002, vol. 566, p. 15
- Lima J. A. S., Alcaniz J. S., Thermodynamics, spectral distribution and the nature of dark energy, *Physics Letters B*, 2004, vol. 600, p. 191
- Lima J. A. S., Busti V. C., Santos R. C., Extended Dyer-Roeder Approach Improves the Cosmic Concordance Model, *ArXiv e-prints*, 2013
- Lima J. A. S., Jesus J. F., Cunha J. V., Can Old Galaxies at High Redshifts and Baryon Acoustic Oscillations Constrain  $H_0$ ?, *ApJ*, 2009, vol. 690, p. L85
- Lima J. A. S., Maia Jr. A., Thermodynamic properties of  $\gamma$  fluids and the quantum vacuum, *Phys. Rev. D*, 1995, vol. 52, p. 5628

- Lima J. A. S., Pereira S. H., Chemical potential and the nature of dark energy: The case of a phantom field, *Phys. Rev. D*, 2008, vol. 78, p. 083504
- Linder E. V., Light propagation in generalized Friedmann universes, *A&A*, 1988, vol. 206, p. 190
- Linder E. V., Transition from Clumpy to Smooth Angular Diameter Distances, *ApJ*, 1998, vol. 497, p. 28
- Linder E. V., Exploring the Expansion History of the Universe, *Physical Review Letters*, 2003, vol. 90, p. 091301
- Longair M. S., *Galaxy Formation*, 2008
- Mandelbaum R., McDonald P., Seljak U., Cen R., Precision cosmology from the Lyman  $\alpha$  forest: power spectrum and bispectrum, *MNRAS*, 2003, vol. 344, p. 776
- Mania D., Ratra B., Constraints on dark energy from H II starburst galaxy apparent magnitude versus redshift data, *Physics Letters B*, 2012, vol. 715, p. 9
- Mattsson T., Dark energy as a mirage, *General Relativity and Gravitation*, 2010, vol. 42, p. 567
- McDonald P., Miralda-Escudé J., The Ly $\alpha$  Forest Flux Distribution at  $Z \sim 5.2$  and the Evolution of the Ionizing Background, *ApJ*, 2001, vol. 549, p. L11
- McDonald P., Miralda-Escudé J., Rauch M., Sargent W. L. W., Barlow T. A., Cen R., Ostriker J. P., The Observed Probability Distribution Function, Power Spectrum, and Correlation Function of the Transmitted Flux in the Ly $\alpha$  Forest, *ApJ*, 2000, vol. 543, p. 1
- McDonald P., Seljak U., Cen R., Shih D., Weinberg D. H., Burles S., Schneider D. P., Schlegel D. J., Bahcall N. A., Briggs J. W., Brinkmann J., Fukugita M., Ivezić Ž., Kent S., Vanden Berk D. E., The Linear Theory Power Spectrum from the Ly $\alpha$  Forest in the Sloan Digital Sky Survey, *ApJ*, 2005, vol. 635, p. 761
- McGaugh S. S., Novel Test of Modified Newtonian Dynamics with Gas Rich Galaxies, *Physical Review Letters*, 2011, vol. 106, p. 121303

- 
- McQuinn M., Lidz A., Zaldarriaga M., Hernquist L., Hopkins P. F., Dutta S., Faucher-Giguère C.-A., He II Reionization and its Effect on the Intergalactic Medium, *ApJ*, 2009, vol. 694, p. 842
- Meiksin A., White M., The effects of ultraviolet background correlations on Ly $\alpha$  forest flux statistics, *MNRAS*, 2004, vol. 350, p. 1107
- Mészáros P., Gamma-ray bursts, *Reports on Progress in Physics*, 2006, vol. 69, p. 2259
- Milgrom M., A modification of the Newtonian dynamics as a possible alternative to the hidden mass hypothesis, *ApJ*, 1983, vol. 270, p. 365
- Miralda-Escudé J., Cen R., Ostriker J. P., Rauch M., The Ly alpha Forest from Gravitational Collapse in the Cold Dark Matter + Lambda Model, *ApJ*, 1996, vol. 471, p. 582
- Miralda-Escudé J., Haehnelt M., Rees M. J., Reionization of the Inhomogeneous Universe, *ApJ*, 2000, vol. 530, p. 1
- Misner C. W., Thorne K. S., Wheeler J. A., *Gravitation*, 1973
- Moffat J. W., Tatarski D. C., Redshift and structure formation in a spatially flat inhomogeneous universe, *Phys. Rev. D*, 1992, vol. 45, p. 3512
- Moffat J. W., Tatarski D. C., Cosmological Observations in a Local Void, *ApJ*, 1995, vol. 453, p. 17
- Mörtsell E., Sollerman J., On the future of gamma-ray burst cosmology, *J. Cosmology Astropart. Phys.*, 2005, vol. 6, p. 9
- Mosquera Cuesta H. J., Dumet M H., Furlanetto C., Confronting the Hubble diagram of gamma-ray bursts with Cardassian cosmology, *J. Cosmology Astropart. Phys.*, 2008, vol. 7, p. 4
- Nadathur S., Hotchkiss S., Sarkar S., The integrated Sachs-Wolfe imprint of cosmic superstructures: a problem for  $\Lambda$ CDM, *J. Cosmology Astropart. Phys.*, 2012, vol. 6, p. 42

- Navarro J. F., Frenk C. S., White S. D. M., The Structure of Cold Dark Matter Halos, *ApJ*, 1996, vol. 462, p. 563
- Norris J. P., Implications of the Lag-Luminosity Relationship for Unified Gamma-Ray Burst Paradigms, *ApJ*, 2002, vol. 579, p. 386
- Novosyadlyj B., Sergijenko O., Durrer R., Pelykh V., Do the cosmological observational data prefer phantom dark energy?, *Phys. Rev. D*, 2012, vol. 86, p. 083008
- Nusser A., Haehnelt M., A first step towards a direct inversion of the Lyman forest in QSO spectra, *MNRAS*, 1999, vol. 303, p. 179
- Padmanabhan T., *Theoretical Astrophysics - Volume 3, Galaxies and Cosmology*, 2002
- Padmanabhan T., Cosmological constant-the weight of the vacuum, *Phys. Rep.*, 2003, vol. 380, p. 235
- Padmanabhan T., Choudhury T. R., A theoretician's analysis of the supernova data and the limitations in determining the nature of dark energy, *MNRAS*, 2003, vol. 344, p. 823
- Paraficz D., Hjorth J., The Hubble Constant Inferred from 18 Time-delay Lenses, *ApJ*, 2010, vol. 712, p. 1378
- Peebles P. J., Ratra B., The cosmological constant and dark energy, *Reviews of Modern Physics*, 2003, vol. 75, p. 559
- Peebles P. J. E., Primordial Helium Abundance and the Primordial Fireball. II, *ApJ*, 1966, vol. 146, p. 542
- Peebles P. J. E., *Principles of Physical Cosmology*, 1993
- Peebles P. J. E., Phenomenology of the Invisible Universe. In *American Institute of Physics Conference Series* , vol. 1241 of *American Institute of Physics Conference Series*, 2010, p. 175
- Penzias A. A., Wilson R. W., A Measurement of Excess Antenna Temperature at 4080 Mc/s., *ApJ*, 1965, vol. 142, p. 419
- Pereira S. H., Lima J. A. S., On phantom thermodynamics, *Physics Letters B*, 2008, vol. 669, p. 266

- Perivolaropoulos L., Six Puzzles for  $\Lambda$ CDM Cosmology, ArXiv e-prints, 2008
- Perlick V., Gravitational Lensing from a Spacetime Perspective, *Living Reviews in Relativity*, 2004, vol. 7, p. 9
- Perlmutter S. e. a., Measurements of Omega and Lambda from 42 High-Redshift Supernovae, *ApJ*, 1999, vol. 517, p. 565
- Perlmutter S., Supernovae, Dark Energy, and the Accelerating Universe, *Physics Today*, 2003, vol. 56, p. 040000
- Petitjean P., Vergani S. D., Gamma-ray bursts as probes of the distant Universe, *Comptes Rendus Physique*, 2011, vol. 12, p. 288
- Pettini M., Zych B. J., Murphy M. T., Lewis A., Steidel C. C., Deuterium abundance in the most metal-poor damped Lyman alpha system: converging on  $\Omega_b h^2$ , *MNRAS*, 2008, vol. 391, p. 1499
- Phillips M. M., The absolute magnitudes of Type IA supernovae, *ApJ*, 1993, vol. 413, p. L105
- Piran T., The physics of gamma-ray bursts, *Reviews of Modern Physics*, 2004, vol. 76, p. 1143
- Poisson E., *A relativist's toolkit : the mathematics of black-hole mechanics*, 2004
- Prochaska J. X., Castro S., Djorgovski S. G., New Damped Ly $\alpha$  Metallicities from Echelle Spectrograph and Imager Spectroscopy of Five Palomar Sky Survey Quasars, *ApJS*, 2003, vol. 148, p. 317
- Prochaska J. X., Gawiser E., Wolfe A. M., Castro S., Djorgovski S. G., The Age-Metallicity Relation of the Universe in Neutral Gas: The First 100 Damped Ly $\alpha$  Systems, *ApJ*, 2003, vol. 595, p. L9
- Qi S., Wang F.-Y., Lu T., Gamma-ray burst contributions to constraining the evolution of dark energy, *A&A*, 2008, vol. 487, p. 853
- Räsänen S., Light propagation in statistically homogeneous and isotropic dust universes, *J. Cosmology Astropart. Phys.*, 2009, vol. 2, p. 11

- Rauch M., The Lyman Alpha Forest in the Spectra of QSOs, *ARA&A*, 1998, vol. 36, p. 267
- Rauch M., Miralda-Escude J., Sargent W. L. W., Barlow T. A., Weinberg D. H., Hernquist L., Katz N., Cen R., Ostriker J. P., The Opacity of the Ly alpha Forest and Implications for Omega B and the Ionizing Background, *ApJ*, 1997, vol. 489, p. 7
- Refsdal S., On the Propagation of Light in Universes with Inhomogeneous Mass Distribution, *ApJ*, 1970, vol. 159, p. 357
- Riess A. G., Filippenko A. V., Challis P., et al. Observational Evidence from Supernovae for an Accelerating Universe and a Cosmological Constant, *AJ*, 1998, vol. 116, p. 1009
- Riess A. G., Macri L., Casertano S., Lampeitl H., Ferguson H. C., Filippenko A. V., Jha S. W., Li W., Chornock R., A 3% Solution: Determination of the Hubble Constant with the Hubble Space Telescope and Wide Field Camera 3, *ApJ*, 2011, vol. 730, p. 119
- Riess A. G., Macri L., Casertano S., Sosey M., Lampeitl H., Ferguson H. C., Filippenko A. V., Jha S. W., Li W., Chornock R., Sarkar D., A Redetermination of the Hubble Constant with the Hubble Space Telescope from a Differential Distance Ladder, *ApJ*, 2009, vol. 699, p. 539
- Riess A. G., Strolger L.-G., Casertano S., et al. New Hubble Space Telescope Discoveries of Type Ia Supernovae at  $z \geq 1$ : Narrowing Constraints on the Early Behavior of Dark Energy, *ApJ*, 2007, vol. 659, p. 98
- Rose H. G., Apparent Magnitudes in an Inhomogeneous Universe: The Global Viewpoint, *ApJ*, 2001, vol. 560, p. L15
- Rubin V. C., Ford Jr. W. K., Rotation of the Andromeda Nebula from a Spectroscopic Survey of Emission Regions, *ApJ*, 1970, vol. 159, p. 379
- Sachs R., Gravitational Waves in General Relativity. VI. The Outgoing Radiation Condition, *Royal Society of London Proceedings Series A*, 1961, vol. 264, p. 309
- Sahni V., Shafieloo A., Starobinsky A. A., Two new diagnostics of dark energy, *Phys. Rev. D*, 2008, vol. 78, p. 103502

- 
- Sahni V., Starobinsky A., Reconstructing Dark Energy, *International Journal of Modern Physics D*, 2006, vol. 15, p. 2105
- Saini T. D., Raychaudhury S., Sahni V., Starobinsky A. A., Reconstructing the Cosmic Equation of State from Supernova Distances, *Physical Review Letters*, 2000, vol. 85, p. 1162
- Salvaterra R., Della Valle M., Campana S., et al. GRB090423 at a redshift of  $z \sim 8.1$ , *Nature*, 2009, vol. 461, p. 1258
- Samushia L., Ratra B., Constraining Dark Energy with Gamma-ray Bursts, *ApJ*, 2010, vol. 714, p. 1347
- Sandage A., Tammann G. A., Saha A., Reindl B., Macchetto F. D., Panagia N., The Hubble Constant: A Summary of the Hubble Space Telescope Program for the Luminosity Calibration of Type Ia Supernovae by Means of Cepheids, *ApJ*, 2006, vol. 653, p. 843
- Santos R. C., Cunha J. V., Lima J. A. S., Constraining the dark energy and smoothness parameter with supernovae, *Phys. Rev. D*, 2008, vol. 77, p. 023519
- Santos R. C., Lima J. A. S., Clustering, angular size, and dark energy, *Phys. Rev. D*, 2008, vol. 77, p. 083505
- Sasaki M., Cosmological Gravitational Lens Equation — Its Validity and Limitation —, *Progress of Theoretical Physics*, 1993, vol. 90, p. 753
- Schaefer B. E., The Hubble Diagram to Redshift  $>6$  from 69 Gamma-Ray Bursts, *ApJ*, 2007, vol. 660, p. 16
- Scheuer P. A. G., A Sensitive Test for the Presence of Atomic Hydrogen in Intergalactic Space, *Nature*, 1965, vol. 207, p. 963
- Schneider P., Ehlers J., Falco E. E., *Gravitational Lenses*, 1992
- Schutz B. F., *A First Course in General Relativity*, 1985
- Sereno M., Covone G., Piedipalumbo E., de Ritis R., Distances in inhomogeneous quintessence cosmology, *MNRAS*, 2001, vol. 327, p. 517

- Shafieloo A., Clarkson C., Model independent tests of the standard cosmological model, *Phys. Rev. D*, 2010, vol. 81, p. 083537
- Shafieloo A., Sahni V., Starobinsky A. A., Is cosmic acceleration slowing down?, *Phys. Rev. D*, 2009, vol. 80, p. 101301
- Sheinis A. I., Bolte M., Epps H. W., Kibrick R. I., Miller J. S., Radovan M. V., Bigelow B. C., Sutin B. M., ESI, a New Keck Observatory Echellette Spectrograph and Imager, *PASP*, 2002, vol. 114, p. 851
- Shklovskii I. S., Physical Conditions in the Gaseous Envelope of 3c-273, *Soviet Ast.*, 1965, vol. 8, p. 638
- Siegel E. R., Guzmán R., Gallego J. P., Orduña López M., Rodríguez Hidalgo P., Towards a precision cosmology from starburst galaxies at  $z > 2$ , *MNRAS*, 2005, vol. 356, p. 1117
- Silk J., Dark matter: The astrophysical case, *Comptes Rendus Physique*, 2012, vol. 13, p. 724
- Simha V., Steigman G., Constraining the early-Universe baryon density and expansion rate, *J. Cosmology Astropart. Phys.*, 2008, vol. 6, p. 16
- Simon J., Verde L., Jimenez R., Constraints on the redshift dependence of the dark energy potential, *Phys. Rev. D*, 2005, vol. 71, p. 123001
- Smoot G. F., Bennett C. L., Kogut A., et al. Structure in the COBE differential microwave radiometer first-year maps, *ApJ*, 1992, vol. 396, p. L1
- Soderberg A. M., Kulkarni S. R., Berger E., et al. The sub-energetic  $\gamma$ -ray burst GRB 031203 as a cosmic analogue to the nearby GRB 980425, *Nature*, 2004, vol. 430, p. 648
- Spergel D. N., Bean R., Doré O., Nolta M. R., Bennett C. L., et al. Three-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Implications for Cosmology, *ApJS*, 2007, vol. 170, p. 377
- Springel V., White S. D. M., Jenkins A., Frenk C. S., Yoshida N., Gao L., Navarro J., Thacker R., Croton D., Helly J., Peacock J. A., Cole S., Thomas P., Couchman H., Evrard A., Colberg J., Pearce F., Simulations of the formation, evolution and clustering of galaxies and quasars, *Nature*, 2005, vol. 435, p. 629



- Steigman G., Primordial Nucleosynthesis in the Precision Cosmology Era, *Annual Review of Nuclear and Particle Science*, 2007, vol. 57, p. 463
- Sutter P. M., Lavaux G., Wandelt B. D., Weinberg D. H., A Public Void Catalog from the SDSS DR7 Galaxy Redshift Surveys Based on the Watershed Transform, *ApJ*, 2012, vol. 761, p. 44
- Suzuki N., Rubin D., Lidman C., Supernova Cosmology Project T., The Hubble Space Telescope Cluster Supernova Survey. V. Improving the Dark-energy Constraints above  $z > 1$  and Building an Early-type-hosted Supernova Sample, *ApJ*, 2012, vol. 746, p. 85
- Tanvir N. R., Fox D. B., Levan A. J., et al. A  $\gamma$ -ray burst at a redshift of  $z \sim 8.2$ , *Nature*, 2009, vol. 461, p. 1254
- Tegmark M., Blanton M. R., Strauss M. A., Hoyle F., et al. The Three-Dimensional Power Spectrum of Galaxies from the Sloan Digital Sky Survey, *ApJ*, 2004, vol. 606, p. 702
- Tolman R. C., Effect of Inhomogeneity on Cosmological Models, *Proceedings of the National Academy of Science*, 1934, vol. 20, p. 169
- Tsutsui R., Nakamura T., Yonetoku D., Murakami T., Tanabe S., Kodama Y., Takahashi K., Constraints on  $w_0$  and  $w_a$  of dark energy from high-redshift gamma-ray bursts, *MNRAS*, 2009, vol. 394, p. L31
- Tucker W., Blanco P., Rappoport S., David L., Fabricant D., Falco E. E., Forman W., Dressler A., Ramella M., 1E 0657-56: A Contender for the Hottest Known Cluster of Galaxies, *ApJ*, 1998, vol. 496, p. L5
- Tully R. B., Fisher J. R., A new method of determining distances to galaxies, *A&A*, 1977, vol. 54, p. 661
- Turner M. S., White M., CDM models with a smooth component, *Phys. Rev. D*, 1997, vol. 56, p. R4439
- Tytler D., Kirkman D., O'Meara J. M., Suzuki N., Orin A., Lubin D., Paschos P., Jena T., Lin W.-C., Norman M. L., Meiksin A., Cosmological Parameters  $\sigma_8$ , the Baryon Density  $\Omega_b$ , the Vacuum Energy Density  $\Omega_\Lambda$ , the Hubble Constant and the UV Background

- Intensity from a Calibrated Measurement of H I Ly $\alpha$  Absorption at  $z=1.9$ , *ApJ*, 2004, vol. 617, p. 1
- Uzan J.-P., , 2010 Dark energy, gravitation and the Copernican principle. p. 3
- Uzan J.-P., Clarkson C., Ellis G. F. R., Time Drift of Cosmological Redshifts as a Test of the Copernican Principle, *Physical Review Letters*, 2008, vol. 100, p. 191303
- Viel M., Bolton J. S., Haehnelt M. G., Cosmological and astrophysical constraints from the Lyman  $\alpha$  forest flux probability distribution function, *MNRAS*, 2009, vol. 399, p. L39
- Wagoner R. V., Big-Bang Nucleosynthesis Revisited, *ApJ*, 1973, vol. 179, p. 343
- Wagoner R. V., Fowler W. A., Hoyle F., On the Synthesis of Elements at Very High Temperatures, *ApJ*, 1967, vol. 148, p. 3
- Wang Y., Model-independent distance measurements from gamma-ray bursts and constraints on dark energy, *Phys. Rev. D*, 2008, vol. 78, p. 123532
- Watkins R., Feldman H. A., Hudson M. J., Consistently large cosmic flows on scales of  $100h^{-1}\text{Mpc}$ : a challenge for the standard  $\Lambda\text{CDM}$  cosmology, *MNRAS*, 2009, vol. 392, p. 743
- Wei H., Observational constraints on cosmological models with the updated long gamma-ray bursts, *J. Cosmology Astropart. Phys.*, 2010, vol. 8, p. 20
- Weinberg D. H., Davé R., Katz N., Kollmeier J. A., The Lyman- $\alpha$  Forest as a Cosmological Tool. In *The Emergence of Cosmic Structure* , vol. 666 of American Institute of Physics Conference Series, 2003, p. 157
- Weinberg D. H., Mortonson M. J., Eisenstein D. J., Hirata C., Riess A. G., Rozo E., Observational Probes of Cosmic Acceleration, *ArXiv e-prints*, 2012
- Weinberg S., *Gravitation and Cosmology: Principles and Applications of the General Theory of Relativity*. John Wiley & Sons, 1972
- Weinberg S., Apparent luminosities in a locally inhomogeneous universe, *ApJ*, 1976, vol. 208, p. L1

- Weinberg S., The cosmological constant problem, *Reviews of Modern Physics*, 1989, vol. 61, p. 1
- Weller J., Albrecht A., Future supernovae observations as a probe of dark energy, *Phys. Rev. D*, 2002, vol. 65, p. 103512
- Wosley S. E., Bloom J. S., The Supernova Gamma-Ray Burst Connection, *ARA&A*, 2006, vol. 44, p. 507
- Wyithe J. S. B., Bolton J. S., Haehnelt M. G., Reionization bias in high-redshift quasar near-zones, *MNRAS*, 2008, vol. 383, p. 691
- Xu L., Wang Y., Cosmography: Supernovae Union2, Baryon Acoustic Oscillation, observational Hubble data and Gamma ray bursts, *Physics Letters B*, 2011, vol. 702, p. 114
- Yadav J. K., Bagla J. S., Khandai N., Fractal dimension as a measure of the scale of homogeneity, *MNRAS*, 2010, vol. 405, p. 2009
- Zaldarriaga M., Hui L., Tegmark M., Constraints from the Ly $\alpha$  Forest Power Spectrum, *ApJ*, 2001, vol. 557, p. 519
- Zel'dovich Y. B., Observations in a Universe Homogeneous in the Mean, *Soviet Astronomy*, 1964, vol. 8, p. 13
- Zel'dovich Y. B., Special Issue: the Cosmological Constant and the Theory of Elementary Particles, *Soviet Physics Uspekhi*, 1968, vol. 11, p. 381
- Zel'dovich Y. B., Fragmentation of a homogeneous medium under the action of gravitation, *Astrophysics*, 1970, vol. 6, p. 164
- Zel'dovich Y. B., Shandarin S. F., The 'black' regions of the Universe, *Soviet Astronomy Letters*, 1982, vol. 8, p. 67
- Zhang F.-W., Shao L., Yan J.-Z., Wei D.-M., Revisiting the Long/Soft-Short/Hard Classification of Gamma-Ray Bursts in the Fermi Era, *ApJ*, 2012, vol. 750, p. 88
- Zunckel C., Clarkson C., Consistency Tests for the Cosmological Constant, *Physical Review Letters*, 2008, vol. 101, p. 181301

Zwicky F., Die Rotverschiebung von extragalaktischen Nebeln, *Helvetica Physica Acta*, 1933, vol. 6, p. 110

# Apêndice



## Vínculos sobre a Constante de Hubble com Florestas de Lyman- $\alpha$ e Oscilação Acústica de Bárions

### A.1 Introdução

#### A.1.1 Florestas de Lyman- $\alpha$ ( $Ly\alpha$ )

As florestas de  $Ly\alpha$  são um fenômeno de absorção nos espectros de objetos quasi-estelares (QSOs), ou quasares (Rauch, 1998). Elas podem ser observadas no universo local até altos *redshifts*, no ultravioleta e no óptico. A existência dessas absorções se deve à presença de hidrogênio neutro entre o objeto de fundo e o observador.

Os estados de energia do hidrogênio são dados por  $E_n = -13.6/n^2$  eV, com  $n \geq 1$  inteiro. As transições envolvendo o estado fundamental ( $n = 1$ ) são chamadas de série de Lyman. Quando o elétron absorve um fóton e muda do estado  $n = 1$  para  $n = 2$ , temos a linha de  $Ly\alpha$ . O comprimento de onda do fóton associado à transição é  $\lambda = 1215.67 \text{ \AA}$ .

Em um universo em expansão homogeneamente preenchido por gás, a linha de  $Ly\alpha$  sofre contínuos desvios para o vermelho produzindo absorção na região mais azul em relação à linha de emissão de  $Ly\alpha$  de um QSO. Esse fenômeno foi previsto independentemente por Shklovskii (1965), Scheuer (1965) e Gunn e Peterson (1965).

Na figura (A.1) apresentamos o espectro do objeto PSS 1058+1245 obtido por Guimarães et al. (2007). Em aproximadamente  $6500 \text{ \AA}$  temos a emissão da linha de  $Ly\alpha$  e em aproximadamente  $5500 \text{ \AA}$  a linha de  $Ly\beta$  ( $n = 1 \rightarrow n = 3$ ). As absorções entre as duas linhas de emissão são majoritariamente dominadas por  $Ly\alpha$ , por isso são chamadas de florestas de  $Ly\alpha$ . Veja que a linha de emissão de  $Ly\alpha$  sofreu um desvio para o vermelho de  $1215.67 \text{ \AA}$  para  $\sim 6500 \text{ \AA}$ .

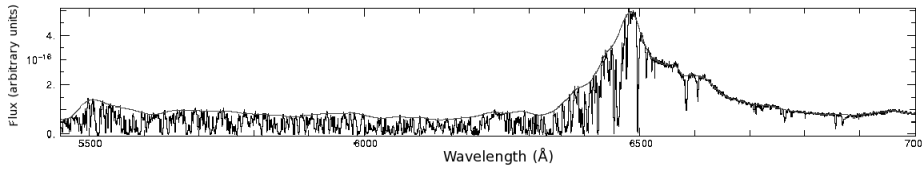


Figura A.1: Espectro de um QSO obtido por [Guimarães et al. \(2007\)](#) onde vemos as linhas em emissão de Ly $\alpha$  e Ly $\beta$  e a floresta de Ly $\alpha$  entre elas.

Conforme a densidade do meio, são gerados outros tipos de sistemas de absorção. Para meios com densidade de coluna  $N_{HI}$  entre  $10^{12} < N_{HI} < 10^{17} \text{ cm}^{-2}$  temos as florestas de Ly $\alpha$ , de  $10^{17} < N_{HI} < 10^{20} \text{ cm}^{-2}$  temos os sistemas limites de Lyman e para  $N_{HI} < 10^{20} \text{ cm}^{-2}$  os sistemas de Lyman amortecidos.

Existem inúmeras aplicações das florestas de Ly $\alpha$ , onde podemos citar: quantidade de hidrogênio neutro no universo, formação de estruturas, quantidade de matéria escura quente no universo através do espectro de potências do fluxo transmitido, determinação da abundância de deutério. Neste apêndice, propomos uma nova aplicação para as florestas, que é determinar o valor da constante de Hubble  $H_0$ .

### A.1.2 Medições de $H_0$

Medições da constante de Hubble  $H_0$  são vitais para o estabelecimento de um modelo de concordância cósmica em cosmologia. Tal constante exerce papel importante em diversos cálculos cosmológicos, como a idade do universo, seu tamanho e densidade de energia, nucleossíntese primordial, distâncias físicas, etc. Sua importância deve crescer ainda mais devido a grandes projetos observacionais em curso e planejados, onde sua melhor determinação afetará a precisão de outros parâmetros cosmológicos.

Existem várias maneiras de se determinar  $H_0$  através de fontes em baixos e altos *redshifts*. As mais comuns são baseadas na relação período-luminosidade de cefeidas, topo do ramo das gigantes vermelhas e supernovas observadas no universo local ([Freedman e Madore, 2010](#)). Já em mais altos *redshifts* pode-se utilizar medidas do efeito Sunyaev-Zel'dovich e emissão de raios-X de aglomerados de galáxias para se inferir  $H_0$  ([Cunha et al., 2007](#); [Holanda et al., 2012](#)). Embora existam medidas relatadas na literatura cujos erros são baixos (e.g. [Riess et al., 2009](#)), discrepâncias entre diferentes medidas como o valor dado por [Sandage et al. \(2006\)](#) evidenciam a necessidade de medidas independentes para que se obtenha um valor de  $H_0$  confiável e não afetado por erros sistemáticos, seja



pelos erros astrofísicos envolvidos, seja pelos erros induzidos quando se usa uma escada de distância para calibrar os dados. Neste ponto, cabe salientar que é de grande interesse cosmológico medidas de  $H_0$  independentes da escada de distância, como já discutido por diversos autores (veja [Jackson \(2007\)](#) e referências lá citadas para um recente artigo de revisão).

Uma maneira alternativa de se inferir  $H_0$  é considerar os dados de florestas de Lyman- $\alpha$  ( $\text{Ly}\alpha$ ) que sondam o meio intergaláctico (IGM) de baixa densidade em uma ampla gama de ambientes e *redshifts*, como é visto nos espectros de quasares em altos *redshifts*. O fluxo transmitido médio observado depende da profundidade óptica local, que por sua vez depende da taxa de expansão do universo  $H(z)$  e de algumas propriedades do meio interveniente ao longo da linha de visada. Em princípio, com um conhecimento moderado de propriedades do IGM, como a taxa de fotoionização do hidrogênio e a temperatura média, valores de alguns parâmetros cosmológicos incluindo a constante de Hubble podem ser vinculados.

Na década passada, vários estudos baseados em florestas de  $\text{Ly}\alpha$  como uma ferramenta cosmológica foram realizados ([McDonald et al., 2000](#); [Weinberg et al., 2003](#); [Wyithe et al., 2008](#); [Viel et al., 2009](#)). Alguns trabalhos utilizam o espectro de potência do fluxo transmitido para inferir parâmetros cosmológicos de duas formas: inversão do espectro de potências do fluxo de onde se deriva o espectro de potências da matéria ([Croft et al., 1998, 1999](#); [Hui, 1999](#); [Nusser e Haehnelt, 1999](#)), ou o uso do espectro de potências diretamente ([McDonald et al., 2000](#); [Mandelbaum et al., 2003](#); [McDonald et al., 2005](#)).

Por outro lado, uma abordagem mais simples é adotar um modelo semi-analítico para descrever o IGM como proposto por [Miralda-Escudé et al. \(2000\)](#), que derivou uma fórmula de ajuste para a função de distribuição de densidade em acordo com simulações, onde os resultados não variaram para diferentes métodos numéricos e diferentes modelos cosmológicos ([Rauch et al., 1997](#)). Portanto, o fluxo transmitido médio teórico é obtido e comparado aos dados observacionais a fim de se vincular parâmetros cosmológicos.

Nas próximas seções, assumimos um modelo  $\Lambda$ CDM plano e aplicamos o método descrito acima para derivarmos vínculos sobre a constante de Hubble  $H_0$  e o parâmetro de densidade da matéria  $\Omega_m$ . Consideramos duas amostras independentes de florestas de  $\text{Ly}\alpha$  compiladas em [Bergeron et al. \(2004\)](#) e [Guimarães et al. \(2007\)](#). Primeiramente, fazemos uma análise estatística baseada somente nas florestas de  $\text{Ly}\alpha$ . Em um segundo momento,

combinamos com o dado da oscilação acústica de bárions (BAO) proveniente de galáxias vermelhas luminosas do catálogo SDSS (Eisenstein et al., 2005). Como veremos, a degenerescência no plano  $(h, \Omega_m)$  é quebrada, o que provê uma maneira independente de se inferir a constante de Hubble.

## A.2 Amostras de Florestas Ly $\alpha$

Como exposto anteriormente, na presente análise consideramos duas amostras diferentes. A primeira consiste de 18 espectros de alta-resolução e alto sinal-ruído (S/N). Eles foram obtidos com o espectrógrafo UVES (do inglês *Ultra-Violet and Visible Echelle Spectrograph*) montado no telescópio ESO KUEYEN de 8.2 m no observatório Paranal para o programa *ESO-VLT Large Programme (LP) “Cosmological evolution of the Inter Galactic Medium”* (Bergeron et al., 2004). Os espectros foram retirados do arquivo do ESO e estão disponíveis publicamente. Este programa foi desenhado para colher uma amostra homogênea de 18 espectros de quasares, com cobertura espectral uniforme e sinal-ruído e resolução adequadas para o estudo do IGM. Os espectros têm sinal-ruído de 40 a 80 por píxel e resolução espectral  $\lambda/\Delta\lambda \sim 45000$  na região da floresta de Ly $\alpha$ . Detalhes do procedimento para a redução de dados pode ser encontrados em Chand et al. (2004) e Aracil et al. (2004). Todas as possíveis linhas de metais e sistemas de Lyman são identificados e removidos da floresta de Ly $\alpha$  para essa amostra. Os dados do fluxo transmitido médio obtidos são consistentes com trabalhos anteriores que usaram o mesmo conjunto de dados (Chand et al., 2004; Aracil et al., 2004).

A segunda amostra consiste de 45 quasares, que são os mesmos dados analisados por Guimarães et al. (2007), onde os espectros foram medidos com o espectrógrafo ESI Sheinis et al. (2002), montado no telescópio Keck II de 10 m. A resolução espectral é  $R \sim 4300$  com um sinal-ruído normalmente maior que 15 por  $10 \text{ km s}^{-1}$  píxel. Essa amostra já foi estudada por Prochaska et al. (2003, a) e Prochaska et al. (2003, b) em trabalhos relacionados com a existência de sistemas de Ly $\alpha$  amortecidos. Na presente análise utilizamos a floresta de Ly $\alpha$  no intervalo de comprimentos de onda em repouso 1070-1170 Å para evitar efeitos de contaminação pelo efeito de proximidade e possíveis absorvedores associados ao elemento OVI. Também foram cuidadosamente removidas regiões associadas a sistemas amortecidos ou sub-amortecidos. Apenas espectros com S/N maior que 25 foram utilizados. Rejeitamos

quasares com linhas de absorção largas (BALs) e quasares com mais de um sistema de Ly $\alpha$  amortecido entre as linhas de emissão Ly- $\alpha$  e Ly- $\beta$ , uma vez que sua presença pode poluir a floresta de Ly $\alpha$ . Já linhas de metais não foram subtraídas dos espectros. Podemos estimar o número de sistemas CIV e MgII intervenientes com largura equivalente  $W_{\text{obs}} > 0.25 \text{ \AA}$ , o que dá um valor da ordem de 5 ao longo de cada linha de visada (veja e.g. [Aracil et al., 2004](#); [Tytler et al., 2004](#)). Isso implica que o erro esperado na determinação da absorção média é da ordem de 1%. Este valor é bem inferior ao erro esperado do posicionamento do contínuo, que é de 5%.

A normalização dos espectros é um passo crucial no estudo que fazemos. Um procedimento automático desenvolvido por [Aracil et al. \(2004\)](#) estima iterativamente o contínuo ao minimizar a soma de um termo de regularização, cujo efeito é alisar o contínuo, e um termo de  $\chi^2$ , que é calculado pela diferença entre o espectro do quasar e o contínuo estimado na iteração prévia. Detalhes sobre esse procedimento podem ser encontrados em [Guimarães et al. \(2007\)](#).

O fluxo transmitido médio para as duas amostras é calculado como a média sobre o fluxo considerando todos os píxeis em um bin. Em cada *redshift*, é tomada a média sobre os fluxos transmitidos para todos os espectros que cobrem tal *redshift*. Veja que todos os erros são estimados como o desvio padrão dos valores médios divididos pela raiz quadrada do número de espectros. A evolução obtida do fluxo transmitido médio com o *redshift* é consistente com medições anteriores (e.g. [Rauch et al., 1997](#); [Aracil et al., 2004](#); [Tytler et al., 2004](#); [Kirkman et al., 2005](#); [Faucher-Giguère et al., 2008b](#)).

### A.3 Equações Básicas

A medição básica obtida da floresta de Ly $\alpha$  é o fluxo transmitido médio no *redshift*  $z$  definido como

$$\langle F \rangle(z) \equiv \langle \exp(-\tau(z)) \rangle, \quad (\text{A.1})$$

onde  $\tau(z)$  é a profundidade óptica local e  $\langle \rangle$  representa a média tomada sobre a linha de visada. Como é usual ([Hui e Gnedin, 1997](#)), daqui por diante assumimos equilíbrio de fotoionização e uma relação entre temperatura e densidade dada por uma lei de potência,  $T = T_0(1 + \delta)^\beta$ , para o IGM de baixa densidade, onde  $\delta$  denota o contraste de densidade

local e  $T_0$  a temperatura do IGM para a densidade média ( $\delta = 0$ ).

A profundidade óptica local é dada por (Peebles, 1993; Padmanabhan, 2002; Faucher-Giguère et al., 2008a)

$$\tau(z) = A(z)(1 + \delta)^{2-0.75\beta}, \quad (\text{A.2})$$

com

$$A(z) \equiv \frac{\pi e^2 f_{Ly\alpha}}{m_e \nu_{Ly\alpha}} \left( \frac{\rho_{\text{crit}} \Omega_b}{m_p} \right)^2 \frac{X(X + 0.5Y)}{H(z)} \frac{R_0 T_0^{-0.75}}{\Gamma} (1 + z)^6. \quad (\text{A.3})$$

Na expressão acima,  $f_{Ly\alpha}$  é a força de oscilador da transição de Ly $\alpha$ ,  $\nu_{Ly\alpha}$  é sua frequência,  $m_e$  e  $m_p$  são as massas do próton e do elétron respectivamente,  $\Omega_b$  é o parâmetro de densidade dos bárions medido hoje,  $H(z)$  é o parâmetro de Hubble,  $\rho_{\text{crit}}$  é a densidade crítica,  $X$  e  $Y$  são as frações de massa do hidrogênio e do hélio dadas por 0.75 e 0.25 (Burles et al., 2001),  $R_0 = 4.2 \times 10^{-13} \text{ cm}^3 \text{ s}^{-1} / (10^4 \text{ K})^{-0.75}$  e  $\Gamma$  é a taxa de fotoionização do hidrogênio.

A influência das distorções de *redshift* devido a alargamento térmico das linhas ou velocidades peculiares foi desprezada, visto que a profundidade óptica média é em primeira ordem independente dessas distorções. O fluxo transmitido médio é uma função não-linear de  $\langle \tau \rangle$ , mas as distorções serão responsáveis apenas por um pequeno efeito no fluxo transmitido médio (Faucher-Giguère et al., 2008b).

O fluxo transmitido médio é obtido ao se integrar a profundidade óptica local através de uma função de distribuição da densidade do gás  $\Delta \equiv 1 + \delta$ ,

$$\langle F \rangle(z) = \int_0^\infty d\Delta P(\Delta; z) \exp[-\tau(z)]. \quad (\text{A.4})$$

Miralda-Escudé et al. (2000) derivaram uma forma funcional analítica aproximada para a função de distribuição dada por

$$P(\Delta; z) = A \exp \left[ -\frac{(\Delta^{-2/3} - C_0)^2}{2(2\delta_0/3)^2} \right] \Delta^{-b}, \quad (\text{A.5})$$

onde os parâmetros  $A$  e  $C_0$  são obtidos ao se impor a normalização sobre a função de distribuição, a saber:

$$\int P(\Delta; z) d\Delta = 1 \quad (\text{A.6})$$

e

$$\int \Delta P(\Delta; z) d\Delta = 1. \quad (\text{A.7})$$

Miralda-Escudé et al. (2000) extrapolaram a função de distribuição e obtiveram  $\delta_0 = 7.61/(1+z)$  com uma precisão melhor que 1% dos ajustes da simulação numérica em  $z = 2, 3$ , e 4 de Miralda-Escudé et al. (1996) (veja figura A.2). A fim de aplicar este formalismo aos nossos dados, os valores de  $b$  foram derivados de uma interpolação cúbica dos valores na simulação, e estão apresentados na tabela (A.1). Aplicações desta função de distribuição para vincular parâmetros cosmológicos são bem justificadas, haja vista simulações com diferentes métodos numéricos e diferentes modelos cosmológicos proveram resultados muito similares (Rauch et al., 1997), embora ambas simulações continham a mesma amplitude de flutuações de densidade na escala de Jeans. Entretanto, é bom ter em mente que existem limitações sobre esta função de distribuição. Citando algumas: as propriedades numéricas da simulação, o estado térmico do gás, flutuações da emissão de fundo em ultravioleta, reionização inhomogênea do hidrogênio e hélio (veja Faucher-Giguère et al., 2008b, e referências).

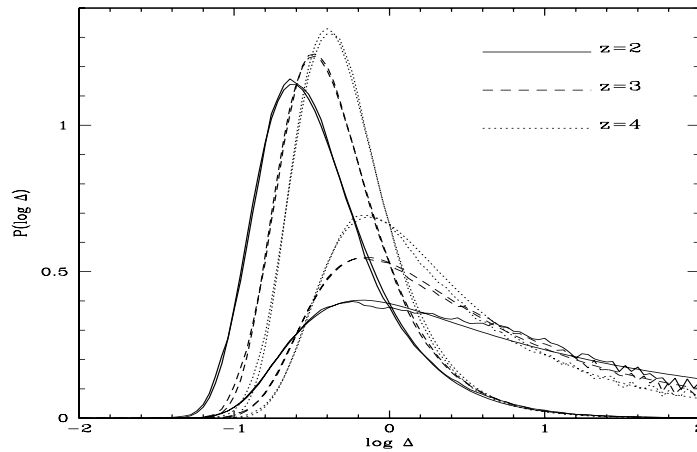


Figura A.2: Função de distribuição de probabilidade da densidade do gás obtida por Miralda-Escudé et al. (2000) para três redshifts com dois métodos numéricos diferentes.

Daqui por diante consideramos um modelo  $\Lambda$ CDM plano. Neste caso, o parâmetro de Hubble é dado por

$$H(z) = H_0 [\Omega_m(1+z)^3 + (1 - \Omega_m)]^{1/2}, \quad (\text{A.8})$$

Tabela A.1 - Dados da simulação das florestas de Ly $\alpha$  obtidos de [Miralda-Escudé et al. \(1996\)](#).

$z$	A	$\delta_0$	$b$	$C_0$
2	0.406	2.54	2.23	0.558
3	0.558	1.89	2.35	0.599
4	0.711	1.53	2.48	0.611
6	0.864	1.09	2.50	0.880

onde adotaremos a convenção  $h = H_0/100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ , que é a constante de Hubble normalizada em unidades de  $100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$ .

Os efeitos de  $H_0$  sobre o fluxo transmitido médio estão apresentados na figura (A.3) juntamente com nossos dados observacionais (círculos vermelhos) e os dados de [Guimarães et al. \(2007\)](#) (quadrados pretos). Vemos que a nossa amostra possui um espalhamento muito superior comparativamente a amostra de [Guimarães et al. \(2007\)](#), cuja razão está relacionada ao tamanho da amostra. É também evidente que nossos dados varrem diversos valores para  $h$ , portanto não esperamos vínculos fortes apenas dos dados de Ly $\alpha$ .

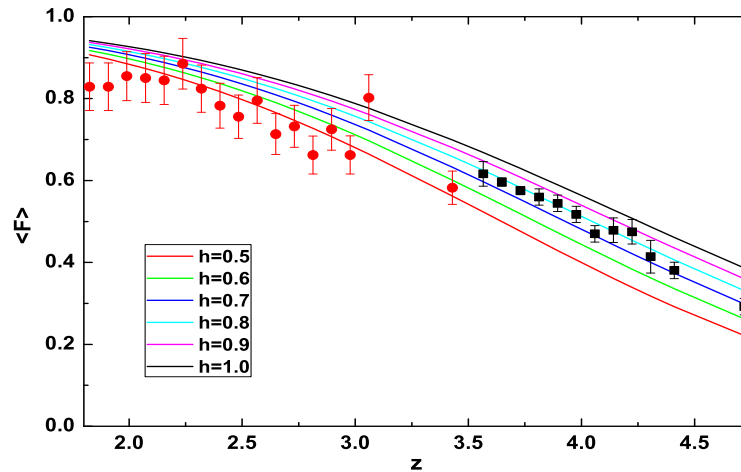


Figura A.3: Fluxo transmitido médio como uma função do *redshift* para  $\Omega_m = 0.23$ ,  $\Gamma = 0.8 \times 10^{-12} \text{ s}^{-1}$ ,  $T_0 = 2.5 \times 10^4 \text{ K}$  e alguns valores selecionados para o parâmetro  $h$ . Os pontos correspondem às medições das florestas de Ly $\alpha$  obtidas neste trabalho (círculos vermelhos) e por [Guimarães et al. \(2007\)](#) (quadrados pretos).

#### A.4 Análises e Resultados

Vamos realizar agora uma análise para vincular os parâmetros cosmológicos. O conjunto completo de parâmetros é representado por  $\mathbf{p} \equiv (h, \Omega_m, \Gamma, T_0, \Omega_b h^2, \beta)$ . Fixamos o valor

de  $\Omega_b h^2 = 0.0218$  utilizando as últimas observações de deutério (Pettini et al., 2008) da nucleossíntese primordial (Simha e Steigman, 2008). Escolhemos  $\beta = 0.3$  devido ao fotoaquecimento vindo da reionização do hélio (McQuinn et al., 2009), que se espera ter ocorrido entre os *redshifts* cobertos por nossas amostras. Um modelo de reionização rápida com  $\beta = 0.62$  (Hui e Gnedin, 1997) provê resultados similares.

A probabilidade posterior dos parâmetros  $P(\mathbf{p}|d)$  dado um conjunto de dados  $d$  é

$$P(\mathbf{p}|d) = \frac{P(d|\mathbf{p})P(\mathbf{p})}{P(d)}, \quad (\text{A.9})$$

onde  $P(d)$  é uma constante de normalização,  $P(\mathbf{p})$  é o *prior* sobre os parâmetros e  $P(d|\mathbf{p}) \propto e^{-\chi^2/2}$  é a verossimilhança com sua definição usual, para os dados da floresta de Ly $\alpha$ , dada por

$$\chi_{Ly\alpha}^2 = \sum_i \frac{[\langle F_{th} \rangle(z_i; \mathbf{p}) - \langle F \rangle(z_i)]^2}{\sigma_{\langle F \rangle(z_i)}^2}, \quad (\text{A.10})$$

onde  $\langle F_{th} \rangle(z_i; \mathbf{p})$  é o fluxo transmitido médio teórico,  $\langle F \rangle(z_i)$  é o fluxo transmitido médio observado e  $\sigma_{\langle F \rangle(z_i)}$  sua respectiva incerteza. Tratamos a combinação  $\Gamma T_0^{0.75}$  como um parâmetro indesejável com um *prior* plano. Os intervalos escolhidos são  $T_0 = [2, 2.5] \times 10^4$  K de estimativas de Zaldarriaga et al. (2001) e  $\Gamma = [0.8, 1] \times 10^{-12} \text{ s}^{-1}$  que cobrem algumas medidas relatadas na literatura (Rauch et al., 1997; McDonald e Miralda-Escudé, 2001; Meiksin e White, 2004; Tytler et al., 2004; Bolton et al., 2005; Kirkman et al., 2005), embora estejam em desacordo com os valores obtidos por Faucher-Giguère et al. (2008a,b), que utilizaram uma relação para  $T_0$  dependente do *redshift* desfavorecida pelos nossos dados.

No que segue, primeiro consideramos na nossa análise apenas os dados da floresta de Ly $\alpha$  separadamente e, após, apresentamos uma análise conjunta com a assinatura de BAO extraída do catálogo SDSS (Eisenstein et al., 2005).

#### A.4.1 Limites dos Dados das Florestas de Ly $\alpha$

Na figura (A.4) são mostrados os resultados da análise estatística realizada com os dados das florestas de Ly $\alpha$ . Vemos que os dados não dão bons vínculos para ambos parâmetros. Vários testes de consistência foram aplicados a fim de verificar os valores fixados na análise estatística. O valor do  $\chi^2$  reduzido foi 1.36. Em particular, obtivemos que diferentes valores para  $\beta$ , diferentes intervalos para  $\Gamma T_0^{0.75}$  na marginalização, ou mesmo uma dependência

de  $T_0$  com o *redshift*, resultaram em ajustes muito piores do que o apresentado na figura (A.4).

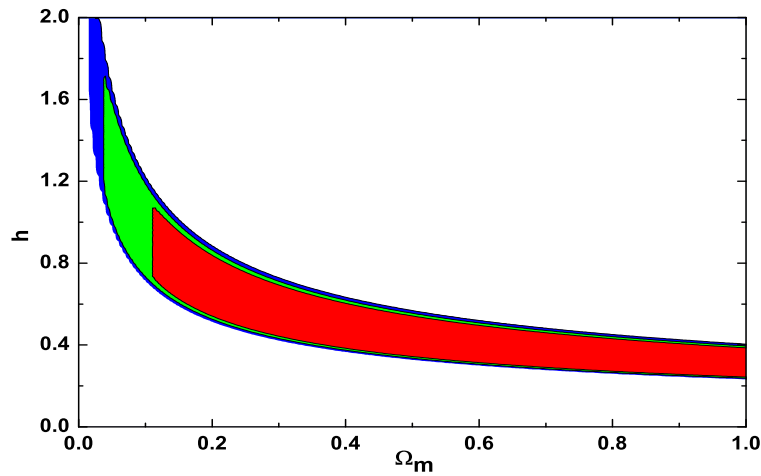


Figura A.4: Contornos de confiança (68.3%, 95.4% e 99.7%) no plano  $(\Omega_m, h)$  fornecidos pelos dados de florestas de Ly $\alpha$ . A conclusão direta é que os dados de Ly $\alpha$  sozinhos não são capazes de vincular o par de parâmetros.

Além disso, mesmo considerando que os parâmetros cosmológicos são afetados pelos parâmetros físicos do IGM, a visão oposta também é verdadeira, ou seja, modelos cosmológicos diferentes podem fornecer resultados incompatíveis para os parâmetros do IGM. Neste contexto, é recomendado fazer um ajuste conjunto considerando os parâmetros cosmológicos e os parâmetros do IGM, a fim de se obter resultados mais confiáveis. Logo, o intervalo escolhido para a marginalização de  $\Gamma T_0^{0.75}$  sofre de um problema de circularidade, ou seja, os valores obtidos para  $T_0$  e  $\Gamma$  têm uma cosmologia subjacente. Uma interpretação para se contornar tal problema é considerar que tais parâmetros reflitam a física local, sendo independentes do modelo cosmológico. Com isso em mente, o efeito de um intervalo maior na marginalização seria alargar a curva no plano  $(\Omega_m, h)$ , mas com a degenerescência bem definida. Outra maneira de se contornar o problema é através de medidas independentes de  $\Gamma T_0^{0.75}$ , onde  $\Gamma$  pode ser determinado pelo efeito de proximidade (Guimarães et al., 2007) e  $T_0$  de medições de larguras de linha.

A despeito das considerações levantadas acima, vemos da figura (A.4) que existe uma degenerescência bem definida no plano  $(h, \Omega_m)$ . Portanto, uma análise conjunta com um teste que vincule apenas  $\Omega_m$  poderia resultar em limites interessantes para a constante de Hubble. É exatamente a combinação com a medição de BAO que é apresentada na próxima subseção.



Tabela A.2 - Limites para  $H_0$ 

Método	Referência	h
Váriaveis Cefeidas	Freedman et al. (2001) (HST Project)	$0.72 \pm 0.08$
Idade <i>Redshift</i>	Jimenez et al. (2003) (SDSS)	$0.69 \pm 0.12$
SNe Ia/Cefeidas	Sandage et al. (2006)	$0.62 \pm 0.013(\text{rand.}) \pm 0.05(\text{syst.})$
SZE+BAO	Cunha et al. (2007)	$0.74^{+0.04}_{-0.03}$
Galáxias Velhass + BAO	Lima et al. (2009)	$0.71 \pm 0.04$
SNe Ia/Cefeidas	Riess et al. (2009)	$0.742 \pm 0.036$
<i>Time delay</i> de lentes	Paraficz e Hjorth (2010)	$0.76 \pm 0.03$
CMB	Komatsu et al. (2011) (WMAP)	$0.710 \pm 0.025$
SZE+BAO	Holanda et al. (2012)	$0.74^{+0.05}_{-0.04}$
<b>Ly<math>\alpha</math> + BAO</b>	<b>Este trabalho</b>	$0.59^{+0.24}_{-0.10}$

#### A.4.2 Florestas de Ly $\alpha$ e BAO: Uma Análise Conjunta

A fim de se obter melhores vínculos sobre os parâmetros cosmológicos, uma análise conjunta é feita envolvendo os dados de florestas de Ly $\alpha$  e oscilação acústica dos bárions obtida de 46748 galáxias vermelhas luminosas do catálogo SDSS. A escala de BAO pode ser representada pelo parâmetro (Eisenstein et al., 2005)

$$\mathcal{A} \equiv \frac{\Omega_m^{1/2}}{E(z_*)^{1/3}} \left[ \frac{1}{z_*} \Gamma(z_*) \right]^{2/3} = 0.469 \pm 0.017, \quad (\text{A.11})$$

onde  $z_* = 0.35$  é o *redshift* na qual a escala acústica foi medida,  $E(z)$  corresponde à razão  $H(z)/H_0$  e  $\Gamma(z_*)$  é a distância comóvel adimensional até  $z_*$ .

Da equação (A.11) vemos que a escala de BAO é independente de  $h$ , provendo assim limites apenas para o parâmetro de densidade da matéria. A análise estatística é realizada com  $\chi^2 = \chi_{Ly\alpha}^2 + \chi_{BAO}^2$ , onde

$$\chi_{BAO}^2 = \left( \frac{\mathcal{A} - 0.469}{0.017} \right)^2. \quad (\text{A.12})$$

Na figura (A.5) mostramos os limites para o par de parâmetros  $(h, \Omega_m)$  obtidos da nossa análise conjunta envolvendo dados de florestas de Ly $\alpha$  e BAO. Dentro de 68.3% de confiança estatística, obtemos  $0.20 \leq \Omega_m \leq 0.27$  e  $0.49 \leq h \leq 0.83$ . O  $\chi^2$  reduzido sofre uma pequena melhora para 1.34. O valor de  $\Omega_m$  obtido é mais baixo do que o encontrado

por outras observações (e.g. Amanullah et al., 2010), mas ainda é compatível com estas em  $1\sigma$ .

Na tabela (A.2) mostramos recentes medições de  $H_0$  usando diferentes técnicas e dados. Embora exista uma tensão entre diferentes estimativas (e.g. Sandage et al., 2006; Paraficz e Hjorth, 2010), nossa abordagem não fornece limites que consigam resolver a questão sobre o valor correto de  $H_0$ . O aspecto interessante é que nosso método provê uma estimativa independente que corrobora o modelo de concordância cósmica.

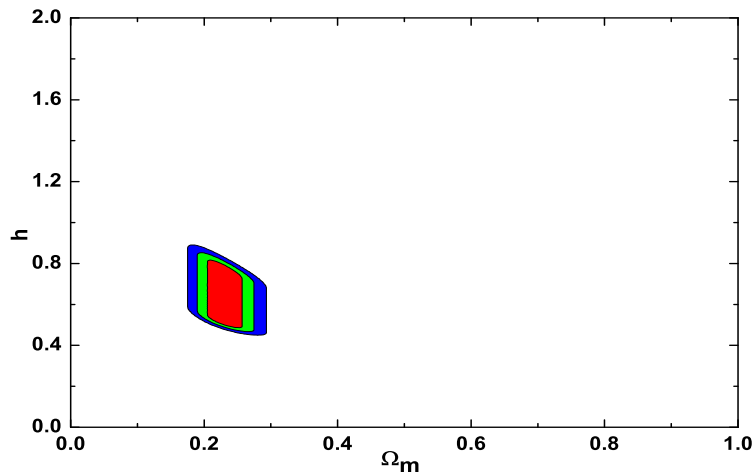


Figura A.5: Contornos no plano  $(\Omega_m, h)$  obtidos da análise conjunta de florestas de Ly $\alpha$  e BAO. Novamente, os contornos correspondem a níveis de confiança estatística de 68.3%, 95.4% e 99.7%. Note que o melhor ajuste foi  $h = 0.59$  e  $\Omega_m = 0.23$ . Estes resultados devem ser confrontados com os apresentados na figura (A.4).

## A.5 Conclusões

Neste apêndice utilizamos dados de florestas de Ly $\alpha$  juntamente com uma medida da oscilação acústica dos bárions para vincular parâmetros cosmológicos. Limites sobre a constante de Hubble  $H_0$  e o parâmetro de densidade da matéria  $\Omega_m$  foram obtidos ao considerarmos um modelo  $\Lambda$ CDM plano e que algumas propriedades do IGM,  $\Gamma$  e  $T_0$ , são fracamente dependentes da cosmologia adotada.

Realizamos uma análise estatística usando apenas dados de florestas de Ly $\alpha$  com a qual não obtivemos bons vínculos para os parâmetros. Tal fato também decorre de nosso parco conhecimento sobre as propriedades locais do IGM. Entretanto, quando aplicamos uma análise conjunta envolvendo os dados de florestas de Ly $\alpha$  e BAO, limites interessantes foram encontrados, sendo que os parâmetros foram restringidos aos intervalos  $0.20 \leq \Omega_m \leq$

---

0.27 e  $0.49 \leq h \leq 0.83$  dentro de 68.3% de confiança estatística. Todos os resultados estão em acordo com medições recentes relatadas na literatura (veja tabela A.2), mas nossos vínculos são mais fracos devido à amostra pequena e ao nosso conhecimento limitado do IGM.

Esperamos que vínculos melhores e mais confiáveis para a constante de Hubble possam ser obtidos em um futuro próximo pela utilização de uma amostra maior e de uma melhor compreensão do IGM (preferencialmente com medidas independentes de  $\Gamma$  e  $T_0$ ), o que tornará esta técnica complementar a outras estimativas com a vantagem de ser independente de uma escada de distância cósmica.